

HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.....2

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT..... 2

B – BÀI TẬP..... 2

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.....5

DẠNG 3: CHỨNG MINH BỐN ĐIỂM ĐỒNG PHẪNG VÀ BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUI.....12

HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Có các trường hợp sau đây xảy ra đối với a và b :

Trường hợp 1: Có một mặt phẳng chứa cả a và b , khi đó theo kết quả trong hình học phẳng ta có ba khả năng sau:

- a và b cắt nhau tại điểm M , ta kí hiệu $a \cap b = M$.
- a và b song song với nhau, ta kí hiệu $a \parallel b$.
- a và b trùng nhau, ta kí hiệu $a \equiv b$.

Trường hợp 2: Không có mặt phẳng nào chứa cả a và b , khi đó ta nói a và b là hai đường thẳng chéo nhau.

2. Các tính chất

- Trong không gian, qua một điểm cho trước không nằm trên đường thẳng a có một và chỉ một đường thẳng song song với a .
- Nếu ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng song song nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Dựa vào vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- D. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 3: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu A sai vì hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau hoặc song song với nhau.

Câu B sai vì hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung thì chéo nhau hoặc song song với nhau.

Câu D sai vì hai đường thẳng phân biệt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.

Câu 4: Hãy Chọn Câu đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- D. Không có mặt phẳng nào chứa cả hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

- Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì có thể trùng nhau $\Rightarrow$ A sai.
- Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song hoặc chéo nhau $\Rightarrow$ B sai.
- Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì có thể cắt, trùng hoặc chéo nhau $\Rightarrow$ C sai.
- Hai đường thẳng chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng $\Rightarrow$ D đúng.

Câu 5: Hãy Chọn Câu đúng?

- A. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng qui.
- B. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng sẽ song song với cả hai đường thẳng đó.
- C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có hai đường thẳng p và q song song nhau mà mỗi đường đều cắt cả a và b .
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

- Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì có thể đôi một song song nhau $\Rightarrow$ A sai.
- Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng có thể trùng với một trong hai đường thẳng đó $\Rightarrow$ B sai.
- Giả sử: p cắt a và b lần lượt tại A và B . q cắt a và b lần lượt tại A' và B' .
Nếu $p // q \Rightarrow A, B, A', B'$ đồng phẳng $\Rightarrow a, b$ đồng phẳng (mâu thuẫn) $\Rightarrow$ C sai.
- Hai đường thẳng chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng $\Rightarrow$ D đúng.

Câu 6: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng thuộc $mp(\alpha)$.

Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Vị trí tương đối của hai đường thẳng cùng nằm trong 1 mặt phẳng là:

- * Hai đường thẳng trùng nhau.
- * Hai đường thẳng cắt nhau.
- * Hai đường thẳng song song.

Câu 7: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây **đúng** khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Có thể song song hoặc cắt nhau.
- B. Cắt nhau.
- C. Song song nhau.
- D. Chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có a và b chéo nhau nên A, B, C, D không đồng phẳng. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 8: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a // b$. Khẳng định nào sau đây **không đúng**?

- A. Nếu $a // c$ thì $b // c$.
- B. Nếu c cắt a thì c cắt b .
- C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
- D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

B. sai do a, c cắt nhau nên cùng nằm trong mặt (α) và đường thẳng b song song với (α) . Khi đó c và b có thể chéo nhau.

Câu 9: Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a .

Vị trí tương đối của a và b là

A. chéo nhau.

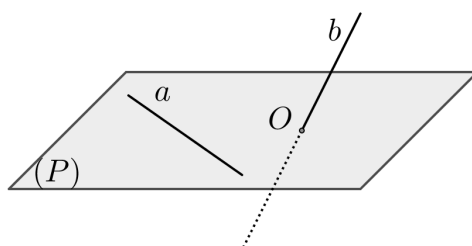
B. cắt nhau.

C. song song nhau.

D. trùng nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Dựa vào hình vẽ ta suy ra a và b chéo nhau.

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Phương pháp: Có thể sử dụng 1 trong các cách sau:

1. Chứng minh 2 đường thẳng đó đồng phẳng, rồi áp dụng phương pháp chứng minh song song trong hình học phẳng (như tính chất đường trung bình, định lý Talét đảo, ...)
2. Chứng minh 2 đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
3. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
4. Áp dụng định lý về giao tuyến song song.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không song song** với IJ ?

