

BÀI 29. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

CHƯƠNG 8. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng. Tính xác suất

Câu 1. (SGK-KNTT 11-Tập 2) Một tổ học sinh có 8 bạn, trong đó có 6 bạn thích môn Bóng đá, 4 bạn thích môn Cầu lông và 2 bạn thích cả hai môn Bóng đá và Cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

E : "Học sinh được chọn thích môn Bóng đá";

F : "Học sinh được chọn thích môn Cầu lông".

Hai biến cố E và F có xung khắc không?

Lời giải

Hai biến cố E và F không xung khắc vì nếu chọn được bạn thích cả môn Cầu lông và môn Bóng đá thì cả E và F đều xảy ra.

Câu 2. (SGK-KNTT 11-Tập 2) Một hộp đựng 5 quả cầu màu xanh và 3 quả cầu màu đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ngẫu nhiên hai quả cầu trong hộp. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu có cùng màu.

Lời giải

Xét các biến cố sau: A : "Chọn được hai quả cầu màu xanh", B : "Chọn được hai quả cầu màu đỏ".
Biến cố C : "Chọn được hai quả cầu có cùng màu" là biến cố hợp của A và B . Hai biến cố A và B là xung khắc nên $P(C) = P(A) + P(B)$.

Ta có: $n(\Omega) = C_8^2 = 28, n(A) = C_5^2 = 10$. Do đó: $P(A) = \frac{10}{28}$.

$n(B) = C_3^2 = 3$. Do đó: $P(B) = \frac{3}{28} \Rightarrow P(C) = P(A) + P(B) = \frac{10}{28} + \frac{3}{28} = \frac{13}{28}$.

Câu 3. (SGK-KNTT 11-Tập 2) Phòng văn 30 học sinh lớp 11A về môn thể thao yêu thích thu được kết quả có 19 bạn thích môn Bóng đá, 17 bạn thích môn Bóng bàn và 15 bạn thích cả hai môn đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 11A. Tính xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn.

Lời giải

Xét các biến cố sau: A : "Em đó thích môn Bóng đá", B : "Em đó thích môn Bóng bàn".

Biến cố E : "Học sinh được chọn thích ít nhất một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn" là biến cố hợp của A và B .

Theo công thức cộng xác suất: $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

Ta có: $P(A) = \frac{19}{30}; P(B) = \frac{17}{30}; P(AB) = \frac{15}{30}$.

Thay vào ta được: $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{19}{30} + \frac{17}{30} - \frac{15}{30} = \frac{21}{30} = 0,7$.

Câu 4. (SGK-KNTT 11-Tập 2) Một hộp đựng 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp (lấy xong không trả lại vào hộp). Tiếp đó đến lượt bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Bạn Sơn lấy được viên bi màu xanh và bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh", B là biến cố: "Bạn Sơn lấy được viên bi màu đỏ và bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh".
Biến cố: "Bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh" là biến cố $A \cup B$. Do A và B xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Mỗi kết quả có thể là một bộ $(a; b)$ trong đó a là viên bi bạn Sơn chọn; b là viên bi bạn Tùng chọn. Bạn Sơn có 14 cách chọn một viên bi. Bạn Tùng có 13 cách chọn một viên bi. Do đó, theo quy tắc nhân xác suất, số bộ $(a; b)$ là $14 \cdot 13 = 182$. Vậy $n(\Omega) = 182$.

+ Tính $P(A)$:

Bạn Sơn có 8 cách chọn được viên bi xanh. Bạn Tùng có 7 cách chọn được viên bi xanh. Do đó:

$$n(A) = 8 \cdot 7 = 56. \text{ Vậy } P(A) = \frac{56}{182}.$$

+ Tính $P(B)$:

Bạn Sơn có 6 cách chọn được viên bi đỏ. Bạn Tùng có 8 cách chọn được viên bi xanh.

$$\text{Do đó: } n(B) = 6 \cdot 8 = 48. \text{ Vậy } P(B) = \frac{48}{182}.$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{56}{182} + \frac{48}{182} = \frac{104}{182} = \frac{4}{7}.$$

Câu 5. (SGK-KNTT 11-Tập 2) Lớp 11A của một trường có 40 học sinh, trong đó có 14 bạn thích nhạc cổ điển, 13 bạn thích nhạc trẻ và 5 bạn thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Tính xác suất để:

- Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ;
- Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Bạn đó thích nhạc cổ điển"; B là biến cố: "Bạn đó thích nhạc trẻ"; AB là biến cố: "Bạn đó thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ".

