SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO	KỲ THI KHẢO SÁT HSG GIỎI NĂM HỌC 2023-2024
ĐỀ SỐ 26	**MÔN THI: TOÁN** *Thời gian: 150 phút(Không tính thời gian giao đề)*

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1: Giá trị của biểu thức $(x^3+y^3)-(x^2+y^2)+4xy$ là Khi $x+y=2$ thì

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $A=(x^2-5x+3)(2x^2+10x-6)-x^4+2(5x-3)^2$ ta được kết quả là:

A. $A=0$. **B.** $A=x^4$. **C.** $A=(5x-3)^2$. **D.** $A=-(5x-3)^2$.

Câu 3: Kết quả của phép chia $\left[(2x-3y)^3-(3y-2x)^2+(2x-3y)\right]:(3y-2x)$ là

A. $-(2x-3y)^2-(x-y)+1$.

B. $-(2x-3y)^2+(2x-3y)+1$.

C. $(2x-3y)^2+(2x-3y)+1$.

D. $(2x-3y)^2+(2x-3y)-1$.

Câu 4: Xác định đa thức bậc ba $f(x)$, biết rằng khi chia đa thức $f(x)$ cho $(x-1)$, cho đa thức $(x-2)$, cho đa thức $(x-3)$ đều dư 6 và $f(-1)=-18$?

A. $f(x)=x^3+6x^2-11x+6$ **B.** $f(x)=x^3+6x^2-11x-6$

C. $f(x)=-x^3+6x^2-11x+6$ **D.** $f(x)=-x^3-6x^2-11x+6$

Câu 5: Biểu thức $P=x^2-4xy+5y^2+10x-22y+2050$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng.

A. 2022 **B.** 2023 **C.** 2024 **D.** 2025

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)+2024$ là

A. 0 **B.** 1988 **C.** 2024 **D.** 2060

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn $x^4+2x^3+4x^2+2x+1=0$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 8: Tìm m để đa thức $A(x)=x^3+mx^2+5x+3$ chia hết cho đa thức $B(x)=x^2+2x+3$

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 9: Cho $P(x)=x^4-3x^3+ax+b, Q(x)=x^2-3x-4$, Xác định a,b để $P(x)\vdots Q(x)$?

A. $a=-12; b=-16$ **B.** $a=12; b=-16$

C. $a=-12; b=16$ **D.** $a=12; b=16$

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 1. Gọi M là trung điểm của BC, AM cắt BD ở Q. Tính diện tích $MQDC$?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{12}{17}$. **D.** $\frac{17}{12}$.

Câu 11: Tứ giác $ABCD$ có $AB=BC,\ CD=DA,\ \hat{B}=100^\circ$, $\hat{D}=70^\circ$. Tính $\hat{A},\ \hat{C}$.

A. $\hat{A}=\hat{C}=95^\circ$. **B.** $\hat{A}=95^\circ;\ \hat{C}=55^\circ$.

C. $\hat{A}=\hat{C}=85^\circ$. **D.** $\hat{A}=55^\circ;\ \hat{C}=105^\circ$.

Câu 12: Gieo 2 lần một con xúc xắc cân đối đồng chất. Tính xác suất để tích hai lần gieo được kết quả là số lẻ.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu I. (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành phân tử:

$$2(x^4+y^4+z^4)-(x^2+y^2+z^2)^2-2(x^2+y^2+z^2)(x+y+z)^2+(x+y+z)^4$$

b) Cho các số thực a,b,c đôi một khác nhau thoả mãn: $a^3+b^3+c^3=3abc$ và $abc\neq 0$.

Tính giá trị biểu thức $P=\dfrac{ab^2}{a^2+b^2-c^2}+\dfrac{bc^2}{b^2+c^2-a^2}+\dfrac{ca^2}{c^2+a^2-b^2}$

Câu II. (3 điểm)

a) Tìm nghiệm của đa thức sau: $(5x+6)(5x+7)^2(5x+8)-12$

b) Tìm hai số a và b thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $a^2b^2+2ab=7a+8$ và $a(b-a)=2$

Câu III. (2 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x,y) thỏa mãn $6xy^2-x^2=3x^2y^2-2x+y+11$

b) Chứng minh rằng nếu $a,\ b$ là các số nguyên tố lớn hơn 2 thì a^5b-ab^5 chia hết cho 240.