A. EF .

B. DC .

C. AD .

D. AB .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

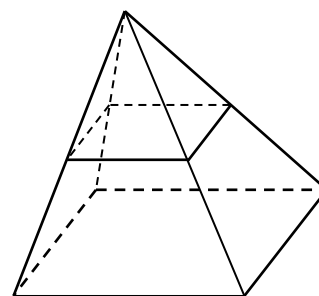
Ta có IJ là đường trung bình tam giác SAB nên $IJ \parallel AB$.

D. đúng.

$ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$. Suy ra $IJ \parallel CD$. B. đúng.

EF là đường trung bình tam giác SCD nên $EF \parallel CD$. Suy ra $IJ \parallel EF$. A. đúng.

Do đó chọn đáp án C.



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC và SD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB .

B. CD .

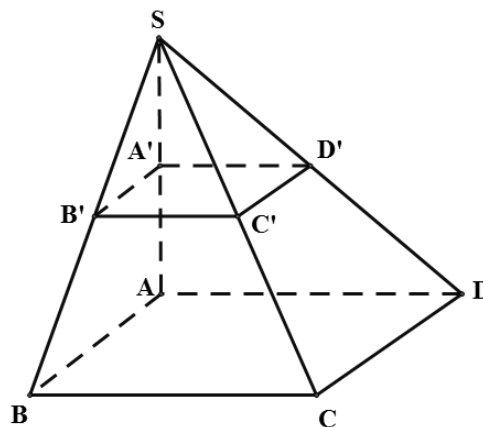
C. $C'D'$.

D. SC .

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $A'B'$ sẽ song song với các đường thẳng AB, CD và $C'D'$. Do vậy các phương án A, B và C đều sai.



Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây SAI?

A. $AB'C'D$ và $A'BCD'$ là hai hình bình hành có chung một đường trung bình.

B. BD' và $B'C'$ chéo nhau.

C. $A'C$ và DD' chéo nhau.

D. DC' và AB' chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

DC' và AB' song song với nhau.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC .

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $MN \parallel BD$ và $MN = \frac{1}{2}BD$.

C. $MNPQ$ là hình bình hành.

B. $MN \parallel PQ$ và $MN = PQ$.

D. MP và NQ chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

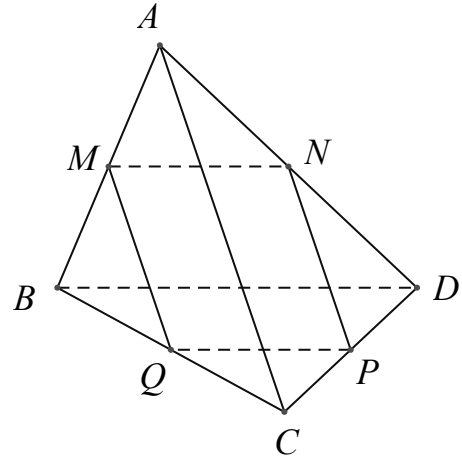
Có MN, PQ lần lượt là đường trung bình tam giác

$$ABD, BCD \text{ nên } \begin{cases} MN \parallel BD, MN = \frac{1}{2}BD \\ PQ \parallel BD, PQ = \frac{1}{2}BD \end{cases}.$$

Nên $MN \parallel PQ, MN = PQ$

$\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Do đó MP và NQ cùng thuộc mặt phẳng $MNPQ$.



Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB .

a) Khẳng định nào sau đây là đúng nhất

A. MN song song với CD .

B. MN chéo với CD .

C. MN cắt với CD .

D. MN trùng với CD .

b) Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. SI song song với CD .

B. SI chéo với CD .

C. SI cắt với CD .

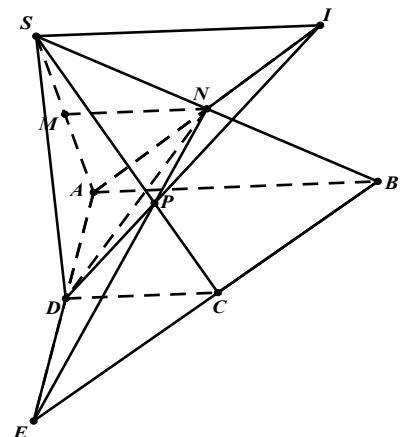
D. SI trùng với CD .

