

MỤC LỤC

BÀI ③. ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ.....2

..... ①. Tóm tắt kiến thức
2

..... ②. Phân dạng toán cơ bản
3

•Dạng ①: Phương trình đường tròn.....3

•Dạng ②: Phương trình tiếp tuyến của đường tròn.....5

..... ③. Dạng toán rèn luyện
6

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....6

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....25

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....43

► BÀI 9. ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

A. Tóm tắt kiến thức

1. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

✍ **Dạng 1:** Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$ bán kính R

Phương trình có dạng : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

✍ **Dạng 2:** Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a^2 + b^2 - c > 0$ là phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

2. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

✍ Cho đường thẳng $(D): Ax + By + C = 0$ và đường tròn $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b)$

✓ $(D) \cap (C) = \{M; N\} \Leftrightarrow d(I; (D)) < R$

✓ $(D) \cap (C) = \{M\} \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$

✓ $(D) \cap (C) = \emptyset \Leftrightarrow d(I; (D)) > R$

3. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

①. **Viết phương trình tiếp tuyến D với C tại điểm M_0**
Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \in (C)$

✓ Bước 1: Tìm tọa độ tâm I của (C) .

✓ Bước 2: Tiếp tuyến (D) là đường thẳng đi qua M_0 và có VTPT là $\overrightarrow{M_0I}$

②. **Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \notin (C)$**

✓ Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C) .

✓ Bước 2: (D) là đường thẳng đi qua M_0 nên có dạng $a(x-x_0) + b(y-y_0) = 0$

✓ Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$. Giải tìm được mối liên hệ giữa

③. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) song song với

$$(D_1): Ax + By + C = 0$$

- ✓ Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C) .
- ✓ Bước 2: $(D) \parallel (D_1): Ax + By + C = 0$ nên phương trình có dạng $Ax + By + C' = 0$ ($C' \neq C$)
- ✓ Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$. Giải tìm được C' so với đk để kết luận.

④. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) vuông góc với

$$(D_1): Ax + By + C = 0$$

- ✓ Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C) .
- ✓ Bước 2: $(D) \perp (D_1): Ax + By + C = 0$ nên phương trình có dạng $Bx - Ay + C' = 0$
- ✓ Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$. Giải tìm được C' so với đk để kết luận.

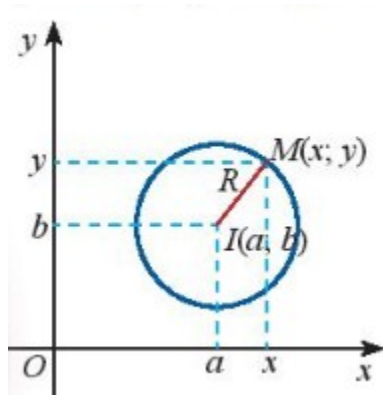
④. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

- ✍ Cho đường tròn (C_1) có tâm I_1 , bán kính R_1 và đường tròn (C_2) có tâm I_2 , bán kính R_2 . Giả sử $R_1 > R_2$. Ta có:
- ✓ Hai đường tròn tiếp xúc $\Leftrightarrow I_1 I_2 = |R_1 \pm R_2|$
- ✓ Hai đường tròn cắt nhau $R_1 - R_2 < I_1 I_2 < R_1 + R_2$

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Phương trình đường tròn

✍ **Phương pháp**



- ☑ Phương trình $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ được gọi là phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R .

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

- (C) có tâm $O(0; 0)$, bán kính R ;
- (C) có tâm $I(1; -3)$, bán kính $R = 5$;
- (C) đi qua ba điểm $A(3; 6), B(2; 3)$ và $C(6; 5)$.

Lời giải

a) Đường tròn (C) tâm $O(0; 0)$, bán kính R có phương trình: $x^2 + y^2 = R^2$.

b) Đường tròn tâm $I(1; -3)$, bán kính $R = 5$ có phương trình: $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Ta có $M\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{2}\right), N\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}\right)$.

Đường trung trực Δ_1 của đoạn thẳng AB là đường thẳng đi qua M và nhận $\vec{BA} = (1; 3)$ làm vectơ pháp tuyến, nên có phương trình: $x + 3y - 16 = 0$.

Đường trung trực Δ_2 của đoạn thẳng AC là đường thẳng đi qua N và nhận $\vec{AC} = (3; -1)$ làm vectơ pháp tuyến, nên có phương trình: $3x - y - 8 = 0$.

Δ_1 cắt Δ_2 tại điểm $I(4; 4)$ cách đều ba điểm A, B, C , suy ra đường tròn (C) cần tìm có tâm $I(4; 4)$ và có bán kính $R = IA = \sqrt{5}$. Vậy (C) có phương trình: $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 5$.

Câu 2: Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C) có phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a) $(x-7)^2 + (y-2)^2 = 49$

b) $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 14$;

c) $(x-6)^2 + y^2 = 9$.

Lời giải

a) (C) có tâm $I(7;2)$ và có bán kính $R=7$.

b) (C) có tâm $I(-3;5)$ và có bán kính $R=\sqrt{14}$.

c) (C) có tâm $I(6;0)$ và có bán kính $R=3$.

Nhận xét: Ta có $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + (a^2 + b^2 - R^2) = 0$.

Vậy phương trình đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ có thể được viết dưới dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, trong đó $c = a^2 + b^2 - R^2$.

Ngược lại, phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của đường tròn (C) khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$. Khi đó đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Câu 3: Phương trình nào trong các phương trình sau đây là phương trình đường tròn? Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn đó.

a) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 23 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 9 = 0$.

Lời giải

a) Phương trình đã cho có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a=2; b=-3; c=-23$.

Ta có $a^2 + b^2 - c = 4 + 9 + 23 = 36 > 0$. Vậy đây là phương trình đường tròn có tâm $I(2;-3)$ và có bán kính $R = \sqrt{36} = 6$.

b) Phương trình đã cho có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a=1; b=2; c=9$.

Ta có $a^2 + b^2 - c = 1 + 4 - 9 = -4 < 0$. Vậy đây không phải phương trình đường tròn.

•Dạng 2: Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Phương pháp

- ✓ Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tâm $I(a;b)$ tại điểm $M_0(x_0;y_0)$ nằm trên đường tròn là: $(a-x_0)(x-x_0) + (b-y_0)(y-y_0) = 0$.

Các ví dụ minh họa

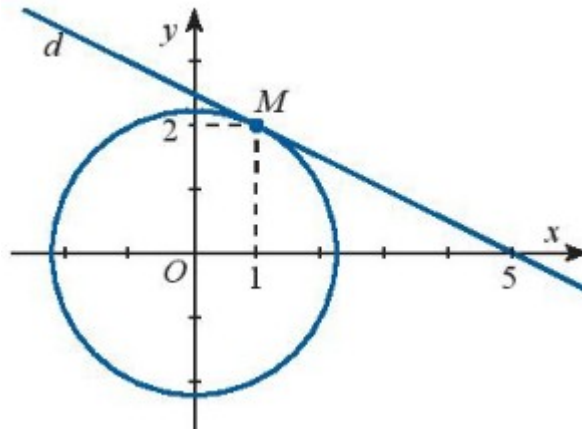
Câu 1: Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 5$ tại điểm $M(1;2)$.

Lời giải

Ta có $1^2 + 2^2 = 5$, nên điểm M thuộc (C) .

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 5$ có tâm $O(0;0)$.

Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại $M(1;2)$ là:



$$(0-1)(x-1) + (0-2)(y-2) = 0 \Leftrightarrow -x - 2y + 5 = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0.$$

©. Dạng toán rèn luyện

• **Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình đường tròn.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < -2$ hoặc $m > -1$.

C. $m < -2$ hoặc $m > 1$,
 $m > 2$.

D. $m < 1$ hoặc

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ (1)

$$\Rightarrow a = m+2; b = -2m; c = 19m - 6.$$

Phương trình (1) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1 \text{ hoặc } m > 2.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$

D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$

Lời giải

Chọn B

Để là phương trình đường tròn thì điều kiện cần là hệ số của x^2 và y^2 phải bằng nhau nên loại được đáp án A và D

Ta có: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + 3 = 0$ vô lý.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$ là phương trình đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $2x^2 + y^2 - 6x - 6y - 8 = 0$

B. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 12 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 18 = 0$

D. $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

Lời giải

Chọn D

Biết rằng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của một đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

Ta thấy phương trình trong phương án A và B có hệ số của x^2 , y^2 không bằng nhau nên đây không phải là phương trình đường tròn.

Với phương án C có $a^2 + b^2 - c = 1 + 16 - 18 < 0$ nên đây không phải là phương trình đường tròn. Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 4: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 8y - 3 = 0$

B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Phương án A: có tích xy nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án B: có hệ số bậc hai không bằng nhau nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án C: ta có $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0 \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+1)^2 + 1968 = 0$
không tồn tại x, y nên cũng không phải phương trình đường tròn.

Còn lại, chọn **D**

Câu 5: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0(1)$. Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

- A. $m=2$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. C. $1 < m < 2$. D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0(1)$ là phương trình của đường tròn khi và chỉ khi

$$(m)^2 + [2(m-2)]^2 - (6-m) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm là.

- A. $I(-2; -3)$. B. $I(2; 3)$. C. $I(4; 6)$. D. $I(-4; -6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình đường tròn là: $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Vậy tâm đường tròn là: $I(-2; -3)$.

Câu 7: Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. 49. B. 7. C. 1. D. $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có tâm $I(0; 5)$, bán kính $R = \sqrt{0^2 + 5^2 - (-24)} = 7$.

Câu 8: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

- A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R=3$. B. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R=9$.
C. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R=3$. D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R=9$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- A. $I(-1; 2); R = 4$. B. $I(1; -2); R = 2$. C. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. D. $I(1; -2); R = 4$.

Lời giải

Chọn B

(C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$. Đường tròn có tâm và bán kính là

- A. $I(2; 3), R = 9$. B. $I(2; -3), R = 3$. C. $I(-3; 2), R = 3$. D. $I(-2; 3), R = 3$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C) có tâm $I(2; -3)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 11: Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của đường tròn $(C): (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 9$.

- A. $I(-2; 5), R = 81$. B. $I(2; -5), R = 9$. C. $I(2; -5), R = 3$. D. $I(-2; 5), R = 3$.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có tọa độ tâm $I(-2; 5)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 12: Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ có tâm I , bán kính R là

- A. $I(-1; 2), R = \sqrt{2}$. B. $I(-1; 2), R = 2\sqrt{2}$.
C. $I(1; -2), R = \sqrt{2}$. D. $I(1; -2), R = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - (-3)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Câu 13: Phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$ là

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 20 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 20 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$ là
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2$
 $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$

Câu 14: Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$
- B. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$
- C. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$
- D. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là
 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$

Câu 15: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3?

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ | B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ |
| C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ | D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ |

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường tròn tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R=3$ là:
 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$

Câu 16: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| A. $(x+4)^2 + y^2 = 10$ | B. $(x-4)^2 + y^2 = 10$ |
| C. $(x-4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$ | D. $(x+4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$ |

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x;0) \in Ox$; $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + 1^2 = (5-x)^2 + 3^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 1 = x^2 - 10x + 25 + 9 \Leftrightarrow x = 4$. Vậy tâm đường tròn là $I(4;0)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{(1-4)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Phương trình đường tròn (C) có dạng $(x-4)^2 + y^2 = 10$.

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $I(1;1)$.

B. $I(0;0)$.

C. $I(1;2)$.

D. $I(1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C có dạng $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

Thay tọa độ 3 điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$ ta được:

$$\begin{cases} 8b + c = -16 \\ 4a + 8b + c = -20 \\ 4a + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

Vậy (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC có $A(1;-1), B(3;2), C(5;-5)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

B. $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

C. $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

D. $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 11 \\ 8x - 8y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{47}{10} \\ y = -\frac{13}{10} \end{cases}$$

Ta có:

$$\Rightarrow I\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$$

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

A. $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$.

B. $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Đường tròn này qua A, B, C nên

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Câu 20: Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: x+y=0$.

A. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

C. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

D. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$A(3;0)$, $B(0;2)$, $d: x+y=0$.

Gọi I là tâm đường tròn vậy $I(x; -x)$ vì $I \in d$.

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3-x)^2 + x^2 = x^2 + (2+x)^2 \Leftrightarrow -6x+9=4x+4 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}. \text{ Vậy } I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

$$IA = \sqrt{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2} \text{ là bán kính đường tròn.}$$

Phương trình đường tròn cần lập là: $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 20$

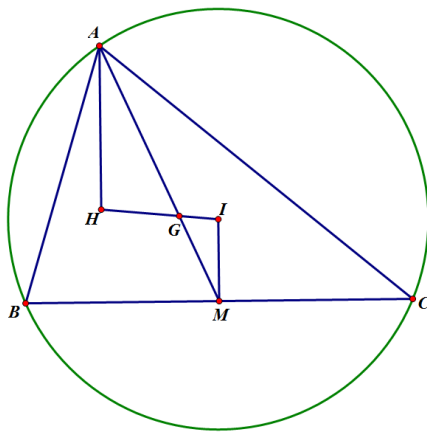
B. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 20$

c. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 1$

D. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$

Lời giải

Chọn D



*) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} - 3 \right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3} - 2 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}$$

(Do đó ta có thể chọn đáp án D luôn mà không cần tính bán kính).

*) Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM : 2x - y + 1 = 0$.

$$M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1)$$

Lại có: $\overline{MA} = 3\overline{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3 \cdot \frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3 \cdot \left(\frac{8}{3} - 1 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}$

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

Câu 22: Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x+4y-9=0$. Viết phương trình của đường tròn (C) .

A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$

C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

Lời giải

Chọn D

Vì đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó là đường thẳng Δ có phương trình là $3x+4y-9=0$ nên bán kính của đường tròn là

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) + 4 \cdot 2 - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình

A. $x^2 + y^2 = 1$

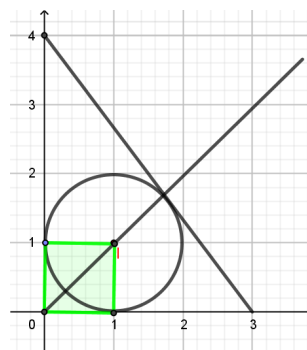
B. $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$

C. $x^2 + y^2 = 2$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

Lời giải

Chọn D



Vì các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất nên tam giác OAB cũng nằm trong góc phần tư thứ nhất. Do vậy gọi tâm đường tròn nội tiếp là $I(a,b)$ thì $a > 0, b > 0$.

$$d(I; Ox) = d(I; Oy) = d(I; AB)$$

Theo đề ra ta có:

Phương trình theo đoạn chắn của AB là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ hay $4x + 3y - 12 = 0$.

$$\begin{cases} |a| = |b| \\ |4a + 3b - 12| = 5|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ 7a - 12 = 5a \\ 7a - 12 = -5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b > 0 \\ a = 6 \\ a = 1 \end{cases} (I)$$

Do vậy ta có:

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là:

Câu 24: Đường tròn $x^2 + y^2 - 1 = 0$ tiếp xúc với đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. $3x - 4y + 5 = 0$

B. $x + y = 0$

C. $3x + 4y - 1 = 0$

D. $x + y - 1 = 0$

Lời giải

Chọn A

$x^2 + y^2 - 1 = 0$ có tâm $O(0;0), R = 1$.

Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với đường tròn là khoảng cách từ tâm tới đường thẳng bằng bán kính.

Xét đáp án A:

$$\Delta: 3x - 4y + 5 = 0 \Rightarrow d(O, \Delta) = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 = R \Rightarrow \Delta \text{ tiếp xúc với đường tròn.}$$

Câu 25: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox :

A. $x^2 + y^2 - 10x = 0$

B. $x^2 + y^2 - 5 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$

Lời giải

Chọn D

Đường tròn (C) tiếp xúc với trục Ox khi $d(I, Ox) = R$ với I và R lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C) .

Đường tròn: $x^2 + y^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + y^2 = 25$ có tâm $I(5;0)$, bán kính $R = 5$, $d(I, Ox) = 0$. Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

$\Rightarrow$ không phải là phương trình đường tròn.

Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 - 5 = 0$ có $I(0;0)$ và $R = \sqrt{5}$, $d(I, Ox) = 0$.

Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ có $I(5;1)$ và $R = 5$, $d(I, Ox) = 1$.

Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$ có $I\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ và $R = \frac{5}{2}$, $d(I, Ox) = \frac{5}{2}$. Suy ra: $d(I, Ox) = R$. Vậy (C) tiếp xúc với trục Ox.

Câu 26: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$.

- A. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$.
- B. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.
- C. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y + 5\sqrt{2} + 11 = 0$.
- D. $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$.

Do đó đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Do d song song với đường thẳng Δ nên d có phương trình là $3x + 4y + k = 0$, ($k \neq 1$).

$$d(I; d) = R \Leftrightarrow \frac{|11+k|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |11+k| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 11+k = 5\sqrt{2} \\ 11+k = -5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 5\sqrt{2} - 11 \\ k = -5\sqrt{2} - 11 \end{cases}$$

Ta có

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến cần tìm là $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$,
 $3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.

Câu 27: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $A(1;5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A .

- A.** $y - 5 = 0$. **B.** $y + 5 = 0$. **C.** $x + y - 5 = 0$. **D.** $x - y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2) \Rightarrow \vec{IA} = (0;3)$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm A , khi đó d đi qua A và nhận vector $\vec{IA}$ là một VTPT.

Chọn một VTPT của d là $\vec{n}_d = (0;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $y - 5 = 0$.

Câu 28: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và điểm $A(-1;2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C) ?

- A.** $4x - 3y + 10 = 0$. **B.** $6x + y + 4 = 0$. **C.** $3x + 4y + 10 = 0$. **D.** $3x - 4y + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$ và có bán kính $R = 2$.

Họ đường thẳng Δ qua $A(-1;2): a(x+1) + b(y-2) = 0$, với $a^2 + b^2 \neq 0$.

Điều kiện tiếp xúc $d(O; \Delta) = R$ hay $\frac{|a - 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = 4(a^2 + b^2)$
 $\Leftrightarrow 3a^2 + 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 3a = -4b \end{cases}$.

Với $a = 0$, chọn $b = 1$ ta có $\Delta_1: y - 2 = 0$.

Với $3a = -4b$, chọn $a = 4$ và $b = -3$ ta có $\Delta_2: 4(x+1) - 3(y-2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 10 = 0$.

Nhận xét: Thực ra bài này khi thay tọa độ điểm $A(-1; 2)$ vào các đường thẳng ở các phương án thì ta loại C. và D. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng thì chỉ có phương án A. thỏa.

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0$ là

A. $4x - 3y + 18 = 0$. B. $4x - 3y + 18 = 0$.
 C. $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$. D. $4x - 3y - 18 = 0; 4x - 3y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(1; 4)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) .

Vì $d \parallel \Delta$ nên đường thẳng $d: 4x - 3y + m = 0 (m \neq 2)$.

d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I; (d)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$

$$\Leftrightarrow |m - 8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 18 \\ m = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm : $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$.

Câu 30: Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ là

A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = 2$.

Đường tròn $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ có tâm $I'(-3; 4)$ bán kính $R' = \sqrt{5}$.

$II' = 2\sqrt{13}$.

Vậy $II' > R + R'$ nên 2 đường tròn không có điểm chung suy ra 2 đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

Câu 31: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$.

- A. $4x + 3y + 29 = 0$. B. $4x + 3y + 29 = 0$ hoặc $4x + 3y - 21 = 0$.
 C. $4x - 3y + 5 = 0$ hoặc $4x - 3y - 45 = 0$ D. $4x + 3y + 5 = 0$ hoặc $4x + 3y + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$ có tâm $I(2; -4)$, bán kính $R = 5$.

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$ có phương trình dạng: $4x + 3y + c = 0$

Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi: $d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot (-4) + c|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5 \Leftrightarrow |c - 4| = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} c - 4 = 25 \\ c - 4 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 29 \\ c = -21 \end{cases}$. Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là: $4x + 3y + 29 = 0$ và $4x + 3y - 21 = 0$.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$. Từ điểm $A(1; 1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C)

- A. 1. B. 2. C. vô số. D. 0.

Lời giải

Chọn D

(C) có tâm $I(1; -1)$ bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 - (-3)} = \sqrt{5}$

Vì $IA = 2 < R$ nên A nằm bên trong (C) . Vì vậy không kẻ được tiếp tuyến nào tới đường tròn (C) .

Câu 33: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) , biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0$ là

- A. $4x - 3y + 18 = 0$ và $-4x - 3y - 2 = 0$. B. $4x - 3y + 18 = 0$ và $4x - 3y - 2 = 0$.
 C. $-4x - 3y + 18 = 0$ và $4x - 3y - 2 = 0$. D. $-4x + 3y - 18 = 0$ và $-4x - 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(1;4)$ và bán kính $R=2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) .

Vì $d // \Delta$ nên đường thẳng $d: 4x - 3y + m = 0 (m \neq 2)$.

d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I; (d)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$

$$\Leftrightarrow |m - 8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 18 \\ m = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

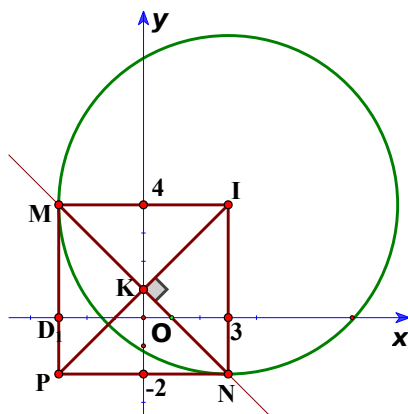
Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm: $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$.

Câu 34: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $P(-3; -2)$ và đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 36$. Từ điểm P kẻ các tiếp tuyến PM và PN tới đường tròn (C) , với M, N là các tiếp điểm. Phương trình đường thẳng MN là

A. $x + y + 1 = 0$. **B.** $x - y - 1 = 0$. **C.** $x - y + 1 = 0$. **D.** $x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm của đường tròn, ta có tọa độ tâm $I(3;4)$.

Theo đề ra ta có tứ giác IMP_N là hình vuông, nên đường thẳng MN nhận IP làm VTPT, đồng thời đường thẳng MN đi qua trung điểm

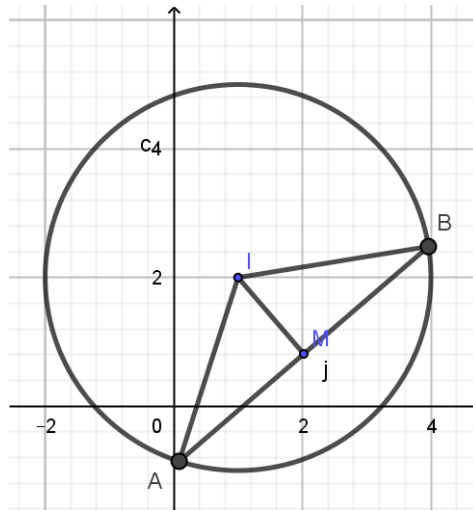
$K(0;1)$ của IP . Vậy phương trình đường thẳng MN : $1.(x-0)+1.(y-1)=0$ hay $x+y-1=0$.

Câu 35: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là

- A. 6. B. $\sqrt{7}$. C. $3\sqrt{7}$. D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ nên có tâm $I(1;2), R=3$

Vì $IM = \sqrt{2} < 3 = R$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (C) tại các điểm A, B . Gọi J là trung điểm của AB . Ta có:

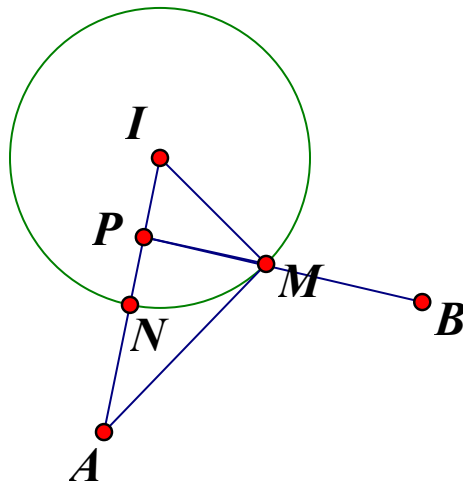
Ta có: $AB = 2AJ = 2\sqrt{R^2 - IJ^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{9 - 2} = 2\sqrt{7}$.

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0;-3), B(4;1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C): x^2 + (y-1)^2 = 4$. Gọi $P_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$. Khi đó ta có $P_{\min}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(7,7;8,1)$. B. $(7,3;7,7)$. C. $(8,3;8,5)$. D. $(8,1;8,3)$.

Lời giải

Chọn D



Đường tròn $(C): x^2 + (y - 1)^2 = 4$ có tâm $I(0;1)$ bán kính $R = 2$.

$IA = IB = 4 > R$ nên A, B nằm ngoài đường tròn.

Gọi N là giao điểm của IA và đường tròn (C)

Trên đoạn IN lấy điểm P sao cho $IP = \frac{1}{2} IN \Rightarrow IP = \frac{1}{4} IA \Rightarrow P$ trùng với gốc tọa độ.

Ta có $\triangle IAM \sim \triangle IMP \Rightarrow \frac{MA}{MP} = \frac{IM}{IP} = \frac{IN}{IP} = 2 \Rightarrow MA = 2MP$.

Do đó $P = MA + 2MB = 2MP + 2MB \geq 2PB \Rightarrow P_{\min} = 2PB = 2\sqrt{17} \Rightarrow P_{\min} \in (8, 1; 8, 3)$.