Câu IV. (6 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E,K lần lượt là trung điểm của AB và CD; O là giao điểm của AK và DE. Hạ $DM\perp CE$.

a) Chứng minh tứ giác $ADKE$ là hình chữ nhật, từ đó suy ra $AM\perp KM$.

b) Gọi N là giao điểm của AK và BM. Chứng minh ΔADM cân và tính số đo của $\widehat{ANB}$.

c) Phân giác của $\widehat{BCE}$ cắt cạnh AD tại F. Chứng minh rằng $CF\leq 2EF$.

Câu IV. (1 điểm)

Cho các số thực không âm a,b,c thỏa mãn $a+b+c=3$, Tìm GTNN, GTLN của $P=4a+ab+abc$.

…………………………………… **HẾT** ……………………………………

Họ tên học sinh: ....; Số báo danh: ....

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.C	5.C	6.B	7.D	8.C	9.A	10.B
11.A	12.A								

Mỗi câu đúng: 0,5 điểm

Câu 1: Giá trị của biểu thức $A=(x^3+y^3)-(x^2+y^2)+4xy$ là Khi $x+y=2$ thì

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Giải

$A=(x^3+y^3)-(x^2+y^2)+4xy$

$=(x+y)^3-3xy(x+y)-(x+y)^2+2xy+4xy$

$=(x+y)^3-(x+y)^2-3xy(x+y)+6xy$

$=2^3-2^2-6xy+6xy$

$=4$

Đáp án cần chọn là. **D.**

Câu 2: Rút gọn biểu thức $A=(x^2-5x+3)(2x^2+10x-6)-x^4+2(5x-3)^2$ ta được kết quả là:

A. $A=0$. **B.** $A=x^4$. **C.** $A=(5x-3)^2$. **D.** $A=-(5x-3)^2$.

Giải

$A=(x^2-5x+3)(2x^2+10x-6)-x^4+2(5x-3)^2$

$=2(x^2-5x+3)(x^2+5x-3)-x^4+2(5x-3)^2$

$=2x^4-2(5x-3)^2-x^4+2(5x-3)^2$

$=x^4$

Vậy $A=x^4$.

Đáp án cần chọn là. **B.**

Câu 3: Kết quả của phép chia $\left[(2x-3y)^3-(3y-2x)^2+(2x-3y)\right]:(3y-2x)$ là

A. $-(2x-3y)^2-(x-y)+1$. **B.** $-(2x-3y)^2+(2x-3y)+1$.

C. $(2x-3y)^2+(2x-3y)+1$. **D.** $(2x-3y)^2+(2x-3y)-1$.

Giải

$\left[(2x-3y)^3-(3y-2x)^2+(2x-3y)\right]:(3y-2x)$

$=(3y-2x)\left[-(3y-2x)^2-(3y-2x)-1\right]:(3y-2x)$

$=-(2x-3y)^2+(2x-3y)-1$

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 4: Xác định đa thức bậc ba $f(x)$, biết rằng khi chia đa thức $f(x)$ cho $(x-1)$, cho đa thức $(x-2)$, cho đa thức $(x-3)$ đều dư 6 và $f(-1)=-18$?

A. $f(x) = x^3 + 6x^2 - 11x + 6$ **B.** $f(x) = x^3 + 6x^2 - 11x - 6$

C. $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6$ **D.** $f(x) = -x^3 - 6x^2 - 11x + 6$

Giải

Ta có: $f(x) - 6$ chia hết cho $x - 1,\ x - 2,\ x - 3$, do đó $f(x) - 6$ chia hết cho $(x-1)(x-2)(x-3)$

Đặt $f(x) - 6 = (x-1)(x-2)(x-3)k \ \ (k \in Q)$

Mà $f(-1) = -18 \Rightarrow -18 = 6 + (-2)(-3)(-4)k \Rightarrow k = -1$

Nên đa thức cần tìm là $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6$

Đáp án cần chọn là. **C.**

Câu 5: Biểu thức $P = x^2 - 4xy + 5y^2 + 10x - 22y + 2050$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng.

