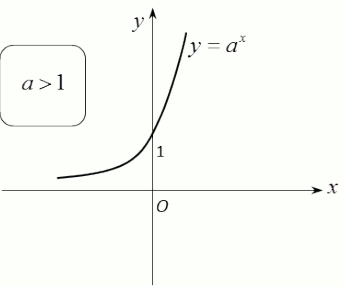
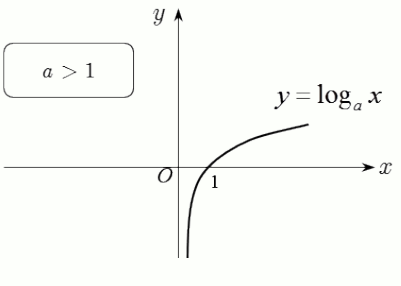
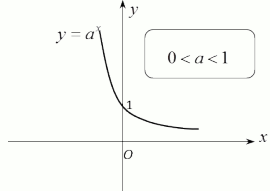
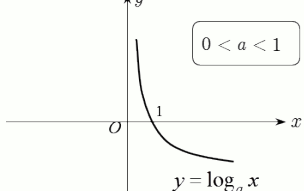


MỤC LỤC

	▶ BÀI ③. HÀM SỐ MŨ HÀM SỐ LOGARIT.....	2
2	 ①. Tóm tắt kiến thức	
3	 ②. Phân dạng toán cơ bản	
	• Dạng ①: Hàm số mũ.....	3
	• Dạng ②: Hàm số lôgarit.....	5
7	 ③. Dạng toán rèn luyện	
	• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
	• Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	26
	• Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	45

A. Tóm tắt kiến thức

1. LÝ THUYẾT.

	Hàm số mũ	Hàm số logarit
Định nghĩa	Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) được gọi là hàm số mũ cơ số a .	Hàm số $y = \log_a x$, ($a > 0, a \neq 1$) được gọi là hàm số lôgarit cơ số a .
Tập xác định	$D = \mathbb{R}$	$D = (0, +\infty)$.
Tập giá trị	$T = (0, +\infty)$	$T = \mathbb{R}$
Tính đơn điệu	Khi $a > 1$: Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ Khi $0 < a < 1$: Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$	Khi $a > 1$: Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên D ; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$ Khi $0 < a < 1$: Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên D ; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty$
	Đồ thị: - Đi qua điểm $(0;1)$ và $(1;a)$. - Liên tục trên $\mathbb{R}$. - Nằm ở phía trên trục hoành.	Đồ thị: - Đi qua điểm $(1;0)$ và $(a;1)$. - Liên tục trên $(0;+\infty)$. - Nằm ở bên phải trục tung.
Đồ thị		
		

②. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Hàm số mũ

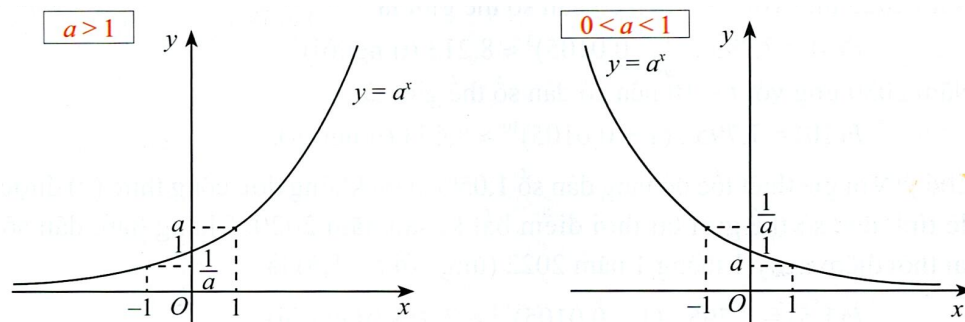
✍ **Phương pháp**

- ✓ Cho số thực dương a khác 1 .
- ✓ Hàm số cho tương ứng mỗi số thực x với số thực a^x được gọi là hàm số mũ cơ số a , kí hiệu $y = a^x$.

✍ **Nhận xét:** Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

✍ **Đồ thị của hàm số mũ**

- ✓ Tổng quát, ta có đồ thị của hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ và $0 < a < 1$ như sau:



Hình 3

- ✓ Từ đó, hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) có:
- ✓ **Tập xác định:** $D = \mathbb{R}$.
- ✓ Tập giá trị: $T = (0; +\infty)$.
- ✓ Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
- ✓ **Sự biến thiên:**
- ✓ Nếu $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$.
- ✓ Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$.
- ✓ **Đồ thị:**
- ✓ Cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$; đi qua điểm $(1; a)$.
- ✓ Nằm phía trên trục hoành.

📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số mũ? Chỉ ra cơ số của nó.

a) $y = 3^{\frac{x}{2}}$;

b) $y = x^{-4}$;

c) $y = 4^{-x}$.

Lời giải

a) $y = 3^{\frac{x}{2}} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = (\sqrt{3})^x$ là hàm số mũ với cơ số $\sqrt{3}$.

b) $y = x^{-4}$ không phải là hàm số mũ.

c) $y = 4^{-x} = (4^{-1})^x = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ là hàm số mũ với cơ số $\frac{1}{4}$.

Câu 2: Sử dụng tính chất của hàm số mũ, so sánh các cặp số sau:

a) $1,4^2$ và $1,4^{1,8}$;

b) $0,9^{-1,2}$ và $0,9^{-0,8}$;

c) $\sqrt[3]{2}$ và $\sqrt[5]{4}$

Lời giải

a) Do $1,4 > 1$ nên hàm số $y = 1,4^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mà $2 > 1,8$ nên $1,4^2 > 1,4^{1,8}$.

b) Do $0,9 < 1$ nên hàm số $y = 0,9^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Mà $-1,2 < -0,8$ nên $0,9^{-1,2} > 0,9^{-0,8}$.

c) Ta có: $\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}; \sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{2^2} = 2^{\frac{2}{5}}$.

Do $2 > 1$ nên hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mà $\frac{1}{3} < \frac{2}{5}$ nên $2^{\frac{1}{3}} < 2^{\frac{2}{5}}$, suy ra $\sqrt[3]{2} < \sqrt[5]{4}$.

Câu 3: Năm 2020, dân số thế giới là 7,795 tỉ người và tốc độ tăng dân số 1,05%/năm (nguồn: <https://www.worldometers.info/world-population>). Nếu tốc độ tăng này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì dân số thế giới sau t năm kể từ năm 2020 được tính bởi công thức:

$P(t) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^t$ (tỉ người) (*). Khi đó, hãy tính dân số thế giới vào năm 2025 và vào năm 2030. (Mốc thời điểm để tính dân số của mỗi năm là ngày 1 tháng 7).

Lời giải

Năm 2025 ứng với $t = 5$ nên có dân số thế giới là $P(5) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^5 \approx 8,213$ (tỉ người).

Năm 2030 ứng với $t = 10$ nên có dân số thế giới là $P(10) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^{10} \approx 8,653$ (tỉ người).

Chú ý: Với giả thiết tốc độ tăng dân số 1,05%/năm không đổi, công thức (*) được áp dụng để tính dân số thế giới tại thời điểm bất kì sau năm 2020. Chẳng hạn, dân số thế giới tại thời điểm ngày 1 tháng 1 năm 2022 (ứng với $t=1,5$) là $P(1,5) = 7,795 \cdot (1 + 0,0105)^{1,5} \approx 7,918$ (tỉ người).

•Dạng ②: Hàm số lôgarit

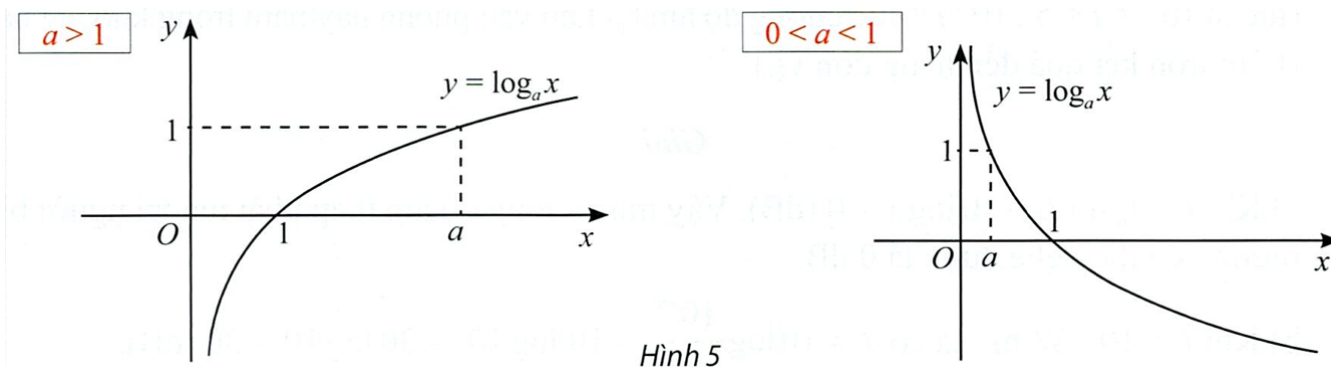
✍ **Phương pháp**

- ✓ Cho số thực dương a khác 1.
- ✓ Hàm số cho tương ứng mỗi số thực dương x với số thực $\log_a x$ được gọi là hàm số lôgarit cơ số a , kí hiệu $y = \log_a x$.

