

BÙI QUANG HÂN
TRẦN VĂN BỒI - NGUYỄN VĂN MINH - PHẠM NGỌC TIẾN

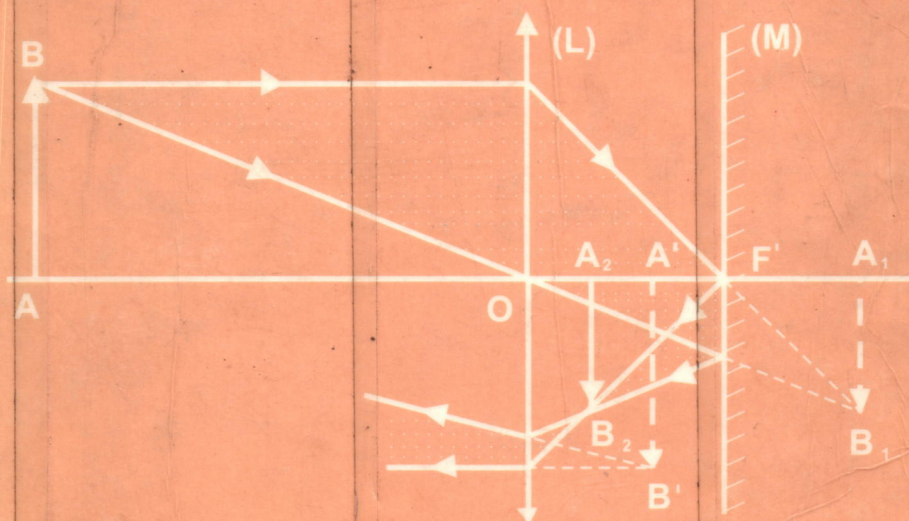
GIẢI TOÁN

VẬT LÝ 11

TẬP HAI

QUANG HÌNH

(DÙNG CHO HỌC SINH CÁC LỚP CHUYÊN)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

M. H. S.
- ON. LON

BÙI QUANG HÂN (Chủ biên)
TRẦN VĂN BỒI - NGUYỄN VĂN MINH - PHẠM NGỌC TIẾN
(Trường trung học phổ thông chuyên Lê Hồng Phong)

GIẢI TOÁN VẬT LÝ 11 TẬP HAI

QUANG HÌNH
(Dùng cho học sinh các lớp chuyên)

(Tái bản lần thứ chín)



Thái Quyết

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

97-107-
88-
38

53(075)
GD - 03

1302/284-02

Mã số: TYL0713 - CNH

LỜI NÓI ĐẦU

Bộ sách **Giải toán vật lí 11** gồm hai cuốn :

- **Quang hình**
- **Điện và điện từ**

Mục đích của các tác giả là biên soạn một tài liệu giúp học sinh tự rèn luyện việc giải toán vật lí như đã được trình bày qua bộ sách **Giải toán vật lí 10**.

Sách viết cho nhiều đối tượng học sinh: chuyên, giỏi và khá. Các em, sau khi đã nắm bài học và được hướng dẫn giải một số bài tập ở lớp, có thể tìm thấy ở bộ sách này một công cụ tự củng cố và nâng cao thêm.

Nội dung của sách bao gồm các bài tập về **Quang hình** của chương trình lớp 11 Chuyên lí, lớp 11 Phân ban A, lớp 12 Phổ thông.

Các bài tập này được phân loại thành một số **Bài toán**, với trọng tâm nêu rõ, để học sinh có thể định hướng suy nghĩ cách giải dễ dàng hơn.

Mỗi **Bài toán** đều có **Hướng dẫn tổng quát** về phương pháp giải, kèm theo là một số **Bài tập thí dụ** có lời giải, sau đó là một hệ thống **Bài tập luyện tập** để học sinh tự giải. Một số ít bài tập có trình độ cao được đánh dấu sao (*) dành cho học sinh xuất sắc và học sinh các lớp chuyên, lớp chọn.

Chúng tôi hi vọng nhận được các góp ý của bạn đọc để bộ sách này được hoàn chỉnh hơn trong các lần tái bản.

Đầu năm học 1994-1995

CÁC SOẠN GIẢ

SECRET

The following information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose.

The following information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose.

The following information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose.

The following information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose.

The following information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be used for any other purpose.

Very truly yours,

John F. Kennedy

CHƯƠNG I

CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ SỞ CỦA QUANG HÌNH

- Định luật truyền thẳng
- Định luật phản xạ
- Định luật khúc xạ
- Sự phản xạ toàn phần

§1. SỰ TRUYỀN THẲNG VÀ SỰ PHẢN XẠ CỦA ÁNH SÁNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Định luật truyền thẳng ánh sáng

Trong một môi trường *trong suốt và đồng tính về quang học*, ánh sáng truyền theo đường thẳng.

Hệ quả : • tia sáng
• chùm tia sáng.

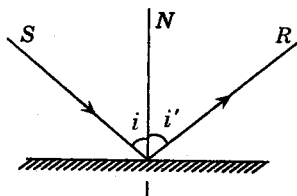
II. Tính thuận nghịch của đường đi ánh sáng

Đường đi của ánh sáng **không** phụ thuộc chiều truyền.

III. Định luật phản xạ ánh sáng

a) Tia phản xạ nằm trong mặt phẳng tới và ở về phía bên kia pháp tuyến.

b) Góc phản xạ bằng góc tới :



H.1.1

$$i' = i$$

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 1

Tính các đại lượng liên quan đến hiện tượng truyền thẳng và hiện tượng phản xạ : góc, độ dài.

- Áp dụng tính đồng dạng hoặc các công thức lượng giác.
- Áp dụng các tính chất về góc :
 - góc có cạnh vuông góc
 - góc trong, góc ngoài.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

1.1

Đĩa sáng tròn đường kính 1cm chiếu sáng đĩa cản quang đồng trục với đĩa sáng, có đường kính 5cm và đặt cách đĩa sáng tròn 50cm.

Tính kích thước của bóng đen và bóng mờ quan sát được trên màn đặt song song với hai đĩa và cách đĩa cản quang 2,00m.

GIẢI

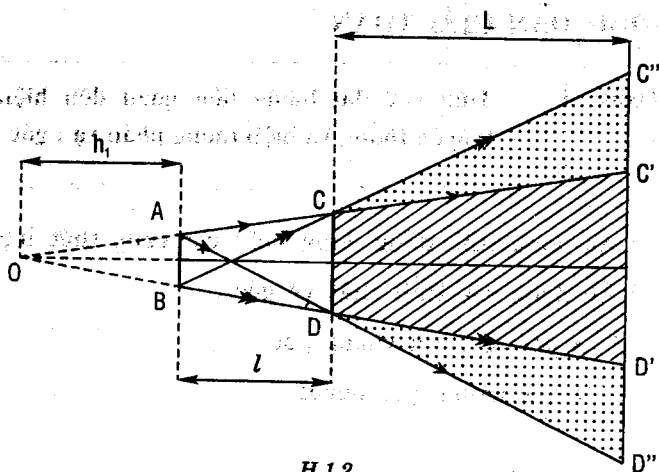
Các tia sáng AC, BD giới hạn trên màn vòng tròn bóng đen có đường kính C'D'.

Các tia sáng AC, BC giới hạn trên màn vành tròn bán dạ có bề rộng C'C''.

Đặt : $AB = h$; $CD = h'$; $C'D' = H$; $C'C'' = D'DD'' = \Delta H$

- Các tam giác đồng dạng OAB, OCD và OC'D' cho :

$$* \frac{h'}{h} = \frac{l + h_1}{h_1} = 1 + \frac{l}{h_1} \Rightarrow h_1 = \frac{l}{\left(\frac{h'}{h} - 1\right)}$$



H.1.2

(Hình vẽ không theo tỉ xích)

$$* \quad \frac{H}{h} = \frac{L+l+h_1}{h_1} = \frac{L+l}{h_1} + 1 = \left(\frac{L}{l} + 1\right) \left(\frac{h'}{h} - 1\right) + 1$$

$$\Rightarrow H = \left[\left(\frac{L}{l} + 1\right) \left(\frac{h'}{h} - 1\right) + 1 \right] \cdot h$$

$$= [5.4 + 1] \cdot 1 = \boxed{21 \text{ (cm)}}$$

- Các tam giác đồng dạng CAB và CC'C'' cho :

$$\frac{\Delta H}{h} = \frac{L}{l} \Rightarrow \Delta H = \frac{L}{l} \cdot h = \boxed{4 \text{ cm}}$$

1.2 Xét các tia sáng từ Mặt Trời tới Trái Đất. Bỏ qua hiện tượng khúc xạ của các tia sáng trong bầu khí quyển.

a) Tính góc lớn nhất tạo bởi các tia sáng Mặt Trời tới Trái Đất.

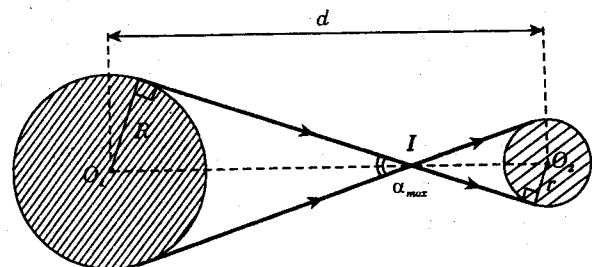
b) Tính góc lớn nhất tạo bởi các tia sáng Mặt trời tới cùng một điểm trên Trái Đất.

- Cho : - bán kính Mặt Trời : $R = 6,91 \cdot 10^8 \text{m}$
 - bán kính Trái Đất : $r = 6,4 \cdot 10^6 \text{m}$
 - khoảng cách hai tâm : $d = 1,5 \cdot 10^{11} \text{m}$

GIẢI

a) Trường hợp 1

Góc lớn nhất trong trường hợp này được tạo bởi hai tia sáng như trong hình sau :



H.1.3

(Hình vẽ không theo tỉ xích)

$$\text{Ta có : } \sin \frac{\alpha_{\max}}{2} = \frac{R}{IO_1} = \frac{r}{IO_2} = \frac{r}{d - IO_1}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{IO_1} - 1 = \frac{r}{R} \Rightarrow IO_1 = \frac{R}{R + r} \cdot d$$

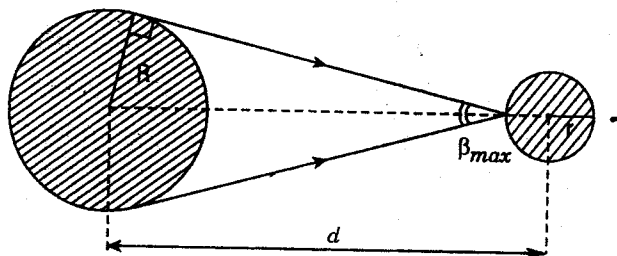
Do đó :

$$\sin \frac{\alpha_{\max}}{2} = \frac{R}{IO_1} = \frac{R + r}{d} = \frac{(691 + 6,4) \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^{11}} = \frac{697,4}{1,5} \cdot 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} \approx \boxed{32'}$$

b) Trường hợp 2

Góc lớn nhất trong trường hợp này được tạo bởi hai tia sáng như trong hình sau :



H.1.4

(Hình vẽ không theo tỉ xích)

$$\text{Ta có : } \sin \frac{\beta_{\max}}{2} = \frac{R}{d - r} = \frac{6,91 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11} - 6,4 \cdot 10^6}$$

$$\sin \frac{\beta_{\max}}{2} \approx \frac{6,91}{1,5} \cdot 10^{-3} \Rightarrow \beta_{\max} \approx 32'$$

CHÚ Ý : Ta nhận thấy : $\alpha_{\max} = \beta_{\max}$

$$\text{Thật vậy, vì ta luôn có : } \begin{cases} r \ll R \Rightarrow \sin \frac{\alpha_{\max}}{2} = \frac{R}{d} \\ r \ll d \Rightarrow \sin \frac{\beta_{\max}}{2} \approx \frac{R}{d} \end{cases}$$

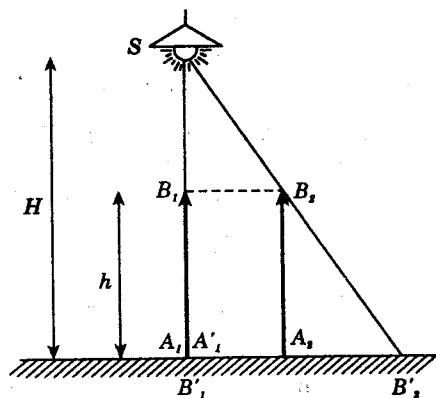
- 1.3 Một người có chiều cao h đứng ngay dưới ngọn đèn treo ở độ cao H ($H > h$). Người này bước đi theo chuyển động thẳng đều với vận tốc v .
Xác định chuyển động của bóng đỉnh đầu in trên mặt đất.

GIẢI

- Các tia sáng bị chặn bởi người tạo thành khoảng tối trên mặt đất. Đó là bóng của người.

Bóng của đỉnh đầu là điểm cuối của bóng người.

- Xét khoảng thời gian Δt . Người dịch chuyển đoạn $A_1A_2 = \Delta s = v \cdot \Delta t$. Ta xác định đoạn dịch chuyển $\Delta s' = B'_1B'_2$ của bóng đỉnh đầu như sau.



H.1.5

Các tam giác đồng dạng SB_1B_2 và $SB'_1B'_2$ cho :

$$\frac{B'_1B'_2}{B_1B_2} = \frac{H}{H-h}$$

$$\Rightarrow \Delta s' = B'_1B'_2 = \frac{H}{H-h} \cdot B_1B_2 = \frac{H}{H-h} \cdot \Delta s = \frac{H}{H-h} \cdot v \cdot \Delta t$$

Vận tốc tức thời của bóng đỉnh đầu là :

$$v' = \frac{\Delta s'}{\Delta t} = \frac{H}{H-h} \cdot v = \text{const}$$

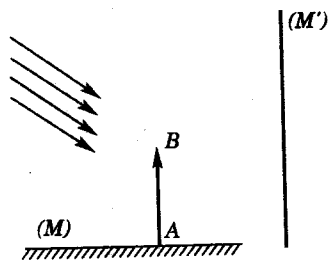
Vậy, bóng của đỉnh đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc :

$$v' = \frac{H}{H-h} \cdot v$$

1.4

Một chùm tia sáng Mặt Trời chiếu đến gương phẳng (M) đặt nằm ngang. Chùm tia phản xạ hắt lên một màn thẳng đứng (M').