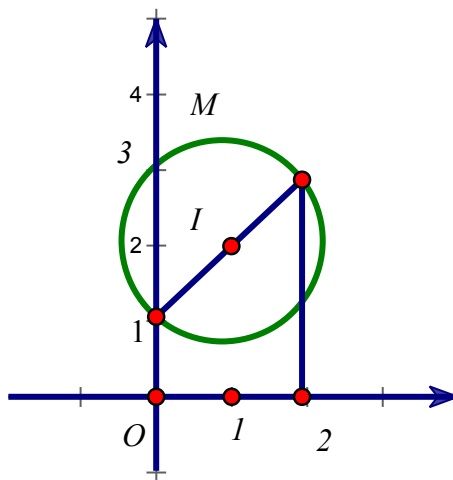
Chọn **D**

Câu 37: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T = x_0 + y_0$ đạt giá trị lớn nhất.

- A.** $M(2;3)$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $M(2;1)$. **D.** $M(0;3)$.

Lời giải

Chọn A



$(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$, (C) có tâm $I(1; 2)$, $R = \sqrt{2}$.

Suy ra $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 - 2 = 0$.

Có $T = x_0 + y_0 = (x_0 - 1) + (y_0 - 2) + 3$.

Áp dụng bất đẳng thức **B. C. S** cho 2 bộ số $(1; 1), ((x_0 - 1); (y_0 - 2))$.

$$|(x_0 - 1) + (y_0 - 2)| \leq \sqrt{2[(x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2]} = 2, \text{ do } (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 2.$$

$$\Rightarrow -2 \leq (x_0 - 1) + (y_0 - 2) \leq 2 \Rightarrow 1 \leq (x_0 - 1) + (y_0 - 2) + 3 \leq 5 \Rightarrow 1 \leq T \leq 5.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} (x_0 - 1) = (y_0 - 2) \\ (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 2 \end{cases}$.

$$\Rightarrow (x_0 - 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2, y_0 = 3, T = 5 \\ x_0 = 0, y_0 = 1, T = 1 \end{cases}.$$

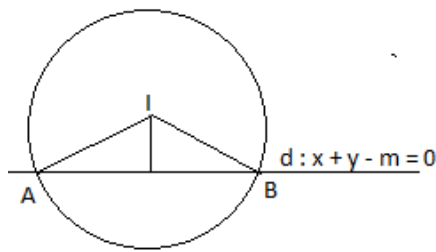
Vậy $\max T = 5$ khi $x_0 = 2, y_0 = 3$.

Câu 38: Gọi I là tâm của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x + y - m = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C



Gọi: $d: x+y-m=0$; tâm của (C) là $I(1;1)$, để $d \cap (C)$ tại 2 phân biệt khi đó:

$$0 \leq d(I;d) < 2 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} < 2 \Leftrightarrow 2-2\sqrt{2} < m < 2+2\sqrt{2} (*)$$

Xét ΔIAB có: $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot IB \cdot \sin \angle AIB = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin \angle AIB \leq \frac{1}{2} \cdot R^2$

Dấu "=" xảy ra khi: $\sin \angle AIB = 1 \Leftrightarrow \angle AIB = 90^\circ \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow d(I;d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 & (TM) \\ m=4 & (TM) \end{cases}$$

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và các đường thẳng $d_1: mx+y-m-1=0$, $d_2: x-my+m-1=0$. Tìm các giá trị của tham số m để mỗi đường thẳng d_1, d_2 cắt (C) tại 2 điểm phân biệt sao cho 4 điểm đó lập thành 1 tứ giác có diện tích lớn nhất. Khi đó tổng của tất cả các giá trị tham số m là:

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(C) \begin{cases} I(1;2) \\ R=2 \end{cases}$

Ta dễ thấy đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $M(1;1)$ cố định nằm trong đường tròn (C) và $d_1 \perp d_2$. Gọi A, B là giao điểm của d_1 và (C) , C, D là giao điểm của d_2 và (C) . H, K lần lượt là hình chiếu của I trên d_1 và d_2

Khi đó

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2} AB \cdot CD = 2AH \cdot CK = 2\sqrt{R^2 - [d(I, d_1)]^2} \cdot \sqrt{R^2 - [d(I, d_2)]^2} \\ &= 2\sqrt{4 - \frac{1}{m^2 + 1}} \sqrt{4 - \frac{m^2}{m^2 + 1}} = 2\sqrt{\frac{(4m^2 + 3)(3m^2 + 4)}{m^2 + 1}} \leq \frac{4m^2 + 3 + 3m^2 + 4}{m^2 + 1} = 7 \end{aligned}$$

Do đó $\max S_{ABCD} = 7$ khi $m = \pm 1$. Khi đó tổng các giá trị của m bằng 0.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Cho $x^2 - y^2 + 2x + 6y - 3 = 0$ không phải là phương trình đường tròn.
- b) Cho $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 15 = 0$ là phương trình đường tròn có tâm $I(4; -1)$, bán kính $R = 4\sqrt{2}$.
- c) Cho $x^2 + y^2 - 14x + 4y + 55 = 0$ là phương trình đường tròn có tâm $I(7; -2)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$.
- d) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 44 = 0$ là phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 3$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

- a) Không phải là phương trình đường tròn.
- b) Là phương trình đường tròn có tâm $I(4; -1)$, bán kính $R = 4\sqrt{2}$.
- c) Không phải là phương trình đường tròn.
- d) là phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 7$.

Câu 2: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Phương trình đường tròn có tâm $I(-2; -5)$ và có bán kính là $R = 8$ là $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 64$
- b) Phương trình đường tròn có tâm $I(-1; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x+2y+5=0$ là $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 30$
- c) Phương trình đường tròn có tâm $I(-3; 2)$ và đi qua điểm $A(-4; 1)$ là $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 20$
- d) Phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(5; -2), B(3; 0), C(-1; 2)$ là $(x+4)^2 + (y+9)^2 = 130$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

- a) $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 64$
- b) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 20$.

c) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$.

d) $(x+4)^2 + (y+9)^2 = 130$.

Câu 3: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) (C) có tâm $J(2; -3)$ và bán kính $R=4$, khi đó (C) là: $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.

b) (C) có tâm $K(-2; 1)$ và đi qua $A(3; 2)$, khi đó (C) là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 26$.

c) (C) có đường kính PQ với $P(1; -1), Q(5; 3)$, khi đó (C) là: $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$.

d) (C) có tâm $S(-3; -4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x+4y-10=0$, khi đó (C) là: $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 49$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Phương trình đường tròn (C) là: $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.

b) Bán kính đường tròn (C) là: $R = AK = \sqrt{[3 - (-2)]^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{26}$.

Suy ra phương trình đường tròn (C) là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 26$.

c) Tâm của đường tròn (C) là trung điểm I của PQ , suy ra $I(3; 1)$.

Bán kính đường tròn là: $R = IP = \sqrt{(1-3)^2 + (-1-1)^2} = 2\sqrt{2}$.

Phương trình đường tròn (C) là: $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 8$.

d) Bán kính R của đường tròn (C) bằng khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng

$\Delta: 3x+4y-10=0$. Suy ra $R = d(S, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) + 4 \cdot (-4) - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 7$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 49$.

Câu 4: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Cho (C): $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$, khi đó (C) có tâm $I(-3; 2)$ và bán kính $R=2$.

b) Cho (C): $x^2 + y^2 = 1$, khi đó (C) có tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R=1$.

c) Cho (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$, khi đó (C) có tâm $I(3; -1)$ và bán kính $R=3$.

d) Cho (C): $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$, khi đó (C) có tâm $I(2; 0)$ và bán kính $R=2$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) (C) có tâm $I(-3;2)$ và bán kính $R=2$.

b) (C) có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R=1$.

c) Đặt $a = \frac{-6}{-2} = 3, b = \frac{2}{-2} = -1, c = -6$. Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{9+1+6} = 4$.

d) Đặt $a = \frac{-4}{-2} = 2, b = \frac{0}{-2} = 0, c = -5$. Đường tròn (C) có tâm $I(2;0)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{4+0+5} = 3$.

Câu 5: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình (C) có tâm $I(-1;-7)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$ là:
 $(x+1)^2 + (y+7)^2 = 27$

b) Phương trình (C) có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$ là: $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 26$

c) Phương trình (C) nhận AB làm đường kính với $A(1;1), B(7;5)$ là:
 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$

d) Phương trình (C) đi qua ba điểm: $M(-2;4), N(5;5), P(6;-2)$ là:
 $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 20 = 0$

Lời giải:

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Phương trình (C): $(x+1)^2 + (y+7)^2 = 27$.

b) (C) có bán kính $R = OI = \sqrt{(1-0)^2 + (-5-0)^2} = \sqrt{26}$ nên có phương trình $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 26$

c) Gọi I là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow I(4;3); AI = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$. Đường tròn (C) có đường kính là AB suy ra (C) nhận $I(4;3)$ làm tâm và bán kính $R = AI = \sqrt{13}$ nên có phương trình là $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$.

d) Gọi phương trình đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Do đường tròn đi qua ba điểm M, N, P nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4+16+4a-8b+c=0 \\ 25+25-10a-10b+c=0 \\ 36+4-12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=-20 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$.

Câu 6: Cho đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 2y + 7 = 0$. Khi đó:

a) $d(I, \Delta) = \frac{3}{\sqrt{5}}$

b) Đường kính của đường tròn có độ dài bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$

c) Phương trình đường tròn là $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$

d) Đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ tại điểm có hoành độ lớn hơn 0

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

(C) có tâm I và tiếp xúc Δ nên có bán kính $R = d(I, \Delta) = \frac{|-1 - 4 + 7|}{\sqrt{1+4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$.

Đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ tại điểm có hoành độ nhỏ hơn 0

Câu 7: Đường tròn (C) đi qua $A(2; -1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy . Khi đó:

a) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(1;0)$

b) Đường tròn (C) đi qua điểm $M(1;1)$

c) Có 2 đường tròn thỏa mãn

d) Tổng bán kính các đường tròn thỏa mãn bằng 5

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

Vì điểm $A(2; -1)$ nằm ở góc phần tư thứ tư của hệ trục tọa độ và đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của đường tròn có dạng $I(R; -R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C).

Ta có: $R^2 = IA^2 \Leftrightarrow R^2 = (2 - R)^2 + (-1 + R)^2 \Leftrightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 1 \\ R = 5 \end{cases}$.

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn đề bài là: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$; $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$.

Câu 8: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3), B(-1;1)$ có tâm thuộc $\Delta: x - 3y - 11 = 0$. Khi đó:

- a) Tâm của đường tròn (C) là $I\left(7; -\frac{4}{3}\right)$
- b) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)
- c) Đường kính của đường tròn (C) bằng 65
- d) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(0;2)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Gọi tâm đường tròn là $I(3t+11; t) \in \Delta$. Ta có: $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$

$$\Leftrightarrow (3t+11-2)^2 + (t-3)^2 = (3t+11+1)^2 + (t-1)^2 \Leftrightarrow 22t = -55 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{2}.$$

Suy ra $I\left(\frac{7}{2}; -\frac{5}{2}\right)$; bán kính đường tròn $R = IA = \sqrt{\left(2 - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(3 + \frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{65}{2}}.$

Phương trình đường tròn $(C): \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{65}{2}.$

Câu 9: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3;4)$ và tiếp xúc $\Delta: 3x + y - 3 = 0$. Khi đó:

- a) Có hai đường tròn (C) thỏa mãn
- b) Tổng đường kính của các đường tròn (C) bằng: $2\sqrt{10}$
- c) Điểm $M(3;2)$ nằm bên trong các đường tròn (C)
- d) Điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Gọi tâm đường tròn là $I(a;b)$, ta có: $d(I, \Delta) = \frac{|3a+b-3|}{\sqrt{10}}.$

Theo giả thiết $\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = (d(I, \Delta))^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 = (a-3)^2 + (b-4)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 = \frac{(3a+b-3)^2}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 & (1) \\ a^2 - 2a + 9b^2 - 34b + 41 - 6ab = 0 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2): $(5-b)^2 - 2(5-b) + 9b^2 - 34b + 41 - 6(5-b)b = 0$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 18b + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 & \Rightarrow a=4 \Rightarrow R=\sqrt{10} \\ b=\frac{7}{2} & \Rightarrow a=\frac{3}{2} \Rightarrow R=\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn: $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$ và $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10$

Câu 10: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và hai điểm $A(1; -1), B(1; 3)$. Khi đó:

- Điểm A thuộc đường tròn
- Điểm B nằm trong đường tròn
- $x=1$ phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A .
- Qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là: $x=1$; $3x+4y-12=0$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$ bán kính $R = \sqrt{9+1-6} = 2$.

-Ta có: $IA = 2 = R, IB = 2\sqrt{5} > R$ suy ra điểm A thuộc đường tròn và điểm B nằm ngoài đường tròn.

-Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\overrightarrow{AI} = (2; 0)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x-1) + 0(y+1) = 0$ hay $x=1$.

-Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng: $a(x-1) + b(y-3) = 0$ (với $a^2 + b^2 \neq 0$) hay $ax + by - a - 3b = 0$.