✍ **Nhận xét:** Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

✍ **Đồ thị hàm số lôgarit**

- ✓ Tổng quát, ta có đồ thị của hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ và $0 < a < 1$ như sau:



Hình 5

- ✓ Từ đó, hàm số $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ có:
- ✓ **Tập xác định:** $D = (0; +\infty)$.
- ✓ Tập giá trị: $T = \mathbb{R}$.
- ✓ Hàm số liên tục trên $(0; +\infty)$.
- ✓ **Sự biến thiên:**
- ✓ Nếu $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$.
- ✓ Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$.
- ✓ **Đồ thị:**
- ✓ Cắt trục hoành tại điểm $(1; 0)$, đi qua điểm $(a; 1)$.
- ✓ Nằm bên phải trục tung.

☞ **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lôgarit? Chỉ ra cơ số của nó.

a) $y = \log_{\sqrt{2}} x$;

b) $y = -\log_3 x$;

c) $y = x \log_2 3$.

Lời giải

a) $y = \log_{\sqrt{2}} x$ là hàm số lôgarit với cơ số $\sqrt{2}$.

b) $y = -\log_3 x = \log_{\frac{1}{3}} x$ là hàm số lôgarit với cơ số $\frac{1}{3}$.

c) $y = x \log_2 3$ không phải là hàm số lôgarit (mà là hàm bậc nhất với hệ số góc $\log_2 3$).

Câu 2: So sánh các cặp số sau:

a) $\log_3 7$ và $3 \log_3 2$;

b) $2 \log_{0,4} 5$ và $3 \log_{0,4} 3$.

Lời giải

a) $3 \log_3 2 = \log_3 2^3 = \log_3 8$.

Hàm số $y = \log_3 x$ có cơ số $3 > 1$ nên đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Mà $7 < 8$ nên $\log_3 7 < \log_3 8$. Vậy $\log_3 7 < 3 \log_3 2$.

b) $2 \log_{0,4} 5 = \log_{0,4} 5^2 = \log_{0,4} 25$; $3 \log_{0,4} 3 = \log_{0,4} 3^3 = \log_{0,4} 27$.

Hàm số $y = \log_{0,4} x$ có cơ số $0,4 < 1$ nên nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Mà $25 < 27$ nên $\log_{0,4} 25 > \log_{0,4} 27$. Vậy $2 \log_{0,4} 5 > 3 \log_{0,4} 3$.

Câu 3: Trong âm học, mức cường độ âm được tính bởi công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \text{ (dB)}$ là đơn vị mức cường độ âm, đọc là đêxiben), trong đó I là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ âm chuẩn (cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được).

(Nguồn: Vật lí 12, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, trang 52,53)

a) Mức cường độ âm L thấp nhất mà tai người có thể nghe được là bao nhiêu?

b) Cuộc trò chuyện có cường độ âm $10^{-9} W/m^2$ thì có mức cường độ âm bằng bao nhiêu?

c) Cường độ âm tại một khu văn phòng nằm trong miền từ $10^{-7} W/m^2$ đến $5 \cdot 10^{-6} W/m^2$ (tức là $10^{-7} \leq I \leq 5 \cdot 10^{-6}$). Mức cường độ âm tại khu văn phòng này nằm trong khoảng nào? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.)

Lời giải

a) Khi $I = I_0$ thì $L = 10 \log 1 = 0(dB)$. Vậy mức cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được là $0 dB$.

b) Khi $I = 10^{-9} W/m^2$, ta có $L = 10 \log \frac{10^{-9}}{10^{-12}} = 10 \log 10^3 = 30 \log 10 = 30(dB)$.

c) Với $I = 10^{-7} W/m^2$, $L = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log 10^5 = 50 \log 10 = 50(dB)$.

Với $I = 5 \cdot 10^{-6} W/m^2$, $L = 10 \log \frac{5 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \log (5 \cdot 10^6) = 10(6 + \log 5) \approx 67(dB)$.

Hàm số $y = \log x$ đồng biến nên hàm số $y = 10 \log x$ cũng đồng biến.

Do đó, từ $10^{-7} \leq I \leq 5 \cdot 10^{-6}$ suy ra $50 \leq L \leq 67$.

Vậy mức cường độ âm tại khu văn phòng nằm trong khoảng từ $50 dB$ đến $67 dB$.

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \log_6 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

$$D = (0; +\infty).$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; +\infty)$ D. $[0; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 0$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là $\mathbb{R}$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số mũ $y = 2^x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

Tập xác định: $D = (4; +\infty)$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là.

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là $(4; +\infty)$.

Câu 10: Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6 - x)(x + 2)]$?

- A. 7 . B. 8 . C. Vô số. D. 9 .

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $(6 - x)(x + 2) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6$.

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Vậy có 7 số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6 - x)(x + 2)]$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (1; +\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_5(30 - x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 11.

B. 5.

C. 6.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $30 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{30} < x < \sqrt{30}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-5; -4; -3; \dots; 5\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên x trong tập xác định.

Câu 14: Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\log_3 x^2$

B. $y = \log(x^3)$

C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$

D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Lời giải

Chọn C

Hàm số mũ $y = a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $0 < \frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 15: Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây sai?

A. Hàm số $y = \left(\frac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \ln(-x)$ TXĐ $D = (-\infty; 0)$

Cơ số $a = e > 1$ do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$

Câu 16: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$

B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

C. $y = (\sqrt{3})^x$

D. $y = (0,5)^x$

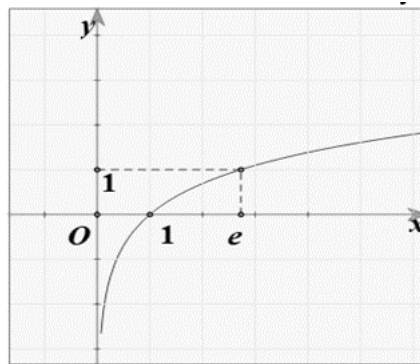
Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$.

Thấy các số $\frac{1}{\pi}$; $\frac{2}{3}$; $0,5$ nhỏ hơn 1, còn $\sqrt{3}$ lớn hơn 1 nên chọn C.

Câu 17: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -e^x$

B. $y = |\ln x|$

C. $y = \ln x$

D. $y = e^x$

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(e; 1)$ và nằm cả trên và dưới trục hoành nên chỉ có hàm số $y = \ln x$ thỏa mãn.

Câu 18: Tìm hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $f(x) = 3^x$

B. $f(x) = 3^{-x}$

C. $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$

D. $f(x) = \frac{3}{3^x}$

Lời giải

Hàm số $f(x) = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $a > 1$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0 < a < 1$.

Vậy hàm số $f(x) = 3^x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

B. Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Lời giải

Ta có tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$ là $D = (0; +\infty)$. Do đó đáp án B sai.

Câu 20: Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$ **B.** $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$ **C.** $y = \log_{\frac{e}{3}} x$ **D.** $y = \log_{\frac{1}{4}} x$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow a > 1 \Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.

B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng với nhau qua trục hoành.

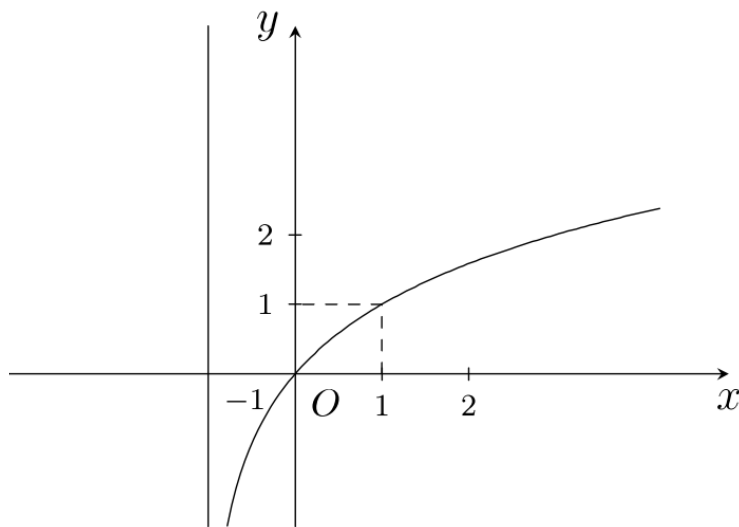
D. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng với nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất ($y = x$), suy ra chọn B

Câu 23: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A.** $y = \log_3 x$ **B.** $y = \log_2 x + 1$ **C.** $y = \log_2 (x+1)$ **D.** $y = \log_3 (x+1)$

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;0)$ nên loại đáp án A và B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;1)$ nên loại D

Vậy đáp án C thỏa mãn.

Câu 24: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực R .

- A.** $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ **B.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$ **C.** $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ **D.** $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

Lời giải

Vì $\frac{2}{e} < 1$ nên $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên R .

Câu 25: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.** $y = \log_{\sqrt{3}} x$ **B.** $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$ **C.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ **D.** $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

Lời giải

Xét hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ có tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Nhận thấy cơ số $\frac{\pi}{4} < 1$ nên $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

Câu 26: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

- A.** $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$ **B.** $D = (-2; 3)$

C. $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$

D. $D =] \setminus \{2\}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của là tập các số x để $\frac{x-3}{x+2} > 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -2 \end{cases}$

Suy ra $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 27: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

Lời giải

Chọn C

$y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 28: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

A. $D = (1; 3)$

B. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

C. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$

D. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$.

Câu 29: Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3 - x)$

A. $[0; +\infty)$

B. $(0; 3)$

C. $(-\infty; 3)$

D. $[0; 3)$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 3 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow D = [0; 3)$$

Câu 30: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2019} (4 - x^2) + (2x - 3)^{2019}$.