Trên gương (M) có vật AB, chiều cao h.



H.1.6

a) Vẽ bóng của AB trên màn (M').

b) Tính chiều cao của bóng trên màn.

GIẢI

a) Vẽ bóng

Bóng của AB là vùng tối tạo trên màn (M') do các tia sáng bị chặn bởi AB.

Các tia sáng này gồm:

- Những tia bị chặn bởi AB không phản xạ trên gương.
- Những tia phản xạ trên gương rồi bị chặn bởi AB nên không tới được màn.

Kết hợp với định luật phản xạ ánh sáng, ta có sơ đồ tạo bóng của vật như ở hình 1.7.

B_1B_2 là bóng của AB tạo trên màn (M').

b) Chiều cao của bóng

- Ta có : $B_1B_2 = B_1A' + A'B_2$

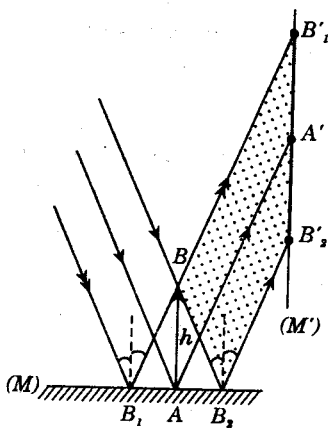
- Tính chất của hình bình hành cho :

$$B_1A' = AB = h$$

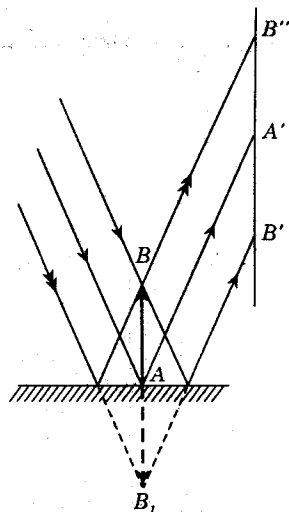
Ta có thể chứng minh được các tia sáng tạo bóng vẽ trên hình là các đường thẳng song song cách đều.

$$\text{Do đó : } A'B_2 = A'B_1 = h$$

$$\text{Vậy : } B_1B_2 = \boxed{2h}$$



H.1.7



H.1.8

CHÚ Ý : Cũng có thể chứng minh dựa vào sự đối xứng giữa AB và ảnh của nó qua gương như sau : (H.18)

Tứ giác $BB_1B'B''$ là hình bình hành.

Ta suy ra : $B'B'' = BB_1 = 2h$

1.5 Ánh sáng Mặt Trời chiếu nghiêng 60° so với mặt phẳng ngang.

Hỏi phải bố trí một gương phẳng như thế nào để được một chùm tia phản xạ thẳng đứng ?

GIẢI

- Theo định luật phản xạ ánh sáng, trước hết gương phẳng phải bố trí vuông góc với mặt phẳng thẳng đứng song song với phương chùm tia tới.

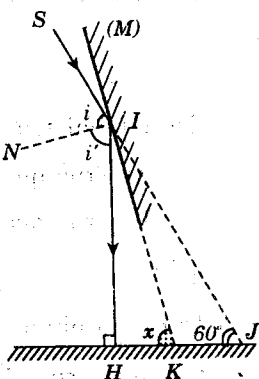
- Ta có hai trường hợp sau :

a) Tia phản xạ hướng xuống

Theo đề bài, ta suy ra :

$$i + i' = 150^\circ$$

$$\Rightarrow i = i' = 75^\circ$$



H.1.9

Vị trí của gương (M) được xác định bởi góc $x = \widehat{IKH}$ tạo bởi gương với phương ngang.

Tính chất của góc có cạnh vuông góc cho :

$$x = i' = \boxed{75^\circ}$$

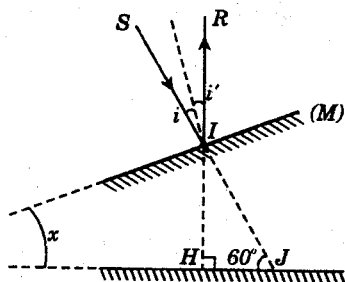
b) Tia phản xạ hướng lên

Ta suy ra :

$$i + i' = 30^\circ$$

$$\Rightarrow x = i' = 15^\circ$$

Vị trí gương (M) được xác định bởi góc x tạo bởi gương với phương ngang.



H.1.10

Tương tự như trên ta có :

$$x = i' = \boxed{15^\circ}$$

- 1.6 Một tia cố định SI được chiếu tới gương phẳng (M). Chứng minh rằng khi gương quay một góc α quanh trục vuông góc với tia tới thì tia phản xạ tương ứng quay góc 2α (tính chất của gương quay).

GIẢI

Ta xét hai trường hợp :

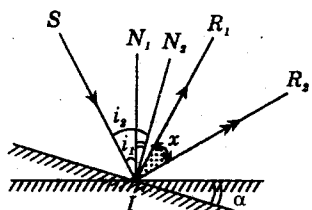
- Trục quay đi qua điểm tới
- Trục quay ở ngoài điểm tới.

a) Trường hợp 1

Dựng tia phản xạ ứng với hai vị trí gương, ta có hình vẽ 1.11.

Góc quay của tia phản xạ là :

$$\widehat{R_1IR_2} = x$$



H.1.11

Ta có :

$$\begin{aligned} x &= \hat{N_1 I R_2} - \hat{N_1 I R_1} \\ &= \hat{N_1 I N_2} + \hat{N_2 I R_2} - \hat{N_1 I R_1} \end{aligned}$$

Nhưng :

$$\hat{N_1 I N_2} = \alpha ; \hat{N_2 I R_2} = i'_2 = i_2 ;$$

$$\hat{N_1 I R_1} = i'_1 = i_1$$

và : $i_2 = \hat{S I N_2} = \hat{S I N_1} + \hat{N_1 I N_2} = (i_1 + \alpha)$

Vậy : $x = \alpha + (i_1 + \alpha) - i_1 = \boxed{2\alpha}$

b) Trường hợp 2

Tương tự trường hợp thứ nhất, ta có hình vẽ 1.12.

Góc quay của tia phản xạ là :

$$\hat{R_1 K R_2} = x$$

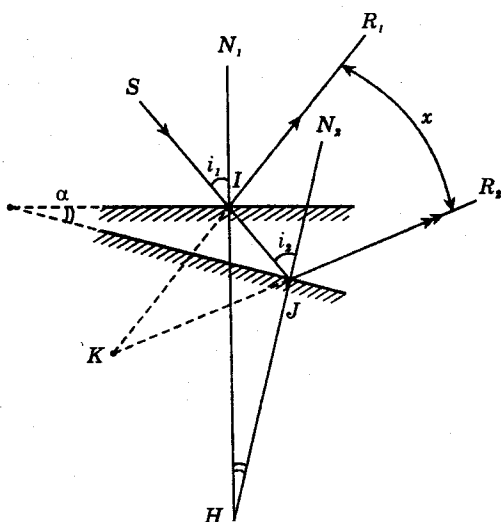
Xét hai tam giác IJK và IJH; tính chất góc ngoài cho :

$$x = 2i_2 - 2i_1$$

$$= 2(i_2 - i_1)$$

$$\hat{H} = i_2 - i_1 = \alpha$$

Vậy : $x = \boxed{2\alpha}$



H.1.12

1.7 Hai gương phẳng có các mặt phản xạ hợp với nhau góc nhọn α .

Một tia tới cố định phản xạ liên tiếp trên hai gương.

Hãy xác định hướng của tia phản xạ lần thứ hai.

GIẢI

Ta xác định hướng của tia phản xạ lần thứ hai bằng góc tạo bởi tia tới và tia phản xạ này.

Có hai trường hợp như sau :

a) Trường hợp 1

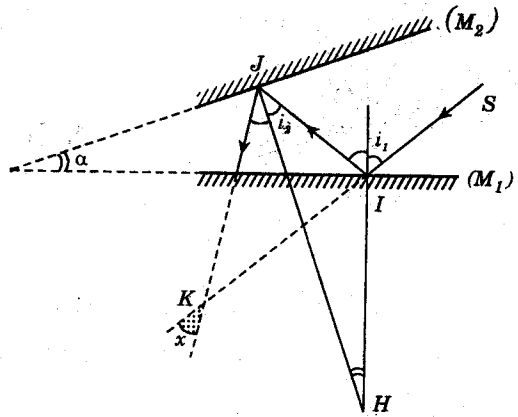
Áp dụng tính chất của góc ngoài tam giác, ta có :

$$\Delta IJK : x = \hat{K} = 2(i_1 - i_2)$$

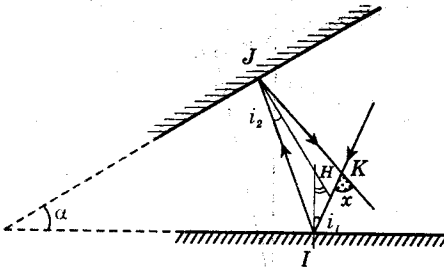
$$\Delta IJH : i_1 - i_2 = \hat{H}$$

Mà : $\hat{H} = \alpha$ (góc có cạnh thẳng góc).

Do đó : $x = \boxed{2\alpha}$



H.1.13



H.1.14

b) Trường hợp 2

Áp dụng tính chất của góc ngoài tương tự như trên, ta có :

$$x = 2(i_1 + i_2)$$

Nhưng : $i_1 + i_2 = \alpha$

Do đó : $x = \boxed{2\alpha}$

1.8*. Một bình hình trụ đựng thủy ngân quay chung quanh trục thẳng đứng của hình trụ với vận tốc góc không đổi ω .

Khi đạt trạng thái chuyển động ổn định, bề mặt thủy ngân lõm xuống. Bỏ qua ảnh hưởng của lực căng mặt ngoài.

Chúng tỏ rằng một chùm tia tới song song chiếu từ trên xuống dọc theo trục quay, sau khi phản xạ trên mặt thủy ngân sẽ hội tụ lại ở một điểm. Định vị trí của điểm hội tụ này.

GIẢI

- Xét hệ quy chiếu không quán tính gắn với bình. Mỗi điểm của mặt thủy ngân cân bằng dưới tác dụng của :

- trọng lực
- lực li tâm

Khi cân bằng, mặt thoáng thủy ngân vuông góc với hợp lực của hai lực này.

Mặt thoáng thủy ngân có trục quay là trục đối xứng.

Trong một mặt phẳng chứa trục quay ta xét một điểm bất kì A (x, y). Ta tìm hệ thức liên lạc giữa x và y. Muốn vậy ta áp dụng phương pháp vi phân. Trong phương pháp này, có thể thay một đoạn nhỏ của đường giới hạn mặt thoáng bởi tiếp tuyến. Ý nghĩa hình học của đạo hàm cho ta :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 x}{g} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2}{g} x$$

$$dy = \frac{\omega^2}{g} x dx$$

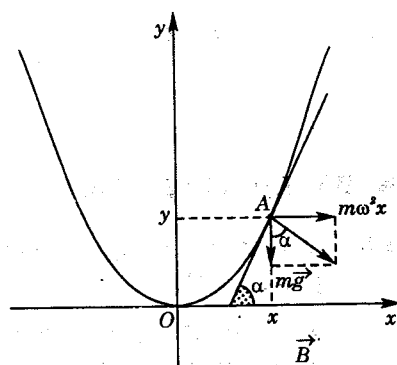
$$\text{Vậy : } y = \int dy = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + C$$

$$\text{Nhưng : } x = 0 : y = 0$$

$$\Rightarrow C = 0$$

$$\text{Do đó : } y = \frac{\omega^2}{2g} \cdot x^2$$

Bề mặt thủy ngân là một paraboloid đỉnh O.



H.1.15.

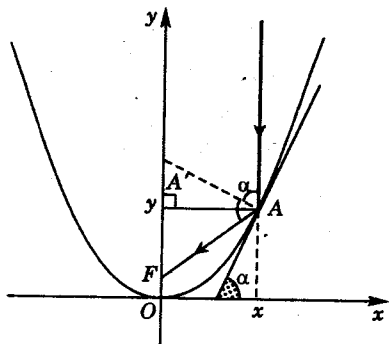
- Xét tia sáng tới gặp parabolôit tại A. Tia phản xạ được xác định dựa theo định luật phản xạ. Tia phản xạ cắt trục quay tại F. Tia sáng trùng với trục quay phản xạ theo chính nó.

Ta có : $OF = OA' - A'F = y - x \cdot \operatorname{tg}(2\alpha - 90^\circ) = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + \frac{x}{\operatorname{tg} 2\alpha}$

Với $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2 x}{g}$ ta có :

$$\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{g}{2\omega^2 x} - \frac{\omega^2 x}{2g}$$

Vậy : $OF = \frac{g}{2\omega^2} = \text{const}$



H.1.16

Giao điểm F có vị trí cố định, bất chấp x. Mọi tia phản xạ ứng với chùm tia tới song song với trục đều cắt tia sáng trùng với trục quay tại F. Đó là tiêu điểm chính. Ta có tiêu cự :

$$f = OF = \frac{g}{2\omega^2}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

1.9 Tia tới SI cố định phản xạ trên gương phẳng (M) cho tia phản xạ IR.

- a) Tính góc quay của tia phản xạ khi gương quay góc α quanh một trục trong mặt phẳng gương và vuông góc với phương tia tới.

b) Nêu ứng dụng vào việc đo góc quay nhỏ (phương pháp Poggendorff).

ĐS : a) 2α

1.10 Hai gương phẳng (M_1), (M_2) có mặt phản xạ hợp với nhau góc $\alpha = 30^\circ$. Tia tới SI chiếu đến (M_1) phản xạ theo IJ tới (M_2) và phản xạ theo JR.

a) Tính góc hợp bởi SI và JR.

b) Phải quay M_2 quanh trục qua J và song song với giao tuyến của hai gương góc nhỏ nhất là bao nhiêu để :

* SI và JR song song nhau.

* SI và JR vuông góc nhau.

ĐS : a) 2α

b) 30° ; 15°

1.11 Hai gương phẳng tạo nhị diện có góc phẳng A. Một tia tới phản xạ liên tiếp trên hai gương lần lượt ở I và I'. Các góc tới là i và i'. Góc hợp bởi tia tới và tia phản xạ lần thứ hai là D.

a) Tia tới và gương I cố định. Quay gương I' để A thay đổi từ 0° đến 180° .