Hướng dẫn giải:

a) Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN \parallel AB$.

Lại có $ABCD$ là hình thang $\Rightarrow AB \parallel CD$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} MN \parallel AB \\ CD \parallel AB \end{cases} \Rightarrow MN \parallel CD.$$



b) Trong $(ABCD)$ gọi $E = AD \cap BC$, trong (SCD) gọi $P = SC \cap EN$.

Ta có $E \in AD \subset (ADN) \Rightarrow EN \subset (ADN) \Rightarrow P \in (ADN)$.

Vậy $P = SC \cap (ADN)$.

$$\text{Do } I = AN \cap DP \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \\ I \in DP \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SAB) \\ I \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow SI = (SAB) \cap (SCD).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \parallel CD.$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC . Biết $AD = a, BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q .

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. MN song song với PQ .
- B. MN chéo với PQ .
- C. MN cắt với PQ .
- D. MN trùng với PQ .

b) Giả sử AM cắt BP tại E ; CQ cắt DN tại F . Chứng minh EF song song với MN và PQ . Tính EF theo a, b .

- A. $EF = \frac{1}{2}(a+b)$
- B. $EF = \frac{3}{5}(a+b)$
- C. $EF = \frac{2}{3}(a+b)$
- D. $EF = \frac{2}{5}(a+b)$

Hướng dẫn giải:

a) Ta có $I \in (SAD) \Rightarrow I \in (SAD) \cap (IBC)$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (IBC) \\ AD \parallel BC \\ (SAD) \cap (IBC) = PQ \end{cases}$$

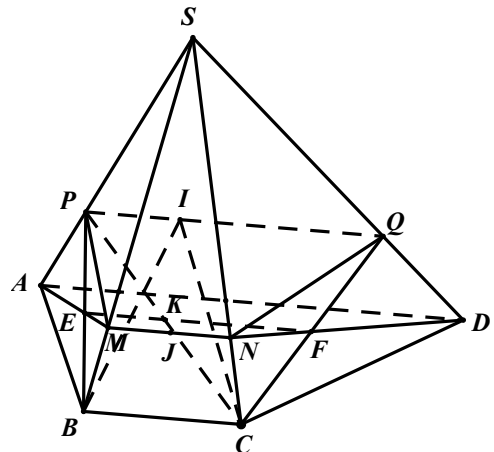
$$\Rightarrow PQ \parallel AD \parallel BC \quad (1)$$

Tương tự $J \in (SBC) \Rightarrow J \in (SBC) \cap (ADJ)$

$$\text{Vậy } \begin{cases} AD \subset (ADJ) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \\ (SBC) \cap (ADJ) = MN \end{cases}$$

$$\Rightarrow MN \parallel AD \parallel BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \parallel PQ$.



$$\text{b) Ta có } E = AM \cap BP \Rightarrow \begin{cases} E \in (AMND) \\ E \in (PBCQ) \end{cases}; F = DN \cap CQ \Rightarrow \begin{cases} F \in (AMND) \\ F \in (PBCQ) \end{cases}$$

$$\text{Do đó } EF = (AMND) \cap (PBCQ). \text{ Mà } \begin{cases} AD \parallel BC \\ MN \parallel PQ \end{cases} \Rightarrow EF \parallel AD \parallel BC \parallel MN \parallel PQ.$$

Tính EF : Gọi $K = CP \cap EF \Rightarrow EF = EK + KF$

$$\text{Ta có } EK \parallel BC \Rightarrow \frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB} \quad (1), PM \parallel AB \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{PM}{AB}$$

$$\text{Mà } \frac{PM}{AB} = \frac{SP}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Từ (1) suy ra } \frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB} = \frac{PE}{PE+EB} = \frac{1}{1+\frac{EB}{PE}} = \frac{2}{5} \Rightarrow EK = \frac{2}{5}BC = \frac{2}{5}b$$

$$\text{Tương tự } KF = \frac{2}{5}a. \text{ Vậy } EF = EK + KF = \frac{2}{5}(a+b).$$

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AC, BC, BD, AD . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$.