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$
 $\Leftrightarrow \frac{|3a - b - a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ 3b=4a \end{cases}$

- Với $b=0$, chọn $a=1$; phương trình tiếp tuyến là $x=1$.

- Với $3b=4a$, chọn $a=3 \Rightarrow b=4$; phương trình tiếp tuyến là $3x+4y-15=0$.

Vậy qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là: $x=1$; $3x+4y-15=0$.

Câu 11: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$ không là phương trình đường tròn.

b) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$ không là phương trình đường tròn.

c) $2x^2 + 2y^2 - 6x - 4y - 1 = 0$ là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2}; 1\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{15}}{2}$.

d) $x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0$ là phương trình đường tròn tâm $I(4; 0)$, bán kính $R = 4$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a = -1, b = 2, c = 9$.

Ta có $a^2 + b^2 - c = 1 + 4 - 9 < 0$ nên (1) không là phương trình đường tròn.

b) $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a = 3, b = -2, c = 13$.

Ta có: $a^2 + b^2 - c = 9 + 4 - 13 = 0$ nên (2) không là phương trình đường tròn.

c) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 3x - 2y - \frac{1}{2} = 0$ có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a = \frac{3}{2}, b = 1, c = -\frac{1}{2}$. Ta có: $a^2 + b^2 - c = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{4} > 0$.

Vậy (3) là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2}; 1\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{15}}{2}$.

d) là phương trình đường tròn tâm $I(4; 0)$, bán kính $R = 3$.

Câu 12: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình (C): $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 81$, có tâm $I(-2; 6)$, bán kính $R = 9$.

b) Phương trình (C) có tâm $I(-3; 2)$ và đi qua điểm $A(1; -1)$ là: $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 20$.

c) Phương trình (C) có tâm $I(2; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 7 = 0$ là: $(x-2)^2 + (y-3)^2 = \left(\frac{33}{13}\right)^2$.

d) Phương trình (C) có đường kính AB với $A(-2; 3), B(6; 5)$ là: $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) (C) có tâm $I(-2;6)$, bán kính $R=9$.

b) Ta có $R=IA=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$. Phương trình đường tròn (C) : $(x+3)^2+(y-2)^2=25$.

c) Ta có $R=d(I,\Delta)=\frac{|5.2-12.3-7|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=\frac{33}{13}$. Phương trình đường tròn (C) : $(x-2)^2+(y-3)^2=\left(\frac{33}{13}\right)^2$.

d) Tâm đường tròn (C) là trung điểm I của AB với $I(2;4)$; bán kính đường tròn $R=IA=\sqrt{17}$. Do đó phương trình đường tròn $(x-2)^2+(y-4)^2=17$.

Câu 13: Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(2;0), B(0;-3), C(5;-3)$. Khi đó:

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{26}$

b) Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng $-\frac{5}{2}$

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$

d) Gọi I là tâm của đường tròn (C) khi đó độ dài đoạn $IO=5\sqrt{2}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

Gọi tâm đường tròn là $I(a;b)$. Theo giả thiết $\begin{cases} AI^2=BI^2 \\ AI^2=CI^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2+b^2=a^2+(b+3)^2 \\ (a-2)^2+b^2=(a-5)^2+(b+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+6b=-5 \\ 6a-6b=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{2} \\ b=\frac{5}{2} \end{cases}$$

Bán kính đường tròn là $R=\sqrt{\left(\frac{5}{2}-2\right)^2+\left(-\frac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{13}{2}}$.

Vậy phương trình đường tròn $(C): \left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

Câu 14: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(-2;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y-15=0$ tại $B(1;-3)$. Khi đó:

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng: 10

b) Tâm của đường tròn (C) có tung độ bằng -2

c) Khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến đường thẳng Δ bằng 4

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Gọi tâm đường tròn $I(a;b)$. Ta có vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (4;3)$ và $\vec{IB} = (1-a; -3-b)$. Theo giả thiết: $\vec{IB} \perp \vec{u}_\Delta \Rightarrow \vec{IB} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow 4a + 3b + 5 = 0(1)$. Ta lại có $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$
 $\Leftrightarrow (-2-a)^2 + (6-b)^2 = (1-a)^2 + (-3-b)^2$
 $\Leftrightarrow a - 3b + 5 = 0(2)$

Giải hệ (1) và (2): $\begin{cases} 4a + 3b = -5 \\ a - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$.

Suy ra $R = IA = \sqrt{(-2+2)^2 + (6-1)^2} = 5$.

Do đó phương trình đường tròn (C): $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$.

Câu 15: Đường tròn (C) có tâm I thuộc $\Delta: x - 2y + 5 = 0$ và đi qua hai điểm $A(0;4), B(2;6)$. Khi đó:

a) Tọa độ tâm $I(5;0)$

b) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{\frac{50}{9}}$

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(4;2)$

d) Độ dài đoạn $IO = \frac{\sqrt{170}}{3}$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

Gọi $I(2t-5;t) \in \Delta$. Vì I là tâm đường tròn nên $IA = IB \Rightarrow IA^2 = IB^2$

$$\Rightarrow (2t-5)^2 + (t-4)^2 = (2t-7)^2 + (t-6)^2 \Rightarrow 12t = 44 \Rightarrow t = \frac{11}{3}.$$

Ta có: $I\left(\frac{7}{3}; \frac{11}{3}\right) \Rightarrow R = IA = \sqrt{\left(0 - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(4 - \frac{11}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{50}{9}}$.

Phương trình đường tròn (C): $\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}$.

Độ dài đoạn $IO = \frac{\sqrt{170}}{3}$

Câu 16: Đường tròn (C) đi qua $A(1;1), B(5;3)$ và có tâm nằm trên trục hoành. Khi đó:

- a) Phương trình đường tròn (C) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c \leq 0$)
- b) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;3)$
- c) Gọi I là tâm của đường tròn (C) khi đó: $IO = 4$
- d) Điểm $M(2;5)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

Phương trình đường tròn (C) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$)

Do $A(1;1), B(5;3) \in (C)$ và $I \in (Ox)$ nên ta có hệ:
$$\begin{cases} 1+1-2a-2b+c=0 \\ 25+9-10a-6b+c=0 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=0 \\ c=6 \end{cases}$$

Vậy $(C): x^2 + y^2 - 8x + 6 = 0$.

Câu 17: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Phương trình (C) có đường kính AB với $A(1;1), B(5;3)$ là: $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$
- b) Phương trình (C) có tâm $I(2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 7 = 0$ là: $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$
- c) Phương trình (C) đi qua $A(-2;-1), B(3;-2), C(-1;4)$ là: $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$
- d) Phương trình (C) có tâm $I(1;3)$ và đi qua $B(4;7)$ là: $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

$$AB \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 3 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 2 \end{cases}$$

a) Gọi I là tâm của (C) do đó I là trung điểm

$$\Rightarrow I(3;2) \text{ và } R = \sqrt{(5-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5}$$

Vậy $(C): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$.

b) Vì (C) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 7 = 0$ nên

$$R = d[I, \Delta] = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 - 7|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1$$

Vậy (C): $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

c) Phương trình đường tròn (C) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$)

Do $A(-2; -1), B(3; -2), C(-1; 4) \in (C)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 4 + 1 + 4a + 2b + c = 0 \\ 9 + 4 - 6a + 4b + c = 0 \\ 1 + 16 + 2a - 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -11 \end{cases}$$

Vậy (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$.

d) (C) có tâm $I(1; 3)$ và đi qua $B(4; 7) \Rightarrow R = \sqrt{(4 - 1)^2 + (7 - 3)^2} = 5$. Vậy (C): $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

Câu 18: Cho (C): $(x - 1)^2 + y^2 = 10$; và điểm $A(4; 1)$. Khi đó:

a) Điểm $A \in (C)$

b) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{10}$

c) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4; 1)$ có vectơ pháp tuyến là $n = (3; 1)$

d) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4; 1)$ đi qua điểm $N(4; 3)$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

(C) có tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{10}$.

Tuyến tuyến qua $A(4; 1)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{IA} = (3; 1)$ nên có phương trình: $3(x - 4) + 1(y - 1) = 0$ hay $3x + y - 13 = 0$.

Câu 19: Cho (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$; đường thẳng $d: x + 2y - 15 = 0$. Khi đó:

a) (C) có tâm $I(-1; 3)$

b) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d bằng $\sqrt{5}$

c) Có hai tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng d

d) Điểm $O(0;0)$ nằm trên một tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng d

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

(C) có tâm $I(-1;3)$ và bán kính $R = \sqrt{1+9-5} = \sqrt{5}$.

$$d(I,d) = \frac{|-1+6-15|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

Tiếp tuyến Δ song song với $d: x+2y-15=0$ nên $\Delta: x+2y+c=0(c \neq -15)$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi: $d(I,d)=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|-1+6+c|}{\sqrt{1+4}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |c+5|=5 \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ c=-10 \end{cases}$$

Có hai tiếp tuyến thỏa mãn đề bài: $x+2y=0; x+2y-10=0$.

Câu 20: Cho $(C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$; điểm $A(5;-1)$; các đường thẳng Δ là tiếp tuyến đường tròn (C) đi qua A . Khi đó:

a) (C) có bán kính $R=3$.

b) Gọi I là tâm của đường tròn (C) , khi đó $IA=2\sqrt{2}$

c) Có hai đường thẳng Δ

d) Các đường thẳng Δ vuông góc với nhau

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

(C) có tâm $I(2;2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi $n=(a;b)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ qua $A(5;-1)$;

phương trình $\Delta: a(x-5)+b(y+1)=0$.

Δ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi: $d(I,\Delta)=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|a(2-5)+b(2+1)|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 3 \Leftrightarrow |-3a+3b|=3\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Leftrightarrow 9a^2+9b^2-18ab=9a^2+9b^2 \Leftrightarrow ab=0 \Leftrightarrow a=0 \vee b=0.$$

- Với $a=0$, chọn $b=1$; phương trình Δ là: $y+1=0$.

- Với $b=0$, chọn $a=1$; phương trình Δ là: $x-5=0$.

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là: $y+1=0; x-5=0$.

Câu 21: Cho (C) đi qua $A(9;9)$ và tiếp xúc với Oy tại $K(0;6)$. Khi đó:

- a) Đường tròn (C) có đường kính bằng 10
- b) Đường tròn (C) đi qua điểm $M(5;1)$
- c) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)
- d) Khoảng cách từ tâm đường tròn (C) đến trục Ox bằng 6

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Phương trình đường tròn (C) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$) tâm $I(a;b)$.

Vì (C) tiếp xúc với Oy tại $K(0;6) \Rightarrow I(a;b) \in \Delta: y=6 \Rightarrow b=6$

Ta có:

$$A(9;9) \in (C) \Rightarrow -18a - 18b + c = -102$$

$$K(0;6) \in (C) \Rightarrow -12b + c = -36$$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 18a + 18b - c = 162 \\ 12b - c = 36 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \\ c = 36 \end{cases}$$

Vậy $(C): x^2 + y^2 - 10x - 12y + 36 = 0$.

Câu 22: Cho (C) tiếp xúc với hai trục tọa độ và có tâm thuộc đường thẳng $d: 2x - y - 4 = 0$. Khi đó:

- a) Có hai đường tròn thỏa mãn
- b) Tổng bán kính các đường tròn (C) bằng $\frac{14}{3}$
- c) Điểm $O(0;0)$ nằm ngoài các đường tròn (C)
- d) Các đường tròn (C) nằm trên cùng nửa mặt phẳng bờ Ox

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

Gọi I là tâm của (C) .

Vì $I \in d: y = 2x - 4 \Rightarrow I(a; 2a - 4)$.

Vì (C) tiếp xúc với hai trục tọa độ $\Rightarrow d[I, Ox] = d[I, Oy]$

$$\Leftrightarrow |2a - 4| = |a| \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 4 = a \\ 2a - 4 = -a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \Rightarrow I(4; 4) \\ a = \frac{4}{3} \Rightarrow I\left(\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right) \end{cases}$$

$$I(4; 4) \Rightarrow R = d[I, Ox] = 4 \Rightarrow (C): (x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$$

$$I\left(\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right) \Rightarrow R = d[I, Ox] = \frac{4}{3} \Rightarrow (C): \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

Câu 23: Cho (C) đi qua $A(-2; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 2y - 6 = 0$ tại $M(0; -3)$. Khi đó:

a) Đường thẳng qua $M(0; -3)$ và vuông góc với d là: $\Delta: 3x + 2y + 6 = 0$

b) Hoành độ tâm của đường tròn (C) bằng $-\frac{15}{7}$

c) Đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 1$

d) Điểm $O(0; 0)$ nằm ngoài các đường tròn (C)

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng

Phương trình đường tròn (C) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$) tâm $I(a; b)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua $M(0; -3)$ và vuông góc với d .

Vì $\Delta \perp d \Rightarrow \Delta: 2x + 3y + C = 0$.

$$M(0; -3) \in \Delta \Rightarrow 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-3) + C = 0 \Leftrightarrow C = 9$$

Vậy $\Delta: 2x + 3y + 9 = 0$.