Lập hệ thức giữa D và A. A phải có giá trị nào để tia phản xạ thứ hai vuông góc với tia tới ?

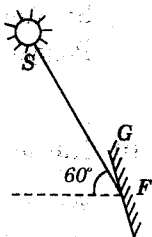
Tính i nếu $i' = i$.

Vẽ đường đi của tia sáng.

b) Giữ A không đổi, quay hệ hai gương quanh cạnh chung. Chứng tỏ nếu tia tới cố định thì tia phản xạ thứ hai có phương không đổi.

ĐS : a) $D = 2A$; 45° ; $22^\circ 30'$

1.12 Dùng một gương phẳng nhỏ (G) để hắt một chùm tia sáng Mặt Trời hẹp xuống đáy một giếng cạn hình trụ thẳng đứng dọc theo trục của giếng.

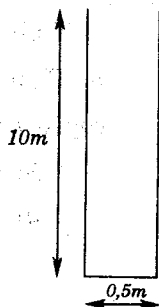


a) Tính góc làm bởi mặt gương và đường thẳng đứng; biết các tia sáng Mặt Trời nghiêng với mặt phẳng nằm ngang một góc 60° .

b) Để cho vết sáng quét đi quét lại một đường kính của đáy giếng, người ta cho gương phẳng dao động quanh vị trí xác định ở câu 1, chung quanh một trục đi qua điểm tới và vuông góc với mặt phẳng tới.

Hãy tính biên độ của dao động này.

Cho biết đường kính của giếng là 0,5m và khoảng cách từ gương tới đáy giếng là 10m.



H.1.17

ĐS : a) 15°

b) $43'$

1.13 Từ điểm O ở cửa sổ của một căn phòng cách mặt đất đoạn h, một quan sát viên nhìn thấy ảnh P' của vật P cách mặt đất đoạn H do ánh sáng phản xạ trên một vùng nước S, trên mặt đất phía trước cửa sổ và cách chân tường có cửa sổ đoạn AS = d.

Đặt nằm ngang tại O bản thủy tinh L có thể quay quanh trục nằm ngang qua O và song song với thành cửa sổ.

Người quan sát phải quay L nghiêng góc α thì mới nhìn thấy P' và ảnh P'' của P do phản xạ trên L theo cùng một phương.

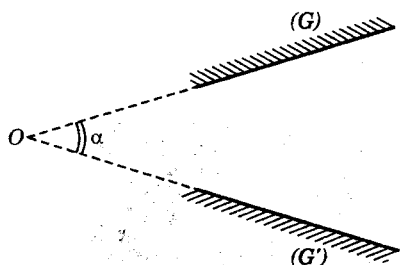
Lập biểu thức của H.

Áp dụng số : h = d = 12m, $\alpha = 3^\circ$

$$\text{ĐS : } H = \frac{\tan \beta + \tan(\beta - 2\alpha)}{\tan \beta - \tan(\beta - 2\alpha)} h ; 114\text{m}$$

1.14 Hai gương phẳng (G), (G') làm với nhau một góc $\alpha = 45^\circ$, mặt phản xạ hướng vào nhau.

Một tia sáng tới SI phản xạ một lần trên mỗi gương rồi ló ra ngoài.



H.1.18

a) Vẽ (có giải thích) đường đi của các tia sáng trong các trường hợp :

- * Tia sáng tới gương (G) trước.
- * Tia sáng tới gương (G') trước.
- * Tia sáng tới song song với một trong hai gương.

b) Tính góc lệch của tia sáng tức là góc mà ta phải quay tia tới để cho phương của nó trùng với phương của tia phản xạ. Góc này phụ thuộc thế nào vào thứ tự phản xạ và vào góc tới ?

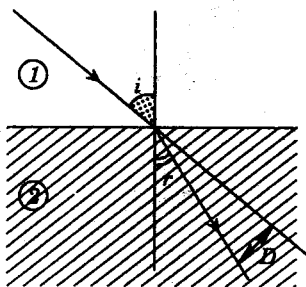
ĐS : b) 90° , không phụ thuộc.

§2. SỰ KHÚC XẠ ÁNH SÁNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Định luật khúc xạ ánh sáng

a) Tia khúc xạ nằm trong mặt phẳng tới và ở về phía bên kia pháp tuyến.



H.2.1

b) Khi góc tới i thay đổi thì góc khúc xạ r thay đổi theo.

Ta luôn có :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \text{const} = n_{21}$$

II. Chiết suất

1. Chiết suất tỉ đối

- Chiết suất tỉ đối n_{21} của môi trường (2) đối với môi trường (1) :

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

- * $n_{21} > 1$: (2) chiết quang hơn (1).
- * $n_{21} < 1$: (2) chiết quang kém (1).

- Ý nghĩa vật lí :

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} v_1 : \text{vận tốc truyền ánh sáng trong môi trường (1)} \\ v_2 : \text{vận tốc truyền ánh sáng trong môi trường (2)} \end{array} \right.$$

Hệ quả :

$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}}$$

2. Chiết suất tuyệt đối

- Chiết suất tuyệt đối là chiết suất tỉ đối so với chân không (hay không khí).

- Hệ thức liên lạc :

$$n = \frac{c}{v} > 1 \quad ; \quad n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

- Dạng đối xứng của định luật khúc xạ :

$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 2

Tính các đại lượng liên quan đến hiện tượng khúc xạ :

- góc
- khoảng cách
- chiết suất.

- Áp dụng công thức của định luật khúc xạ :

* tổng quát : $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

* góc nhỏ : $n_1 i = n_2 r$

- Kết hợp với các đặc điểm hình học : góc có cạnh vuông góc; góc trong và góc ngoài; hệ thức lượng giác...

- Trường hợp chiết suất biến thiên :

* Chia môi trường thành lớp vô cùng mỏng theo hướng biến thiên của chiết suất.

* Vận dụng định luật khúc xạ như một định luật bảo toàn :

$$n_j \sin i_j = \text{const}$$

* Áp dụng các kết quả lượng giác hay phép tính đạo hàm.

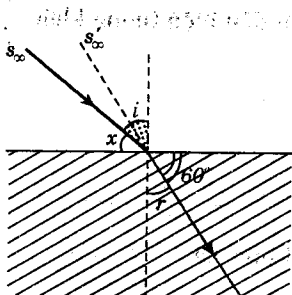
■ BÀI TẬP THÍ DỤ

- 2.1 Một thợ lặn ở dưới nước nhìn thấy Mặt Trời ở độ cao 60° so với đường chân trời.

Tính độ cao thực của Mặt Trời so với đường chân trời. Biết chiết suất của nước là $n = \frac{4}{3}$

GIẢI

- Hướng của Mặt Trời mà người thợ lặn nhìn thấy là hướng của các tia sáng khúc xạ vào nước.



H.2.2

Ta có đường đi của các tia sáng như hình 2.2.

- Do đó :

$$r = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \sin i = n \cdot \sin r$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \sin 30^\circ = \frac{2}{3}$$

$$i = \arcsin \frac{2}{3} \approx 42^\circ$$

Độ cao thực của Mặt Trời so với đường chân trời là :

$$x = 90^\circ - i = \boxed{48^\circ}$$

- 2.2 Tia sáng truyền trong không khí tới gặp mặt thoáng của một chất lỏng, chiết suất $n = 1,73 = \sqrt{3}$. Hai tia phản xạ và khúc xạ vuông góc với nhau. Tính góc tới.

GIẢI

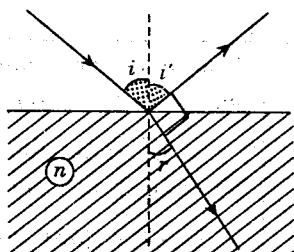
Theo đề bài, ta có đường đi của các tia sáng như hình 2.3.

Vậy ta có :
$$\begin{cases} i' + r = 90^\circ \Rightarrow i + r = 90^\circ \Rightarrow \sin r = \cos i \\ \sin i = n \cdot \sin r \end{cases}$$

Suy ra :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \operatorname{tg} i = n = \sqrt{3}$$

Do đó : $i = \arctg \sqrt{3} = \boxed{60^\circ}$



H.2.3

- 2.3** Một tia sáng được chiếu đến điểm giữa của mặt trên một khối lập phương trong suốt, chiết suất $n = 1,50$. Tìm góc tới lớn nhất để tia khúc xạ còn gặp mặt đáy của khối lập phương.

GIẢI

- Công thức của định luật khúc xạ : $\sin i = n \cdot \sin r$

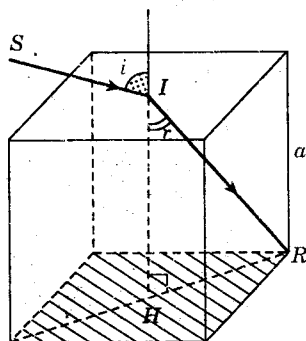
Khi i đạt max thì r cũng đạt max.

- Theo điều kiện của đề, r đạt max khi tia khúc xạ tới một đỉnh ở đáy.

Đặt a là cạnh của khối lập phương.

$$\sin r_m = \frac{HR}{IR} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó : } \sin i_m &= n \cdot \sin r_m \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$



H.2.4

Vậy : $i_m = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = 60^\circ$

2.4 Chùm tia sáng đơn sắc song song chiếu tới mặt chất lỏng với góc tới i . Chất lỏng có chiết suất n .

a) Bề rộng của chùm tia tới trong không khí là d . Tìm bề rộng d' của chùm tia khúc xạ trong chất lỏng.

b) Chất lỏng có độ sâu h . Một tia sáng của chùm tia tới có tia phản xạ trên mặt chất lỏng và tia khúc xạ vào trong chất lỏng. Tia khúc xạ gặp đáy chậu nằm ngang, phản xạ trở lại mặt thoáng và khúc xạ ra không khí. Tính khoảng cách d'' giữa tia phản xạ và tia khúc xạ trong không khí.

GIẢI

a) Tính d'

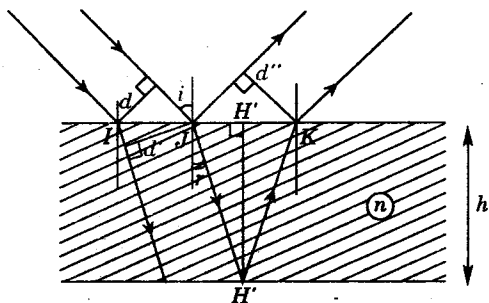
Ta có :
$$\begin{cases} d = IJ \cdot \cos i \\ d' = IJ \cdot \cos r \end{cases}$$

Suy ra : $d' = \frac{\cos r}{\cos i} \cdot d$

Nhưng : $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$

Do đó :

$$d' = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n \cdot \cos i} \cdot d$$



H.2.5

b) Tính d''

Tương tự, ta cũng có :

$$d'' = JK \cdot \cos i = 2JH' \cdot \cos i = 2h \cdot \tan r \cdot \cos i$$

$$\text{Nhưng : } \begin{cases} \sin r = \frac{\sin i}{n} \\ \cos r = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n} \end{cases} \Rightarrow \tan r = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Do đó :

$$d'' = \frac{2h \cdot \sin i \cdot \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \Rightarrow d'' = \frac{h \cdot \sin 2i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

2.5 Chậu lập phương cạnh a có thành không trong suốt, chứa chất lỏng chiết suất n .

Mắt người quan sát nhìn theo phương của đường chéo BD.

Một điểm E trên đáy chậu, trong mặt phẳng thẳng đứng chứa BD và cách B đoạn b .

Tìm độ cao x của chất lỏng trong chậu để mắt nhìn thấy được E.

GIẢI

- Ta phải có tia EI khúc xạ ở I và truyền vào không khí theo phương BD.

Suy ra : $x > b$

- Ta có :

$$\tan i = \frac{x - b}{x} = 1 - \frac{b}{x} \quad \text{hay :} \quad \frac{\sin i}{\cos i} = 1 - \frac{b}{x}$$

Nhưng : $\sin i = \frac{\sin r}{n}$;

$$\cos i = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 r}}{n}$$

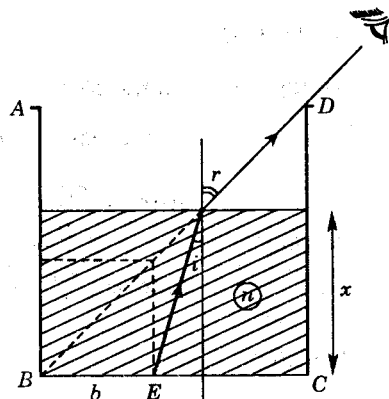
$$\Rightarrow \operatorname{tg} i = \frac{\sin r}{\sqrt{n^2 - \sin^2 r}} = 1 - \frac{b}{x}$$

Vậy :
$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{n^2 - \frac{1}{2}}} = 1 - \frac{b}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2n^2 - 1}} = 1 - \frac{b}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{x} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2n^2 - 1}} = \frac{\sqrt{2n^2 - 1} - 1}{\sqrt{2n^2 - 1}}$$

Do đó :
$$x = \frac{b\sqrt{2n^2 - 1}}{\sqrt{2n^2 - 1} - 1}$$



H.2.6

2.6 Quả cầu trong suốt có chiết suất n , bán kính R .

Hai tia sáng song song, đối xứng với nhau qua tâm quả cầu được chiếu đến quả cầu. Khoảng cách giữa hai tia sáng là $d < 2R$.

Tìm hệ thức liên lạc giữa d và n để hai tia sáng cắt nhau :

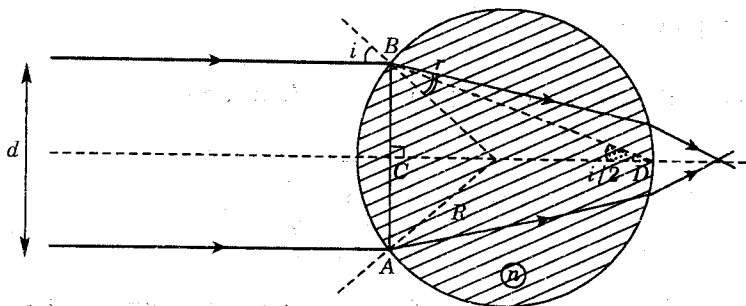
- bên trong quả cầu
- bên ngoài quả cầu

GIẢI

* Do tính đối xứng, giao điểm của hai tia sáng nằm trên trục đối xứng.

* Nếu hai tia sáng cắt nhau bên trong quả cầu, chúng chỉ khúc xạ một lần.