A. $D = \left[-2; \frac{3}{2}\right] \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right]$

B. $D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

C. $D = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

D. $D = (-2; 2)$

Lời giải

Điều kiện có nghĩa của hàm số là
$$\begin{cases} 4 - x^2 > 0 \\ 2x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Câu 31: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{(x - 2)^0} + \log_2 (9 - x^2)$ là

A. $D = (2; 3)$

B. $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$

C. $D = (3; +\infty)$

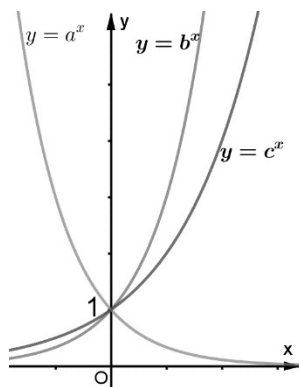
D. $D = (-3; 3)$

Lời giải

+ Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ 9 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$$

+ Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$

Câu 32: Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b < c < a$

B. $c < a < b$

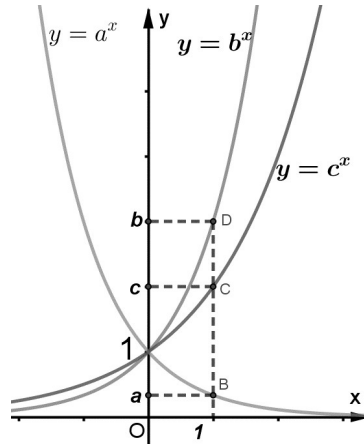
C. $a < b < c$

D. $a < c < b$

Lời giải

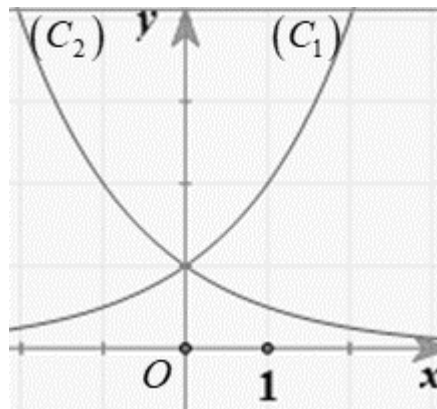
Chọn D

Đường thẳng $x=1$ đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $y=a, y=b, y=c$ như hình vẽ:



Từ đồ thị kết luận $a < b < c$

Câu 33: Cho hàm số $y=a^x, y=b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



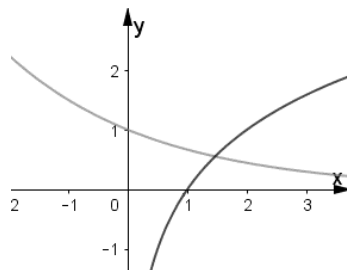
- A.** $0 < b < 1 < a$ **B.** $0 < a < b < 1$ **C.** $0 < b < a < 1$ **D.** $0 < a < 1 < b$

Lời giải

Chọn A

Theo hình ta thấy hàm $y=a^x$ là hàm đồng biến nên $a > 1$, còn hàm $y=b^x$ là hàm nghịch biến nên $0 < b < 1$. Suy ra $0 < b < 1 < a$

Câu 34: Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$.

B. $0 < a < 1 < b$.

C. $0 < b < 1 < a$.

D. $0 < a < 1, 0 < b < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = a^x$ đi qua $(0; 1)$ suy ra đồ thị hàm số (1) là đồ thị của hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi qua $(1; 0)$ suy ra đồ thị của hàm số (2) là đồ thị của hàm đồng biến suy ra $b > 1$.

Vậy $0 < a < 1 < b$.

Câu 35: Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

A. $(1; 0)$.

B. $(2; e^2)$.

C. $(2e; 2)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

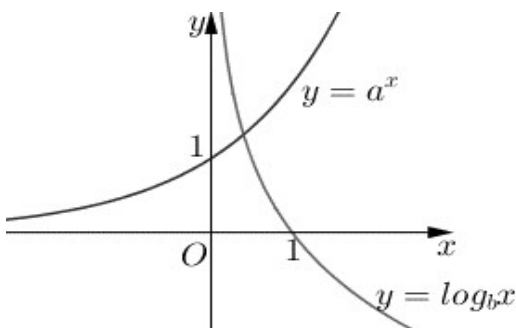
Với $x = 1 \Rightarrow y = \ln x = \ln 1 = 0$.

Với $x = 2 \Rightarrow y = \ln x = \ln 2$.

Với $x = 2e \Rightarrow y = \ln x = \ln 2e = \ln 2 + 1$.

Với $x = 0$, hàm số không xác định.

Câu 36: Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

B. $a > 1, b > 1$.

C. $0 < b < 1 < a$.

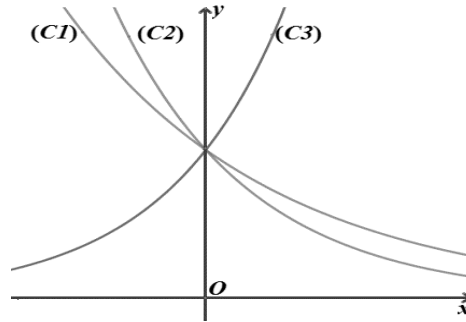
D. $0 < a < 1 < b$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow 0$ do đó đồ thị hàm số $y = a^x$ có $a > 1$. Nên ta loại đáp án A và D.

Ở đồ thị hàm số $y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$ ta thấy khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$ do đó ta có $0 < b < 1$.

Câu 37: Hình vẽ bên thể hiện đồ thị của ba trong bốn hàm số $y=6^x$, $y=8^x$, $y=\frac{1}{5^x}$ và $y=\frac{1}{\sqrt{7}^x}$.



Hỏi (C₂) là đồ thị hàm số nào?

- A.** $y=6^x$. **B.** $y=\frac{1}{\sqrt{7}^x}$. **C.** $y=\frac{1}{5^x}$. **D.** $y=8^x$

Lời giải

Hàm số có đồ thị (C₂) là hàm số nghịch biến, do đó loại đáp án A,D. Cho $x=1$ suy ra $\frac{1}{\sqrt{7}} > \frac{1}{5}$

Do đó đồ thị hàm số (C₂) là $y=\frac{1}{5^x}$.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log(x^2 - 2x - m+1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A.** $m \leq 2$ **B.** $m > 2$ **C.** $m \geq 0$ **D.** $m < 0$

Lời giải

Chọn D

Để hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 2x - m+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 1 \cdot (-m+1) < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln(x^2 - 2x+m+1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

- A.** $0 < m < 3$ **B.** $m < -1$ hoặc $m > 0$
C. $m > 0$ **D.** $m = 0$

Lời giải

Chọn C

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 2x + m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 (ld) \\ \Delta' = 1 - (1 + m) < 0 \Leftrightarrow m > 0 \end{cases}$$

Câu 40: Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi.

- A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. B. $m > 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $m < 2$.

Lời giải

Chọn C

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$.

- A. $m \geq -\frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{3}{4}$. C. $m > \frac{3}{4}$. D. $m < -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in (1; 2)$ khi $-x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$.

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 - mx - 2m - 1 < 0, \forall x \in (1; 2)$$

$\Rightarrow f(x) = 0$ có 2 nghiệm thỏa mãn $x_1 \leq 1 < 2 \leq x_2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m \leq 0 \\ -4m + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$$

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m > -4$. B. $m < 0$. C. $m < -4$. D. $m < -3$.

Lời giải

Hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 4x - m + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $m = 2$. C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

$$y = \log(x^2 - 2mx + 4)$$

Điều kiện xác định của hàm số trên: $x^2 - 2mx + 4 > 0$.

Để tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ thì $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0, \forall m \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Vậy đáp án đúng là đáp án D

Câu 44: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$$y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$$

xác định trên khoảng $(2;3)$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

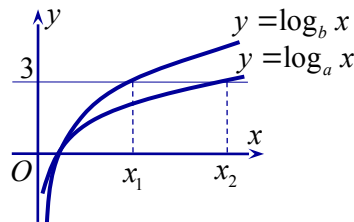
Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases} \Rightarrow D = (m; 2m+1)$.

Hàm số đã cho xác định trên khoảng $(2;3)$ nên $(2;3) \subset D = (m; 2m+1)$
 $\Leftrightarrow m \leq 2 < 3 \leq 2m+1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$.

Câu 45: Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình bên.



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là $x_1; x_2$. Biết rằng

$x_1 = 2x_2$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. 2. D. $\sqrt[3]{2}$.

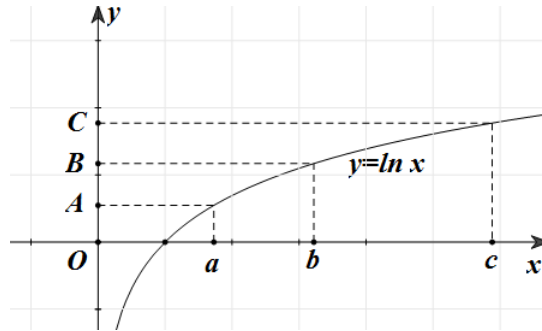
Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\log_a x = 3 \Leftrightarrow x_1 = a^3$, và $\log_b x = 3 \Leftrightarrow x_2 = b^3$.

Ta có $x_1 = 2x_2 \Leftrightarrow a^3 = 2b^3 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \sqrt[3]{2}$.