$$\text{Ta có: } n(A) = 14, \text{ suy ra } P(A) = \frac{14}{40}.$$

$$n(B) = 13, \text{ suy ra } P(B) = \frac{13}{40}.$$

$$n(AB) = 5, \text{ suy ra } P(AB) = \frac{5}{40}.$$

a) Gọi E là biến cố: "Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ". Ta có: $E = A \cup B$.

$$\Rightarrow P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{14}{40} + \frac{13}{40} - \frac{5}{40} = \frac{22}{40} = \frac{11}{20}.$$

b) Gọi F là biến cố: "Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển lẫn nhạc trẻ". Khi đó F là biến cố đối

$$\text{của } E. \text{ Vậy } P(F) = 1 - P(E) = 1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20}.$$

Câu 6. (SGK-KNTT 11-Tập 2) Một khu phố có 50 hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo, trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên. Tính xác suất để:

- Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo;
- Hộ đó không nuôi cả chó và mèo.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Hộ đó nuôi chó"; B là biến cố: "Hộ đó nuôi mèo"; AB là biến cố: "Hộ đó nuôi cả chó và mèo". Ta có:

$$n(A)=18, \text{ suy ra } P(A)=\frac{18}{50}$$

$$n(B)=16, \text{ suy ra } P(B)=\frac{16}{50}.$$

$$n(AB)=7, \text{ suy ra } P(AB)=\frac{7}{50}.$$

Gọi E là biến cố: "Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo". Ta có $E=A \cup B$.

$$P(E)=P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{18}{50}+\frac{16}{50}-\frac{7}{50}=\frac{27}{50}.$$

Vậy

b) Gọi F là biến cố: "Hộ đó không nuôi cả chó và mèo". F là biến cố đối của biến cố E .

$$P(F)=1-P(E)=1-\frac{27}{50}=\frac{23}{50}.$$

Vậy

Câu 7. (SGK-KNTT 11-Tập 2) Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách A và B . Thống kê cho thấy có 50% người mua sách A ; 70% người mua sách B ; 30% người mua cả sách A và sách B . Chọn ngẫu nhiên một người mua sách. Tính xác suất để:

a) Người đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B ;

b) Người đó không mua cả sách A và sách B .

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó mua sách A "; B là biến cố: "Người đó mua sách B "; AB là biến cố: "Người đó mua sách A và sách B "; E là biến cố: "Người đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B "; F là biến cố: "Người đó không mua cả sách A và sách B ". Ta có:

$$E=A \cup B, F=\bar{E}. P(A)=0,5; P(B)=0,7; P(AB)=0,3.$$

a) Gọi E là biến cố: "Người đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B ", khi đó: $E=A \cup B$. Vậy $P(E)=P(A \cup B)=0,5+0,7-0,3=0,9$.

b) Gọi F là biến cố: "Người mua đó không mua cả sách A và sách B ", F là biến cố đối của biến cố E . Vậy $P(F)=1-P(E)=1-0,9=0,1$.

Câu 8. (SGK-KNTT 11-Tập 2) Tại các trường trung học phổ thông của một tỉnh, thống kê cho thấy có 63% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa A ; 56% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa B và 28,5% giáo viên môn Toán tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B . Tính tỉ lệ giáo viên môn Toán các trường trung học phổ thông của tỉnh đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B .

Lời giải

Xét biến cố A : "Giáo viên đó tham khảo bộ sách giáo khoa A "; biến cố B : "Giáo viên đó tham khảo bộ sách giáo khoa B ".

$$\text{Ta có: } P(A)=63\%=0,63; P(B)=56\%=0,56; P(AB)=28,5\%=0,285.$$

Gọi E là biến cố: "Giáo viên đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B ". Biến cố đối $\bar{E}$: "Giáo viên đó tham khảo hoặc bộ sách giáo khoa A hoặc bộ sách giáo khoa B " là biến cố hợp của A và B , khi đó $\bar{E}=A \cup B$.

Theo công thức xác suất của biến cố đối, ta có: $P(E)=1-P(\bar{E})$.

Theo công thức cộng xác suất, ta có: $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

Do đó: $P(E)=1-P(\bar{E})=1-P(A \cup B)=1-P(A)-P(B)+P(AB)$.

Thay giá trị của $P(A), P(B)$ và $P(AB)$ vào ta được:

$$P(E) = 1 - 0,63 - 0,56 + 0,285 = 0,095.$$

Vậy xác suất để giáo viên đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B là 0,095.

Suy ra 9,5% giáo viên môn Toán các trường THPT của tỉnh X không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B .