Nếu hai tia sáng cắt nhau bên ngoài quả cầu, chúng khúc xạ hai lần.



H.2.7

Vị trí giao điểm của các tia sáng tùy thuộc góc r và $\frac{i}{2}$.

$$\sin i = \frac{\frac{d}{2}}{R} = \frac{d}{2R}$$

Mặt khác : $\sin i = n \cdot \sin r$

a) Các tia sáng cắt nhau bên trong quả cầu

Ta phải có : $r < \frac{i}{2} \Rightarrow \sin r < \sin \frac{i}{2}$

$$\Rightarrow \frac{\sin i}{n} < \sin \frac{i}{2} \Rightarrow n > 2 \cos \frac{i}{2}$$

$$\text{Suy ra : } n > 2 \sqrt{\frac{1 + \cos i}{2}} = 2 \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - \sin^2 i}}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{n > \sqrt{2 + \sqrt{4 - \frac{d^2}{R^2}}}}$$

Biểu thức ở vế phải có giá trị cực đại là 2, ứng với $d = 0$.

Do đó với $n > 2$, hai tia sáng cắt nhau bên trong quả cầu, bất chấp d.

b) Các tia sáng cắt nhau bên ngoài quả cầu

Ta phải có : $r > \frac{1}{2}$

Theo lí luận ở câu trên ta suy ra điều kiện :

$$n < \sqrt{2 + \sqrt{4 - \frac{d^2}{R^2}}}$$

Biểu thức ở vế phải có giá trị *cực tiểu* là $\sqrt{2}$, ứng với $d = 2R$.

Do đó với $n < \sqrt{2}$, hai tia sáng cắt nhau bên ngoài quả cầu, bất chấp d.

CHÚ Ý : Với $\sqrt{2} < n < 2$, các tia sáng có thể cắt nhau ở bên trong hay bên ngoài quả cầu tùy giá trị của d để hệ thức ở câu a hay ở câu b được thỏa.

2.7 Một ống thủy tinh chiết suất $n = 1,50$ có đường kính ngoài $2R$ chứa đầy thủy ngân.

a) Tính đường kính tối thiểu của mặt trong của ống để nhìn từ ngoài thấy thủy ngân như chiếm trọn cả ống đường kính $2R$.

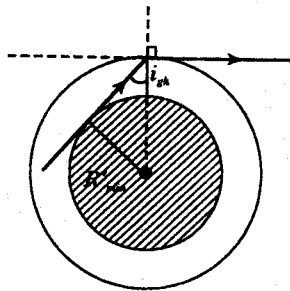
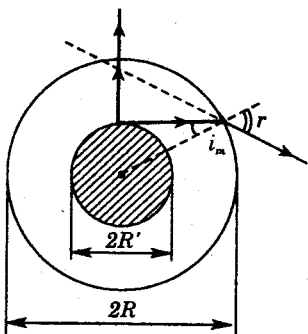
b) Nếu đường kính trong là R thì nhìn từ ngoài, bề dày biểu kiến cột thủy ngân trong ống là bao nhiêu ?

GIẢI

a) Đường kính tối thiểu của mặt trong

– Các tia sáng từ mặt ngoài của cột thủy ngân bị khúc xạ khi truyền ra không khí.

Hình 2.8 được vẽ trong một mặt phẳng vuông góc với trục ống.



H.2.8

- Theo một hướng nhìn của mắt, luôn luôn có một điểm trên mặt ngoài của cột thủy ngân cho tia tới có góc tới lớn nhất i_m . Tia này tạo ảo giác về bề dày của cột thủy ngân.

Ta có : $\sin i_m = \frac{R'}{R}$

- Muốn cho mắt nhìn thấy thủy ngân chiếm trọn ống, phải có tia tới từ mặt thủy ngân mà tia khúc xạ tiếp xúc với mặt ngoài của ống nghĩa là ứng với góc khúc xạ $r = 90^\circ$.

Suy ra góc tới tương ứng là i_{gh} , với : $\sin i_{gh} = \frac{1}{n}$

Điều kiện của bài được thỏa nếu :

$$i_m \geq i_{gh} \Rightarrow \frac{R'}{R} \geq \frac{1}{n} \quad \text{hay} \quad R' \geq \frac{R}{n}$$

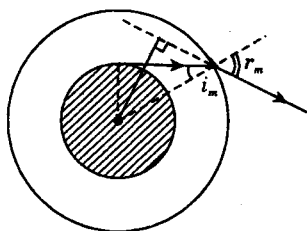
Vậy giá trị nhỏ nhất của đường kính cột thủy ngân phải tìm là :

$$d'_{\min} = 2R'_{\min} = \frac{2R}{n} = \boxed{\frac{4}{3} R}$$

b) Bề dày biểu kiến

Trong trường hợp $R' = \frac{R}{2}$ ta có :

$$\sin i_m = \frac{R'}{R} = \frac{1}{2}$$



H.2.9

Suy ra : $\sin r_m = n \cdot \sin i_m = \frac{3}{4}$

Bề dày biểu kiến của cột thủy ngân được tính bởi :

$$d'' = 2R \cdot \sin r_m = 2R \cdot \frac{3}{4} = \boxed{\frac{3R}{2}}$$

2.8 Bình cầu thủy tinh, có thành mỏng, chứa nước ($n = \frac{4}{3}$).

Đường kính của bình cầu là $D = 2R = 10\text{cm}$.

Một điểm sáng A được đặt cách tâm bình cầu đoạn $d = 65\text{cm}$.
Người ta che bớt để mặt cầu chỉ nhận những tia sáng có góc tới nhỏ.

Hãy xác định ảnh A' của A.

GIẢI

- Vì bề dày thủy tinh của bình mỏng nên không ảnh hưởng đến sự truyền các tia sáng. Sự khúc xạ chỉ do nước.

- Tia tới theo phương AO khúc xạ qua bình cầu, truyền thẳng, không đổi phương.

Tia tới AI có góc tới i nhỏ, khúc xạ liên tiếp ở I, J và cắt tia AO tại A'.

Định lí hàm sin cho :

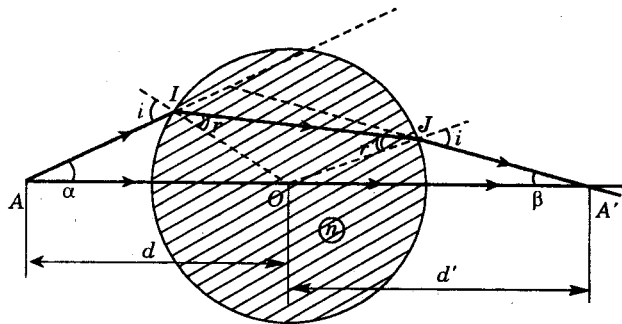
$$\begin{cases} \frac{d}{i} = \frac{R}{\alpha} \Rightarrow i = \frac{d}{R} \alpha \\ \frac{d'}{i} = \frac{R}{\beta} \Rightarrow \frac{d'}{R} = \frac{i}{\beta} \end{cases}$$

Mặt khác : $\beta = 2(i - r) - \alpha$

Nhưng : $r = \frac{i}{n}$ (định luật khúc xạ với góc nhỏ).

Vậy : $\beta = 2i - \frac{2i}{n} - \alpha$

$$= 2\left(1 - \frac{1}{n}\right)i - \alpha = \left[2\left(1 - \frac{1}{n}\right)\frac{d}{R} - 1\right]\alpha$$



H.2.10

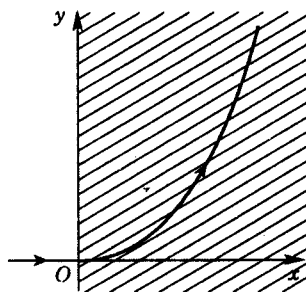
Suy ra : $\frac{d'}{R} = \frac{i}{\beta} = \frac{\frac{d}{R}}{\left[2\left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot \frac{d}{R} - 1\right]} = \frac{1}{2\left(1 - \frac{1}{n}\right) - \frac{R}{d}}$

$$\Rightarrow 2\left(1 - \frac{1}{n}\right) - \frac{R}{d} = \frac{R}{d'} \Rightarrow \frac{R}{d} + \frac{R}{d'} = 2\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Vậy : $\boxed{\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R}\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$ (công thức thấu kính cầu).

Với $\begin{cases} d = 65\text{cm} \\ R = 5\text{cm} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$ ta có : $d' = \boxed{12\text{cm}}$

2.9* Một môi trường trong suốt có chiết suất n biến thiên theo biến số y . Một tia sáng đơn sắc được chiếu vuông góc với mặt phẳng giới hạn môi trường tại điểm $y = 0$. Chiết suất của môi trường tại đó có giá trị n_0 .



H.2.11

a) Chứng tỏ rằng tia sáng bị uốn cong trong môi trường trong suốt này.

b) Định $n = f(y)$ để tia sáng truyền trong môi trường theo một parabol.

GIẢI

a) Tia sáng bị uốn cong

- Ta áp dụng thuyết sóng. Xét hai tia sáng theo phương tia tới chiếu đến mặt giới hạn tại hai điểm khác nhau trên trục y , tại đó các chiết suất khác nhau.

Giả sử : $n_2 > n_1$

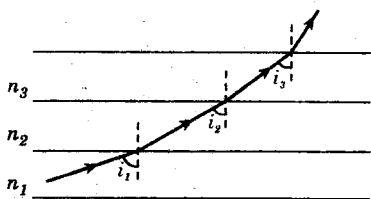
$$\Rightarrow v_2 < v_1$$

- Các sóng cầu nguyên tố do các điểm tới phát ra có bán kính khác nhau.

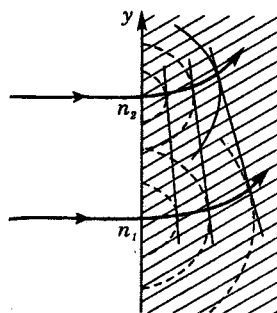
Các mặt sóng không còn song song như đối với sóng tới. Do đó tia sáng uốn cong về phía chiết suất tăng.

b) Định biểu thức của chiết suất

- Chia môi trường thành những lớp vô cùng mỏng sao cho trong mỗi lớp chiết suất coi như không đổi.



H.2.13



H.2.12

Định luật khúc xạ cho :

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2 = \dots$$

$$= \text{const}$$

- Xét hai điểm trên đường truyền ánh sáng ứng với các tọa độ :

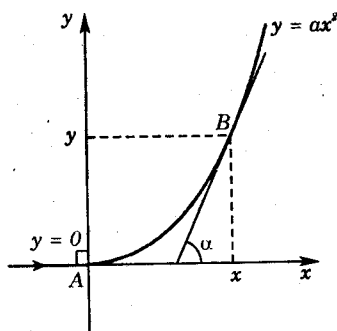
$$A \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} ; \quad B \begin{cases} y \\ x \end{cases}$$

Theo trên ta có :

$$n_A \cdot \sin i_A = n_B \cdot \sin i_B$$

$$\text{Nhưng } \begin{cases} n_A = n_0 \\ i_A = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin i_B = \frac{n_0}{n_B} = \frac{n_0}{n(y)}$$



Đối với parabol ta lại có :

H.2.14

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = 2ax = 2\sqrt{ay}$$

$$\text{Vậy : } \sin i_B = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4ay}}$$

$$\text{Suy ra : } \frac{n_0}{n(y)} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4ay}}$$

Do đó ta có biểu thức của chiết suất n theo biến số y như sau :

$$n(y) = n_0 \sqrt{1 + 4ay}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

2.10 Ba môi trường trong suốt (1), (2), (3) có thể đặt tiếp giáp nhau. Với cùng góc tới $i = 60^\circ$:

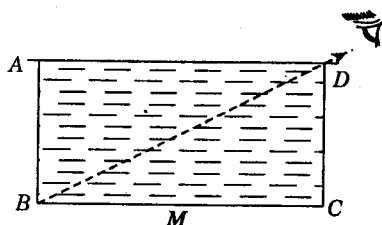
– nếu ánh sáng truyền từ (1) vào (2) thì góc khúc xạ là 45°

– nếu ánh sáng truyền từ (1) vào (3) thì góc khúc xạ là 30° .

Hỏi nếu ánh sáng truyền từ (2) vào (3) thì góc khúc xạ là bao nhiêu ?

ĐS : $\approx 38^\circ$

- 2.11 Một chậu hình hộp chữ nhật đựng chất lỏng. Biết $AB = a$; $AD = 2a$. Mắt nhìn theo phương BD nhìn thấy được trung điểm M của BC . Tính chiết suất của chất lỏng.



ĐS : $n \approx 1,27$

H.2.15

- 2.12 Chùm tia sáng Mặt Trời chiếu vào giọt nước hình cầu có chiết suất $n = 4/3$.

- a) Chứng tỏ chỉ có một tia sáng qua tâm giọt nước.
b) Xét tia sáng có góc tới 60° . Tính góc lệch giữa tia ló và tia tới.

ĐS : b) 39°

- 2.13 Một cái gậy dài 2m cắm thẳng đứng ở đáy hồ. Gậy nhô lên khỏi mặt nước 0,5m. Ánh sáng Mặt Trời chiếu xuống hồ theo phương hợp với pháp tuyến của mặt nước góc 60° .

Tính chiều dài bóng của cây gậy in trên đáy hồ.

ĐS : $\approx 2,14\text{m}$

- 2.14 Hai tia sáng song song, có khoảng cách giữa chúng là R , được chiếu đến một xilanh hình trụ trong suốt chiết suất n , bán kính R . Các tia sáng đều nằm trong một mặt phẳng của tiết diện thẳng góc và đối xứng với nhau qua đường kính của tiết diện thẳng góc song song các tia sáng. Cho biết hai tia sáng giao nhau trên bề mặt hình trụ.

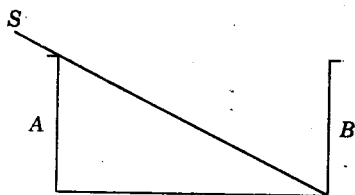
Tính n .

ĐS : $n = \sqrt{2 + \sqrt{3}} = 1,93$

- 2.15 Một cái máng nước sâu 30cm, rộng 40cm có hai thành bên thẳng đứng. Đúng lúc máng cạn nước thì bóng râm của thành A kéo dài tới đúng chân thành B đối diện. Người ta đổ nước

vào máng đến một độ cao h thì bóng của thành A ngắn bớt đi 7cm so với trước. Biết chiết suất của nước là $n = 4/3$.