B. $BC = AD$.

C. $AC = BD$.

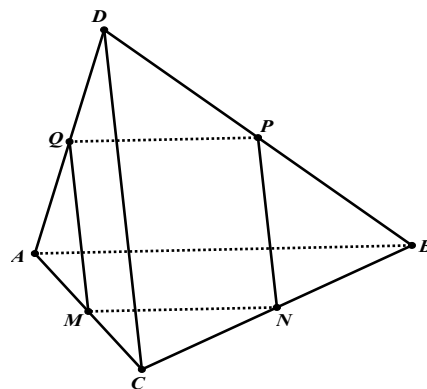
D. $AB = CD$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: MN song song với PQ vì cùng song song với AB , MQ song song với PN vì cùng song song với CD nên tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi khi $MQ = PQ \Leftrightarrow AB = CD$.



DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT BẰNG QUAN HỆ SONG SONG

Phương pháp:

Sử dụng tính chất: Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) có điểm chung M và lần lượt chứa hai đường thẳng song song d và d' thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng đi qua M song song với d và d' .

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC .

B. d qua S và song song với DC .

C. d qua S và song song với AB .

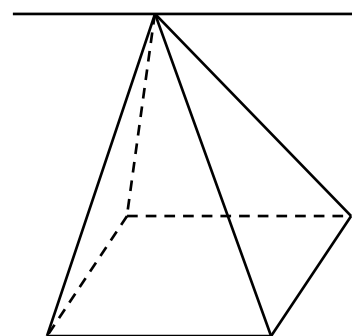
D. d qua S và song song với BD .

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ d = (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow d \parallel BC \text{ (Theo hệ quả của định lý 2)}$$

(Giao tuyến của ba mặt phẳng)).



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)

A. là đường thẳng đi qua S song song với AB, CD

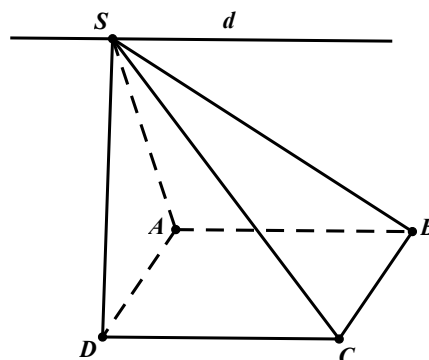
B. là đường thẳng đi qua S

C. là điểm S

D. là mặt phẳng (SAD)

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \parallel AB \parallel CD, S \in d.$$



Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AB .

B. AC .

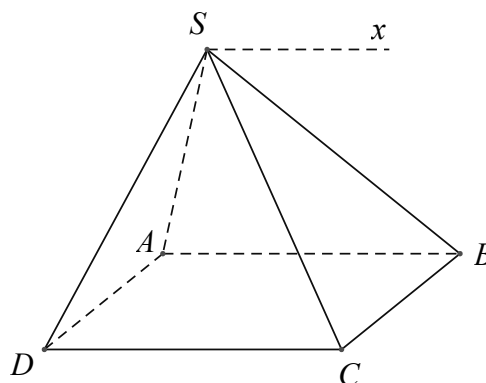
C.

BC .

D. SA .

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Xét (SAB) và (SCD) có

$$S \text{ là điểm chung } \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$$

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng :

A. qua I và song song với AB .

B. qua J và song song với BD .

C. qua G và song song với CD .

D. qua G và song song với BC .

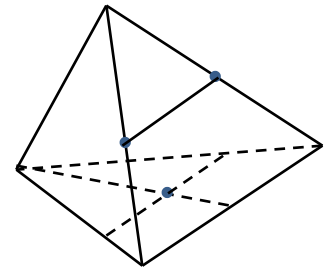
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi d là giao tuyến của (GIJ) và (BCD) .

Ta có $G \in (GIJ) \cap (BCD)$, $IJ \parallel CD$, $IJ \subset (GIJ)$, $CD \subset (BCD)$.

Suy ra d đi qua G và song song với CD .



Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) .