Câu 46: Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.** $a + c = 2b$. **B.** $ac = b^2$. **C.** $ac = 2b^2$. **D.** $ac = b$.

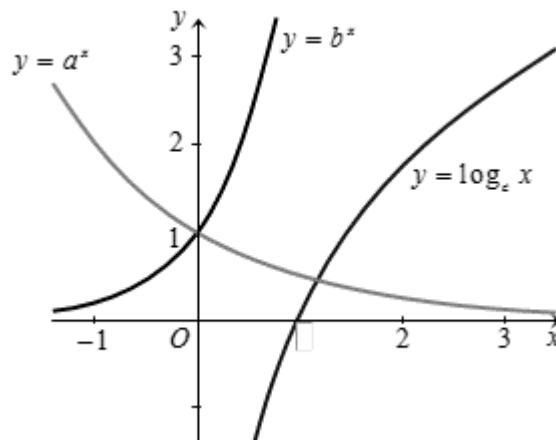
Lời giải

Ta có $A(0; \ln a)$, $B(0; \ln b)$, $C(0; \ln c)$ và B là trung điểm của AC nên

$$\ln a + \ln c = 2 \ln b \Leftrightarrow \ln(ac) = \ln b^2 \Leftrightarrow ac = b^2.$$

Vậy $ac = b^2$.

Câu 47: Trong hình vẽ bên có đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



- A.** $a < c < b$. **B.** $c < a < b$. **C.** $a < b = c$. **D.** $b < c < a$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$, ta có:

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có: $0 < a < 1$. (1)

Các hàm số $y=b^x, y=\log_c x$ đồng biến trên tập xác định của nó nên ta có:

$$\begin{cases} b > 1 \\ c > 1 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1),(2) $\Rightarrow \begin{cases} a < b \\ a < c \end{cases}$. Do đó loại hai phương án **B,D**

Nếu $b=c$ thì ta có đồ thị hai hàm số $y=b^x, y=\log_b x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Tuy nhiên nhìn hình dáng hai đồ thị hàm số $y=b^x, y=\log_b x$ không có tính chất đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$. Do đó phương án đúng là A

Cách khác:

Hàm số $y=a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có: $0 < a < 1$.

Các hàm số $y=b^x, y=\log_c x$ đồng biến trên tập xác định của nó nên ta

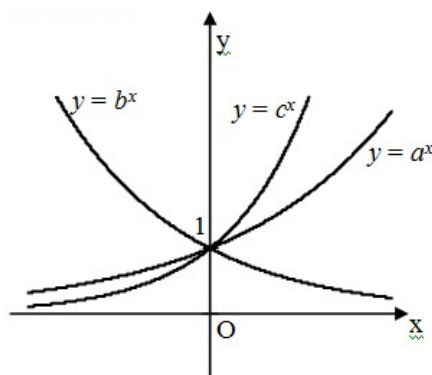
có: $\begin{cases} b > 1 \\ c > 1 \end{cases}$.

Xét đồ thị hàm số $y=\log_c x$, ta có: $\log_c 2 > 1 \Leftrightarrow c < 2$.

Xét đồ thị hàm số $y=b^x$, ta có: $b^1 > 2 \Leftrightarrow b > 2$.

Do đó: $0 < a < c < b$.

Câu 48: Cho đồ thị của ba hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $b > a > c$.

B. $a > c > b$.

C. $c > a > b$.

D. $c > b > a$.

Lời giải

Chọn C

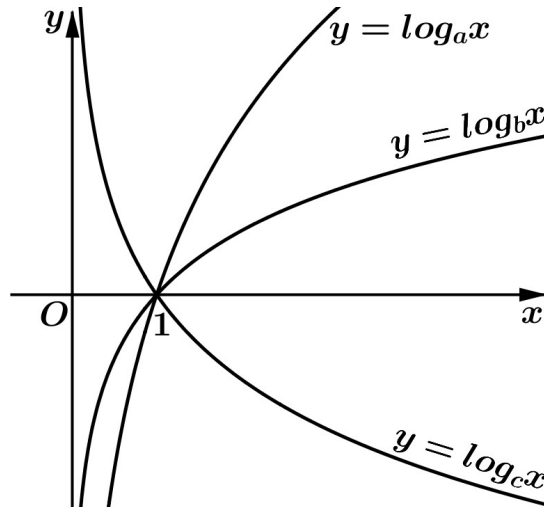
Xét hàm số $y=b^x$: Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = 0$, do đó $0 < b < 1$.

Xét hàm số $y = a^x$: Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$, do đó $a > 1$.

Từ đó suy ra: $a > b$. Loại đáp án A, D

Xét tại $x = 1$ đồ thị hàm số $y = c^x$ có tung độ lớn hơn tung độ của đồ thị hàm số $y = a^x$ nên $c > a$. Vậy $c > a > 1 > b$.

Câu 49: Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < c < b$.

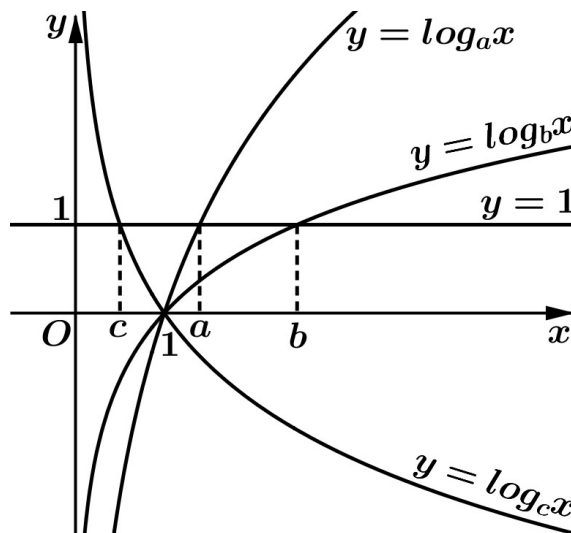
B. $a < b < c$.

C. $c < b < a$.

D. $c < a < b$.

Lời giải

Chọn D

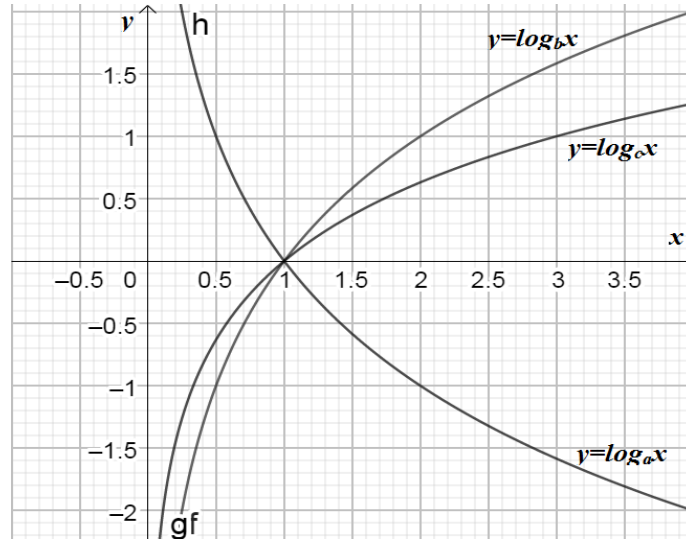


Theo hình dáng của đồ thị ta có $\begin{cases} a, b > 1 \\ 0 < c < 1 \end{cases}$.

Vẽ đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hai hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ lần lượt tại 2 điểm $M(a;1)$, $N(b;1)$. Ta thấy điểm N bên phải điểm M nên $b > a$.

Vậy $c < a < b$.

Câu 50: Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.** $a < b < c$. **B.** $a < c < b$. **C.** $b < a < c$. **D.** $b > a > c$.

Lời giải

Do $y=\log_b x$ và $y=\log_c x$ là hai hàm đồng biến nên $b, c > 1$.

Do $y=\log_a x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$. Vậy a bé nhất.

Mặt khác: Lấy $y=m$, khi đó tồn tại $x_1, x_2 > 0$ để $\begin{cases} \log_b x_1 = m \\ \log_c x_2 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^m = x_1 \\ c^m = x_2 \end{cases}$.

Dễ thấy $x_1 < x_2 \Rightarrow b^m < c^m \Rightarrow b < c$. Vậy $a < b < c$.

Câu 51: Năm 2020 một hãng xe niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

- A.** 677.941.000 đồng. **B.** 675.000.000 đồng.
C. 664.382.000 đồng. **D.** 691.776.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Giá xe năm 2020 là A

Giá xe năm 2021 là $A_1 = A - Ar = A(1 - r)$.

Giá xe năm 2022 là $A_2 = A_1 - A_1 r = A(1 - r)^2$.

Giá xe năm 2023 là $A_3 = A_2 - A_2 r = A(1 - r)^3$.

Giá xe năm 2024 là $A_4 = A_3 - A_3 r = A(1 - r)^4$.

Giá xe năm 2025 là $A_5 = A_4 - A_4 r = A(1 - r)^5 = 750.000.000 \left(1 - \frac{2}{100}\right)^5 \approx 677.941.000$ đồng.

Câu 52: Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 800.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 708.674.000 đồng.

B. 737.895.000

đồng.

C. 723.137.000 đồng.

D. 720.000.000

đồng.

Lời giải

Chọn C

Giá bán loại xe X năm 2021 là:
 $800.000.000 - 800.000.000 \times 2\% = 800.000.000 \times (1 - 2\%)$

Giá bán loại xe X năm 2022 là:

$$800.000.000 \times (1 - 2\%) - 800.000.000 \times (1 - 2\%) \times 2\% = 800.000.000 \times (1 - 2\%)^2$$

Tương tự ta có: giá bán loại xe X năm 2025 sẽ là:
 $800.000.000 \times (1 - 2\%)^5 \approx 723.137.000$ đồng.