A. 2022 **B.** 2023 **C.** 2024 **D.** 2025

Giải

Ta có

$P = x^2 - 4xy + 5y^2 + 10x - 22y + 2050$

$= \left(x - 4xy + 4y^2\right) + (y^2 - 2y + 1) + (10x - 20y) + 2049$

$= (x - 2y)^2 + (y-1)^2 + 10(x - 2y) + 2049$

$= (x-2y)^2 + 10(x-2y) + 25 + (y-1)^2 + 2024$

$= (x - 2y + 5)^2 + (y-1)^2 + 2024 \geq 2024$

Vậy biểu thức $P = x^2 - 4xy + 5y^2 + 10x - 22y + 2050$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2024 khi $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$

Đáp án cần chọn là **C.**

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = (x-1)(x+2)(x+3)(x+6) + 2024$ là

A. 0 **B.** 1988 **C.** 2024 **D.** 2060

Giải

Ta có $B = (x-1)(x+2)(x+3)(x+6) + 2024$

$= (x^2 + 5x - 6)(x^2 + 5x + 6) + 2024$

$= (x^2 + 5x)^2 - 36 + 2024$

$= (x^2 + 5x)^2 + 1988 \geq 1988$

Do đó $Min\ A = 1988$ tại $x = 0$ hoặc $x = -5$.

Đáp án cần chọn là **B.**

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 2x + 1 = 0$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Giải

$x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x) + 1 + x^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 + x + 1)^2 + x^2 = 0$

Vì $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi x và $x^2 \geq 0$ với mọi x

Vậy không có giá trị nào của x thỏa mãn.

Đáp án cần chọn là. **D.**

Câu 8: Tìm m để đa thức $A(x) = x^3 + mx^2 + 5x + 3$ chia hết cho đa thức $B(x) = x^2 + 2x + 3$

A. $\frac{1}{3}$.   **B.** $-\frac{1}{3}$.   **C.** 3.   **D.** -3.

Giải

Đặt phép chia ta có: $A(x)=x^3+mx^2+5x+3$

Để đa thức $A(x)=x^3+mx^2+5x+3$ chia hết cho đa thức $B(x)=x^2+2x+3$ khi

$$\begin{cases}6-2m=0\\9-3m=0\end{cases}\Leftrightarrow m=3$$

Đáp án cần chọn là. **C.**

Câu 9: Cho $P(x)=x^4-3x^3+ax+b, Q(x)=x^2-3x-4$, Xác định a,b để $P(x)\vdots Q(x)$?

A. $a=-12; b=-16$ **B.** $a=12; b=-16$

C. $a=-12; b=16$ **D.** $a=12; b=16$

Giải:

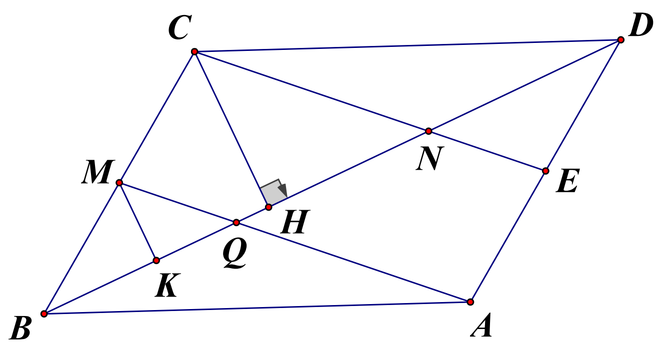
$$Q(x)=x^2-3x-4=(x+1)(x-4)$$

Để $P(x)\vdots Q(x)\Rightarrow\begin{cases}P(-1)=0\\P(4)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-b=4\\4a+b=-64\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-12\\b=-16\end{cases}$

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 1. Gọi M là trung điểm của BC, AM cắt BD ở Q. Tính diện tích $MQDC$?

A. $\frac{12}{5}$.   **B.** $\frac{5}{12}$.   **C.** $\frac{12}{17}$.   **D.** $\frac{17}{12}$. **Giải**:



Vẽ $CH\perp BD,\ MK\perp BD\ (H\in DC)$. Gọi E là trung điểm AD, N là giao điểm của CF và BD

Tứ giác $AECM$ có $AE=MC,\ AE=MC=\frac{1}{2}BC\Rightarrow$ Tứ giác $AECM$ là hình bình hành

$\Rightarrow CE//AM$.

Tam giác BCN có $BM=MC, MQ//CN$.

$\Rightarrow BQ=QN$ (1)

Tương tự: $DN=QN$ (2)

Từ $(1),(2)\Rightarrow BQ=QN=ND=\frac{1}{3}BD.$

Tam giác BCH có $BM=MC, MK//CH\Rightarrow MK=\frac{1}{2}CH$.