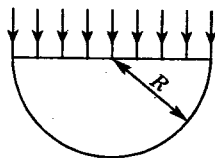
Hãy tính h ; vẽ tia sáng giới hạn bóng râm của thành máng khi có nước.



H.2.16

ĐS : $h = 12\text{cm}$

- 2.16* Cho một khối thủy tinh hình bán cầu, chiết suất $n = \sqrt{2}$. Chiếu một chùm tia sáng song song vào mặt phẳng, theo phương vuông góc với mặt đó và phủ kín mặt đó.



H.2.17

- a) Chứng minh rằng chùm sáng ló ra khỏi mặt cầu không phải là một chùm đồng quy mà nó tạo ra một vệt sáng có dạng một đoạn thẳng sáng nằm dọc theo đường kính của mặt cầu vuông góc với mặt phẳng.
- b) Xác định vị trí và chiều dài của đoạn thẳng sáng nói trên. Cho bán kính của hình bán cầu là $R = 4\text{cm}$.

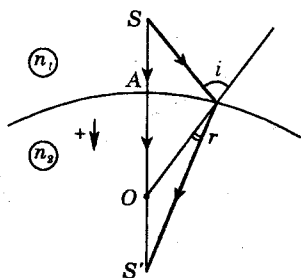
ĐS : b) 8cm

- 2.17 Kẻ trên giấy hai đường thẳng song song cách nhau khoảng $d_1 = 2,1\text{ cm}$. Đặt một bản mặt song song trong suốt có bề dày $d_2 = 4,5\text{cm}$ lên tờ giấy. Nhìn qua tấm kính dưới góc $\alpha = 45^\circ$ lên một đường đã kẻ, ta có ảo giác nếu nối dài đường này ra ngoài bản song song thì nó trùng với đường kia.

Tính chiết suất của bản.

ĐS : $\approx 1,5$

- 2.18* Mặt giới hạn của hai môi trường trong suốt là mặt cầu bán kính R . Chiết suất các môi trường là n_1 và n_2 . Xét chùm



H.2.18

tia hẹp gần như vuông góc với mặt cầu. Điểm vật S có điểm ảnh S'. Hãy chứng minh hệ thức sau :

$$n_1 \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left(\frac{1}{d'} - \frac{1}{R} \right)$$

với $\begin{cases} d = \overline{AS} \\ d' = \overline{AS'} \end{cases}$

(công thức của lưỡng chất cầu).

2.19* Quả cầu trong suốt bán kính R có chiết suất phụ thuộc khoảng cách r từ tâm theo công thức :

$$n(r) = \frac{R + a}{r + a} \quad (a > 0)$$

Chiếu tới quả cầu tia sáng dưới góc tới $i = \alpha$

Hãy định khoảng cách ngắn nhất $d_{\min}$ từ tâm quả cầu tới tia sáng.

$$DS : d_{\min} = \frac{aR \sin \alpha}{a + R(1 - \sin \alpha)}$$

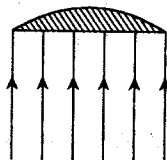
2.20* Một thấu kính phẳng - lồi có chiết suất n. Mặt lồi là một mặt cong. Một chùm tia tới song song được chiếu vuông góc với mặt phẳng.

Xác định dạng mặt cong để chùm tia hội tụ tại một điểm.

DS : mặt hypebôlôit

2.21* Theo nguyên lý Fermat, ánh sáng truyền từ điểm này tới điểm kia theo đường đi sao cho thời gian truyền ngắn nhất.

Có hai điểm ở trong các môi trường chiết suất n_1 và n_2 . Từ nguyên lý Fermat, hãy suy ra định luật khúc xạ ánh sáng.



H.2.19

§3. SỰ PHẢN XẠ TOÀN PHẦN

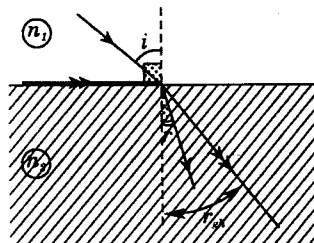
A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Sự truyền ánh sáng từ môi trường chiết quang kém vào môi trường chiết quang hơn ($n_2 > n_1$)

Ta có :

$$r < i$$

$$\sin r_{gh} = \frac{n_1}{n_2}$$



H.3.1

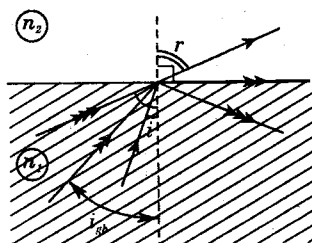
II. Sự truyền ánh sáng từ môi trường chiết quang hơn vào môi trường chiết quang kém ($n_1 > n_2$)

* Tia sáng khúc xạ :

$$i \leq i_{gh}$$

* Tia sáng phản xạ toàn phần :

$$i > i_{gh}$$



H.3.2

$$\left(\sin i_{gh} = \frac{n_{nhỏ}}{n_{lớn}} \right)$$

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 3

Tính toán liên quan đến hiện tượng phản xạ toàn phần :

- điều kiện để sự phản xạ toàn phần xảy ra hoặc không xảy ra
- các đại lượng hình học có liên quan.

- So sánh n_1 và n_2 . Định i_{gh} :

$$\sin i_{gh} = \frac{n_{nhỏ}}{n_{lớn}}$$

- Nếu tia sáng khúc xạ, áp dụng định luật khúc xạ :

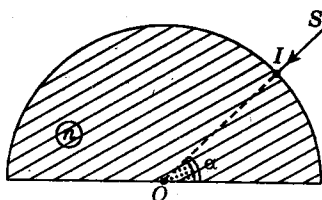
$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

- Nếu tia sáng phản xạ toàn phần, áp dụng định luật phản xạ : $i' = i$
- Liên hệ với các tính chất hình học: góc có cạnh vuông góc, góc trong, góc ngoài, góc bù, góc phụ...

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

- 3.1 Một khối bán trụ trong suốt có chiết suất $n = 1,41 \approx \sqrt{2}$.

Một chùm tia sáng hẹp trong một mặt phẳng của tiết diện vuông góc được chiếu tới bán trụ như trong hình vẽ (H.3.3).



H.3.3

Xác định đường đi của chùm tia sáng với các giá trị sau đây của góc α :

- a) $\alpha = 60^\circ$
- b) $\alpha = 45^\circ$
- c) $\alpha = 30^\circ$

GIẢI

- Ở I : $i = 0 \Rightarrow r = 0$; tia sáng truyền thẳng theo phương tia tới đến O.
- Ở O : ánh sáng truyền từ môi trường chiết quang hơn vào môi trường chiết quang kém.

$$\begin{cases} i = 90^\circ - \alpha \\ i_{gh} = \arcsin \frac{1}{n} = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ \end{cases}$$

a) Trường hợp $\alpha = 60^\circ$:

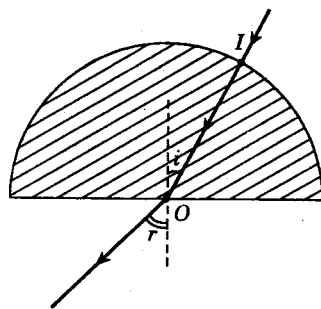
$$i = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$i < i_{gh}$: Tia sáng khúc xạ ra không khí.

Ta có : $\sin r = n \cdot \sin i$

$$= \sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow r = 45^\circ \text{ (H.3.4)}$$



H.3.4

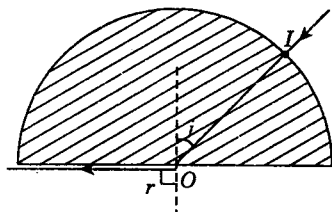
b) Trường hợp $\alpha = 45^\circ$:

$$i = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

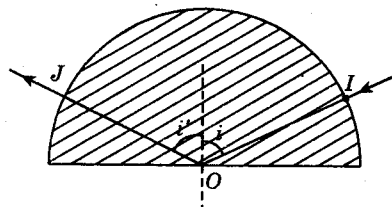
$i = i_{gh}$: Tia sáng khúc xạ sát theo mặt phân giới.

$$\Rightarrow r = 90^\circ \text{ (H.3.5)}$$

c) Trường hợp $\alpha = 30^\circ$:



H.3.5



H.3.6

$$i' = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$i > i_{gh}$: Tia sáng phản xạ toàn phần ở O, trở lại gặp mặt trụ ở J.

Ở J : $i = 0 \Rightarrow r = 0$; tia sáng truyền thẳng ra không khí (H.3.6).

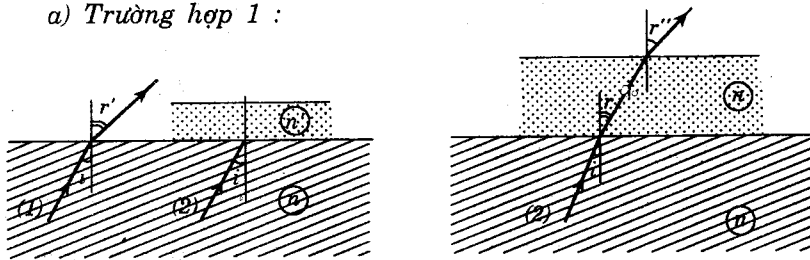
3.2 Có hai tia sáng, song song nhau, truyền trong nước. Tia (1) khúc xạ và truyền ra không khí. Tia (2) gặp một bản thủy tinh hai mặt song song, đặt sát mặt nước.

a) Chứng tỏ rằng tia (2) cũng khúc xạ vào không khí và song song với tia khúc xạ của (1).

b) Nếu tia (1) phản xạ toàn phần thì tia (2) có ló ra không khí được không ?

GIẢI

a) Trường hợp 1 :



H.3.7

- Vì tia (1) khúc xạ ra không khí, ta có :

$$\sin i < \frac{1}{n} ; \quad n \cdot \sin i = \sin r' \quad (*)$$

Ta lại có $n' > 1$ nên : $\sin i < \frac{n'}{n}$

Tia (2) tới gặp bản thủy tinh và khúc xạ vào thủy tinh.

$$n \cdot \sin i = n' \cdot \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{n}{n'} \cdot \sin i$$

Tại mặt phân giới thủy tinh - không khí, ta có góc tới là r .

$$\text{Vì } \sin i < \frac{1}{n}, \quad \text{suy ra : } \sin r = \frac{n}{n'} \cdot \sin i < \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n'}$$

hay :

$$\sin r < \sin i'_{\text{gh}}$$

Vậy tia sáng khúc xạ vào không khí.

$$\text{- Ta có : } n' \cdot \sin r = \sin r''$$

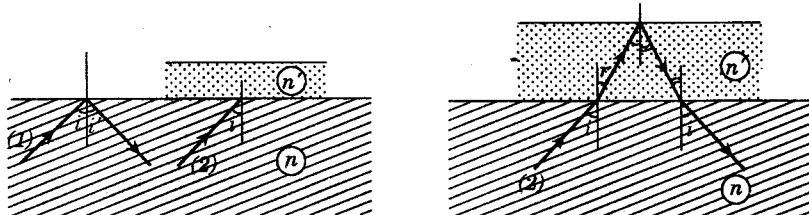
$$\Rightarrow n \cdot \sin i = \sin r'' \quad (**)$$

So sánh (**) và (*) ta được :

$$r'' = r'$$

Vậy, tia khúc xạ (2) song song với tia khúc xạ (1)

b) Trường hợp 2 :



H.3.8

$$\text{- Ta có : } \sin i > \frac{1}{n}$$

Đối với tia (2), chỉ cần xét trường hợp tia này khúc xạ vào thủy tinh.

$$n \cdot \sin i = n' \cdot \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{n}{n'} \cdot \sin i$$

Tia truyền trong thủy tinh tới mặt phân giới thủy tinh - không khí với góc tới r .

Vì $\sin i > \frac{1}{n}$ ta suy ra :

$$\sin r = \frac{n}{n'} \cdot \sin i > \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n'} \quad \text{hay} \quad \sin i > \sin i'_{gh}$$

Tia sáng phản xạ toàn phần ở mặt phân giới thủy tinh - không khí. Do tính đối xứng trong hiện tượng phản xạ, đường đi trở lại môi trường nước của tia sáng cũng có góc khúc xạ là i ở mặt phân giới thủy tinh - nước.

Vậy tia (2) không ló ra không khí được.

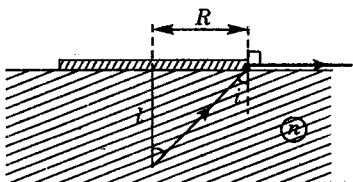
- 3.3** Một đĩa tròn mỏng, bằng gỗ, bán kính $R = 5\text{cm}$ nổi trên mặt nước. Ở tâm đĩa có gắn một cây kim, thẳng đứng, chìm trong nước ($n = \frac{4}{3}$).

Dù đặt mắt ở đâu trên mặt thoáng vẫn không thấy được cây kim. Hãy tính chiều dài tối đa của cây kim.

GIẢI

- Muốn cho mắt đặt trên mặt thoáng có thể nhìn thấy đầu kim thì phải có tia sáng từ đầu kim khúc xạ ra được không khí.

Tia duy nhất có thể khúc xạ ra không khí là tia tới mặt thoáng sát vành đĩa.



H.3.9

- Khi mắt không thấy được đầu kim ta có :

$$i \geq i_{gh}$$

Suy ra :

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + l^2}} \geq \frac{1}{n}$$

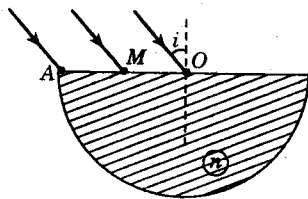
$$\Rightarrow n^2 R^2 \geq R^2 + l^2$$

$$\Rightarrow l \leq R\sqrt{n^2 - 1}$$

Vậy chiều dài tối đa của kim là :

$$l_{\max} = R\sqrt{n^2 - 1} = 5\sqrt{\frac{16}{9} - 1} = \frac{5}{3}\sqrt{7} \approx \boxed{4,4 \text{ (cm)}}$$

- 3.4 Một khối bán trụ có chiết suất $n = 1,41 \approx \sqrt{2}$. Trong một mặt phẳng của tiết diện vuông góc, có ba tia song song tới gặp mặt phẳng của bán trụ với góc tới $i = 45^\circ$ ở A, M, O (hình 3.10).



H.3.10

- Định vị trí của M để tia tới SM có tia ló song song với nó.
- Tính góc lệch ứng với tia tới SO sau khi ánh sáng khúc xạ ra không khí.
- Xác định đường đi của tia tới SA.