Ta có: $A(-2; 1) \in (C) \Rightarrow 4a - 2b + c = -5$

$$M(0; -3) \in (C) \Rightarrow 6b + c = -9$$

Vì (C) tiếp xúc với d tại $M(0; -3) \Rightarrow I(a; b) \in \Delta: 2x + 3y + 9 = 0 \Leftrightarrow 2a + 3b + 9 = 0$

$$\text{tìm: } \begin{cases} 4a - 2b + c = -5 \\ 6b + c = -9 \\ 2a + 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{15}{7} \\ b = -\frac{11}{7} \\ c = \frac{3}{7} \end{cases}$$

Vậy $(C): x^2 + y^2 + \frac{30}{7}x + \frac{22}{7}y + \frac{3}{7} = 0$.

Câu 24: Cho $(C): x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$ và $\Delta: x - 2y + 1 = 0$. Khi đó:

- a) (C) có tâm $I(4;3), R=5$.
- b) Điểm $N(-1;0)$ nằm trên đường thẳng Δ
- c) Đường thẳng d song song với Δ có vectơ pháp tuyến bằng $n(-1;2)$
- d) Có hai đường thẳng tiếp tuyến với đường tròn (C) mà song song với Δ

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

(C) có tâm $I(4;3), R=5$.

Gọi d là đường thẳng song song $\Delta: x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow d: x - 2y + C = 0$.

d là tiếp tuyến của $(C) \Rightarrow d[I, \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|4 - 6 + C|}{\sqrt{5}} = 5$

$$\Leftrightarrow |c - 2| = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5\sqrt{5} + 2 \\ c = -5\sqrt{5} + 2 \end{cases}$$

Vậy: $d_1: x - 2y + 2 + 5\sqrt{5} = 0$ và $d_2: x - 2y + 2 - 5\sqrt{5} = 0$.

Câu 25: Đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 31 = 0$ tại $M(1; -7)$ và có bán kính $R=5$. Khi đó:

- a) Hoành độ tâm đường tròn (C) bé hơn 0
- b) Tung độ tâm đường tròn (C) lớn hơn 0
- c) Tổng hoành độ các đường tròn thỏa mãn yêu cầu bài toán bằng 46
- d) Các đường tròn thỏa mãn yêu cầu bài toán nằm ngược phía đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 31 = 0$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(1; -7)$ vuông góc với Δ .

Vì $d \perp \Delta \Rightarrow d: 4x + 3y + C = 0$. Ta có $M(1; -7) \in d \Rightarrow C = 17$.

Vậy $d: 4x + 3y + 17 = 0$. Gọi I là tâm của đường tròn (C)

$\Rightarrow I \in d$ nên $I \left(a; -\frac{4}{3}(a+17) \right)$. Vì (C) có bán kính $R=5 \Rightarrow d[I, \Delta] = 5$

$$\text{Với: } I\left(-\frac{236}{7}; -\frac{275}{7}\right) \Rightarrow (C): \left(x + \frac{236}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{275}{7}\right)^2 = 25;$$

$$I\left(-\frac{86}{7}; -\frac{75}{7}\right) \Rightarrow (C): \left(x + \frac{86}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{75}{7}\right)^2 = 25.$$

Câu 26: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(4;2)$ và tiếp xúc với 2 đường thẳng $d: x - 3y - 2 = 0$ và $\Delta: x - 3y + 18 = 0$. Khi đó:

- a) Hoành độ tâm đường tròn (C) bé hơn 0
- b) Tung độ tâm đường tròn (C) lớn hơn 0

- c) Tổng tung độ các đường tròn thỏa mãn yêu cầu bài toán bằng $\frac{38}{5}$
- d) Trong các đường tròn (C) , có đường tròn đi qua qua điểm $M(0;6)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Xét $d: x - 3y - 2 = 0$ và $\Delta: x - 3y + 18 = 0$.

Vì $\frac{1}{1} = \frac{-3}{-3} \neq \frac{-2}{18} \Rightarrow d // \Delta$. Phương trình đường thẳng Δ' cách đều d và Δ là:

$$|x - 3y - 2| = |x - 3y + 18| \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y - 2 = x - 3y + 18 \\ x - 3y - 2 = -x + 3y - 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta': x - 3y + 8 = 0.$$

Gọi I là tâm của $(C) \Rightarrow I \in \Delta' \Rightarrow I(3b - 8; b)$.

Vì (C) qua A và tiếp xúc với d và Δ

$$\Leftrightarrow IA = d(I, d) = d(I, \Delta) \Leftrightarrow \sqrt{(3b - 12)^2 + (b - 2)^2} = \frac{|3b - 8 - 3b + 18|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9b^2 + 144 - 72b + b^2 - 4b + 4} = \sqrt{10} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{23}{5} \Rightarrow I\left(\frac{29}{5}; \frac{23}{5}\right) \\ b = 3 \Rightarrow I(1; 3) \end{cases}$$

$$\text{Với: } I\left(\frac{29}{5}; \frac{23}{5}\right) \Rightarrow R = IA = \sqrt{10} \Rightarrow (C): \left(x - \frac{29}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{5}\right)^2 = 10$$

$$I(1; 3) \Rightarrow R = IA = \sqrt{10} \Rightarrow (C): (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 10.$$

Câu 27: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

- a) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 100 = 0$ không phải là phương trình đường tròn

b) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ là phương trình đường tròn tâm là điểm $I(-2, 3), R = 5$.

c) $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 2 = 0$ không phải là phương trình đường tròn

d) $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$ là phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) (1) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Với $a = 3, b = -4, c = 100 \Rightarrow a^2 + b^2 - c = 9 + 16 - 100 < 0$.

Vậy (1) không phải là phương trình đường tròn.

b) (2) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Với $a = -2, b = 3, c = -12 \Rightarrow a^2 + b^2 - c = 4 + 9 + 12 > 0$

Vậy (2) là phương trình đường tròn tâm là điểm $I(-2, 3), R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = 5$.

c) Ta có: $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 2 = 0$

$(3) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ (3)

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 6$

Vậy (3) là phương trình đường tròn tâm là điểm $I(1; -2), R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{6}$.

d) $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$ là phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(5; 3); B(6; 2); C(3; -1)$. Khi đó:

a) Độ dài đoạn $AB = \sqrt{2}$

b) Đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C có tâm $I(4; 1)$

c) Đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C cũng đi qua điểm $D(2; 0)$

d) Độ dài đoạn $IO = \sqrt{17}$ với $O(0; 0)$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$

(C) đi qua $A(5;3)$ nên $-10a - 6b + c + 34 = 0$

(C) đi qua $B(6;2)$ nên $-12a - 4b + c + 40 = 0$

(C) đi qua $C(3;-1)$ nên $-6a + 2b + c + 10 = 0$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} -10a - 6b + c + 34 = 0 \\ -12a - 4b + c + 40 = 0 \\ -6a + 2b + c + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \\ c = 12 \end{cases}$$

Vậy (C) có phương trình là $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 12 = 0$.

Câu 29: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đường tròn (C): $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$. Khi đó:

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-3)$

b) Đường tròn (C) có bán kính $R=5$.

c) Phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) tại điểm $M(1;1)$ là: $x+y-2=0$.

d) Có 2 phương trình tiếp tuyến Δ' của đường tròn (C) biết Δ' vuông góc với Δ .

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-3)$ bán kính $R=5$.

b) Phương trình tiếp tuyến Δ là: $(1+2)(x-1) + (1+3)(y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 7 = 0$.

c) Vì Δ nhận $n=(3;4)$ là vectơ pháp tuyến mà $\Delta' \perp \Delta$ nên có thể lấy vectơ pháp tuyến của Δ' là $m=(4;-3)$. Suy ra phương trình Δ' có dạng: $4x - 3y + c = 0$.

Để Δ' là tiếp tuyến của (C) thì

$$d(I, \Delta') = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot (-2) - 3 \cdot (-3) + c|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 5 \Leftrightarrow |c+1| = 25.$$

Vậy $c=24$ hoặc $c=-26$ nên có hai trường hợp của phương trình Δ' là: $4x - 3y + 24 = 0$ hoặc $4x - 3y - 26 = 0$.

Câu 30: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. Khi đó:

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$

b) Đường tròn (C) có bán kính $R=5$.

c) Có 2 tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 14 = 0$.

d) Tiếp tuyến đường tròn (C) , song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 14 = 0$ đi qua điểm $M(2;1)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ bán kính $R=5$.

b) Giả sử Δ' là tiếp tuyến của đường tròn và song song với Δ .

Khi đó, phương trình Δ' có dạng $3x - 4y + c = 0$ với $c \neq 14$.

Khoảng cách từ I đến Δ' là $d(I, \Delta') = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) + c|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|11 + c|}{5}$. Δ' là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I, \Delta') = R \Leftrightarrow |11 + c| = 25$. Suy ra $c = -36$ hoặc $c = 14$ (loại). Vậy phương trình Δ' là: $3x - 4y - 36 = 0$.

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn tâm $I(5;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 4y - 6 = 0$.

Trả lời: $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 9$

Lời giải

Ta có: $R = d(I; d) = \frac{|3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 - 6|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3$.

Phương trình đường tròn cần tìm là $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 9$.

Câu 2: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua $A(1;1)$ và tiếp xúc với 2 trục tọa độ.

Trả lời: $(C_1): (x - 2 + \sqrt{2})^2 + (y - 2 + \sqrt{2})^2 = (2 - \sqrt{2})^2$

$(C_2): (x - 2 - \sqrt{2})^2 + (y - 2 - \sqrt{2})^2 = (2 + \sqrt{2})^2$

Lời giải

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(a;b)$ bán kính R có dạng: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$. Do (C) tiếp xúc $Ox, Oy \Leftrightarrow R = |a| = |b|$.

+ Trường hợp 1: Nếu $a = b$

$(C): (x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$. Do (C) qua $A(1;1)$ suy ra

$$(1 - a)^2 + (1 - a)^2 = a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - \sqrt{2} \\ a = 2 + \sqrt{2} \end{cases}. \text{ Vậy có 2 đường tròn:}$$

$$(C_1): (x - 2 + \sqrt{2})^2 + (y - 2 + \sqrt{2})^2 = (2 - \sqrt{2})^2$$

$$(C_2): (x - 2 - \sqrt{2})^2 + (y - 2 - \sqrt{2})^2 = (2 + \sqrt{2})^2$$

+ Trường hợp 2: Nếu $a = -b$

$(C): (x - a)^2 + (y + a)^2 = a^2$. Do (C) qua $A(1;1)$ suy ra

$$(1 - a)^2 + (1 + a)^2 = a^2 \quad (\text{vô nghiệm})$$

Câu 3: Viết phương trình đường tròn (C) trong trường hợp sau: (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$.

Trả lời: $(x - 10)^2 + y^2 = 49; \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2$.

Lời giải:

Gọi tâm đường tròn là $I(6a + 10; a) \in d$.

Đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R , ta có:

$$\begin{aligned} d(I, d_1) &= d(I, d_2) \Leftrightarrow \frac{|3(6a + 10) + 4a + 5|}{5} = \frac{|4(6a + 10) - 3a - 5|}{5} \\ \Leftrightarrow |22a + 35| &= |21a + 35| \Leftrightarrow \begin{cases} 22a + 35 = 21a + 35 \\ 22a + 35 = -21a - 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{70}{43} \end{cases} \end{aligned}$$

- Với $a = 0$ thì $K(10; 0)$ và $R = 7$ suy ra $(C): (x - 10)^2 + y^2 = 49$.

- Với $a = -\frac{70}{43}$ thì $K\left(\frac{10}{43}; -\frac{70}{43}\right)$ và $R = \frac{7}{43}$ suy ra

$$(C): \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2.$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là:

$$(x - 10)^2 + y^2 = 49; \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2.$$

Câu 4: Tìm m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là một phương trình đường tròn.

Trả lời: $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

Lời giải

Phương trình đã cho là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $(m+2)^2 + (-2m)^2 - (19m - 6) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.

Tìm m để qua điểm $A(2; m)$ chỉ có một tiếp tuyến với (C) .

Trả lời: $m = 2$

Lời giải

Qua điểm A chỉ có một tiếp tuyến với đường tròn (C) khi $A \in (C)$

hay $2^2 + m^2 + 2 \cdot 2 - 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 = 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 6: Cho đường tròn $(C): (x - 6)^2 + (y - 7)^2 = 25$. Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C) và song song với đường thẳng $\Delta: x + 2y - 5 = 0$.

Trả lời: $d: x + 2y + 5\sqrt{5} - 20 = 0$ hoặc $d: x + 2y - 5\sqrt{5} - 20 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(6; 7)$, bán kính $R = 5$.

Đường thẳng d song song với Δ nên có dạng: $x + 2y + m = 0 (m \neq -5)$.