$\Rightarrow S_{MBQ}=\frac{1}{2}MK.BQ=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}CH.\frac{1}{3}BD=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}S_{BCD}=\frac{1}{6}S_{BCD}$.

Do đó $S_{MCDQ} = S_{BCD} - S_{MBQ} = S_{BCD} - \frac{1}{6}S_{BCD} = \frac{5}{6}S_{BCD} = \frac{5}{12}S_{ABCD} = \frac{5}{12}$

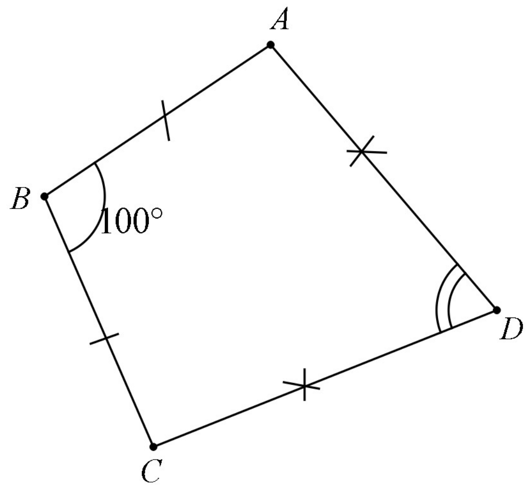
Đáp án cần chọn là. **B.**

Câu 11: Tứ giác $ABCD$ có $AB = BC,\ CD = DA,\ \hat{B} = 100^\circ$, $\hat{D} = 70^\circ$. Tính $\hat{A},\ \hat{C}$.

A. $\hat{A} = \hat{C} = 95^\circ$. **B.** $\hat{A} = 95^\circ;\ \hat{C} = 55^\circ$.

C. $\hat{A} = \hat{C} = 85^\circ$. **D.** $\hat{A} = 55^\circ;\ \hat{C} = 105^\circ$.

Giải



Xét ΔABC có $AB = AC$

$\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại B mà $\hat{B} = 100^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{BCA} = \dfrac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ$

Xét ΔADC có $CD = DA$

$\Rightarrow \Delta ADC$ cân tại D có $\widehat{ADC} = 70^\circ$

$\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DCA} = \dfrac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$

Từ đó ta có:

$\hat{A} = \widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD}$

$\Rightarrow \hat{A} = \widehat{BAD} = 40^\circ + 55^\circ = 95^\circ$

Và: $\hat{C} = \widehat{BCD} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD}$

$\Rightarrow \hat{C} = \widehat{BCD} = 40^\circ + 55^\circ = 95^\circ$

Vậy: $\hat{A} = \hat{C} = 95^\circ$

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 12: Gieo 2 lần một con xúc xắc cân đối đồng chất. Tính xác suất để tích hai lần gieo được kết quả là số lẻ.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Giải

+) Có tất cả 6.6=36 khả năng xảy ra.

Gọi A là biến cố tích 2 lần gieo được kết quả là số chẵn.

Gọi B là biến cố tích 2 lần gieo được kết quả là số lẻ.

Để kết quả tích 2 số tự nhiên là số lẻ thì cả hai số đó đều là lẻ.

Các khả năng để biến cố B xảy ra là $(1;3);\ (3;1);\ (1;5);\ (5;1);\ (3;5);\ (5;3);(1;1);(3;3);(5;5);$

Xác suất để tích hai lần gieo được kết quả là số lẻ là $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