Câu 9. Trong một hộp có 8 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp. Gọi A là biến cố: "Cả hai viên bi có màu xanh"; B là biến cố: "Có một viên bi màu xanh và một viên bi màu đỏ".

a) Tính $P(A)$ và $P(B)$.

b) Tính xác suất để trong hai viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu xanh.

Giải

a) Ta có $n(\Omega) = C_{14}^2 = 91; n(A) = C_8^2 = 28, n(B) = 8 \cdot 6 = 48$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{28}{91}, P(B) = \frac{48}{91}.$$

b) Cách 1: Xét biến cố C : "Trong hai viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu xanh", nên C là biến

cố hợp của A và B . Do A và B là hai biến cố xung khắc nên
$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{28}{91} + \frac{48}{91} = \frac{76}{91}.$$

Cách 2: Xét biến cố đối $\bar{C}$: "Cả hai viên bi lấy ra đều có màu đỏ". Khi đó $n(\bar{C}) = C_6^2 = 15$. Suy ra

$$P(\bar{C}) = \frac{15}{91}.$$

$$\text{Vậy } P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{15}{91} = \frac{76}{91}.$$

Câu 10. Một lớp có 29 học sinh, trong đó có 22 em học khá môn Toán, 21 em học khá môn Ngữ văn, 3 em không học khá cả hai môn Ngữ văn và Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

Tính xác suất để học sinh đó:

a) Học khá cả hai môn Toán và Ngữ văn.

b) Học khá môn Toán và không học khá môn Ngữ văn.

c) Học khá môn Ngữ văn và không học khá môn Toán.

Giải

a) Gọi A là biến cố: "Học sinh đó học khá môn Toán", B là biến cố: "Học sinh đó học khá môn Ngữ văn". Ta cần tính $P(AB)$.

$$\text{Ta có: } P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{22}{29} + \frac{21}{29} - \frac{26}{29} = \frac{17}{29}.$$

b) Tính $P(A\bar{B})$:

$$\text{Ta có: } A = AB \cup A\bar{B}, \text{ suy ra } P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}).$$

$$\text{Do đó } P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{22}{29} - \frac{17}{29} = \frac{5}{29}.$$

c) Tính $P(\bar{A}B)$:

$$\text{Ta có: } B = AB \cup \bar{A}B, \text{ suy ra } P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B).$$

$$\text{Do đó } P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = \frac{21}{29} - \frac{17}{29} = \frac{4}{29}.$$

Câu 11. Trong một căn phòng có 36 người, trong đó có 25 người họ Nguyễn và 11 người họ Trần. Chọn ngẫu nhiên hai người trong phòng đó. Tính xác suất để hai người được chọn có cùng họ.

Lời giải

Xét các biến cố sau:

A : "Cả hai người được chọn đều họ Nguyễn"; B : "Cả hai người được chọn đều họ Trần".

C : "Cả hai người được chọn có cùng họ". C là biến cố hợp của A và B . Do A và B xung khắc nên $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ta có: $n(\Omega) = C_{36}^2 = 630$.

$n(A) = C_{25}^2 = 300$; $n(B) = C_{11}^2 = 55$.

Suy ra $P(A) = \frac{300}{630}$; $P(B) = \frac{55}{630}$.

Vậy $P(C) = P(A) + P(B) = \frac{300}{630} + \frac{55}{630} = \frac{355}{630} = \frac{71}{126}$.

Câu 12. Trong một công ty có 40 nhân viên, trong đó có 19 người thích chơi bóng bàn, 20 người thích chơi cầu lông, 8 người không thích chơi cả cầu lông và bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên trong công ty đó. Tính xác suất để người đó:

- Thích chơi ít nhất một trong hai môn bóng bàn và cầu lông.
- Thích chơi cầu lông và không thích chơi bóng bàn.
- Thích chơi bóng bàn và không thích chơi cầu lông.
- Thích chơi đúng một trong hai môn.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó thích chơi bóng bàn"; B là biến cố: "Người đó thích chơi cầu lông".

a) Ta cần tính $P(A \cup B)$. Biến cố đối của biến cố $A \cup B$: "Người đó thích chơi ít nhất một trong hai môn" là biến cố $\overline{A \cup B}$: "Người đó không thích chơi cả cầu lông và bóng bàn".

Ta có: $P(A) = \frac{19}{40}$; $P(B) = \frac{20}{40}$; $P(\overline{A \cup B}) = \frac{8}{40}$.