Mặt khác, đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C) nên

$$d(I, \Delta) = \frac{|6 + 2 \cdot 7 + m|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|20 + m|}{\sqrt{5}} = 5 \Leftrightarrow m = 5\sqrt{5} - 20 \text{ hoặc } m = -5\sqrt{5} - 20.$$

Vậy $d: x + 2y + 5\sqrt{5} - 20 = 0$ hoặc $d: x + 2y - 5\sqrt{5} - 20 = 0$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 0)$ và $B(6; 4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến điểm B bằng 5.

Trả lời: $(x - 2)^2 + (y - 7)^2 = 49$ hoặc $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$

Lời giải

Đường tròn (C) tiếp xúc với trục Ox tại A nên ta có $I(2; b)$ và $d(I, Ox) = |b| = R$.

Mặt khác, $IB=5 \Leftrightarrow IB^2=25 \Leftrightarrow (6-2)^2+(4-b)^2=25 \Leftrightarrow b=7$ hoặc $b=1$.

- $b=7 \Rightarrow I(2;7), R=7$. Phương trình đường tròn (C) là: $(x-2)^2+(y-7)^2=49$.

- $b=1 \Rightarrow I(2;1), R=1$. Phương trình đường tròn (C) là: $(x-2)^2+(y-1)^2=1$.

Câu 8: Cho đường tròn $(C): (x-2)^2+y^2=\frac{4}{5}$ và các đường thẳng $d_1: x-y=0$, $d_2: x-7y=0$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm I nằm trên đường tròn (C) và tiếp xúc với d_1, d_2 .

Trả lời: $\left(x-\frac{8}{5}\right)^2+\left(x-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{8}{25}$

Lời giải

Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn (C') . Ta có: $I \in (C) \Leftrightarrow (a-2)^2+b^2=\frac{4}{5}$.

Đường tròn (C') tiếp xúc với hai đường thẳng d_1 và d_2

$$\Leftrightarrow d(I, d_1) = d(I, d_2) = R \Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{|a-7b|}{\sqrt{50}} \Leftrightarrow 5|a-b| = |a-7b|$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}b \text{ hoặc } a = 2b.$$

- $a = -\frac{1}{2}b \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}b-2\right)^2+b^2=\frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{5}{4}b^2+2b+\frac{16}{5}=0$ (vô nghiệm).

- $a = 2b \Rightarrow (2b-2)^2+b^2=\frac{4}{5} \Leftrightarrow 5b^2-8b+\frac{16}{5}=0 \Leftrightarrow b=\frac{4}{5}$.

Suy ra $a=\frac{8}{5}, R=\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

Vậy đường tròn (C') có phương trình là: $\left(x-\frac{8}{5}\right)^2+\left(x-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{8}{25}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vị trí của một chất điểm K tại thời điểm $t(0 \leq t \leq 180)$ có tọa độ là $(3+2\cos t; 4+2\sin t)$. Tìm quỹ đạo chuyển động của chất điểm K .

Trả lời: $(x-3)^2+(y-4)^2=4$

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} x = 3 + 2 \cos t \\ y = 4 + 2 \sin t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 2 \cos t \\ y - 4 = 2 \sin t \end{cases} \Rightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

Vậy chất điểm K chuyển động theo quỹ đạo đường tròn $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ có

tâm $I(3; 4)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 10: Lập phương trình đường tròn (C) biết:

(C) có tâm $B(1; 1)$ và cắt $d: 3x + 4y + 8 = 0$ tại M, N thoả mãn $MN = 8$;

Trả lời: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của B lên $d: 3x + 4y + 8 = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm

B đến đường thẳng d là
$$BH = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$$

H là trung điểm của MN nên $HM = 4$. Suy ra bán kính đường tròn (C) là:

$$R = \sqrt{BH^2 + HM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$.

Câu 11: Lập phương trình đường tròn (C) biết: (C) đi qua ba điểm $M(2; 0), N(-2; 0), P(1; -1)$.

Trả lời: $x^2 + (y - 1)^2 = 5$

Lời giải

Giả sử tâm của đường tròn là điểm $I(a; b)$.

Vì $IM = IN = IP$ nên $IM^2 = IN^2 = IP^2$. Suy ra

$$\begin{cases} (2 - a)^2 + (0 - b)^2 = (-2 - a)^2 + (0 - b)^2 \\ (-2 - a)^2 + (0 - b)^2 = (1 - a)^2 + (-1 - b)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 4a + 4 = a^2 + b^2 + 4a + 4 \\ a^2 + b^2 + 4a + 4 = a^2 + b^2 - 2a + 2b + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a = 0 \\ 6a - 2b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1. \end{cases}$$

Bán kính đường tròn là: $R = IA = \sqrt{(2 - 0)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn là: $x^2 + (y - 1)^2 = 5$.

Câu 12: Một vật chuyển động tròn đều chịu tác động của lực hướng tâm, quỹ đạo chuyển động của vật trong mặt phẳng toạ độ Oxy là đường tròn có phương

trình $x^2 + y^2 = 100$. Vật chuyển động đến điểm $M(8;6)$ thì bị bay ra ngoài. Trong những giây đầu tiên sau khi vật bay ra ngoài, vật chuyển động trên đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn. Viết phương trình tiếp tuyến đó.

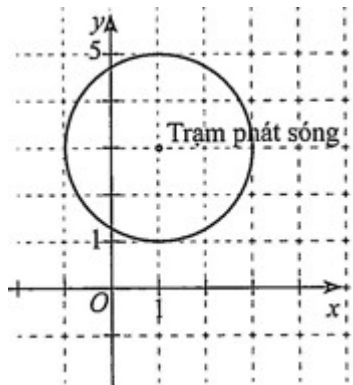
Trả lời: $4x + 3y - 50 = 0$

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của tiếp tuyến là: $\overrightarrow{OM} = (8;6)$.

Phương trình của tiếp tuyến là: $8(x - 8) + 6(y - 6) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 50 = 0$.

Câu 13: Hình mô phỏng một trạm thu phát sóng wifi chuyên dụng tầm xa đặt ở vị trí I có tọa độ $(1;3)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là ki-lô-mét).



Nếu người dùng điện thoại ở tọa độ $(2;2)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không?

Trả lời: có thể

Lời giải

Phương trình của đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng là: $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$

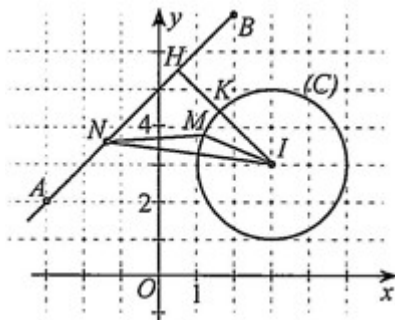
Khoảng cách từ tâm $I(1;3)$ đến điểm có tọa độ $(2;2)$ là:
 $\sqrt{(2 - 1)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{2}$

Vì $\sqrt{2} < 2$ nên điểm có tọa độ $(2;2)$ nằm trong đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng. Vậy người dùng có thể sử dụng dịch vụ của trạm.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn bao nhiêu mét.

Trả lời: $1m$

Lời giải



Quỹ đạo chuyển động của chất điểm thứ nhất là đường tròn (C) có phương trình chính tắc: $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

Vì $\vec{AB} = (5; 5)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB nên phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{5} \Leftrightarrow x - y + 5 = 0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB .

Ta có:
$$IH = \frac{|3 - 3 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} (m)$$

Vì $\frac{5}{\sqrt{2}} > 2$, tức là $IH > R$ nên đường thẳng AB và đường tròn (C) không có điểm chung. Gọi K là giao điểm của đoạn thẳng IH và đường tròn. Ta có:

$$HK = IH - IK = \frac{5}{\sqrt{2}} - 1 > 1 (m).$$

Xét M là điểm bất kì trên đường tròn, N là điểm bất kì trên đường thẳng AB .

Ta có: $MN \geq IN - IM, IM = IK, IN \geq IH \Rightarrow MN \geq IH - IK = HK > 1m$.

Vậy tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn $1m$.

Câu 15: Cho phương trình: $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m - 2)y + 6 - m = 0$ (1). Tìm m để (1) là phương trình của một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{10}$.

Trả lời: $m = 0; m = 3$

Lời giải

Đặt $a = \frac{-2m}{-2} = m, b = \frac{-4(m-2)}{-2} = 2(m-2), c = 6 - m$.

Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn: $a^2 + b^2 - c > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4(m - 2)^2 - 6 + m > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}$$

Với điều kiện trên, bán kính đường tròn là $R = \sqrt{5m^2 - 15m + 10}$.

Theo giả thiết: $R = \sqrt{10} \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ (nhận).

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn là $m = 0; m = 3$.

Câu 16: Cho $A(-1; 0), B(2; 4)$ và $C(4; 1)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $3MA^2 + MB^2 = 2MC^2$ là một đường tròn (C) . Tìm tính bán kính của (C) .

Trả lời: $R = \frac{\sqrt{107}}{2}$

Lời giải:

Gọi $M(x; y)$. Ta có: $3MA^2 + MB^2 = 2MC^2$

$$\Leftrightarrow 3[(x+1)^2 + y^2] + (x-2)^2 + (y-4)^2 = 2[(x-4)^2 + (y-1)^2]$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 6x + 3 + x^2 + y^2 - 4x - 8y + 20 = 2x^2 + 2y^2 - 16x - 4y + 34$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 18x - 4y - 11 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 9x - 2y - \frac{11}{2} = 0(*)$$

Đặt $a = -\frac{9}{2}, b = 1, c = -\frac{11}{2}$. Ta có $a^2 + b^2 - c = \frac{107}{4} > 0$ nên $(*)$ là phương trình của một đường tròn (tức đường tròn (C)).

Bán kính của (C) là: $R = \frac{\sqrt{107}}{2}$.

Câu 17: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$ và hai điểm $A(2; -2), B(-3; -1)$. Gọi M, N là các điểm thuộc (C) sao cho AM, AN lần lượt đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. Tính $AM + AN$.

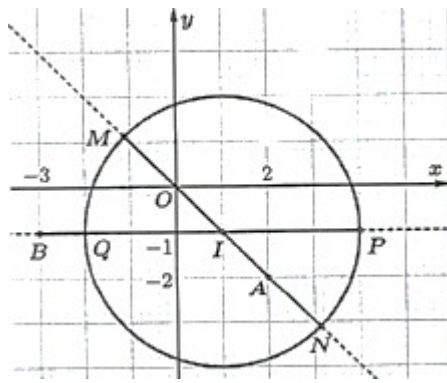
Trả lời: 6

Lời giải

(C) có tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{1+1+7} = 3$.

Ta có: $IA = \sqrt{(2-1)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{2} < R$ nên A nằm bên trong đường tròn.

$IB = \sqrt{(-3-1)^2 + (-1+1)^2} = 4 > R$ nên B nằm bên ngoài đường tròn.



Vì M thuộc (C) và AM lớn nhất nên A, I, M thẳng hàng (I nằm giữa A, M) ta có: $AM = R + IA$.

N thuộc (C) , AN bé nhất nên I, A, N thẳng hàng (A nằm giữa I, N), ta có $AN = R - IA$.

Suy ra: $AM + AN = (R + IA) + (R - IA) = 2R = 6$.

Câu 18: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$ và hai điểm $A(2; -2), B(-3; -1)$. Tìm P thuộc (C) sao cho BP lớn nhất. Tìm Q thuộc (C) sao cho BQ bé nhất.

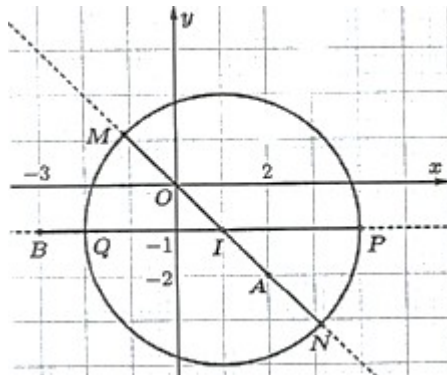
Trả lời: $P(4; -1)$ và $Q(2; -1)$

Lời giải

(C) có tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{1+1+7} = 3$.

Ta có: $IA = \sqrt{(2-1)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{2} < R$ nên A nằm bên trong đường tròn.

$IB = \sqrt{(-3-1)^2 + (-1+1)^2} = 4 > R$ nên B nằm bên ngoài đường tròn.



P thuộc (C) và BP lớn nhất nên B, I, P thẳng hàng (I nằm giữa B, P). Do đó P là một giao điểm của đường thẳng IB với đường tròn (C) .

Ta có: $\vec{IB} = (-4; 0)$ nên IB có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1)$; phương trình IB là $y + 1 = 0$.

Ta có hệ
$$\begin{cases} y+1=0 \\ x^2+y^2-2x+2y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x^2-2x-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$$
.

Ta có I nằm giữa B, P nên $x_B < x_I < x_P$ hay $-3 < 1 < x_P$ nên $P(4; -1)$ thỏa mãn.

Điểm còn lại chính là Q với tọa độ $Q(2; -1)$.

Câu 19: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$. Tìm tham số m để đường thẳng $\Delta: x + 2y - 3m + 1 = 0$ tiếp xúc đường tròn.