Đáp án cần chọn là. **A.**

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu I. (2 điểm) a) Phân tích đa thức sau thành phân tử: $2\left(x^4+y^4+z^4\right)-\left(x^2+y^2+z^2\right)^2-2\left(x^2+y^2+z^2\right)(x+y+z)^2+(x+y+z)^4$ b) Cho các số thực a,b,c đôi một khác nhau thoả mãn: $a^3+b^3+c^3=3abc$ và $abc\neq 0$. Tính giá trị biểu thức $P=\frac{ab^2}{a^2+b^2-c^2}+\frac{bc^2}{b^2+c^2-a^2}+\frac{ca^2}{c^2+a^2-b^2}$		
	a) Đặt $B=2\left(x^4+y^4+z^4\right)-\left(x^2+y^2+z^2\right)^2-2\left(x^2+y^2+z^2\right)(x+y+z)^2+(x+y+z)^4$ Và $x^4+y^4+z^4=a, x^2+y^2+z^2=b, x+y+z=c$ Khi đó: $B=2a-b^2-2bc^2+c^4=2\left(a-b^2\right)+\left(b-c^2\right)^2$ Ta có: $a-b^2=-2\left(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2\right), b-c^2=-2(xy+yz+zx)$ $\Rightarrow B=-4\left(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2\right)+4(xy+yz+zx)^2$ $=4\left(2xy^2z+2xyz^2+2x^2yz\right)=8xyz(x+y+z)$	**0,25** **0,5** **0,25**
	b) Từ $a^3+b^3+c^3=3abc \Rightarrow (a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)=0$ Do $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca>0$ với a, b, c đôi một khác nhau nên suy ra $a+b+c=0$. Khi đó: $\frac{ab^2}{a^2+b^2-c^2}=\frac{ab^2}{a^2+(b+c)(b-c)}=\frac{ab^2}{a^2+(-a)(b-c)}=\frac{b^2}{a+c-b}=\frac{b^2}{-b-b}=\frac{b}{-2}$ Tương tự: $\frac{bc^2}{b^2+c^2-a^2}=\frac{c}{-2};\frac{ca^2}{c^2+a^2}=\frac{a}{-2}$ Cộng theo vế các đẳng thức trên ta được: $P=\frac{ab^2}{a^2+b^2-c^2}+\frac{bc^2}{b^2+c^2-a^2}+\frac{ca^2}{c^2+a^2-b^2}=\frac{b}{-2}+\frac{c}{-2}+\frac{a}{-2}=-\frac{1}{2}(a+b+c)=0$ Vậy $P=0$.	**0,25** **0,5** **0,25**
Câu II. (3 điểm) a) Tìm nghiệm của đa thức sau: $(5x+6)(5x+7)^2(5x+8)-12$ b) Tìm hai số a và b thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $a^2b^2+2ab=7a+8$ và $a(b-a)=2$		
	a)Đặt $5x+7=t$. Phương trình (1) trở thành $(t+1)(t-1)t^2=12 \Leftrightarrow (t^2-1)t^2=72 \Leftrightarrow t^4-t^2-12=0$ $\Leftrightarrow (t^2-4)(t^2+3)=0$ Vì $\Leftrightarrow t^2+3>0$	**0,5**

<table>
<tr><td></td><td>$\Leftrightarrow t^2-4=0 \Leftrightarrow t^2=4 \Leftrightarrow t=\pm 2$
Với $t=2 \Rightarrow 5x+7=2 \Leftrightarrow x=-1$
Với $t=-2 \Rightarrow 5x+7=-2 \Leftrightarrow x=\frac{-9}{5}$ (thỏa mãn).
Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm : $S=\left\{-1;\frac{-9}{5}\right\}$</td><td>0,5

0,25
0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>b) Ta có:
$a^2b^2+2ab=7a+8 \Rightarrow a^2b^2+2ab+1=7a+9 \Rightarrow (ab+1)^2=7a+9 \;\; (1)$
Lại có: $a(b-a)=2 \Rightarrow ab=a^2+2 \Rightarrow ab+1=a^2+3 \;\; (2)$
Thay (1) vào (2) ta được:
$(a^2+3)^2=7a+9 \Leftrightarrow a^4+6a^2-7a=0 \Leftrightarrow a(a^3+6a-7)=0$
$\Leftrightarrow a(a-1)(a^2+a+7)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=1 \end{array}\right.$
+ Với $a=0$ thay vào (2) ta được: $0b=2\,(vô\,lý)$
+ Với $a=1$, thay vào (2) ta được: $b=3$
Vậy $a=1; b=3$</td><td>0,5

