|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO NGHỆ AN  **TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN ÔN**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KÌ THI KSCL ĐỘI TUYỂN HSG TỈNH**  **Năm học 2022-2023**  **Môn thi: Toán lớp 12**  *Thời gian:* ***150 phút*** *(không kể thời gian phát đề)* |   **Câu 1**. **(7,0 điểm)**  a) Cho hàm số. Tìm các giá trị của tham số  để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số cắt đường tròn  có tâm  tại hai điểm phân biệt  sao cho diện tích tam giác  đạt giá trị lớn nhất.  b) Cho hệ phương trình . Xác định các giá trị của tham số  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.  **Câu 2.** **(3,5 điểm)**  a) Cho tập hợp . Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thuộc X. Lấy ngẫu nhiên 1 số thuộc A. Tính xác suất để lấy được số chia hết cho 6 và tổng 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng 3 chữ số cuối 1 đơn vị.  b)Biết 3 địa điểm  lập thành tam giác vuông tại , khoảng cách từ  đến  là  vàtừ  đến  là . Cần xây dựng một kho hàng tại vị trí điểm  trên đoạn thẳng . Giả sử chi phí vận chuyển cho một đơn vị hàng đi thẳng từ  đến  là  nghìn VNĐ/km, và thẳng từ  đến  là  nghìn VNĐ/km. Vị trí điểm  cần cách điểm bao nhiêu để chi phí vận chuyển một đơn vị hàng (thẳng từ  đến  rồi thẳng đến ) là nhỏ nhất.  **Câu 3.** **(1,5 điểm)**  Cho là các số thực dương thỏa mãn , chứng minh rằng    **Câu 4. (6,0 điểm)**  Cho hình hộp chữ nhật có , . Gọi là trung điểm của , mặt phẳng đi qua và cắt các tia tương ứng tại ba điểm phân biệt .  a, Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng và .  b, Kí hiệu và tương ứng là thể tích các khối chóp và , tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số .  **Câu 5. (2,0 điểm)** Cho hình hộp có đáy là hình thoi cạnh , các tam giác và đều là các tam giác vuông cân đỉnh . Gọi , , lần lượt là trung điểm của các cạnh , và . Tính thể tích lớn nhất của khối chóp .  **=====Hết=====**  ***Ghi chú***: *Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay* | | |
| **ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM** | | | | |
| **Câu** | | **Đáp án** | **Điểm** | |
| **1a.**  **(3,5đ)** | | **Câu 1a**. **(3.5 điểm)**  Cho hàm số. Tìm các giá trị của tham số  để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số cắt đường tròn  có tâm  tại hai điểm phân biệt  sao cho diện tích tam giác  đạt giá trị lớn nhất. |  | |
| Tập xác định: .  Ta có: , .  Hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi | 1 | |
| Khi đó, .  Đường thẳng có phương trình  hay . | 0.5 | |
| Đường thẳng  cắt đường tròn  tại hai điểm phân biệt  khi | 0.5 | |
| Khi đó, diện tích tam giác  là  .  Diện tích tam giác  đạt giá trị lớn nhất khi  hay tam giác vuông cân tại  . | 0.5 | |
| (Thỏa mãn ).  . | 0.5 | |
| Đối chiếu ĐK  suy ra  thỏa mãn bài toán. Vậy . | 0.5 | |
| **1b.**  **(3,5đ)** | | b) Cho hệ phương trình . Xác định các giá trị của tham số  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất. |  | |
| ĐK: . Ta có hệ PT: | 0.5 | |
| + Xét  không thỏa mãn phương trình (2).  + Xét , | 0.5 | |
| Xét hàm số , với .  Ta có:  Suy ra . | 0.5 | |
| Khi đó,    .  . | 1 | |
| +  (Thỏa mãn đk).  + Hệ PT có nghiệm duy nhất khi phương tình (\*) vô nghiệm hoặc (\*) có đúng 1 nghiệm .  Xét hàm số  với  .    . | 0.5 | |
| + (\*) vô nghiệm hoặc (\*) có đúng 1 nghiệm | 0.5 | |
| **Câu 2a**. **(2,0 điểm)** | | **Câu 2a**. **(2,0 điểm)**  a) Cho tập hợp . Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thuộc X. Lấy ngẫu nhiên 1 số thuộc A. Tính xác suất để lấy được số chia hết cho 6 và tổng 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng 3 chữ số cuối 1 đơn vị. |  | |
| + .  A = “Lấy được số chia hết cho 6 và tổng 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng 3 chữ số cuối 1 đơn vị”. Vì chia hết cho 6 nên là số chẵn và chia hết cho 3.  +) , mặt khác tổng 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng 3 chữ số cuối 1 đơn vị nên tổng các chữ số là số lẻ vì vậy được lập từ các bộ số hoặc . | 0.5 | |
| TH1: Các chữ số của gồm 3; 4; 5; 6; 7; 8  +)  nên tổng 3 chữ số sau bằng 17, suy ra có các trường hợp sau:  \* 3 chữ số sau là 3; 6; 8 khi đó có  số.  \* 3 chữ số sau là khi đó có  số.  \* 3 chữ số sau là 4; 6; 7 khi đó có  số. | 0.5 | |
| TH2: Các chữ số của gồm  +)  nên tổng 3 chữ số sau bằng , suy ra có các trường hợp sau:  \* 3 chữ số sau là 4; 7; 9 khi đó có  số.  \* 3 chữ số sau là 5; 6; 9 khi đó có  số.  \* 3 chữ số sau là 5; 7; 8 khi đó có  số. | 0.5 | |
| + .  Vậy . | 0.5 | |
| **Câu 2a**. **(1,5 điểm)** | | **b)** Có bao nhiêu giá trị nguyên  sao cho với mỗi giá trị của  có không quá 15 giá trị nguyên của thỏa mãn . |  | |
| ĐK: .  Xét hàm số . ĐK:  Ta có .  Hàm số  đồng biến trên khoảng . | 0.5 | |
| +  (Vì ), suy ra là nghiệm của BPT .  + Để mỗi giá trị của  có không quá 15 giá trị nguyên của thỏa mãn  thì  . | 0.5 | |
| Vì . Vậy có 12 giá trị nguyên thỏa mãn bài toán. | 0.5 | |
| **Câu 3**: **(1,5 điểm)** | | **Câu 3**:Cho là các số thực dương thỏa mãn , chứng minh rằng. |  | |
| BĐT      Áp dụng BĐT  ta có:  VT  Áp dụng BĐT Cô si ta có VT | 0.5 | |
| ta chứng minh: ,  thật vậy: BĐT  Ta có:  (1) | 0.5 | |
| và  ,  suy ra  (2)  Cộng vế theo vế các BĐT cùng chiều (1) và (2) ta có đpcm. | 0.5 | |
| **Câu 4a**: **(3,0 điểm)** | | **Câu 4a.(3.0 điểm)**  Cho hình hộp chữ nhật  có , . Gọi là trungđiểm  của , mặt phẳng đi qua  và cắt các tia  tương ứng tại ba điểm  phân biệt .  a, Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  và . |  | |
|  | |  |  | |
|  | | Trong , gọi  và kẻ  tại .  Trong , kẻ  tại .  Do  mà  tại  . | 1.0 | |
|  | | vuông tại  có .  vuông tại  có . | 1.0 | |
|  | | Ta có .  Lại có  (do  là trung điểm )  . | 1.0 | |
| **Câu 4b**: **(3,0 điểm)** | | **Câu 4b.**  **(3 điểm)**  Cho hình hộp chữ nhật  có , . Gọi là trungđiểm  của , mặt phẳng đi qua  và cắt các tia  tương ứng tại ba điểm  phân biệt .  b, Kí hiệu và tương ứng là thể tích các khối chóp và , tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số . |  | |
|  | |  |  | |
| Đặt . Ta có    = | 1 | |
| Do  không đồng phẳng nên . | 0.5 | |
| ta có:  và | 0.5 | |
| Áp dụng BĐT Cô si  Min | 1 | |
| **Câu 5**: **(2,0 điểm)** | | Cho hình hộp  có đáy  là hình thoi cạnh , các tam giác  và  đều là các tam giác vuông cân đỉnh . Gọi , ,  lần lượt là trung điểm của  các cạnh ,  và . Tính thể tích lớn nhất của khối chóp . |  | |
|  | | Gọi , ,  lần lượt là trung điểm của ,  và . Đặt .  Ta có:  , , ,  đồng phẳng . | 0.5 | |
|  | | Gọi ,  và .  Vì  và ,  lần lượt là trung điểm của ,  nên .  Vì  nên theo Định lí Thales ta có: . Do đó .  . | 0.5 | |
|  | | **Chứng minh bài toán phụ sau:**  Cho hình tứ diện  có  và . Gọi  là thể tích của khối tứ diện . Chứng minh:    Chứng minh:  Description: sp81  Gọi ,  lần lượt là hình chiếu của  trên , .  Suy ra , do đó  là tứ giác nội tiếp đường kính .  Ta có , suy ra .  Theo định lý sin trong tam giác  ta có .  Suy ra .  Ta lại có , nên thể tích tứ diện  là:  . | 0.5 | |
|  | | Vận dụng bài toán trên: Vì các tam giác  và  đều là các tam giác vuông cân đỉnh  Đặt    Thể tích khối chóp đạt giá trị lớn nhất bằng khi và chỉ khi .  Ta có lớn nhất khi  lớn nhất.  Vậy | 0.5 | |