GIẢI

a) Định vị trí của điểm M

- Các tia tới đều khúc xạ vào bán trụ với góc khúc xạ r .

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow r = 30^\circ$$

- Giả sử đã định được vị trí M để tia ló song song với tia tới. Tia khúc xạ gặp mặt bán trụ ở J.

Tính chất góc ngoài của tam giác cho :

$$\begin{cases} i' = i + x \\ r' = r + x \end{cases}$$

(x : góc tạo bởi các pháp tuyến ở M và J)

Theo định luật khúc xạ :

$$\begin{cases} \sin i = n \cdot \sin r \\ \sin i' = n \cdot \sin r' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin(i + x) = n \cdot \sin(r + x)$$

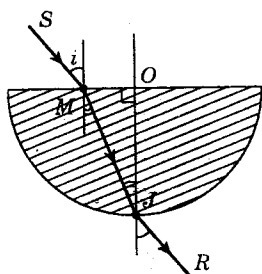
$$\text{hay : } \frac{\sqrt{2}}{2} [\sin x + \cos x] =$$

$$= \sqrt{2} \left[\frac{1}{2} \cdot \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x \right]$$

$$\Rightarrow \sin x = \sqrt{3} \cdot \sin x \Rightarrow x = 0$$

Vậy J phải là giao điểm của pháp tuyến qua O với bán trụ (H.3.12).

Ta suy ra :



H.3.12

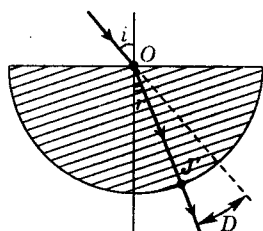
$$OM = OJ \cdot \tan r = \frac{R\sqrt{3}}{3}$$

Hay :

$$OM = \frac{R}{\sqrt{3}}$$

CHÚ Ý : Có thể lí luận như sau :

Nếu JR // SM, bán trụ có tác dụng như một bản hai mặt song song. Chỉ có J ở vị trí trên đây, tiếp tuyến với bán trụ mới song song với mặt phẳng giới hạn.



H.3.13

b) Góc lệch ứng với tia tới SO

Tia SO có tia khúc xạ OJ' truyền theo một bán kính.

Do đó tại J', góc tới bằng 0.

Tia sáng truyền thẳng ra không khí.

Ta có :

$$D = i - r = 45^\circ - 30^\circ = \boxed{15^\circ}$$

c) Đường đi ứng với tia tới SA

Đối với tia tới SA, môi trường bán trụ có thể coi như có hai pháp tuyến vuông góc nhau.

Trong hai trường hợp, ta luôn có :

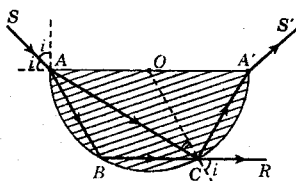
$$i = 45^\circ ; r = 30^\circ$$

Do đó, kết hợp với các tính chất hình học, ta có hai đường đi của tia sáng như sau :

* SABCA'S'

* SACR

(A, B, C, A' chia nửa đường tròn thành ba phần bằng nhau).



H.3.14

3.5

Chiếu một tia sáng tới tâm mặt trên của một khối lập phương với góc tới i_1 , mặt phẳng tới song song với mặt bên của khối lập phương.

Thủy tinh làm khối lập phương có chiết suất n . Sau khi khúc xạ ở mặt trên, tia sáng phản xạ toàn phần ở mặt bên và ló ra ở đáy.

Tìm điều kiện mà góc tới i_1 phải thỏa.

GIẢI

Tiết diện của mặt phẳng tới và khối lập phương là một hình vuông. Ta có đường đi của tia sáng như sau :

- Ở I : $\sin i_1 = n \cdot \sin r_1$

$$\Rightarrow \sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n}$$

- Ở J : $\sin i_{gh} = \frac{1}{n}$; $i_2 > i_{gh}$

$$\Rightarrow \sin i_2 > \frac{1}{n} \text{ hay : } \cos r_1 > \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i_1}{n^2}} > \frac{1}{n}$$

Suy ra : $\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} > 1 \Rightarrow \sin^2 i_1 < n^2 - 1$

Vậy : $\sin i_1 < \sqrt{n^2 - 1}$ (1)

- Ở K : $r_2 = r_1$

Theo tính thuận nghịch, tia sáng sẽ khúc xạ vào không khí với góc ló $i' = i_1$.

Tuy nhiên, ta còn cần điều kiện để tồn tại điểm J trên BC. Vậy, phải có :

$$r_1 > \widehat{I'IC} \Rightarrow \sin r_1 > \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ hay : } \frac{\sin i_1}{n} > \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (2)$$

Các điều kiện (1) và (2) có thể viết :

$$\frac{n}{\sqrt{5}} < \sin i_1 < \sqrt{n^2 - 1}$$

3.6 Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song có dạng một dải mỏng, bề rộng $a = 10\text{mm}$ từ không khí vào bề mặt của một chất lỏng chiết suất $n' = 1,5$ dưới góc tới $i = 45^\circ$. Dải sáng nằm trong một mặt phẳng vuông góc với mặt thoáng của chất lỏng.

a) Tính bề rộng của chùm sáng truyền trong chất lỏng.

b) Chùm sáng trên gặp một gương phẳng đặt trong chất lỏng, vuông góc với mặt phẳng của dải sáng. Gọi α là góc nhỏ nhất tạo bởi gương và mặt thoáng chất lỏng để chùm tia sau khi phản xạ trên gương, không ló được ra ngoài không khí. Tính $\sin \alpha$.

c) Nêu cách vẽ chính xác đường đi của một tia sáng trong chùm sáng nói ở câu b.

GIẢI

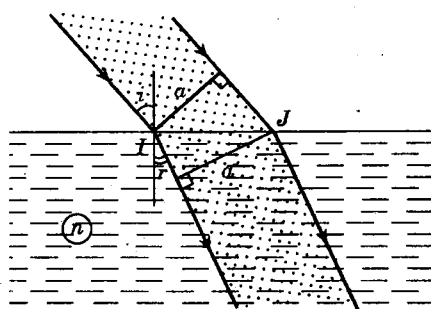
a) Bề rộng của chùm sáng truyền trong chất lỏng

$$\text{Ta có : } \begin{cases} a = IJ \cdot \cos i \\ a' = IJ \cdot \cos r \end{cases}$$

Suy ra :

$$\begin{aligned} a' &= \frac{\cos r}{\cos i} \cdot a \\ &= \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n \cdot \cos i} \cdot a \\ &= \frac{\sqrt{\frac{9}{4} - \frac{2}{4}}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \cdot 10 \\ &= \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot 10 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy : } a' = \frac{\sqrt{14}}{3} \cdot 10\text{mm} \approx \boxed{12,5\text{mm}}$$

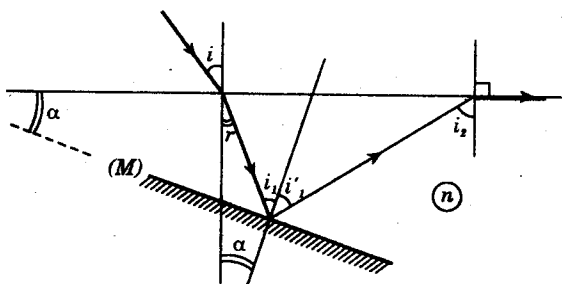


H.3.16

b) Giá trị của $\sin \alpha$

Ta xét hai trường hợp tùy theo hướng của gương phẳng.

– Trường hợp 1 :



H.3.17

Ta có : $\sin i_{gh} = \frac{1}{n'} = \frac{2}{3} \Rightarrow i_{gh} \approx 42^\circ$

Để chùm tia phản xạ trên gương không ló được ra không khí, phải có điều kiện sau :

$$i_2 \geq i_{gh}$$

$$\Rightarrow i_1 + \alpha \geq i_{gh}$$

$$\Rightarrow r + 2\alpha \geq i_{gh}$$

$$\Rightarrow 2\alpha \geq i_{gh} - r$$

Do đó : $2\alpha_{\min} = i_{gh} - r$

Suy ra : $\cos 2\alpha_{\min} = 1 - 2\sin^2 \alpha_{\min} = \cos(i_{gh} - r)$

$$\Rightarrow 2\sin^2\alpha_{\min} = 1 - \cos(i_{gh} - r)$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_{\min} = \sqrt{\frac{1 - \cos(i_{gh} - r)}{2}}$$

Với :

$$\begin{cases} \cos i_{gh} = \sqrt{1 - \sin^2 i_{gh}} = \frac{\sqrt{n'^2 - 1}}{n'} = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{\sqrt{n'^2 - \sin^2 i}}{n'} = \frac{\sqrt{7}}{3} \\ \sin i_{gh} = \frac{1}{n'} = \frac{2}{3} \\ \sin r = \frac{\sin i}{n'} = \frac{\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Ta có : $\sin \alpha_{\min} = 0,119 \approx \boxed{0,12}$

- Trường hợp 2 :

Lí luận tương tự trường hợp (1) ta có điều kiện :

$$i_2 \geq i_{gh}$$

$$\Rightarrow i_1 + \alpha \geq i_{gh}$$

$$\Rightarrow 2\alpha - r \geq i_{gh}$$

$$\Rightarrow 2\alpha \geq i_{gh} + r$$

Do đó :

$$2\alpha_{\min} = i_{gh} + r$$

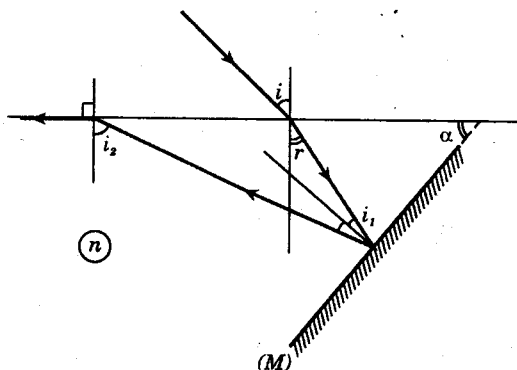
Giá trị của $\alpha_{\min}$ tìm thấy cho trường hợp này lớn hơn giá trị của $\alpha_{\min}$ tìm thấy cho trường hợp đầu.

- Vậy kết luận chung là :

$$\alpha_{\min} \approx \boxed{0,12}$$

c) Vẽ chính xác tia sáng

- Trong hình học, có thể vẽ một góc có sin đã biết bằng hai nửa đường tròn đồng tâm như sau (H.3.19) :



H.3.18

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

3.7 Có ba môi trường (1), (2), (3). Với cùng một góc tới, nếu ánh sáng đi từ (1) vào (2) thì góc khúc xạ là 30° , nếu ánh sáng đi từ (1) vào (3) thì góc khúc xạ là 45° .

a) Hai môi trường (2) và (3), môi trường nào chiết quang hơn ?

b) Tính góc giới hạn phản xạ toàn phần giữa (2) và (3).

ĐS : a) (2) chiết quang hơn;

b) 45°

3.8 Một thợ lặn đứng ở đáy sông nhìn lên mặt nước thì thấy ảnh của những vật ở đáy sông cách mình kể từ khoảng $R = 15\text{m}$.

a) Giải thích.

b) Cho biết mắt người này ở độ cao $1,5\text{m}$. Tính độ sâu của sông.

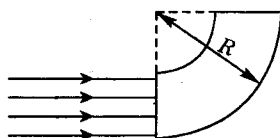
ĐS : b) $7,3\text{m}$

3.9 Một khối nhựa trong suốt hình lập phương, chiết suất n . Định điều kiện mà n phải nghiệm để mọi tia sáng từ không khí xuyên vào một mặt, tới mặt kế đều phản xạ toàn phần trên mặt này.

ĐS : $n > \sqrt{2}$

3.10 Chùm tia sáng song song chiếu vuông góc tới mặt phẳng tiết diện của một đoạn ống dẫn sáng trong suốt, chiết suất n , đường kính của tiết diện tròn là 1 .

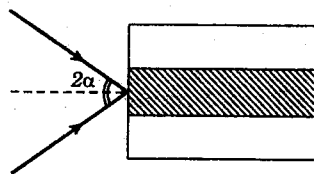
Định điều kiện về bán kính ngoài R của ống để chùm tia sáng vào không bị khúc xạ ra ngoài không khí qua thành bên của ống.



$$\text{ĐS : } R \geq \frac{\ln}{(n-1)}$$

H.3.21

- 3.11 Một ống dẫn sáng hình trụ với lõi có chiết suất $n_1 = 1,5$ và phần bọc ngoài có chiết suất $n_2 = 1,41$. Chùm tia tới hội tụ tại mặt trước của ống với góc 2α .



H.3.22

Định α để tia sáng trong chùm đều truyền đi được trong ống.

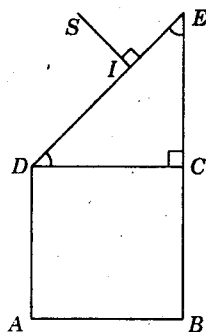
$$DS : \alpha \leq 30^\circ$$

- 3.12 Một khối thủy tinh có tiết diện thẳng như hình 3.23, đặt trong không khí (ABCD: hình vuông; CDE: tam giác vuông cân). Trong mặt phẳng của tiết diện thẳng, chiếu một chùm tia sáng đơn sắc hẹp SI vuông góc với DE ($IE < ID$).

a) Chiết suất của thủy tinh là $n = 1,5$. Vẽ đường đi của tia sáng trong khối thủy tinh. Nêu rõ phương tia ló.

b) Chùm tia tới được giữ nguyên. Giả sử phần CDE có chiết suất $n_1 = 1,5$ và phần ABCD có chiết suất $n_2 \neq n_1$. Hãy tính n_2 để tia khúc xạ trong thủy tinh tới mặt AD sẽ ló ra không khí :

- theo phương vuông góc với SI.
- theo phương hợp với SI góc 45°



H.3.23

$$DS : 1,275; 1,46$$

- 3.13 Một lăng kính thủy tinh có tiết diện là một tam giác vuông cân ABC với góc A vuông, có mặt bên AC được bôi đen. Lăng kính được đặt lên một tờ giấy trên có in thước chia độ MN chứa 100 độ chia sao cho mặt huyền BC áp vào thước chia, cạnh B trùng với vạch 0 của thước, còn cạnh C trùng với vạch 100 của thước. Khi đó, nhìn qua mặt AB vào thước chia thì chỉ đọc đến đúng vạch 89.

a) Xác định chiết suất của thủy tinh.

b) Nếu có một bản nhựa mỏng trong suốt hai mặt song song giữa thủy tinh và trang giấy thì đọc được đến độ chia nào ?