0,25

0,5

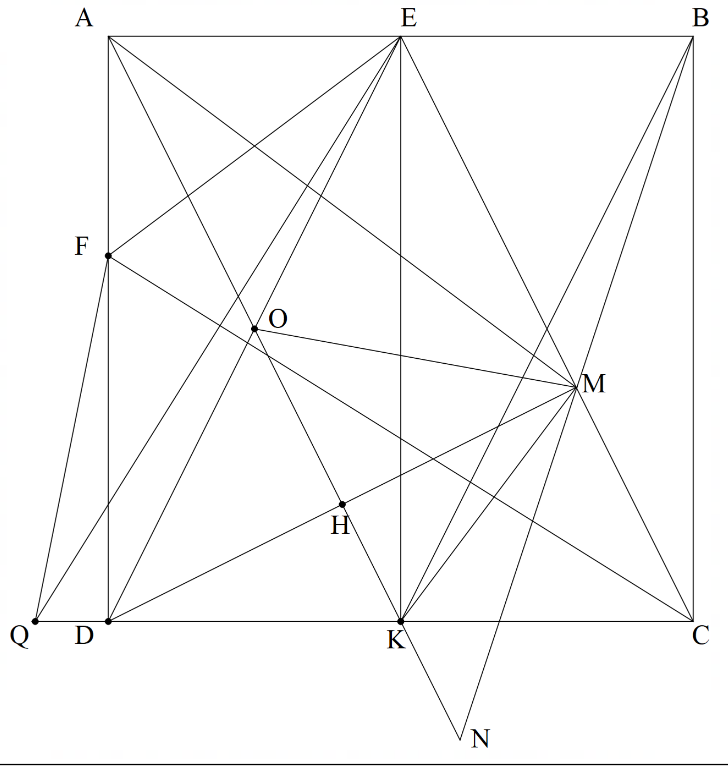
0,25</td></tr>
<tr><td colspan="3">Câu III. (2. điểm)
a) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x, y) thỏa mãn $6xy^2-x^2=3x^2y^2-2x+y+11$
b) Chứng minh rằng nếu a, b là các số nguyên tố lớn hơn 2 thì a^5b-ab^5 chia hết cho 240.</td></tr>
<tr><td></td><td>a) Ta có $6xy^2-x^2=3x^2y^2-2x+y+11$
$\Leftrightarrow 6xy^2-x^2-3x^2y^2+2x=y+11$
$\Leftrightarrow 2x(3y^2+1)-x^2(3y^2+1)=y+11$
$\Leftrightarrow (3y^2+1)(2x-x^2)=y+11$
Do x,y là nguyên dương nên $y+11>0 \Rightarrow 2x-x^2>0 \Rightarrow 0<x<2 \Rightarrow x=1$
+ Với $x=1,$ ta có:
$3y^2+1=y+11 \Leftrightarrow 3y^2-y-10=0 \Leftrightarrow (y-2)(3y+5)=0 \Leftrightarrow y=2\,(vì\; 3y+5>0)$
Vậy $(x;y)=(1;2)$.
b) $a^5b-ab^5=(a^5b-ab)-(ab^5-ab)=ab(a^4-1)-ab(b^4-1)$
Đặt : $A=ab(a^4-1)=b(a-1)a(a+1)(a^2+1)$;
$B=ab(b^4-1)=a(b-1)b(b+1)(b^2+1)$
Vì a là số nguyên tố lớn hơn 2 nên $a-1$ và $a+1$ là hai số chẵn liên tiếp. Do đó
Tích $(a-1)(a+1)$ chia hết cho 8. $\Rightarrow (a-1)(a+1)\vdots 8$ (1).
Tích ba số tự nhiên liên tiếp $a-1, a, a+1$ chia hết cho 3. $\Rightarrow (a-1)a(a+1)\vdots 3$ (2)
Vì $(8;3)=1$ nên từ (1) và (2) $\Rightarrow (a-1)a(a+1)\vdots 24$ (3)</td><td>