Vậy $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - \frac{8}{40} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$.

b) Ta cần tính $P(\overline{A \cup B})$.

Ta có: $P(\overline{A \cup B}) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{19}{40} + \frac{20}{40} - \frac{32}{40} = \frac{7}{40}$.

$B = AB \cup \overline{A}B$, suy ra $P(B) = P(AB) + P(\overline{A}B)$, do đó

$P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) = \frac{20}{40} - \frac{7}{40} = \frac{13}{40}$.

c) Ta cần tính $P(A\overline{B})$. Ta có: $A = AB \cup A\overline{B}$, suy ra

$P(A) = P(AB) + P(A\overline{B})$, do đó $P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{19}{40} - \frac{7}{40} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$.

d) Gọi E là biến cố: "Người đó thích chơi đúng một trong hai môn cầu lông hay bóng bàn".

Ta có: $E = A\overline{B} \cup \overline{A}B$, suy ra $P(E) = P(A\overline{B}) + P(\overline{A}B) = \frac{12}{40} + \frac{13}{40} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$.

Câu 13. Một nhóm có 50 người được phỏng vấn họ đã mua cành đào hay cây quất vào dịp Tết vừa qua, trong đó có 31 người mua cành đào, 12 người mua cây quất và 5 người mua cả cành đào và cây quất. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó:

- Mua cành đào hoặc cây quất.
- Mua cành đào và không mua cây quất.
- Không mua cành đào và không mua cây quất.
- Mua cây quất và không mua cành đào.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: "Người đó mua cà phê đào", B là biến cố: "Người đó mua cây quất".

Ta cần tính $P(A \cup B)$. Ta có: $P(A) = \frac{31}{50}; P(B) = \frac{12}{50}; P(AB) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$.

Do đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{31}{50} + \frac{12}{50} - \frac{5}{50} = \frac{38}{50} = \frac{19}{25}$.

b) Ta cần tính $P(\overline{AB})$. Ta có: $A = AB \cup A\overline{B}$, suy ra $P(A) = P(AB) + P(A\overline{B})$,

do đó $P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{31}{50} - \frac{5}{50} = \frac{26}{50} = \frac{13}{25}$.

c) Ta cần tính $P(\overline{AB})$. Ta có biến cố đối của biến cố $\overline{AB}$ là biến cố $A \cup B$.

Vậy $P(\overline{AB}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{38}{50} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$.

d) Ta cần tính $P(\overline{AB})$. Ta có: $B = AB \cup \overline{A}B$, suy ra $P(B) = P(AB) + P(\overline{A}B)$, do đó

$P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) = \frac{12}{50} - \frac{5}{50} = \frac{7}{50}$.

Câu 14. Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

a) "Cả 4 viên bi lấy ra đều có cùng màu";

b) "Có ít nhất 3 viên bi xanh trong 4 viên bi lấy ra".

Giải

a) Gọi A là biến cố "Cả 4 viên bi lấy ra đều có cùng màu xanh", B là biến cố "Cả 4 viên bi lấy ra có cùng màu đỏ". Vì chỉ có 3 viên bi màu vàng nên $A \cup B$ là biến cố "Cả 4 viên bi lấy ra có cùng màu". Do A và B là hai biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_4^4}{C_{12}^4} + \frac{C_5^4}{C_{12}^4} = \frac{2}{165}.$$

b) Gọi C là biến cố "Có 3 viên bi xanh trong 4 viên lấy ra". Khi đó $A \cup C$ là biến cố "Có ít nhất 3 viên bi xanh trong 4 viên bi lấy ra". Do A và C là hai biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \frac{C_4^4}{C_{12}^4} + \frac{C_4^3 C_8^1}{C_{12}^4} = \frac{1}{15}$$

Câu 15. Mai, Lan và 5 bạn cùng lớp xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng".

Giải

Số cách xếp 7 người thành một hàng ngang là $7!$.

Gọi A là biến cố "Mai đứng ở đầu hàng", B là biến cố "Lan đứng ở đầu hàng".

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}$.

Xác suất của biến cố "Hai bạn Lan và Mai đứng ở hai đầu hàng" là:

$$P(AB) = \frac{2 \cdot 5!}{7!} = \frac{1}{21}.$$

Xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng" là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{21} = \frac{11}{21}$$

Câu 16. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

a) Biết $P(A) = 0,8$ và $P(AB) = 0,2$. Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

b) Biết $P(B) = 0,3$ và $P(A \cup B) = 0,6$. Tính xác suất của biến cố A .