Cho biết chiết suất của nhựa là $n = 1,38$.

ĐS : a) $n = 1,626$; b) 89

3.14 Một khối cầu trong suốt, bán kính R làm bằng chất có chiết suất n_2 được đặt trong một môi trường trong suốt chiết quang hơn có chiết suất n_1 ($n_2 < n_1$). Một tia sáng đơn sắc SI trong môi trường n_1 tới mặt cầu. Gọi l là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến tia sáng SI.

a) Tìm điều kiện mà l phải thỏa để tia sáng khúc xạ được qua khối cầu.

b) Giả sử điều kiện này được thỏa, hãy tính góc lệch D của tia sáng.

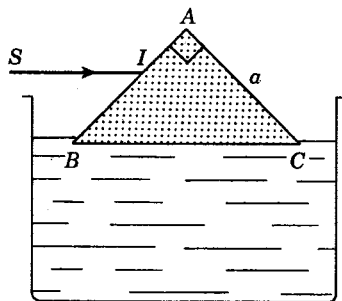
Áp dụng số : $R = 2\text{cm}$, $l = 1\text{cm}$, $n_1 = \sqrt{3}$, $n_2 = 1$

ĐS : a) $l < \frac{n_2}{n_1} R$; b) $D = 60^\circ$

3.15 Một lăng kính có tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ABC ($A = 90^\circ$) được đặt sao cho mặt huyền BC tiếp xúc với mặt nước trong một cái chậu. Nước có chiết suất $1,330 = 4/3$.

a) Một tia sáng (đơn sắc) SI tới mặt AB theo phương nằm ngang. Chiết suất n của chất làm lăng kính và khoảng cách AI phải thỏa mãn điều kiện gì để tia sáng phản xạ toàn phần ở mặt BC ?

b) Giả sử AI thỏa mãn điều kiện tìm được và cho biết $n = 1,414$, hãy vẽ đường đi của tia sáng qua lăng kính.



ĐS : a) $AI > \frac{a}{\sqrt{2n^2 - 1}}$; $n > 1,37$

b) Tia ló song song với tia tới.

H.3.24

CHƯƠNG 2

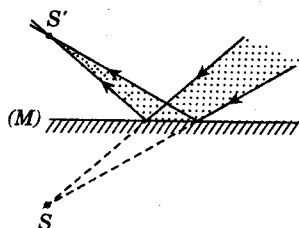
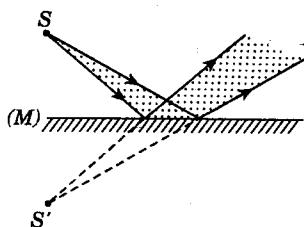
**CÁC QUANG HỆ CƠ BẢN
VÀ QUANG HỆ GHÉP**

- Gương phẳng
- Gương cầu
- Lăng kính phẳng
- Bản mặt song song
- Lăng kính
- Thấu kính

§4. GƯƠNG PHẪNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Sự tạo ảnh bởi gương phẳng



H.4.1

Vật thật có ảnh ảo.

Vật ảo có ảnh thật.

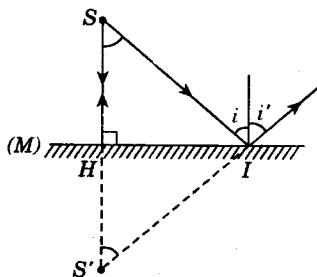
II. Tính chất của ảnh

$$HS' = HS$$

Ảnh và vật đối xứng nhau qua gương.

Suy ra :

- Ảnh và vật có các phần tử tương ứng bằng nhau.
- Ảnh và vật có bản chất trái ngược.
- Gương phẳng có tính tương điểm tuyệt đối.



H.4.2

CHÚ Ý : Có thể đặt $\overline{HS} = d$; $\overline{HS'} = d'$ với quy ước dấu như sau :

$$\begin{cases} d > 0 \text{ nếu vật thật; } d < 0 \text{ nếu vật ảo} \\ d' > 0 \text{ nếu ảnh thật; } d' < 0 \text{ nếu ảnh ảo} \end{cases}$$

Công thức về gương phẳng có thể viết :

$$d' = -d$$

hay

$$d + d' = 0$$

và

$$k = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{d'}{d} = 1$$

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 4

Xác định ảnh tạo bởi gương phẳng.
Tính các khoảng cách, các góc.

- Áp dụng tính đối xứng của ảnh và vật.
- Kết hợp với các tính chất hình học:
 - góc có cạnh tương ứng vuông góc
 - góc trong và góc ngoài.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

4.1 Trước một gương phẳng (M) lấy hai điểm A, B bất kì.

a) Giả sử A là một điểm sáng, hãy nêu cách vẽ tia sáng phát ra từ A, phản xạ tại I trên (M) rồi qua B.

b) Chứng minh rằng đường đi của ánh sáng theo (AIB) là đường ngắn nhất (trong số những đường nối A, B với một điểm trên gương).

GIẢI

a) Vẽ tia sáng

- Giả sử ta đã vẽ được tia sáng AIB.

Tia tới AI phát ra từ A.

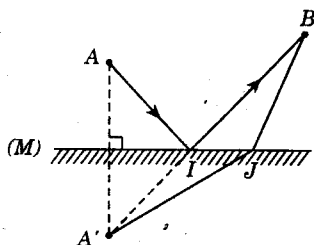
Tia phản xạ IB qua B và có đường nối dài qua ảnh A' của A.

Do đó :

$$I \in A'B$$

- Suy ra cách vẽ :

- Xác định ảnh A' của A.
- Nối A'B cắt (M) tại I.
- AIB là tia phải vẽ.



H.4.3

b) Chứng minh (AIB) ngắn nhất

Lấy $J \in (M)$; $J \neq I$

Ta có :

$$(AJB) = AJ + JB = A'J + JB$$

$$(AIB) = AI + IB = A'I + IB = A'B$$

Trong tam giác A'JB tính chất các cạnh cho ta :

$$A'B < A'J + JB$$

$\Rightarrow$

$$(AIB) < (AJB)$$

$$(\forall J \in (M); J \neq I) \text{ (đpcm)}$$

4.2

Một người cao 1,70m đứng soi gương. Gương phẳng đặt trong mặt phẳng thẳng đứng. Mắt người cách mặt đất 1,60m.

a) Tính chiều cao tối thiểu của gương để người này nhìn thấy ảnh toàn thân.

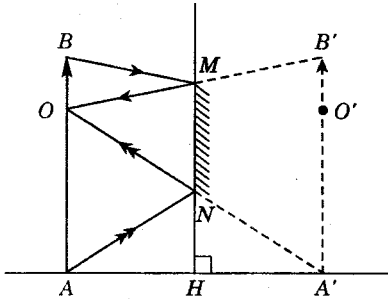
b) Trong điều kiện của a, thành dưới của gương phải đặt cách mặt đất bao nhiêu ?

c) Hai kết quả trên đây có phụ thuộc vào khoảng cách người - gương không ?

GIẢI

a) *Chiều cao tối thiểu của gương*

Người AB có ảnh A'B' đối xứng qua gương.



H.4.4

– Muốn cho mắt O nhìn thấy ảnh A' của A phải có tia ANO (N: giao điểm của OA' với mặt phẳng chứa gương).

Vậy, N là *điểm thấp nhất* của gương.

Tương tự, nối OB' cắt mặt phẳng chứa gương tại M. Muốn cho mắt O nhìn thấy ảnh B' của B, phải có tia BMO.

Vậy, M là *điểm cao nhất* của gương.

MN là chiều cao tối thiểu của gương.

– Trong tam giác OA'B', đoạn MN là đường trung bình. Ta có :

$$MN = \frac{A'B'}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{1,70}{2} = \boxed{0,85(\text{m})}$$

b) *Khoảng cách từ cạnh dưới của gương tới mặt đất*

Với khoảng cách tối thiểu MN, gương phải bố trí ở vị trí như trong hình 4.4.

Tính chất đường trung bình trong tam giác OAA' cho ta :

$$NH = \frac{OA}{2} = \frac{1,60}{2} = \boxed{0,80(\text{m})}$$

c) *Sự phụ thuộc vào khoảng cách người – gương*

Chứng minh trên dựa vào sự đối xứng của ảnh và vật đúng với bất kì vị trí nào của người.

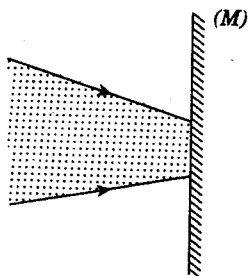
Vậy các kết quả tìm thấy không phụ thuộc khoảng cách người – gương.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

- 4.3 Hãy vẽ chùm tia phản xạ trên gương phẳng (M) của chùm tia tới có dạng như hình vẽ 4.5.

HD : Xác định vật ảo.

Ảnh là điểm đối xứng qua (M).



H.4.5

- 4.4 Gương phẳng (M) có vị trí và kích thước như hình vẽ 4.6. O là vị trí của mắt ở trước gương nhìn vào trong gương.

a) Lấy điểm A trước gương. Vị trí của A phải thỏa điều kiện nào thì mắt O thấy ảnh A' của A ?

b) Suy ra vùng không gian chứa các vị trí của A có tính chất nêu ở câu trên. Vùng không gian này gọi là gì ? phụ thuộc những yếu tố nào ?

O.



H.4.6



H.4.7

- c) Có vật BC đặt trước gương phẳng (M) như hình 4.7. Xác định vị trí của mắt O (nhìn vào gương) để có thể nhìn thấy ảnh của BC tạo bởi gương.

HD : a) và b) Xác định ảnh của mắt O.

c) Xác định ảnh của B và C.

- 4.5 Trước gương phẳng (M) có điểm sáng A.

a) Giữ (M) cố định, dời A theo phương vuông góc với gương và với vận tốc không đổi $\vec{v}$.

Xác định chuyển động của A'.

b) Giữ A đứng yên. Tịnh tiến gương (M) theo phương vuông góc với mặt phẳng của nó. Xác định chuyển động của ảnh A'.

c) Dời A như trong câu a. Muốn cho ảnh A' của A tạo bởi gương có vị trí cố định thì phải dời gương như thế nào ?

$$DS : a) -\vec{v};$$

$$b) 2\vec{v};$$

$$c) \frac{v}{2}$$

Bài toán 5

Ghép gương phẳng

- Hệ gương phẳng ghép tạo ảnh do *phản xạ liên tiếp*.
Ảnh tạo bởi gương này trở thành vật đối với gương kia.
- Đối với mỗi lần phản xạ:
 - góc phản xạ bằng góc tới.
 - ảnh và vật đối xứng nhau qua gương.
- Trong các chứng minh, ta kết hợp với các tính chất hình học: góc có cạnh tương ứng vuông góc; góc trong và góc ngoài...

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

5.1 Có hai gương phẳng (M_1) và (M_2) được đặt để hai mặt phản xạ hướng vào nhau và hợp với nhau góc α . Lấy hai điểm A, B trong khoảng giữa hai mặt phản xạ.

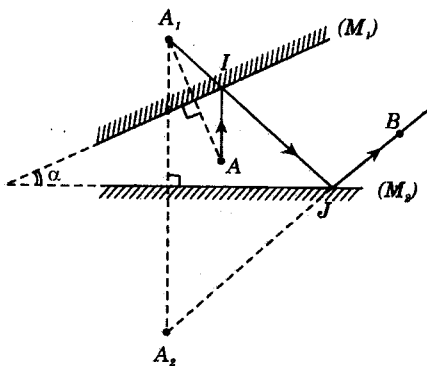
Giả sử A là điểm sáng. Hãy nêu cách vẽ tia sáng phát ra từ A, phản xạ ở I trên (M_1), phản xạ ở J trên (M_2) rồi qua B.

GIẢI

- Giả sử đã xác định được tia sáng AIJB.

- Tia phản xạ IJ từ (M_1) có đường nối dài qua A_1 , ảnh của A tạo bởi (M_1) . Tia này tới (M_2) như thể do A_1 phát ra.

- Tia phản xạ JB từ (M_2) qua B và có đường nối dài qua A_2 , ảnh của A_1 tạo bởi (M_2) . JB do đó nằm trên đường thẳng A_2B .



H.4.8

- Suy ra cách vẽ sau :

- Xác định ảnh A_1 của A tạo bởi (M_1) và ảnh A_2 của A_1 tạo bởi (M_2) .

- Nối A_2B cắt (M_2) tại J.

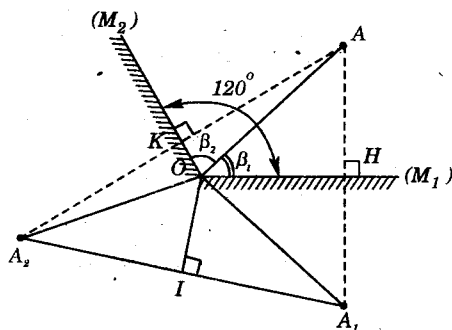
- Nối JA_1 cắt (M_1) tại I.

- Tia sáng AIJB là tia sáng phải vẽ.

5.2 Hai gương phẳng (M_1) , (M_2) nghiêng với nhau góc $\alpha = 120^\circ$. Một điểm sáng A ở trước hai gương, cách giao tuyến đoạn $R = 12\text{cm}$.

a) Tính khoảng cách giữa hai ảnh ảo đầu tiên của A tạo bởi (M_1) , (M_2) .

b) Phải dịch chuyển điểm sáng A như thế nào để khoảng cách nói ở câu a không đổi ?



H.4.9

GIẢI

a) Khoảng cách

- Do tính đối xứng giữa vật và ảnh qua gương phẳng.