0,25
0,25
0,25
0,25

0,25

0,25

0,25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Vì a là số nguyên tố lớn hơn 2 nên a là số lẻ. Suy ra $\Rightarrow a^2+1\,\vdots\,2$ (4)
Từ (3) và (4) $\Rightarrow (a-1)a(a+1)(a^2+1)\,\vdots\,48 \Rightarrow A\,\vdots\,48$ (5)
Mặt khác : $(a-1)a(a+1)(a^2+1)=(a-1)a(a+1)(a^2-4)+5a(a^2-1)\,\vdots\,5 \Rightarrow A\,\vdots\,5$ (6)
Vì $(48;5)=1$ nên từ (5) và (6) $\Rightarrow A\,\vdots\,240$.
Tương tự : $\Rightarrow B\,\vdots\,240 \Rightarrow a^5b-b^5a=A-B\,\vdots\,240$ a</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="3">Câu IV. (6 điểm)
Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E,K lần lượt là trung điểm của AB và CD; O là giao điểm của AK và DE. Hạ $DM\perp CE$.
a) Chứng minh tứ giác $ADKE$ là hình chữ nhật, từ đó suy ra $AM\perp KM$.
b) Gọi N là giao điểm của AK và BM. Chứng minh ΔADM cân và tính số đo của $\widehat{ANB}$.
c) Phân giác của $\widehat{DCE}$ cắt cạnh AD tại F. Chứng minh rằng $CF\le 2EF$.</td></tr>
<tr><td></td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>1.
2.
3.</td><td>a. Chứng minh được $AEKD$ là hình chữ nhật.
Ta có O là giao điểm của 2 đường chéo AK và DE nên
$OA=OE=OK=OD=\frac{1}{2}AK=\frac{1}{2}DE$
$\Rightarrow MO=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}AK \Rightarrow \Delta AMK$ vuông tại $K \Rightarrow AM\perp KM$</td><td>0,5
0,75
0,75</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>b. Gọi H là giao điểm của AK và DM</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	Chứng minh được $AECK$ là hình bình hành . Từ đó suy ra $AK//CE \Rightarrow HK//MC$ mà $KD = KC \Rightarrow HD = HM$ kết hợp với $DM \perp CE \Rightarrow AH \perp DM$ $\Rightarrow \Delta ADM$ cân tại A $\Rightarrow AD = AM = AB \Rightarrow \Delta AMB$ cân tại A Do ΔADM cân tại A $\Rightarrow \widehat{AMD} = \frac{180^0 - \widehat{DAM}}{2}$ Do ΔABM cân tại A $\Rightarrow \widehat{AMB} = \frac{180^0 - \widehat{BAM}}{2}$ $\Rightarrow \widehat{AMD} + \widehat{AMB} = \frac{180^0 - \widehat{DAM} + 180^0 - \widehat{BAM}}{2} = \frac{360^0 - (\widehat{DAM} + \widehat{BAM})}{2} =$ $\frac{360^0 - \widehat{DAB}}{2} = \frac{360^0 - 90^0}{2} = 135^0 \Rightarrow \widehat{BMD} = 135^0$ Lại có $\widehat{BMD}$ là góc ngoài của tam giác vuông HMN từ đó tính được $\widehat{ANB} = 45^0$	**0,25** **0,25** **0,25** **0,5** **0,5**
	c. Qua E vẽ đường vuông góc với CF cắt CD tại Q Xét hình vuông $ABCD$ có EK là đường trung bình . Suy ra $EK = AD = CD, EK//AD \Rightarrow AD \perp CD \Rightarrow \widehat{EKQ} = 90^0$ Xét ΔCDF và ΔEKQ có: $\widehat{KEQ} = \widehat{FCQ}$ (cùng phụ với $\widehat{EQC}$); $CD = EK$; $\widehat{EKQ} = \widehat{CDF} = 90^0$ $\Rightarrow \Delta CDF = \Delta EKQ\,(g.c.g) \Rightarrow CF = EQ$ (Hai cạnh tương ứng) Xét ΔCEQ có CF là đường phân giác đồng thời là đường cao. Suy ra ΔCEQ cân tại $C \Rightarrow CF$ là đường trung trực $\Rightarrow EF = FQ$ (tính chất đường trung trực) $\Rightarrow EF + FQ = 2EF$ $\Rightarrow EQ \le EF + FQ = 2EF$. Dấu "=" xảy ra khi E, F, Q thẳng hàng Mà $EQ = FC \Rightarrow FC \le 2EF$	**0,25** **0,5** **0,5** **0,5** **0,25**
Câu IV. (1 điểm) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$, Tìm GTNN, GTLN của $P = 4a + ab + abc$.		
	Theo giả thiết $\Rightarrow 0 \le a, b, c \le 3$ + Ta có : $P = 4a + ab + abc \ge 0 + 0 + 0 = 0 \Rightarrow GTNN\ P = 0 \Leftrightarrow a = 0;\ b + c = 3$ + Lại có : $ab \le 3b \le 4b$ và $a + b \le 3$ Mà $(a-b)^2 \ge 0 \Rightarrow (a+b)^2 \ge 4ab \Rightarrow ab \le \frac{(a+b)^2}{4} \le \frac{9}{4} < 4 \Rightarrow abc \le 4c$ $\Rightarrow GTLN\,P = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = c = 0 \end{cases}$ Vậy GTNN của $P = 0 \Leftrightarrow a = 0,\ b + c = 3,\ b, c > 0$. GTLN của $P = 12 \Leftrightarrow a = 3,\ b = c = 0$.	**0.5** **0,5**

----------- Hết -----------

<u>Chú ý</u>:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.

- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.