**--- Hết ---**

***Ghi chú***: *Học sinh làm cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa*

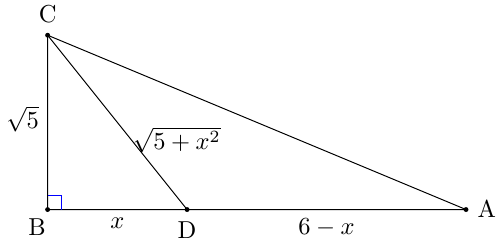
**Câu 12. (VDC&HSG mức độ 4)** Biết 3 địa điểm  lập thành tam giác vuông tại , khoảng cách từ  đến  là  và từ  đến  là . Cần xây dựng một kho hàng tại vị trí điểm  trên đoạn thẳng . Giả sử chi phí vận chuyển cho một đơn vị hàng đi thẳng từ  đến  là  nghìn VNĐ/km, và thẳng từ  đến  là  nghìn VNĐ/km. Vị trí điểm  cần cách điểm bao nhiêu để chi phí vận chuyển một đơn vị hàng (thẳng từ  đến  rồi thẳng đến ) là nhỏ nhất.

**A.**  km. **B.** km. **C.** km. **D.**  km.

**Lời giải**

***GVSB: Hang tuyet; GVPB: Nguyễn loan GVPB2: Nguyễn Ninh***

**Chọn D**



Đặt**.**

Quãng đường . (km)

Chi phí vận chuyển một đơn vị hàng đi thẳng từ  đến  là  (đồng)

Chi phí vận chuyển một đơn vị hàng đi thẳng từ  đến  là .(đồng)

Tổng chi phí vận chuyểnmột đơn vị hàng (thẳng từ  đến  rồi thẳng đến ) là

 (đồng)

Với 

Ta có 



Ta có

Do đó 

Chi phí vận chuyển ít nhất là VNĐ, đạt được khi km hay km.