Giải

a) Do A và B là hai biến cố độc lập nên

$$P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,8} = 0,25.$$

Xác suất của biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,85$.

b) Do $P(A \cup B) = 0,6$ nên $P(A) + P(B) - P(AB) = 0,6$.

Theo giả thiết ta có $P(B) = 0,3$ nên $P(A) - P(AB) = 0,3$.

Do A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,3P(A)$.

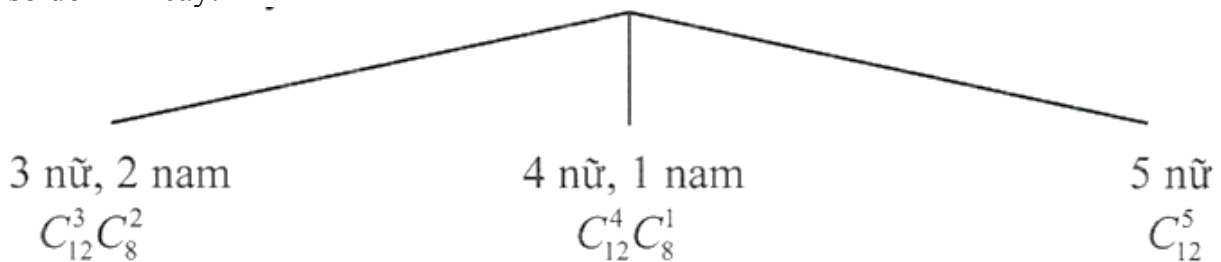
Suy ra $0,7P(A) = 0,3$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$.

Câu 17. Một nhóm gồm 8 học sinh nam và 12 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 5 học sinh từ nhóm. Sử dụng sơ đồ hình cây, hãy tính xác suất của biến cố "Có ít nhất 3 học sinh nữ trong 5 học sinh vừa chọn".

Giải

Ta có sơ đồ hình cây:



Xác suất của biến cố "Có ít nhất 3 học sinh nữ trong 5 học sinh vừa chọn" là

$$\frac{C_{12}^3 C_8^2 + C_{12}^4 C_8^1 + C_{12}^5}{C_{20}^5} = \frac{682}{969}.$$

Câu 18. Một hộp chứa 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 20. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

a) "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4 hoặc lớn hơn 37";

b) "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 6".

Giải

a) Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ nhỏ hơn 4". Biến cố A xảy ra khi 2 thẻ được chọn

ghi số 1 và 2. Do đó $P(A) = \frac{1}{C_{20}^2} = \frac{1}{190}$.

Gọi B là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lớn hơn 37". Biến cố B xảy ra khi 2 thẻ được chọn

ghi số 20 và 18 hoặc 20 và 19. Do đó $P(B) = \frac{2}{C_{20}^2} = \frac{2}{190}$.

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên xác suất của biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4 hoặc lớn hơn 37" là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{190}.$$

b) Gọi D là biến cố "Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ ghi số chia hết cho 6".

Do có 3 thẻ chia hết cho 6 nên xác suất của biến cố "Trong 2 thẻ lấy ra không có thẻ nào ghi số chia hết cho 6" là

$$P(\bar{D}) = \frac{C_{17}^2}{C_{20}^2} = \frac{68}{95}$$

Vậy xác suất của biến cố D là

$$P(D) = 1 - P(\bar{D}) = \frac{27}{95}.$$

Gọi E là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 6 nhưng không có thẻ nào ghi số chia hết cho 6". Biến cố E xảy ra khi trong hai thẻ lấy ra có một thẻ ghi số chẵn nhưng không chia hết cho 3 (có 7 thẻ như vậy) và thẻ còn lại ghi số chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 6 (có 3 thẻ như vậy).

Vậy xác suất của biến cố E là

$$P(E) = \frac{7 \cdot 3}{C_{20}^2} = \frac{21}{190}$$

Do D và E là hai biến cố xung khắc nên xác suất của biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 6" là

$$P(D \cup E) = P(D) + P(E) = \frac{15}{38}$$

Câu 19. Trong một cuộc gặp mặt có 63 đoàn viên tham dự, trong đó có 25 người đến từ miền Bắc, 19 người đến từ miền Nam và 19 người đến từ miền Trung.

a) Gặp ngẫu nhiên 1 đoàn viên trong cuộc gặp mặt, tính xác suất của biến cố "Đoàn viên được gặp đến từ miền Nam hoặc miền Trung".

b) Gặp ngẫu nhiên 2 đoàn viên trong cuộc gặp mặt, tính xác suất của biến cố "Hai đoàn viên được gặp cùng đến từ miền Bắc hoặc cùng đến từ miền Nam".