Trả lời: $m = \frac{1 \pm 5\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

(C) có tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 5$.

Δ tiếp xúc $(C) \Leftrightarrow d(O, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|0 + 2 \cdot 0 - 3m + 1|}{\sqrt{1 + 4}} = 5 \Leftrightarrow |-3m + 1| = 5\sqrt{5}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} -3m + 1 = 5\sqrt{5} \\ -3m + 1 = -5\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1 \pm 5\sqrt{5}}{3}$. Vậy $m = \frac{1 \pm 5\sqrt{5}}{3}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 20: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$. Tìm tham số m để đường thẳng $\Delta': 3x - 4y + 2m - 5 = 0$ cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn AB bằng 8.

Trả lời: $m = -5; m = 10$

Lời giải

Gọi H là trung điểm đoạn AB , ta có $HA = HB = 4$.

Xét tam giác OHA vuông tại H có:

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3;$$

Suy ra $d(O, \Delta') = 3$; mà $d(O, \Delta') = \frac{|2m - 5|}{5}$. Do vậy:
 $\frac{|2m - 5|}{5} = 3 \Leftrightarrow |2m - 5| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 10 \end{cases}$.

Vậy có hai giá trị thỏa mãn: $m = -5; m = 10$.

Câu 21: Cho họ đường tròn $(C_m): x^2 + y^2 + 4mx + 2(m+1)y - 1 = 0$.

Tìm bán kính bé nhất của đường tròn (C_m) .

Trả lời: $R_{\min} = \sqrt{\frac{9}{5}}$

Lời giải:

Đặt $a = \frac{4m}{-2} = -2m, b = \frac{2(m+1)}{-2} = -(m+1), c = -1$.

Ta có: $a^2 + b^2 - c = 4m^2 + (m+1)^2 + 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên (C_m) luôn là đường tròn với mọi số thực m .

Bán kính đường tròn là:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{5m^2 + 2m + 2} = \sqrt{5\left(m + \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}} \geq \sqrt{\frac{9}{5}}.$$

Vậy bán kính nhỏ nhất của đường tròn $R_{\min} = \sqrt{\frac{9}{5}}$; khi đó $m = -\frac{1}{5}$.

Câu 22: Cho họ đường tròn $(C_m): x^2 + y^2 + 4mx + 2(m+1)y - 1 = 0$.

Tìm m để (C_m) đi qua điểm $A(1;0)$.

Trả lời: $m = 0$

Lời giải:

(C_m) đi qua điểm $A(1;0)$ nên $1^2 + 0^2 + 4m \cdot 1 + 2(m+1) \cdot 0 - 1 = 0 \Rightarrow m = 0$.

Vậy $m = 0$ thỏa mãn đề bài.

Câu 23: Cho họ đường tròn $(C_m): x^2 + y^2 + 4mx + 2(m+1)y - 1 = 0$.

Biết rằng khi m thay đổi thì (C_m) luôn qua hai điểm cố định. Tìm tọa độ hai điểm đó.

Trả lời: $(1; -2), \left(-\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$

Lời giải:

Giả sử $(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (C_m) luôn đi qua với mọi m .

Ta có: $x_0^2 + y_0^2 + 4mx_0 + 2(m+1)y_0 - 1 = 0, \forall m \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 4mx_0 + 2my_0 + x_0^2 + y_0^2 + 2y_0 - 1 = 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (4x_0 + 2y_0)m + x_0^2 + y_0^2 + 2y_0 - 1 = 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x_0 + 2y_0 = 0 \\ x_0^2 + y_0^2 + 2y_0 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -2x_0 \\ x_0^2 + (-2x_0)^2 + 2(-2x_0) - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -2x_0 \\ 5x_0^2 - 4x_0 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{5} \\ y_0 = \frac{2}{5} \end{cases}.$$

Vậy với mọi số thực m thì (C_m) luôn đi qua hai điểm $(1; -2), \left(-\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Câu 24: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ biết Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x + 3y + 4 = 0$.

Trả lời: $\Delta: 3x - 2y - 10 \pm 3\sqrt{13} = 0$

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2; -2)$, bán kính $R = 3$.

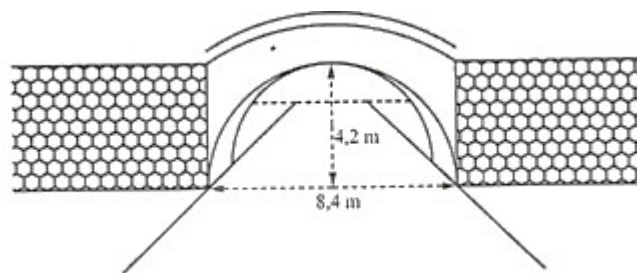
Vì $\Delta \perp \Delta'$ nên phương trình Δ có dạng: $3x - 2y + c = 0$.

Đường thẳng Δ tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I, \Delta) = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 2 - 2(-2) + c|}{\sqrt{9 + 4}} = 3 \Leftrightarrow |c + 10| = 3\sqrt{13} \Leftrightarrow c = -10 \pm 3\sqrt{13}.$$

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là $\Delta: 3x - 2y - 10 \pm 3\sqrt{13} = 0$.

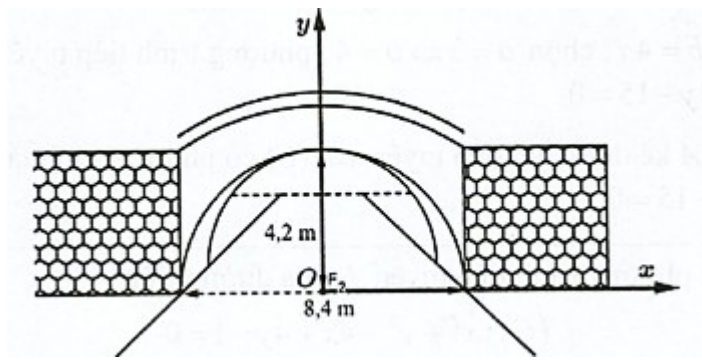
Câu 25: Một cái cổng hình bán nguyệt rộng $8,4m$, cao $4,2m$ như hình vẽ. Mặt đường dưới cổng được chia làm hai làn cho xe ra vào. Một chiếc xe tải rộng $2,2m$, cao $2,6m$ đi đúng làn đường quy định có thể đi qua cổng mà không làm hư hỏng cổng hay không?



Trả lời: không gây hư hỏng

Lời giải

Đặt hệ trục Oxy như hình vẽ với gốc O là tâm của bán nguyệt.



Khi đó cái cổng được cho bởi nửa đường tròn tâm O , bán kính $R = 4,2\text{ m}$;

phương trình nửa đường tròn là:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4,2^2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Xe tải phải đi ở làn đường bên phải (ứng với một phần tư đường tròn bên phải). Xe tải muốn đi qua không vướng gì thì đường chéo mặt cắt ngang của xe tải (giả sử là hình chữ nhật) nhỏ hơn bán kính cổng bán nguyệt.



Đường chéo cần tìm là: $\sqrt{2,2^2 + 2,6^2} \approx 3,4\text{ m} < R$.

Vậy chiếc xe tải như trên có thể qua cổng mà không gây hư hỏng gì.

Câu 26: Tìm m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+1)x - 2(m+2)y + 6m + 7 = 0$ là phương trình một đường tròn.

Trả lời: $m < -1 \vee m > 1$

Lời giải

Đặt $a = m+1, b = m+2, c = 6m+7$.

Phương trình đã cho là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + (m+2)^2 - 6m - 7 > 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$$

Vậy $m < -1 \vee m > 1$ thỏa mãn đề bài.

Câu 27: Cho hai điểm $A(-4;2)$ và $B(2;-3)$. Tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $MA^2 + MB^2 = 31$ là một đường tròn. Tìm bán kính đường tròn đó.

Trả lời: $R = \frac{1}{2}$

Lời giải

Ta có: $MA^2 + MB^2 = 31 \Leftrightarrow (x+4)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 31$
 $\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4x + 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0 \quad (*)$.

(*) là phương trình của một đường tròn có tâm $I\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{1}{2}$.

Câu 28: Cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB .

Trả lời: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$

Lời giải

Gọi (C_1) là đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Ta có tam giác OAB vuông tại O nên tâm I của đường tròn (C_1) là trung điểm cạnh AB suy ra $I(4;3)$; bán kính đường tròn là $R = IA = \sqrt{(8-4)^2 + (0-3)^2} = 5$. Vậy phương trình đường tròn (C_1) là $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$.

Câu 29: Cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

Trả lời: $(C_2): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$

Lời giải

Gọi (C_2) là đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

Ta có $OA = 8; OB = 6; AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

Diện tích tam giác $OAB: S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = pr \Rightarrow r = \frac{OA \cdot OB}{OA + OB + AB} = 2$.

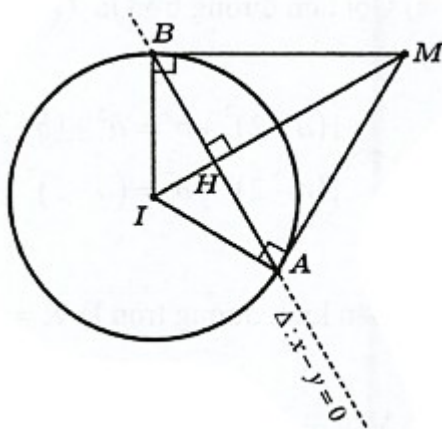
Dễ thấy đường tròn (C_2) có tâm thuộc góc phần tư thứ nhất và tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của nó có tọa độ là $J(2;2)$.

Vậy phương trình $(C_2): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Câu 30: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - y = 0$. Đường tròn (C) có bán kính $R = \sqrt{10}$ cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4\sqrt{2}$. Các tiếp tuyến của (C) tại hai điểm A, B cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy . Hãy viết phương trình của đường tròn (C) .

Trả lời: $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 10$

Lời giải



Gọi I là tâm của đường tròn (C) ; gọi M là giao điểm của các tiếp tuyến tại A, B của (C) , $H = IM \cap AB$. Suy ra H là trung điểm của AB , $AH = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{2}$. Vì M thuộc tia Oy nên $M(0; t), t \geq 0$.

Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{(2\sqrt{2})^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{(\sqrt{10})^2} \Rightarrow AM = 2\sqrt{10}$.

Vậy $MH = \sqrt{MA^2 - AH^2} = 4\sqrt{2}$.

Ta có: $MH = d(M, \Delta) = \frac{|0 - t|}{\sqrt{1+1}} = 4\sqrt{2} \Rightarrow t = 8 \Rightarrow M(0; 8)$.

Phương trình đường thẳng IM qua M , vuông góc với Δ là $IM: x + y - 8 = 0$.

Toạ độ H là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow H(4; 4)$. Ta có $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{2}$.

Suy ra: $\frac{IH}{MH} = \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{IH}{MH} = \frac{1}{4} \Rightarrow I(5; 3)$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 10$.

Câu 31: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$.

Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

Trả lời: $m = -4$

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R=3$.

$$\Delta \text{ cắt } (C) \text{ tại hai điểm phân biệt} \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{2} - 2m + 1 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2+m^2}} < 3 \Leftrightarrow |1 - 2m| \leq 3\sqrt{2+m^2}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 \leq 9m^2 + 18$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 + 4m + 17 > 0 \text{ (đúng với mọi } m \text{)}.$$

Vậy với mọi số thực m thì Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt.

Ta có: $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \angle AIB = \frac{9}{2} \sin \angle AIB \leq \frac{9}{2}$ (vì $\sin \angle AIB \leq 1$).

Suy ra: $(S_{\Delta IAB})_{\max} = \frac{9}{2}$; khi đó $\sin \angle AIB = 1 \Leftrightarrow \angle AIB = 90^\circ$

Gọi H là hình chiếu của I lên $\Delta \Rightarrow \angle IAH = 45^\circ \Rightarrow IH = IA \cos 45^\circ = \frac{3}{\sqrt{2}}$

Ta có: $d(I, \Delta) = IH \Leftrightarrow \frac{|1 - 2m|}{\sqrt{2+m^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m^2 + 8m + 16 = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

Vậy với $m = -4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau:
 $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$.

Trả lời: $2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0; y + 1 = 0; 4x - 3y - 9 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0; 2)$ bán kính $R_1 = 3$.

Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(3; -4)$ bán kính $R_2 = 3$.

Gọi tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình $\Delta: ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$.

$$\Delta \text{ là tiếp tuyến chung của } (C_1) \text{ và } (C_2) \Leftrightarrow \begin{cases} d(I_1, \Delta) = 3 \\ d(I_2, \Delta) = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |2b + c| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \quad (*) \\ |3a - 4b + c| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Rightarrow |2b + c| = |3a - 4b + c| \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{-3a + 2b}{2} \end{cases}$$

Trường hợp 1: $a = 2b$; chọn $a = 2 \Rightarrow b = 1$; thay vào $(*)$ ta được: $c = -2 \pm 3\sqrt{5}$; suy ra phương trình hai tiếp tuyến là: $2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0$.