A. là đường thẳng song song với AB

B. là đường thẳng song song với CD

C. là đường thẳng song song với đường trung bình của hình thang $ABCD$

D. Cả A, B, C đều đúng

b) Tìm điều kiện của AB và CD để thiết diện của (IJG) và hình chóp là một hình bình hành.

A. $AB = \frac{2}{3}CD$

B. $AB = CD$

C. $AB = \frac{3}{2}CD$

D. $AB = 3CD$

Hướng dẫn giải:

a) Ta có $ABCD$ là hình thang và I, J là trung điểm của AD, BC nên $IJ \parallel AB$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} G \in (SAB) \cap (IJG) \\ AB \subset (SAB) \\ IJ \subset (IJG) \\ AB \parallel IJ \end{cases}$$

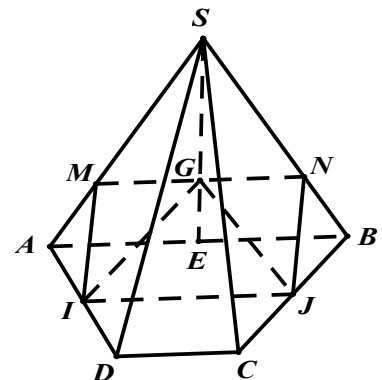
$$\Rightarrow (SAB) \cap (IJG) = MN \parallel IJ \parallel AB \text{ với}$$

$$M \in SA, N \in SB.$$

b) Dễ thấy thiết diện là tứ giác $MNJI$.

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } SAB \text{ và } MN \parallel AB \text{ nên } \frac{MN}{AB} = \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}$$

(E là trung điểm của AB).



$$\Rightarrow MN = \frac{2}{3}AB.$$

Lại có $IJ = \frac{1}{2}(AB + CD)$. Vì $MN \parallel IJ$ nên $MNIJ$ là hình thang, do đó $MNIJ$ là hình bình hành khi $MN = IJ$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}(AB + CD) \Leftrightarrow AB = 3CD.$$

Vậy thiết diện là hình bình hành khi $AB = 3CD$.

DẠNG 3: CHỨNG MINH BỐN ĐIỂM ĐỒNG PHẪNG VÀ BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUI

Phương pháp:

+ Để chứng minh bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng ta tìm hai đường thẳng a, b lần lượt đi qua hai trong bốn điểm trên và chứng minh a, b song song hoặc cắt nhau, khi đó A, B, C, D thuộc $mp(a, b)$.

+ Để chứng minh ba đường thẳng a, b, c đồng qui ngoài cách chứng minh ở §1, ta có thể chứng minh a, b, c lần lượt là giao tuyến của hai trong ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\delta)$ trong đó có hai giao tuyến cắt nhau. Khi đó theo tính chất về giao tuyến của ba mặt phẳng ta được a, b, c đồng qui.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. M, P, R, T .

B. M, Q, T, R .

C. M, N, R, T .

D. P, Q, R, T .

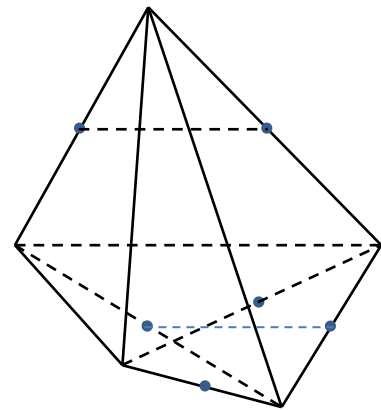
Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có RT là đường trung bình của tam giác SAD nên $RT \parallel AD$.

MQ là đường trung bình của tam giác ACD nên $MQ \parallel AD$.

Suy ra $RT \parallel MQ$. Do đó M, Q, R, T đồng phẳng.



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC và SD .

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. ME, NF, SO đôi một song song (O là giao điểm của AC và BD).