Lời giải

$$\text{a) } \frac{19 + 19}{63} = \frac{38}{63};$$

$$\text{b) } \frac{C_{25}^2 + C_{19}^2}{C_{63}^2} = \frac{157}{651}.$$

Câu 20. Một túi chứa 2 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ túi. Tính xác suất của các biến cố:

a) "Cả 3 viên bi lấy ra đều có cùng màu";

b) "Có không quá 1 viên bi xanh trong 3 viên bi lấy ra";

c) "Có đúng hai màu trong 3 viên bi lấy ra".

Lời giải

$$\text{a) } \frac{C_5^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{11}{120};$$

$$\text{b) } \frac{C_8^3 + 2C_8^2}{C_{10}^3} = \frac{14}{15}.$$

c) Gọi A là biến cố "Có đúng hai màu trong 3 viên bi lấy ra". Biến cố đối của biến cố A là biến cố $B \cup C$ với B là biến cố "Cả 3 bi lấy ra đều có cùng màu" và C là biến cố "3 viên bi lấy ra có đủ cả 3 màu". Ta có

$$P(B) = \frac{11}{120}; P(C) = \frac{1}{4}. \quad \text{Do } B \text{ và } C \text{ là hai biến cố xung khắc nên } P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{41}{120}. \text{ Vậy}$$

$$P(A) = 1 - \frac{41}{120} = \frac{79}{120}.$$

Câu 21. Thanh có 4 tấm thẻ được đánh số $1, 3, 4, 7$. Thanh lấy ra 3 trong 4 thẻ và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có 3 chữ số. Tính xác suất của biến cố A : "Số tạo thành chia hết cho 2 hoặc 3".

Lời giải

Số các số có 3 chữ số có thể tạo thành là 24 số.

Gọi B là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2". Biến cố B xảy ra khi chữ số hàng đơn vị của số tạo

thành là 4. Có thể xếp được $3 \cdot 2 = 6$ số chia hết cho 2. Do đó $P(B) = \frac{6}{24}$.

Gọi C là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 3". Biến cố C xảy ra khi 3 chữ số của số tạo thành là

$1; 4; 7$. Có thể xếp được $3 \cdot 2 = 6$ số chia hết cho 3. Do đó $P(C) = \frac{6}{24}$.

Biến cố BC xảy ra khi số tạo thành chia hết cho 6. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố BC . Do đó

$$P(BC) = \frac{2}{24}.$$

$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(BC) = \frac{5}{12}.$$

Vậy

Câu 22. Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau.

a) Biết $P(A) = 0,4$ và $P(\bar{A}B) = 0,3$. Tính xác suất của các biến cố B và $A \cup B$.

b) Biết $P(\bar{A}B) = 0,4$ và $P(A \cup B) = 0,9$. Tính xác suất của các biến cố A, B và AB .

Lời giải

a) Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,6$.

$$P(B) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = 0,5.$$

Do $\bar{A}$ và B là độc lập nên

Do A và B là độc lập nên

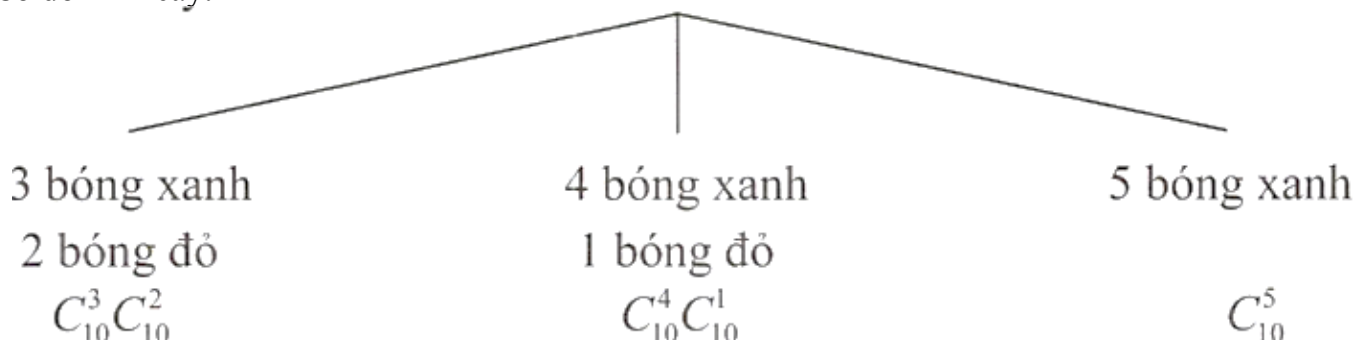
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 0,7.$$

b) $P(A) = 0,5; P(B) = 0,8; P(AB) = 0,4$.