Trường hợp 2: $c = \frac{-3a+2b}{2}$; thay vào (*) ta được:

$$\left| 2b + \frac{-3a+2b}{2} \right| = 3\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow |2b-a| = 2\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 4ab + a^2 = 4a^2 + 4b^2 \Leftrightarrow 3a^2 + 4ab = 0 \Leftrightarrow a(3a+4b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ 3a=-4b \end{cases}$$

- Với $a=0$; chọn $b=1 \Rightarrow c=1$.

Phương trình $\Delta: y+1=0$.

- Với $3a=-4b$; chọn $a=4 \Rightarrow b=-3 \Rightarrow c=-9$.

Phương trình: $\Delta: 4x-3y-9=0$.

Vậy có bốn tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình là:

$$2x+y-2 \pm 3\sqrt{5}=0; y+1=0; 4x-3y-9=0.$$

Câu 33: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$ và điểm $M(-2;3)$.

Viết phương trình đường thẳng đi qua M và cắt đường tròn tại 2 điểm

A, B sao cho $AB = \frac{12}{\sqrt{5}}$.

Trả lời: $AB: 2x+y+1=0$ hoặc $AB: x+2y-4=0$

Lời giải

$(C): x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$.

(C) có tâm $I(-3;2)$, bán kính $R=3$.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow AH = \frac{AB}{2} = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

$\triangle IAH$ vuông tại H , ta có: $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua $M(-2;3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB} = (a;b)$ có dạng: $a(x+2) + b(y-3) = 0 \Leftrightarrow ax + by + 2a - 3b = 0$.

Ta có:

$$IH = d[I, AB] \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{|-3a+2b+2a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow 9(a^2+b^2) = 5(a^2+2ab+b^2)$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 5ab + 2b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ a=\frac{1}{2}b \end{cases}$$

$$\text{Chọn } b=2 \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ a=1 \end{cases}$$

Với $a=4; b=2$ thì $AB: 2x+y+1=0$.

Với $a=1; b=2$ thì $AB: x+2y-4=0$.

Câu 34: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm $M(2;4)$.

Viết phương trình đường thẳng đi qua M và cắt đường tròn tại 2 điểm A, B sao cho M là trung điểm đoạn AB .

Trả lời: $x+y-6=0$.

Lời giải

Ta có $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ có tâm $I(1;3)$, bán kính $R=2$
 $IM = \sqrt{(2-1)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{2} < 2 = R$.

Vậy M nằm trong đường tròn (C) .

Vì M là trung điểm đoạn AB nên

$$AB \perp IM$$

Vì $AB \perp IM \Rightarrow$ Vector pháp tuyến của AB là $\vec{n}_{AB} = \vec{IM} = (1;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng AB là: $1(x-2) + 1(y-4) = 0 \Leftrightarrow x+y-6=0$.

Câu 35: Xét sự tương giao giữa đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 7x - y = 0$ và đường thẳng $\Delta: x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm nếu có.

Trả lời: $A(1;-2)$ và $A(6;3)$.

Lời giải

$$(C): x^2 + y^2 - 7x - y = 0$$

(C) có tâm $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

Ta có $d[I, \Delta] = 0$.

Vậy Δ đi qua tâm của (C) và cắt (C) tại 2 điểm phân biệt.

Tọa độ giao điểm Δ của đi qua tâm của (C) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - y - 3 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 7x - y = 0 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Leftrightarrow y = x - 3$ thay vào (2) ta được:

$$x^2 + (x-3)^2 - 7x - (x-3) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=-2 \\ x=6 \Rightarrow y=3 \end{cases}.$$

Vậy Δ cắt (C) tại hai điểm $A(1;-2)$ và $A(6;3)$.

Câu 36: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, điểm $M(4;6)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua $M(4;6)$.

Trả lời: $(\Delta_1): x - 4 = 0; (\Delta_2): 3x + 4y + 12 = 0$

Lời giải

(C) có tâm $I(2;2), R=2$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(4;6)$.

Δ có dạng $Ax + By - 4A - 6B = 0$

Δ là tiếp tuyến của $(C) \Rightarrow d[I, \Delta] = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2A + 2B - 4A - 6B|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 2 \Leftrightarrow |2A + 4B| = 2\sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\Leftrightarrow 4A^2 + 16B^2 + 16AB = 4A^2 + 4B^2 \Leftrightarrow 12A^2 + 16AB = 0 \Leftrightarrow 4B(3B + 4A) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B = 0 \\ B = \frac{4A}{3} \end{cases}$$

$$\text{Chọn } A = 3 \Rightarrow \begin{cases} B = 0 \\ B = 4 \end{cases}.$$

Vậy $A = 3, B = 0 \Rightarrow (\Delta_1): x - 4 = 0; A = 3, B = 4 \Rightarrow (\Delta_2): 3x + 4y + 12 = 0$.

Câu 37: Cho đtròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, điểm $M(4;6)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M cắt (C) tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 2$.

Trả lời: $\Delta_1: (\sqrt{51} - 8)x + y + 26 - 4\sqrt{51} = 0; \Delta_2: (\sqrt{51} + 8)x - y - 26 - 4\sqrt{51} = 0$.

Lời giải

Khi $AB = 2$ thì ΔIAB đều do đó $d[I, AB] = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Đường thẳng đi qua M có dạng: $d: Ax + By - 4A - 6B = 0$.

Ta có $d[I, AB] = d[I, d] = \sqrt{3} \Leftrightarrow |2A + 4B| = \sqrt{3} \cdot \sqrt{A^2 + B^2} \Leftrightarrow A^2 + 16AB + 13B^2 = 0$.

$$\text{Chọn } B = 1 \text{ ta được } \begin{cases} A = -8 + \sqrt{51} \\ A = -8 - \sqrt{51} \end{cases}.$$

$$A = -8 + \sqrt{51}, B = 1 \Rightarrow \Delta_1 : (\sqrt{51} - 8)x + y + 26 - 4\sqrt{51} = 0.$$

$$A = -8 - \sqrt{51}, B = 1 \Rightarrow \Delta_2 : (\sqrt{51} + 8)x - y - 26 - 4\sqrt{51} = 0.$$

Câu 38: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx + 4my + 6m - 1 = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) là phương trình đường tròn?

Trả lời:
$$\begin{cases} m < \frac{1}{5} \\ m > 1 \end{cases}$$

Lời giải

(1) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a = m, b = -2m, c = 6m - 1$.

Vậy để (1) là phương trình đường tròn thì

$$a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m^2 - 6m + 1 > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 6m + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{5} \\ m > 1 \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} m < \frac{1}{5} \\ m > 1 \end{cases}$ thì (1) trở thành phương trình đường tròn.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn qua $A(2; -1)$ và tiếp xúc với Ox, Oy .

Trả lời: $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ và $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 25$.

Lời giải

Gọi đường tròn cần tìm là $(I; R)$ với $I(a; b)$ là tâm đường tròn.

Đường tròn $(I; R)$ tiếp xúc với các trục Ox, Oy nên

$$d(I; Ox) = d(I; Oy) = R \Rightarrow |a| = |b| = R \Rightarrow \begin{cases} a = b = R \\ a = -b = R \end{cases}$$

Nếu $a = b$ thì phương trình đường tròn có dạng $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$

Mà điểm $A(2; -1) \in (I; R)$ nên $(2 - a)^2 + (-1 - a)^2 = a^2 \Rightarrow a^2 - 2a + 5 = 0$ vô nghiệm.

Vậy trường hợp này không có giá trị thoả mãn.

Nếu $a = -b$ thì phương trình đường tròn có dạng $(x - a)^2 + (y + a)^2 = a^2$

Mà điểm $A(2; -1) \in (I; R)$ nên $(2 - a)^2 + (-1 + a)^2 = a^2$

$$\Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ và $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm I nằm trên đường thẳng Δ , với $A(0;4), B(2;6), \Delta: x-2y+5=0$.

Trả lời: $(C): \left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}$

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} = (2; 2)$.

Đường trung trực d của đoạn AB đi qua $M(1;5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{2} \overline{AB} = (1; 1)$ là

$$d: x + y - 6 = 0.$$

- Tâm I là giao điểm của d và Δ nên tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x - 2y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{7}{3}; \frac{11}{3}\right).$$

- Bán kính: $R = IA = \sqrt{\left(0 - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(4 - \frac{11}{3}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$.

Vậy phương trình đường tròn là $(C): \left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}$.

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+5)^2 = 4$ tại điểm $M(3; -5)$.

Trả lời: $d: x - 3 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -5)$, bán kính $R = 2$. $IM = \sqrt{(3-1)^2 + (-5+5)^2} = 2 = R$ Do đó điểm $M(3; -5)$ thuộc đường tròn (C) .

Tiếp tuyến của (C) tại $M(3; -5)$ có vectơ pháp tuyến là $\overline{IM} = (2; 0)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại $M(3; -5)$ là

$$d: 2(x-3) + 0(y+5) = 0 \Leftrightarrow d: x - 3 = 0.$$

Câu 42: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $\Delta: x + 2y - 15 = 0$.

Trả lời:
$$\begin{cases} d: x + 2y = 0 \\ d: x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$$

Lời giải

(C) có tâm $I(-1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1 + 9 - 5} = \sqrt{5}$, $d: x + 2y - m = 0$.

d là tiếp tuyến của (C)

$$\Leftrightarrow d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|-1 + 6 - m|}{\sqrt{1 + 4}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |m - 5| = 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 5 = -5 \\ m - 5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \Rightarrow d: x + 2y = 0 \\ m = 10 \Rightarrow d: x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$$

Câu 43: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm $A(1; 3)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ A .

Trả lời: $x = 1$ và $3x + 4y - 15 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$ bán kính $R = \sqrt{3^2 + 1 - 6} = 2$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A có dạng:

$$a(x - 1) + b(y - 3) = 0 \text{ với } (a^2 + b^2 \neq 0) \text{ hay } ax + by - a - 3b = 0$$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn

$$\Leftrightarrow d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|3a - b - a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3b = 4a \end{cases}$$

+ Nếu $b = 0$, chọn $a = 1$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $x = 1$.

+ Nếu $3b = 4a$, chọn $a = 3, b = 4$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $3x + 4y - 15 = 0$.

Vậy qua A kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x = 1$ và $3x + 4y - 15 = 0$.

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$. Tìm m để Δ và (C) tiếp xúc với nhau.

Trả lời: $m = \pm 15$

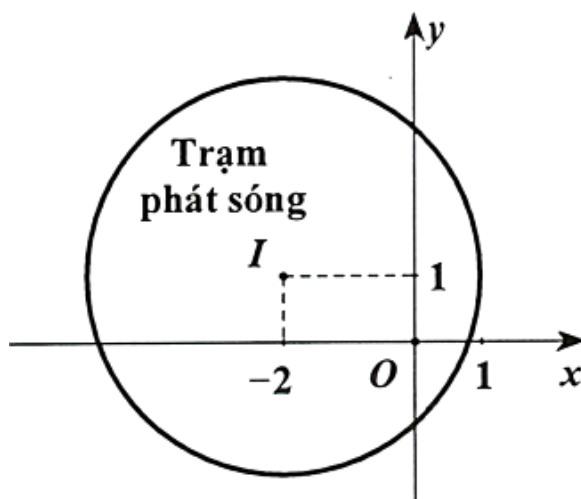
Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(0,0)$ và bán kính $R=3$.

Khoảng cách từ tâm $I(0,0)$ đến đường thẳng Δ là $d(I;\Delta) = \frac{|m|}{5}$.

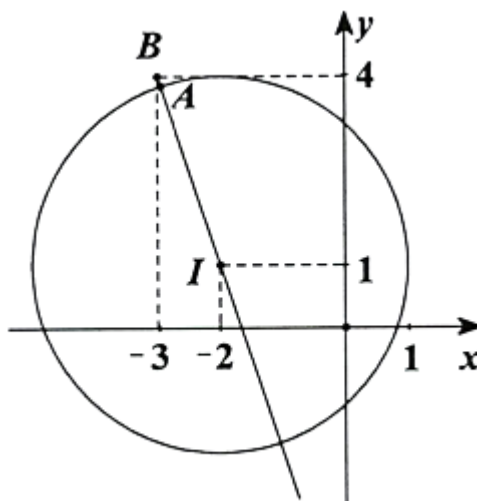
Δ tiếp xúc $(C) \Leftrightarrow d(I;\Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|m|}{5} = 3 \Leftrightarrow |m| = 15 \Leftrightarrow m = \pm 15$.

Câu 45: Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km .



Trả lời: 0,16

Lời giải



Đường tròn màu đỏ mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2;1)$ và bán kính phủ sóng $3km$ nên phương trình đường tròn đó là:
 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$

Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI

$\Rightarrow$ Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3;4)$ tới vùng phủ sóng là BA

Ta có: $IB = \sqrt{(-3+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$, suy ra $AB = IB - IA = \sqrt{10} - 3 = 0,16$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>