Câu 53: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,4\%$ / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 102.16.000 đồng

B. 102.017.000 đồng

C. 102.424.000 đồng

D. 102.423.000

đồng

Lời giải

Chọn C

Ta có $A_n = A_0 (1 + r)^n = 100.000.000 \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^6 = 102.424.128$

• **Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

Câu 1: Tìm được tập xác định các hàm số sau. Vậy:

a) $y = 2^x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$;

b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2e^x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

c) $y = \log_2(x - 3x^2)$ có tập xác định $D = \left(0; \frac{1}{3}\right)$

d) $y = \ln x^2 + 3\log(x+2)$ có tập xác định $D = (-2; +\infty)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Hàm số $y = 2^x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

b) Vì mỗi hàm số $\left(\frac{1}{3}\right)^x, e^x$ đều xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2e^x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

c) Hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 3x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{3}$.

Tập xác định hàm số là $D = \left(0; \frac{1}{3}\right)$.

d) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x^2 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -2 \end{cases}$.

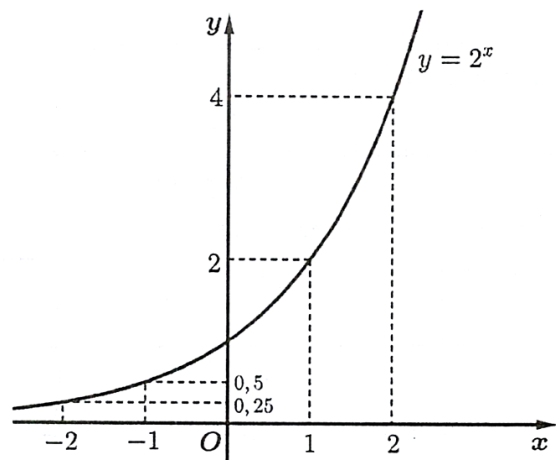
Tập xác định hàm số là $D = (-2; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = 2^x$

a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 4)$



d) Đồ thị hàm số có hình sau bên:

Lời giải

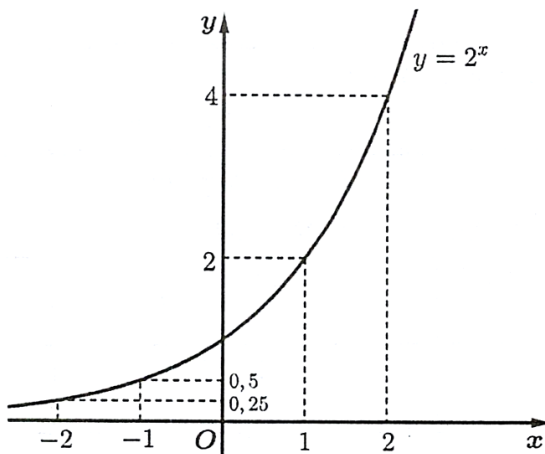
a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Xét hàm số $y = 2^x$. Ta có bảng giá trị:

x -2 -1 0 1 2

y 0,25 0,5 1 2 4

Đồ thị hàm số $y = 2^x$:



Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{1}{3^x}$.

a) Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

c) Hàm số đi qua điểm $A(-2; -9)$

d) Hàm số có bảng biến thiên như bên:

x	$-\infty$ $+\infty$
y	$+\infty$ $\rightarrow 0$

Lời giải

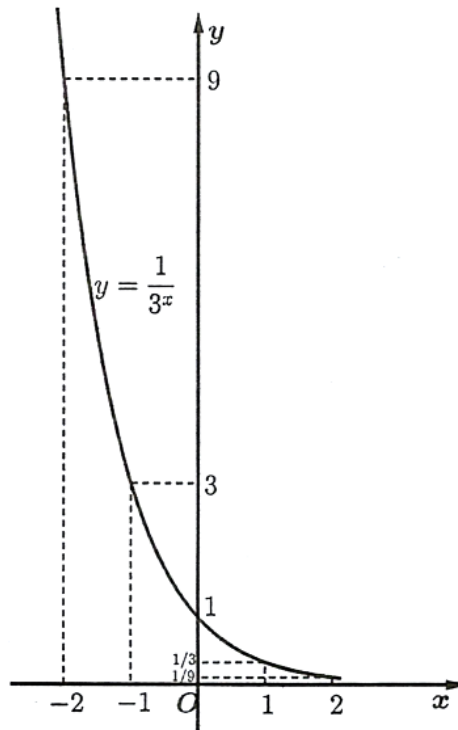
a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Xét hàm số $y = \frac{1}{3^x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. Ta có bảng giá trị:

x -2 -1 0 1 2

y 9 3 1 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$

Đồ thị của hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$:



x	$-\infty$	$+\infty$
y	$+\infty$	$\rightarrow 0$

Bảng biến thiên:

Câu 4: Cho hàm số $y = \log_4 x$

a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

c) Hàm số đi qua điểm $A\left(\frac{1}{4}; -1\right)$

d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3

Lời giải

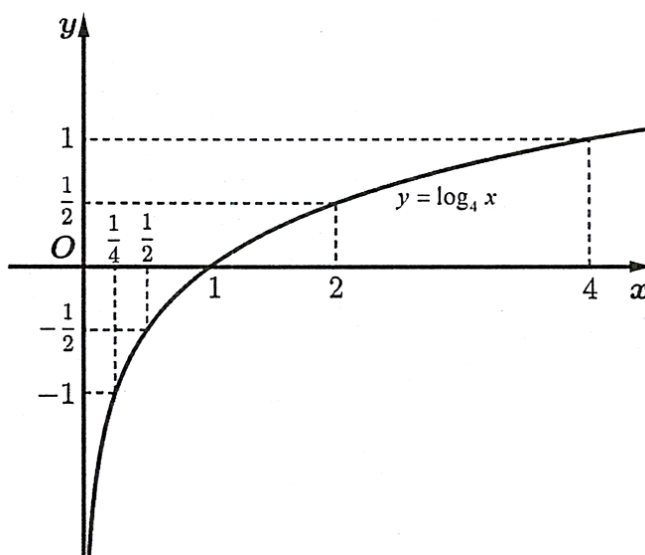
a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

Xét hàm số $y = \log_4 x$.

Ta có bảng giá trị:

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1

Đồ thị của hàm số $y = \log_4 x$:



Câu 5: Cho hàm số $y = \log_{0,5} x$.

- a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$
- c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(1; 0)$
- d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $N\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Xét hàm số $y = \log_{0,5} x$. Ta có bảng giá trị:

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	2	1	0	-1	-2

Câu 6: Sử dụng tính chất của hàm lôgarít, hàm mũ so sánh các cặp số. Vậy:

a) $\log_2 3 > \log_2 \frac{5}{2}$

b) $\log_{\frac{1}{e}} 2 > \log_{\frac{1}{e}} \frac{5}{4}$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{4000} > \left(\frac{1}{3}\right)^{3999}$

d) $\pi^{n^2} > \pi^{n^2-1}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

a) Xét hàm số $y = \log_2 x$ có cơ số $2 > 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Mặt khác $3 > \frac{5}{2}$ nên $\log_2 3 > \log_2 \frac{5}{2}$.

b) Xét hàm số $y = \log_{\frac{1}{e}} x$ có cơ số $\frac{1}{e} \in (0; 1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Mặt khác $2 > \frac{5}{4}$ nên $\log_{\frac{1}{e}} 2 < \log_{\frac{1}{e}} \frac{5}{4}$.

c) Xét hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có cơ số $\frac{1}{3} \in (0; 1)$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác $4000 > 3999$ nên $\frac{1}{3^{4000}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4000} < \left(\frac{1}{3}\right)^{3999} = \frac{1}{3^{3999}}$.

d) Xét hàm số $y = \pi^x$ có cơ số $\pi > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác $n^2 > n^2 - 1, \forall n \in \mathbb{R}$ nên $\pi^{n^2} > \pi^{n^2-1}$.