B. ME, NF, SO không đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).

C. ME, NF, SO đồng qui (O là giao điểm của AC và BD).

D. ME, NF, SO đôi một chéo nhau (O là giao điểm của AC và BD).

b) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

B. Bốn điểm M, N, E, F không đồng phẳng.

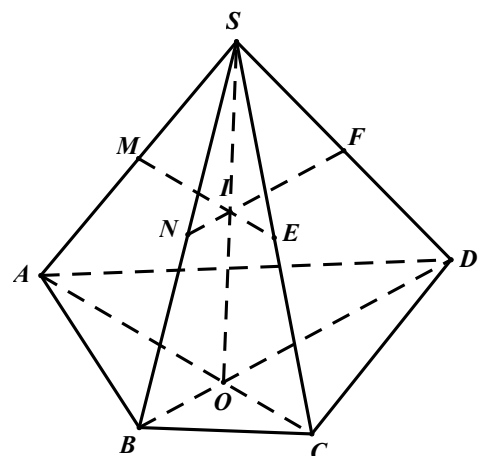
C. MN, EF chéo nhau

D. Cả A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

a) Trong (SAC) gọi $I = ME \cap SO$, dễ thấy I là trung điểm của SO , suy ra FI là đường trung bình của tam giác SOD . Vậy $FI \parallel OD$.

Tương tự ta có $NI \parallel OB$ nên N, I, F thẳng hàng hay $I \in NF$.



Vậy minh ME, NF, SO đồng qui.

b) Do $ME \cap NF = I$ nên ME và NF xác định một mặt phẳng. Suy ra M, N, E, F đồng phẳng.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N, E, F lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA . Chứng minh:

a) Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

b) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

B. Bốn điểm M, N, E, F không đồng phẳng.

C. MN, EF chéo nhau

D. Cả A, B, C đều sai

b) Ba đường thẳng ME, NF, SO đồng qui (O là giao điểm của AC và BD).

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. ME, NF, SO đôi một song song (O là giao điểm của AC và BD).

B. ME, NF, SO không đồng qui (O là giao điểm của AC và BD).

C. ME, NF, SO đồng qui (O là giao điểm của AC và BD).

D. ME, NF, SO đôi một chéo nhau (O là giao điểm của AC và BD).

Hướng dẫn giải:

a) Gọi M', N', E', F' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA .

$$\text{Ta có } \frac{SM}{SM'} = \frac{2}{3}, \frac{SN}{SN'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SM}{SM'} = \frac{SN}{SN'} \\ \Rightarrow MN \parallel M'N' \quad (1).$$

$$\text{Tương tự } \frac{SE}{SE'} = \frac{SF}{SF'} \Rightarrow EF \parallel E'F' \quad (2)$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} M'N' \parallel AC \\ E'F' \parallel AC \end{cases} \Rightarrow M'N' \parallel E'F' \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $MN \parallel EF$. Vậy bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

b) Dễ thấy $M'N'E'F'$ cũng là hình bình hành và $O = M'E' \cap N'F'$.

Xét ba mặt phẳng $(M'SE')$, $(N'SF')$ và $(MNEF)$ ta có :

$$(M'SE') \cap (N'SF') = SO$$

$$(M'SE') \cap (MNEF) = ME$$

$$(N'SF') \cap (MNEF) = NF$$

$$ME \cap NF = I.$$

Do đó theo định lí về giao tuyến của ba mặt phẳng thì ba đường thẳng ME, NF, SO đồng qui.

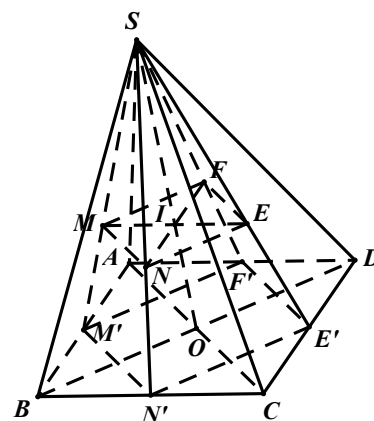
Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, AD, BC, CD . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng ?

A. P, Q, R, S .

B. M, N, R, S .

C. M, N, P, Q .

D. M, P, R, S .



Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do PQ là đường trung bình của tam giác

$ABD \Rightarrow PQ \parallel BD$. Tương tự, ta có $RS \parallel BD$. Vậy

$PQ \parallel RS \Rightarrow P, Q, R, S$ cùng nằm trên một mặt phẳng.

Các bộ bốn điểm M, N, R, S ; M, N, P, Q và

M, P, R, S đều không đồng phẳng.