Câu 23. Một hộp chứa 10 quả bóng xanh và 10 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 5 quả bóng từ hộp. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của biến cố "Có ít nhất 3 quả bóng xanh trong 5 quả bóng lấy ra".

Lời giải

Sơ đồ hình cây:



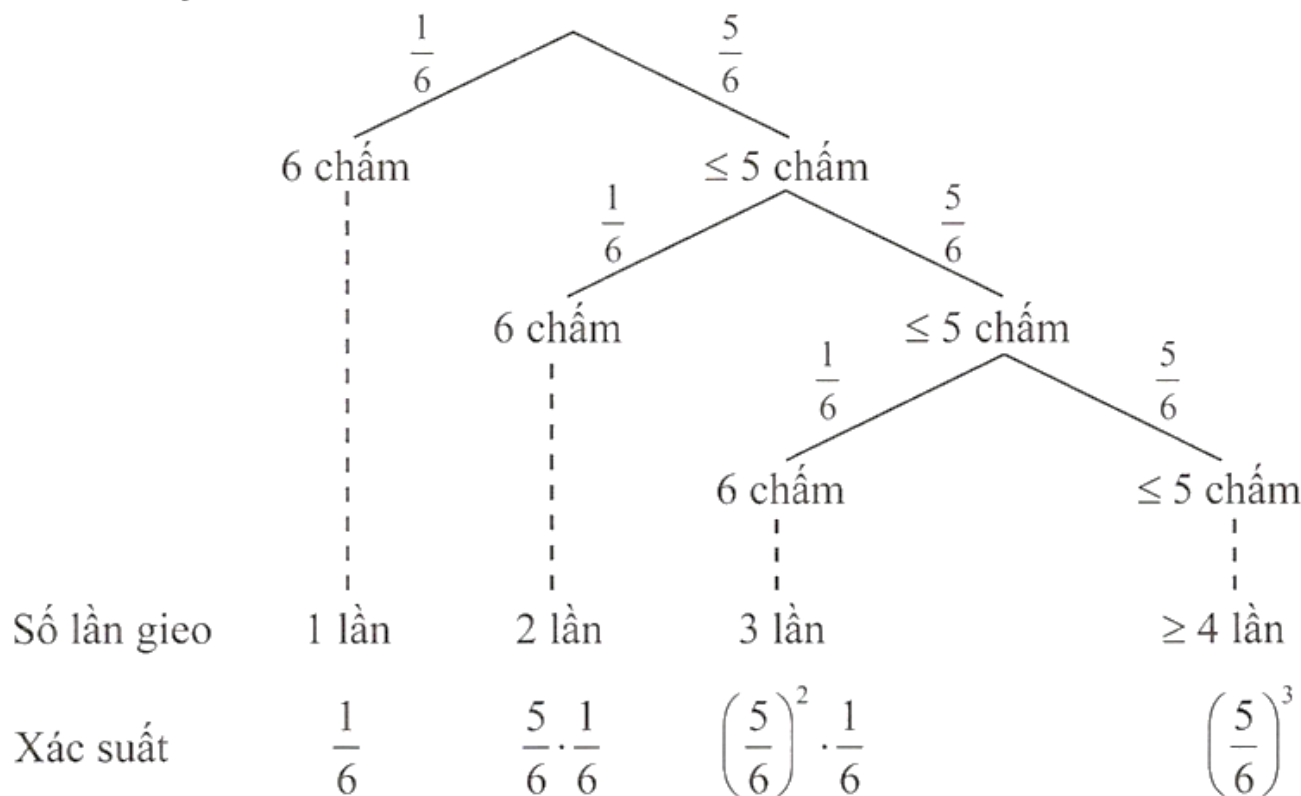
Xác suất của biến cố "Có ít nhất 3 quả bóng xanh trong 5 quả bóng lấy ra" là

$$\frac{C_{10}^3 C_{10}^2 + C_{10}^4 C_{10}^1 + C_{10}^5}{C_{20}^5} = \frac{1}{2}$$

Câu 24. Châu gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi xuất hiện mặt 6 chấm thì dừng lại. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của biến cố "Châu phải gieo không quá 3 lần để xuất hiện mặt 6 chấm".