Câu 7: Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Vậy:

a) $y = \log_{\frac{1}{8}} x$ có tập xác định hàm số là $D = (0; +\infty)$.

b) $y = \ln \frac{1}{x^2}$ có tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

c) $y = e^{2x}$ có tập xác định hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

d) $y = \frac{6^x}{\log x} + \log(x^2 - x)$ có tập xác định hàm số là $D = [1; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $x > 0$. Tập xác định hàm số là $D = (0; +\infty)$.

b) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{1}{x^2} > 0 \Leftrightarrow x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

c) Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tập xác định hàm số là $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số xác định khi và chỉ khi
$$\begin{cases} \log x \neq 0 \\ x > 0 \\ x^2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x > 0 \\ \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases} \end{cases}$$

Tập xác định hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 8: Xét được tính đơn điệu của các hàm số trên tập xác định. Vậy:

a) Hàm số $y = \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} \right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Hàm số $y = \left(\frac{e}{\pi} \right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

d) Hàm số $y = \log \frac{1}{x}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Do $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} \right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Do $2 > 1$ nên hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Do $\frac{e}{\pi} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{\pi} \right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

d) Có $y = \log \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{10}} x$ và $\frac{1}{10} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 9: Tìm được điều kiện của a, b biết:

$$a) a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow 0 < a < 1.$$

$$b) (a-1)^{\frac{-3}{4}} > (a-1)^{\frac{-4}{5}} \Rightarrow a > 2.$$

$$c) \log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5} \Rightarrow b > 1$$

$$d) \log_a 5 > \log_a 6 \Rightarrow a > 1$$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

$$a) \text{Ta có: } \begin{cases} a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 1$$

$$b) \text{Ta có: } \begin{cases} (a-1)^{\frac{-3}{4}} > (a-1)^{\frac{-4}{5}} \\ \frac{-3}{4} > \frac{-4}{5} \end{cases} \Rightarrow (a-1) > 1 \Leftrightarrow a > 2$$

$$c) \text{Ta có: } \begin{cases} \log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5} \\ \frac{3}{4} < \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow b > 1$$

$$d) \log_a 5 > \log_a 6 \Rightarrow 0 < a < 1$$

Câu 10: So sánh được các cặp số sau. Khi đó:

$$a) a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}} \text{ suy ra } a > 1$$

$$b) \log_b 30 < \log_b 29,7 \text{ suy ra } 0 < b < 1$$

$$c) a^{\frac{\sqrt{3}}{4}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{3}} \text{ suy ra } a < 1$$

$$d) \log_b 7 < \log_b 2 \text{ suy ra } b > 1$$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

$$a) a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}} \text{ suy ra } a > 1$$

$$b) \log_b 30 < \log_b 29,7 \text{ suy ra } 0 < b < 1$$

- c) Ta có $a^{\frac{\sqrt{3}}{4}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ và $\frac{\sqrt{3}}{4} < \frac{\sqrt{2}}{3}$ nên hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy $0 < a < 1$.
- d) Ta có $\log_b 7 < \log_b 2$ và $7 > 2$ nên hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$. Vậy $0 < b < 1$.

Câu 11: Tìm được tập xác định các hàm số sau. Vậy:

- a) Hàm số $y = \log \frac{x}{x-1}$ có tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = \frac{e^x}{\ln|x-1|}$ có tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1; 2\}$.
- c) Hàm số $y = \log_2(2x-1)$ có tập xác định của hàm số là: $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- d) Hàm số $y = \log(4x - x^2)$ có tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

- a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{x}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

- b) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \ln|x-1| \neq 0 \\ |x-1| > 0 \end{cases} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| \neq e^0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1; 2\}$.

- c) Hàm số xác định khi: $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Vậy tập xác định của hàm số là: $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

- d) Hàm số xác định khi: $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$. Vậy tập xác định của hàm số là: $(0; 4)$.

Câu 12: So sánh được các cặp số sau. Khi đó:

- a) $a^{6,2} > a^{6,32} \Rightarrow a < 1$
- b) $\log_a(\sqrt{3}-1) < \log_a(\sqrt{2}+1) \Rightarrow a > 1$

$$c) (2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2 \Rightarrow a > 1$$

$$d) (2-a)^{-\frac{1}{3}} > (2-a)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow a < 1.$$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng

$$a) a^{6,2} > a^{6,32} \Rightarrow 0 < a < 1$$

$$b) \log_a(\sqrt{3}-1) < \log_a(\sqrt{2}+1) \Rightarrow a > 1$$

c) Xét hàm số mũ $y = (2-a)^x$, trong đó $2-a > 0, \forall a < 2$.

Ta biết hàm số này đơn điệu trên $\mathbb{R}$ (hoặc đồng biến, hoặc nghịch biến trên

$\mathbb{R}$) và $(2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$ mà $\frac{3}{4} < 2$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

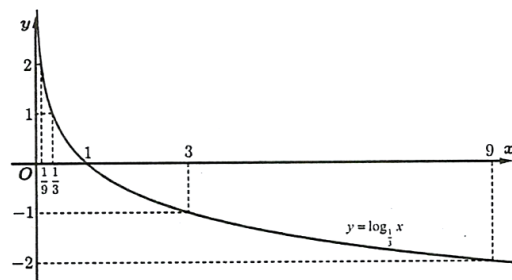
$$\text{Suy ra } (2-a) \in (0;1) \Rightarrow \begin{cases} 2-a > 0 \\ 2-a < 1 \end{cases} \Rightarrow 1 < a < 2.$$

d) Xét hàm số mũ $y = (2-a)^x$, trong đó $2-a > 0, \forall a < 2$.

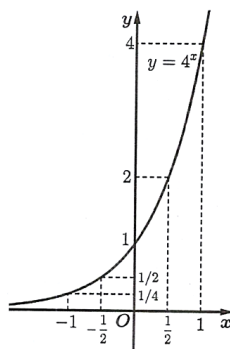
Ta biết hàm số này đơn điệu trên $\mathbb{R}$ và $(2-a)^{-\frac{1}{3}} > (2-a)^{-\frac{1}{2}}$ mà $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Suy ra $2-a > 1 \Rightarrow a < 1$.

Câu 13: Vẽ được đồ thị của các hàm số sau. Khi đó:

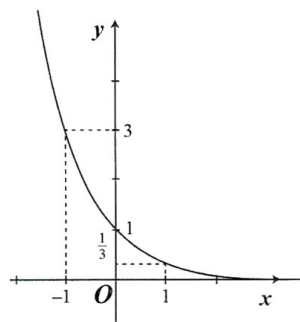
a) Đồ thị $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ có dạng bên:



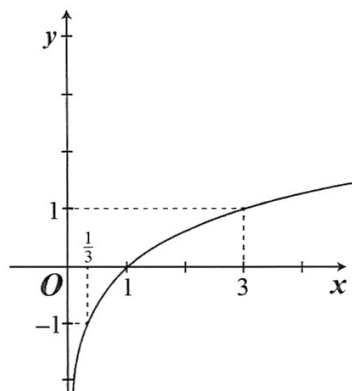
b) Đồ thị $y = 4^x$ có dạng bên:



c) Đồ thị $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có dạng bên:



b) Đồ thị $y = \log_3 x$ có dạng bên:



Lời giải

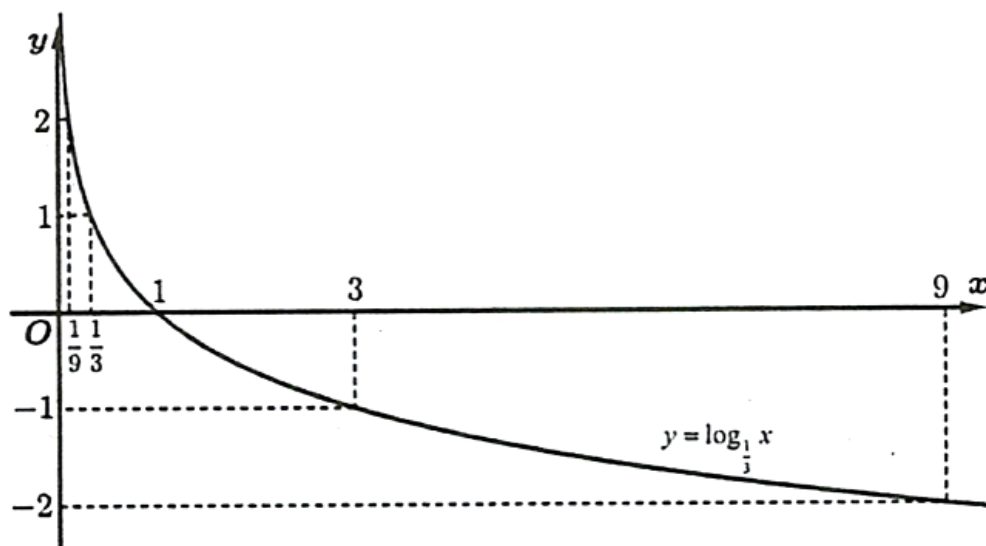
a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng

a) Hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ có bảng giá trị:

x $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{3}$ 1 3 9

y 2 1 0 -1 -2

Đồ thị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$:

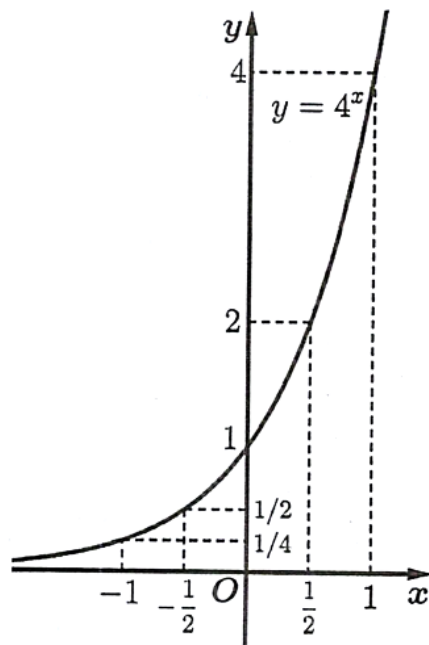


b) Hàm số $y = 4^x$ có bảng giá trị:

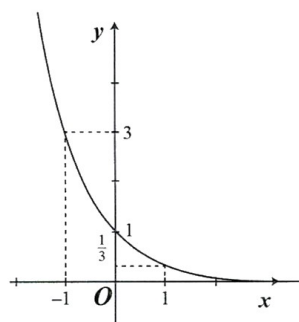
$$x \quad -1 \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$$

$$y \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad 2 \quad 4$$

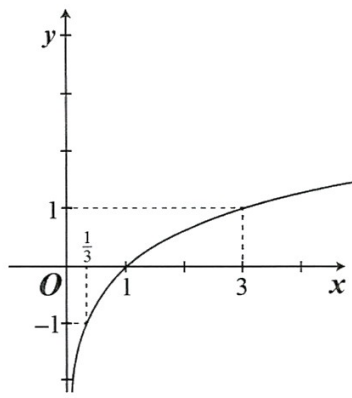
Đồ thị của hàm số $y = 4^x$:



c) Hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Hàm số qua các điểm $(0;1), (-1;3)$, $\left(1; \frac{1}{3}\right)$ và nằm trên trục hoành. Đồ thị:



d) Hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Hàm số qua các điểm $(1;0), (3;1)$, $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$ và nằm bên phải trục tung. Đồ thị:



Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = e^x$ không chẵn cũng không lẻ.
- b) Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ không chẵn cũng không lẻ.
- c) Hàm số $y = e^x$ có tập giá trị là $(0; +\infty)$.
- d) Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có: $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

$$f(-x) = \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} = -\ln(\sqrt{x^2 + 1} + 1) = -f(x).$$

Do đó hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là hàm số lẻ. Suy ra khẳng định B sai.

Câu 15: Cho hàm số $y = \ln x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Miền giá trị của hàm số là khoảng $(0; +\infty)$.
- b) Đồ thị hàm số cắt trục Oy .
- c) Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- d) Hàm số đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

Hàm số $y = \ln x$ có tập xác định $(0; +\infty)$ và có cơ bằng $e > 1$

Câu 16: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

b) Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a, a \neq 1$ luôn đi qua điểm $(a; 1)$.

c) $y = a^x$ với $a > 1$ là hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

d) Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $0 < a, a \neq 1$ đối xứng với nhau qua trục Oy .

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

Trên $(-\infty; +\infty)$ thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến khi $0 < a < 1$ và đồng biến khi $a > 1$. Do đó phương án **A** và **C** sai.

Xét hàm số $y = a^x$. Với $x = a \Rightarrow y = a^a \Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a, a \neq 1$ đi qua điểm $(a; a^a)$ nên phương án **B** sai.

Câu 17: Cho hàm số $y = 12^x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số luôn nằm bên phải trục tung.

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành

d) Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Do hàm số $y = 12^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên phát biểu B là sai.

Câu 18: Cho hàm số $y = \log_5 x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

b) Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.

c) Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

d) Đồ thị hàm số cắt trục tung.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{1}{x \ln 5} > 0, \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Vì hàm số xác định trên $D=(0;+\infty)$ nên đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung và do đó đồ thị hàm số không cắt trục tung.

Câu 19: Cho hai hàm số $y=f(x)=\log_a x$ và $y=g(x)=a^x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ luôn cắt nhau tại một điểm.
- b) Hàm số $f(x)+g(x)$ đồng biến khi $a>1$, nghịch biến khi $0<a<1$.
- c) Đồ thị hàm số $f(x)$ không cắt trục Oy .
- d) Đồ thị hàm số $g(x)$ không cắt trục Oy .

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

a sai vì có đồ thị hàm số $y=f(x)=\log_2 x$ và $y=g(x)=2^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$ nhưng không cắt nhau, đồ thị hàm số $y=f(x)=\log_{\sqrt{2}} x$ và $y=g(x)=\sqrt{2}^x$ cắt nhau tại hai điểm $A(2;2)$ và $B(4;4)$.

b đúng do tính chất đơn điệu của hàm số mũ và hàm số lôgarit

c đúng

d sai

Câu 20: Cho hai hàm số $f(x)=\log_2 x$, $g(x)=2^x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.
- b) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.
- c) Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm.
- d) Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Các mệnh đề đúng là:

- a) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.
- b) Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 21: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

c) Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

d) Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 22: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên tập xác định.

b) Đồ thị các hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

c) Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) là hàm số chẵn.

d) Đồ thị các hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục tung Oy .

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Hàm số $y = \log_3 x$ có cơ số $a = 3 > 1$ nên đồng biến trên tập xác định, a đúng.

Đồ thị các hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ không cắt nhau do $(\sqrt{2})^x > x, \forall x \in (0; +\infty)$ và $\log_{\sqrt{2}} x < 1, \forall x \in (0; +\infty)$. Thật vậy xét hàm số $f(x) = (\sqrt{2})^x - x$ trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có $f'(x) = (\sqrt{2})^x \ln \sqrt{2} - 1 > 0, \forall x \in (0; +\infty)$, b sai.

Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) có $a^{-x} \neq a^x$ nên không là hàm số chẵn, c sai.

Hàm số $y = f(x) = 3^x$ và $y = g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^{-x} \Rightarrow g(x) = f(-x)$, d đúng

Câu 23: Cho hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hai hàm số đối xứng qua đường thẳng $y = x$.

b) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.

c) Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

d) Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$ là hai hàm số ngược nhau nên đồ thị của chúng đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$, nên mệnh đề a đúng.

Hàm số $y=\ln x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$ nên mệnh đề b sai.

Đồ thị hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$ không cắt nhau, nên mệnh đề c sai.

Hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$ là hai hàm số đồng biến trên tập xác định của nó, nên mệnh đề d đúng.

Câu 24: Cho các số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\frac{x}{y} = \log_2 3$. **b)** $xy > 0$. **c)** $4^x = 6^y$. **d)** $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Với các số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$, ta có

$$\frac{x}{y} = \log_2 3 \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \log_2 3 \Leftrightarrow \left(2^{\frac{x}{y}}\right)^y = 3^y \Leftrightarrow 2^x = 3^y, \text{ nên mệnh đề: } \frac{x}{y} = \log_2 3 \text{ đúng.}$$

Từ $2^x = 3^y \Rightarrow (2^x)^y = 3^{y^2} > 1, \forall y \neq 0 \Rightarrow 2^{xy} > 1 \Rightarrow xy > 0$, nên mệnh đề: " $xy > 0$ " đúng.

$$2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \left(2^{\frac{1}{y}}\right)^{xy} = \left(3^{\frac{1}{x}}\right)^{xy} \Leftrightarrow 2^x = 3^y, \text{ nên mệnh đề: } 2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}} \text{ đúng/}$$

Từ $2^x = 3^y$, ta có $4^x = 6^y \Leftrightarrow (3^y)^2 = 3^y \cdot 2^y \Leftrightarrow 3^y = 2^y \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^y = 1 \Leftrightarrow y = 0$, trái giả thiết, nên mệnh đề " $4^x = 6^y$ " sai.

Câu 25: Cho hai hàm số $f(x) = \log_{0.5} x$ và $g(x) = 2^{-x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.

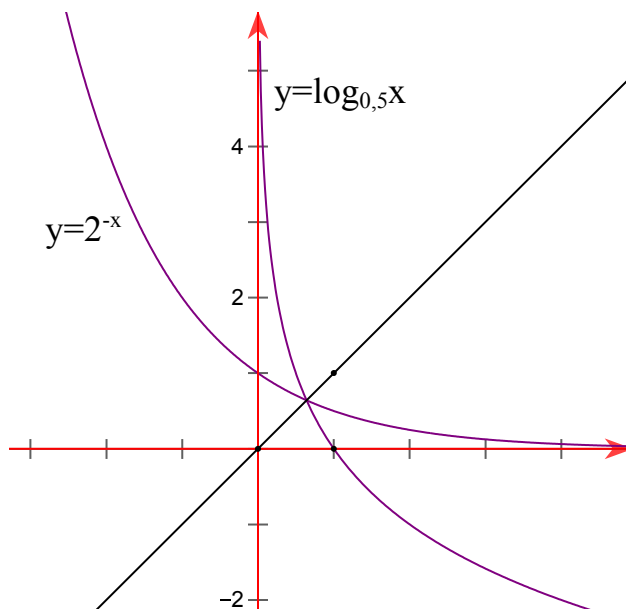
b) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.

c) Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

d) Hai hàm số trên đều nghịch biến trên tập xác định của nó.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng



Đồ thị hai hàm số như hình vẽ suy ra a sai, b sai, c đúng, d đúng.

Câu 26: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- b)** Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$ luôn đi qua điểm $(1; 0)$.
- c)** Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- d)** Hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ là một hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

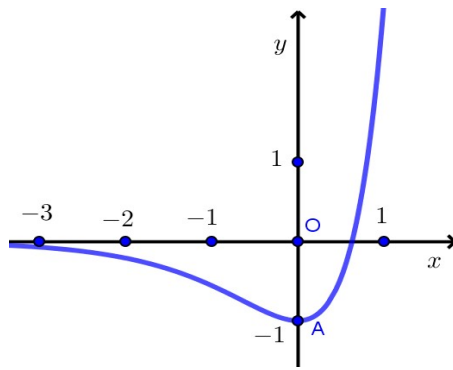
Mệnh đề a sai vì hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Mệnh đề b đúng vì $\log_a 1 = 0$.

Mệnh đề c sai vì hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Mệnh đề d sai vì hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ là một hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = 3^{2x} - 2 \cdot 3^x$ có đồ thị như hình vẽ sau



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ là $x=\log_3 2$.
- b) Bất phương trình $f(x) \geq -1$ có nghiệm duy nhất.
- c) Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là: $(-\infty; \log_3 2)$.
- d) Đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai

a: $3^{2x} - 2 \cdot 3^x = 0 \Leftrightarrow 3^x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \log_3 2$ nên a đúng.

b Bất phương trình $f(x) \geq -1$ có nghiệm duy nhất: b sai.

c Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là: $(\log_3 2; +\infty)$ nên c sai.

d Đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt: d sai.