Lời giải

Sơ đồ hình cây:



Xác suất của biến cố "Châu phải gieo không quá 3 lần để xuất hiện mặt 6 chấm" là

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{91}{216}$$

Câu 25. Trong một trò chơi, Dương chọn ra 5 số từ 100 số tự nhiên đầu tiên. Sau đó, người ta chọn ra ngẫu nhiên 3 số may mắn từ 100 số tự nhiên đầu tiên đó. Tính xác suất của các biến cố:

A : "Không có số may mắn nào trong 5 số Dương đã chọn";

B : "Có đúng 1 số may mắn trong 5 số Dương đã chọn".

Lời giải

Biến cố A xảy ra khi 3 số may mắn nằm trong 95 số mà Dương không chọn. Do đó, xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{C_{95}^3}{C_{100}^3} \approx 0,856$$

Biến cố B xảy ra khi trong 3 số may mắn, có 1 số Dương đã chọn, 2 số còn lại nằm trong 95 số mà Dương không chọn. Do đó, xác suất của biến cố B là

$$P(B) = \frac{C_5^1 C_{95}^2}{C_{100}^3} \approx 0,138.$$

Câu 26. Một hộp chứa 3 quả bóng xanh và một số quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp. Biết rằng xác suất của biến cố "Lấy được 2 quả bóng đỏ" gấp

5 lần xác suất của biến cố "Lấy được 2 quả bóng xanh". Tính xác suất của biến cố "Lấy được 2 quả bóng có cùng màu".

Lời giải

Gọi n là số bóng đỏ có trong hộp. Khi đó, tổng số bóng có trong hộp là $n+3$.

Xác suất lấy được 2 quả bóng xanh là: $\frac{C_3^2}{C_{n+3}^2}$.

Xác suất lấy được 2 quả bóng đỏ là: $\frac{C_n^2}{C_{n+3}^2}$.

Theo đề bài, ta có:

$$\frac{C_n^2}{C_{n+3}^2} = 5 \cdot \frac{C_3^2}{C_{n+3}^2} \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 15.$$

Do n là số tự nhiên nên $n=6$.

Do đó, xác suất của biến cố "Cả 2 quả bóng lấy ra đều có cùng màu" là

$$\frac{C_3^2}{C_{n+3}^2} + \frac{C_n^2}{C_{n+3}^2} = \frac{C_3^2}{C_9^2} + \frac{C_6^2}{C_9^2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 27. Gieo ngẫu nhiên 3 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố A : "Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc chia hết cho 15".

Lời giải

Gọi B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc không chia hết cho 5", C là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc không chia hết cho 3".

Khi đó, A là biến cố đối của biến cố $B \cup C$.

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(BC) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 + \left(\frac{4}{6}\right)^3 - \left(\frac{3}{6}\right)^3 = \frac{3}{4}.$$

Ta có

Do đó, xác suất của biến cố A : "Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc chia hết cho 15" là:

$$P(A) = 1 - P(B \cup C) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}.$$

Câu 28. Một hộp chứa 40 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 40. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

a) "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4 hoặc lớn hơn 76";

b) "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 10".

Lời giải

a) Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4 hoặc lớn hơn 76". Gọi A_1 là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra nhỏ hơn 4", A_2 là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra lớn hơn 76".

Khi đó, ta có $A = A_1 \cup A_2$.

Biến cố A_1 xảy ra khi 2 tấm thẻ được chọn ghi số 1 và 2. Do đó $P(A_1) = \frac{1}{C_{40}^2}$.

Biến cố A_2 xảy ra khi 2 tấm thẻ được chọn ghi số (37; 40), (38; 40), (39; 40) hoặc (38; 39). Do đó,

$$P(A_2) = \frac{4}{C_{40}^2}.$$

Do A_1 và A_2 là hai biến cố xung khắc nên:

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{1}{156}.$$

b) Từ 1 đến 40 có 8 số chia hết cho 5; 20 số chia hết cho 2 và 4 số chia hết cho 10. Gọi B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 10".

Gọi B_1 là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra không chia hết cho 5", B_2 là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra không chia hết cho 2".

Khi đó, B là biến cố đối của biến cố $B_1 \cup B_2$.

Ta có

$$P(B_1 \cup B_2) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 B_2) = \frac{C_{32}^2}{C_{40}^2} + \frac{C_{20}^2}{C_{40}^2} - \frac{C_{16}^2}{C_{40}^2} = \frac{283}{390}.$$

Do đó, xác suất biến cố B "Tích các số ghi trên hai thẻ chia hết cho 10" là

$$P(B) = 1 - P(B_1 \cup B_2) = \frac{107}{390}.$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>