Câu 28: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** Hàm số $y=2^x$ và hàm số $y=\log_{2^{-1}} x$ đồng biến trên khoảng mà hàm xác định.
- b)** Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định $D=(0; +\infty)$.
- c)** Đồ thị hàm số $y=\log_{2^{-1}} x$ nằm bên phải trục Oy .
- d)** Đồ thị hàm số $y=2^{-x}$ cắt trục Ox .

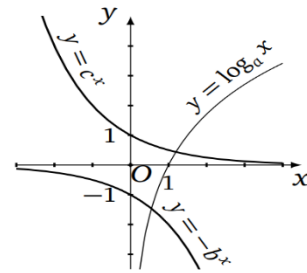
Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

Hàm $\log_{2^{-1}} x$ không đồng biến trên khoảng xác định do $2^{-1} < 1$.

Câu 29: Xét các hàm số $y = \log_a x, y = -b^x, y = c^x$ có đồ thị như hình vẽ bên,

trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) $\log_c (a + b) > 1 + \log_c 2$.

b) $\log_{ab} c > 0$.

c) $\log_a \frac{b}{c} > 0$.

d) $\log_b \frac{a}{c} < 0$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

Từ hình vẽ ta có: *) $a > 1$. Vì hàm $y = \log_a x$ đồng biến: Tính từ trái qua phải đồ thị có dạng đi lên.

*) Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = -b^x$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y = b^x$

là hàm đồng biến, nên $b > 1$.

*) $0 < c < 1$. Vì hàm $y = c^x$ nghịch biến: Tính từ trái qua phải đồ thị có dạng đi xuống.

Do đó:

$$\left. \begin{array}{l} a + b > 2 \\ 0 < c < 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_c (a + b) < \log_c 2 \Rightarrow \text{Đáp án a sai.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 < c < 1 \\ ab > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_{ab} c < \log_{ab} 1 = 0 \Rightarrow \text{Đáp án b sai.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b}{c} > 1 \\ a > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_a \frac{b}{c} > \log_a 1 = 0 \Rightarrow \text{Đáp án c đúng.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{c} > 1 \\ b > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_b \frac{a}{c} > \log_b 1 = 0 \Rightarrow \text{Đáp án d sai.}$$

Câu 30: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

c) Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

d) Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Câu a: Hàm số $y = \log_2 x (x > 0)$ có $y' = \frac{1}{x \ln 2} > 0, \forall x > 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ (Khẳng định a SAI)

Câu b: Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x (x > 0)$ có $y' = \frac{1}{x \ln \frac{1}{2}} < 0, \forall x > 0$. Suy ra hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó. (b ĐÚNG)

Câu c: Hàm số $y = 2^x$ có cơ số $a = 2 > 1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. (c ĐÚNG)

Câu d: Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là hàm lũy thừa với số mũ không nguyên, nên có tập xác định là $(0; +\infty)$ (d ĐÚNG)

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Trả lời: $-2 < m < 2$

Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy $-2 < m < 2$ thoả mãn đề bài.

Câu 2: Tìm m để hàm số $y = \log_{0,5}(mx^2 - mx + 1)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Trả lời: $0 \leq m < 4$

Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow mx^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} (*)$.

Trường hợp 1: $m = 0$.

(*) trở thành $1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (đúng) nên $m = 0$ thoả mãn.

Trường hợp 2: $m \neq 0$.

$$(*) \text{ tương đương với } \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 < m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 4.$$

Vậy $0 \leq m < 4$ thỏa mãn đề bài.

Câu 3: Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{nr}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là $1,47\%$ một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

Trả lời: 2015

Lời giải

$$\text{Ta có: } S = A \cdot e^{nr} \Leftrightarrow e^{nr} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow nr = \ln \frac{S}{A} \Leftrightarrow n = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A}$$

$$\text{với } S = 93713700 \text{ người; } A = 80902400 \text{ người; } r = \frac{1,47}{100} = 0,0147 / \text{ năm.}$$

$$\text{Suy ra } n = \frac{1}{0,0147} \ln \frac{93713000}{80902400} \approx 10.$$

Vậy tối thiểu đến năm 2015 thì dân số của Việt Nam có khoảng 93713000 người.

Câu 4: Người ta phân tích nồng độ H^+ của hai loại dung dịch A và B thì biết rằng dung dịch A có nồng độ H^+ lớn hơn nồng độ H^+ của dung dịch B . Hỏi độ pH của dung dịch nào lớn hơn?

Trả lời: dung dịch B

Lời giải

$$\text{Độ } pH \text{ của dung dịch } A \text{ là: } pH_A = -\log [H^+]_A = \log ([H^+]_A)^{-1} = \log \frac{1}{[H^+]_A}.$$

$$\text{Độ } pH \text{ của dung dịch } B \text{ là: } pH_B = -\log [H^+]_B = \log ([H^+]_B)^{-1} = \log \frac{1}{[H^+]_B}.$$

Xét hàm số $y = \log x$ có cơ số $10 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Mặt khác } [H^+]_A > [H^+]_B > 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{[H^+]_A} < \frac{1}{[H^+]_B}.$$

Vì vậy $\log \frac{1}{[H^+]_A} < \log \frac{1}{[H^+]_B}$.

Vậy độ pH của dung dịch B lớn hơn độ pH của dung dịch A .

Câu 5: Tìm tất cả giá trị m để: Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Trả lời: $m < 0$

Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi: $x^2 - 2x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 > m, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $m < 0$ thoả mãn đề bài.

Câu 6: Tìm tất cả giá trị m để: Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên khoảng $(2;3)$

Trả lời: $1 \leq m \leq 2$

Lời giải

Hàm số xác định trên khoảng $(2;3)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases}, \forall x \in (2;3)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}, \forall x \in (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$

Câu 7: Trong vật lí, sự phân rã các chất phóng xạ được cho bởi công thức:

$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t=0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã.

Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kì bán rã 138 ngày. Giả sử lúc đầu có 100 Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến phần nghìn).

Trả lời: $\approx 60,515(g)$

Lời giải

Khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày là:

$$m(100) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{100}{138}} \approx 60,515(g).$$

Câu 8: Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức:

$$M(t) = 75 - 20 \ln(t+1), 0 \leq t \leq 12 \text{ (đơn vị: \%)}$$

Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài động vật đã xem?

Trả lời: tháng thứ 3

Lời giải

Theo giả thiết, học sinh nhớ được một nửa danh sách các loài vật, tức là

$$M(t) = 50(\%)$$

Ta có:

$$50 = 75 - 20 \ln(t+1) \Leftrightarrow \ln(t+1) = \frac{5}{4} \Leftrightarrow t+1 = e^{\frac{5}{4}} \Leftrightarrow t \approx 2,49 \text{ (tháng)}.$$

Vậy qua tháng thứ 3 khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh là 50 (%).

Câu 9: Tìm tập xác định của hàm số: $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{3}} + \log_2(x - 1)$

Trả lời: $D = (1; 3)$

Lời giải

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} 9 - x^2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3.$$

Vậy $D = (1; 3)$.

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2019^{\sqrt{4-x^2}} + \log_2(2x^2 - 5x + 2)$.

Trả lời: $D = \left[-2; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải

$$\begin{cases} 4 - x^2 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x > 2 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < \frac{1}{2}$$

Hàm số đã cho xác định khi

$$\text{Vậy } D = \left[-2; \frac{1}{2}\right).$$

Câu 11: Trong một phòng thí nghiệm, người ta nuôi một loại vi khuẩn. Lúc đầu có 300 vi khuẩn. Sau một giờ, số vi khuẩn là 705 con. Giả sử số vi khuẩn tăng lên theo công thức tăng trưởng mũ, số vi khuẩn sau x giờ là $f(x) = C \cdot e^{kx}$. Hỏi số vi khuẩn có được sau 5 giờ?

Trả lời: ≈ 21501 con

Lời giải

Lúc đầu có 300 vi khuẩn. Sau một giờ, số vi khuẩn là 705 con.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(0) = 300 = C \cdot e^{k \cdot 0} = C \\ f(1) = 705 = C \cdot e^{k \cdot 1} = C \cdot e^k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 300 \\ e^k = \frac{705}{300} = 2,35 \end{cases} \quad \text{Vậy } f(x) = 300 \cdot (2,35)^x.$$

Số vi khuẩn có được sau 5 giờ là $f(5) = 300 \cdot (2,35)^5 \approx 21501$ con.

Câu 12: Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, và nếu các vật xung quanh có nhiệt độ T_s , thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t) = T_s + D_0 \cdot e^{-kt}$ (1) (trong đó k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M).

Một con gà tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^\circ F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$.

Nếu nhiệt độ của gà tây là $150^\circ F$ sau nửa giờ, nhiệt độ của nó sau 60 phút là bao nhiêu?

Trả lời: $\approx 121^\circ F$

Lời giải

Ta có $T_s = 65$ và độ chênh lệch nhiệt độ là $D_0 = 195 - 65 = 130$

Sau nửa giờ ($t = 0,5$) thì nhiệt độ của gà là $T = 150$.

$$150 = 65 + 130 \cdot e^{-k(0,5)} \Leftrightarrow e^{-k} = \left(\frac{17}{26}\right)^2$$

Áp dụng công thức (1):

Vậy $T(t) = 65 + 130 \cdot \left(\frac{17}{26}\right)^{2t}$.

Suy ra nhiệt độ của gà sau 60 phút ($t = 1$ giờ) là $65 + 130 \cdot \left(\frac{17}{26}\right)^{2 \cdot 1} \approx 121^\circ F$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>