Ta có :

$$OA = OA_1 = OA_2 = R$$

$$\widehat{AOH} = \widehat{A_1OH} = \beta_1$$

$$\widehat{AOK} = \widehat{A_2OK} = \beta_2$$

Tam giác cân A_1OA_2 có góc $\gamma = \widehat{A_1OA_2}$ tính như sau :

$$\gamma = \widehat{A_1OA_2} = 360^\circ - 2\beta_1 - 2\beta_2$$

$$= 360^\circ - 2(\beta_1 + \beta_2) = 360^\circ - 2\alpha = 120^\circ = \alpha$$

$$\text{Vậy : } A_1A_2 = d = 2A_1I = 2OA_1 \sin \frac{\gamma}{2} = 2R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = R\sqrt{3}$$

$$\approx 12\sqrt{3} \approx \boxed{20,8(\text{cm}).}$$

b) Cách dịch chuyển A

Theo chứng minh của câu trên ta có :

$$A_1A_2 = d = 2R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

Vì $\sin \frac{\alpha}{2} = \text{const}$ nên muốn d không đổi, ta phải dịch chuyển

A sao cho $OA = R$ không đổi. Trong không gian, A phải di chuyển trên phần *mặt trụ* nằm trước gương, nhận giao tuyến của hai gương làm trục và có bán kính R.

5.3

Hai gương phẳng (M), (N) quay mặt phản xạ vào nhau và đặt cách nhau khoảng $AB = d$. Giữa hai gương, trên đường thẳng AB có điểm sáng S cách (M) đoạn $SA = a$.

Xét điểm O nằm trên đường thẳng đi qua S và vuông góc với AB . Cho $OS = h$.

a) Vẽ đường đi của tia sáng xuất phát từ S phản xạ trên (N) (tại I) và truyền qua O .

b) Vẽ đường đi của tia sáng xuất phát từ S phản xạ lần lượt trên (N) (tại H), trên (M) (tại K) rồi qua O .

c) Tính các khoảng cách từ I, K, H đến AB .

GIẢI

a) Vẽ tia sáng SIO

Sự phản xạ trên (N) tạo ảnh S_2 của S . Các tia phản xạ nối dài giao nhau tại S_2 .

Tia phản xạ IO nối dài qua S_2 và qua O nên nằm trên đường thẳng S_2O .

Suy ra cách vẽ :

- Xác định ảnh S_2 của S tạo bởi (N) .

- Nối S_2O cắt (N) tại I .

Nối SI .

- Tia SIO là tia sáng phải vẽ.

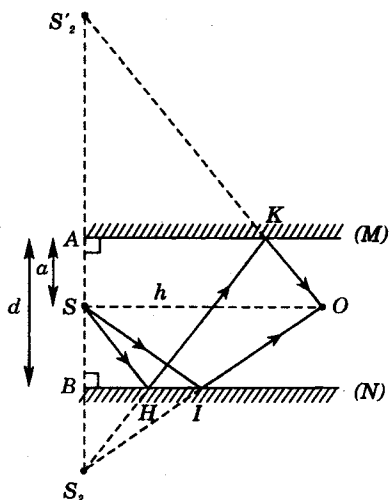
b) Vẽ tia $SHKO$

Tia sáng $SHKO$ phản xạ liên tiếp trên (N) rồi trên (M) . Hai lần phản xạ này lần lượt tạo các ảnh sau đây :

Ảnh S_2 của S tạo bởi (N) .

Ảnh S'_2 của S_2 tạo bởi (M) .

Tia phản xạ KO có đường nối dài qua S'_2 nên nằm trên đường thẳng S'_2O .



H.4.10

Tia phản xạ HK có đường nối dài qua S_2 nên nằm trên đường thẳng S_2K .

Suy ra cách vẽ :

- Xác định ảnh S_2 của S tạo bởi (N).
- Xác định ảnh S'_2 của S_2 tạo bởi (M).
- Nối S'_2O cắt (M) tại K. Nối S_2K cắt (N) tại H.
- Tia SHKO là tia sáng phải vẽ.

c) Các khoảng cách

- Ta có IB là đường trung bình trong tam giác OSS₂.

$$\text{Do đó : } IB = \frac{OS}{2} = \boxed{\frac{h}{2}}$$

- Do sự đối xứng giữa vật và ảnh, ta có :

$$AS'_2 = AS_2 = a + 2(d - a) = 2d - a$$

$$\Rightarrow SS'_2 = AS'_2 + AS = (2d - a) + a = 2d$$

Các tam giác đồng dạng S'_2AK và S'_2SO cho :

$$\frac{KA}{OS} = \frac{S'_2A}{S'_2S} \Rightarrow \frac{KA}{h} = \frac{2d - a}{2d} = 1 - \frac{a}{2d}$$

$$\text{Vậy : } KA = \boxed{\left(1 - \frac{a}{2d}\right)h}$$

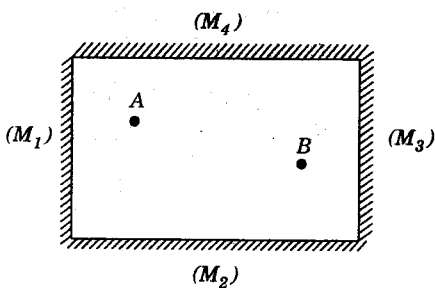
- Tương tự, các tam giác đồng dạng S_2AK và S_2BH cho :

$$\frac{HB}{KA} = \frac{S_2B}{S_2A} = \frac{SB}{S_2A} = \frac{d - a}{2d - a}$$

$$\Rightarrow HB = \frac{(d - a)}{2d - a} \cdot h \left(1 - \frac{a}{2d}\right) = \boxed{\frac{(d - a)}{2d} h}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

- 5.4** Có bốn gương phẳng ghép thành hình hộp như trong hình 4.11. A và B là hai điểm bên trong hình hộp, ở trong cùng một mặt phẳng vuông góc với các gương. Hãy nêu cách vẽ đường đi của một tia sáng phát ra từ A liên tiếp phản xạ trên bốn gương theo thứ tự (M_1) , (M_2) , (M_3) , (M_4) rồi qua B.



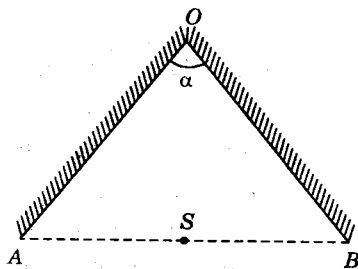
H.4.11

HD : Xác định ảnh liên tiếp.

- 5.5** Hai gương phẳng quay mặt phản xạ vào nhau và hợp với nhau góc α .

Tiết diện vuông góc với cạnh chung là một tam giác cân AOB. Điểm sáng S được đặt ở trung điểm của AB.

Xác định α để mọi tia sáng từ S chỉ phản xạ một lần và ra khỏi tam giác AOB.



H.4.12

$$DS : \alpha \geq 120^\circ$$

- 5.6** Hai gương phẳng có mặt phản xạ hợp với nhau góc $\alpha = 60^\circ$. Trong mặt phẳng phân giác của α có một điểm sáng S. Khoảng cách giữa hai ảnh ảo đầu tiên của S là H.

Thay đổi α trong khoảng $[0^\circ ; 360^\circ]$. Định α để khoảng cách giữa hai ảnh nói trên vẫn là H.

$$DS : 120^\circ ; 240^\circ ; 300^\circ$$

- 5.7** Hai gương phẳng có mặt phản xạ quay vào nhau và hợp với nhau góc $\alpha = 60^\circ$.

Điểm sáng A được đặt bên trong góc α , giữa hai gương.

a) Định số ảnh của A tạo bởi hai gương. Các ảnh này có vị trí ra sao ?

b) Vẽ đường đi của một chùm tia sáng hẹp từ A phản xạ liên tiếp trên hai gương.

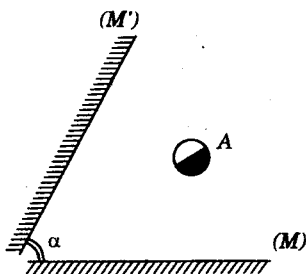
c) Suy rộng câu hỏi a cho một ước số bất kì của 360° :

ĐS : a) 5 ảnh

b) $360/\alpha$ hoặc $(360/\alpha - 1)$

5.8 Hai gương phẳng (M), (M') làm với nhau một góc $\alpha = 59^\circ$, có mặt phản xạ hướng vào nhau.

Một vật nhỏ hình cầu nửa đen nửa trắng đặt ở điểm A bất kì trong góc tạo bởi hai gương.



H.4.13

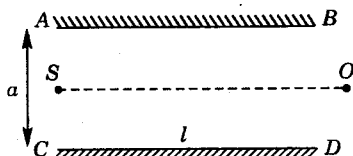
a) Hệ hai gương cho mấy ảnh của vật ? Vẽ, xác định vị trí của các ảnh ấy. Để hai ảnh cuối cùng trùng nhau, phải thay đổi góc α thế nào ?

b) Một chùm tia sáng song song, hẹp rơi vào M, phản xạ trên (M) rồi trên (M') và ló ra ngoài. Vẽ chùm tia ấy và tính góc lệch δ của nó.

ĐS : a) Tăng 1°

b) $\delta = 2\alpha$

5.9 Hai gương phẳng AB và CD, cùng độ dài $l = 89\text{cm}$, được đặt đối diện nhau sao cho mặt phản xạ hướng vào nhau, song song và cách nhau một khoảng $a = 10\text{cm}$. Một điểm sáng S cách đều hai gương, ngang với hai mép A và C.



H.4.14

a) Mắt người quan sát đặt tại điểm O cách đều hai gương và cách S một

khoảng $SO = 1\text{m}$ sẽ trông thấy bao nhiêu ảnh của điểm S. Số ảnh đó thay đổi thế nào nếu ta thay đổi khoảng cách a giữa hai gương ?

b) Vẽ đường đi của các tia sáng từ S tới O trong các trường hợp sau đây :

- Tia sáng phản xạ lần lượt trên mỗi gương một lần.
- Tia sáng phản xạ trên gương AB hai lần và trên CD một lần.

ĐS : a) 8 ảnh; không thay đổi.

§5. GƯƠNG CẦU

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Tiêu cự

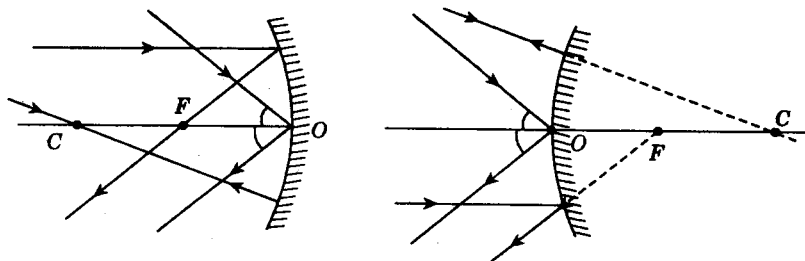
$$|f| = \frac{R}{2}$$

$$\begin{cases} * \text{ gương cầu lõm} \Leftrightarrow f > 0 \\ * \text{ gương cầu lồi} \Leftrightarrow f < 0 \end{cases}$$

II. Vẽ ảnh

Sử dụng hai trong số bốn tia sáng đặc biệt sau :

- tia qua tâm gương (hay có đường nối dài qua tâm gương)

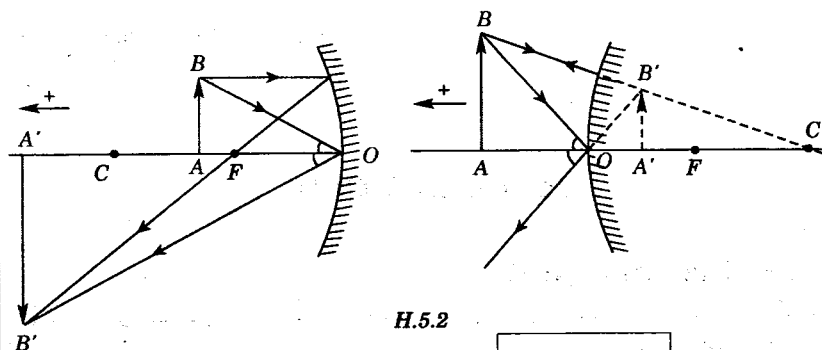


H.5.1

- tia qua tiêu điểm chính (hay có đường nối dài qua tiêu điểm chính)
- tia song song với trục chính
- tia tới đỉnh gương.

III. Công thức về ảnh

$$\begin{cases} \overline{OA} = d; \text{ vật thật : } d > 0; \text{ vật ảo : } d < 0 \\ \overline{OA'} = d'; \text{ ảnh thật : } d' > 0; \text{ ảnh ảo : } d' < 0 \end{cases}$$



H.5.2

a) Độ phóng đại của ảnh :

$$k = -\frac{d'}{d}$$

b) Vị trí của ảnh :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$$

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 6

Xác định tính chất, đặc điểm của ảnh và mối tương quan giữa vật và ảnh tạo bởi gương cầu.

- Áp dụng các công thức về ảnh :

$$d' = \frac{df}{d - f}; \quad k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f - d} = 1 - \frac{d'}{f}$$

- Một số điểm cần chú ý :

- Vật và ảnh cùng tính chất (thật hay ảo) thì trái chiều và ngược lại.
- Gương cầu lõm tạo ảnh ảo lớn hơn vật thật.
Gương cầu lồi tạo ảnh thật nhỏ hơn vật thật.
- Trong mọi trường hợp, khoảng cách vật - ảnh được tính bởi $|d - d'|$.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

6.1 Một gương cầu lõm có bán kính $R = 40\text{cm}$. Vật phẳng, nhỏ, AB đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính, cách gương đoạn x .

Hãy xác định tính chất, vị trí, độ lớn, chiều của ảnh tạo bởi gương và vẽ ảnh trong các trường hợp sau :

- a) $x_1 = 60\text{cm}$ b) $x_2 = 40\text{cm}$ c) $x_3 = 30\text{cm}$
d) $x_4 = 20\text{cm}$ e) $x_5 = 10\text{cm}$

GIẢI

Ta áp dụng các công thức :

$$d' = \frac{df}{d - f}; \quad k = -\frac{d'}{d} \quad \text{với : } f = \frac{R}{2} = 20\text{cm}$$

a) Trường hợp 1 :

Ta có :

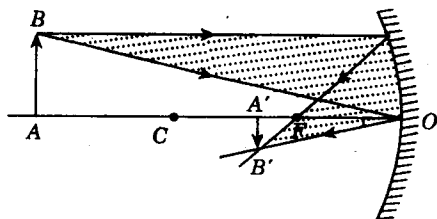
$$d_1 = x_1 = 60\text{cm} \Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{60 \cdot 20}{60 - 20} = \boxed{30(\text{cm})}$$

Ảnh thật, cách gương 30cm.

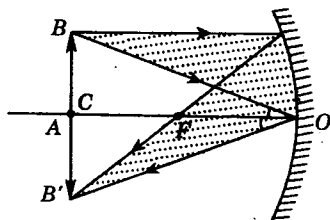
$$\text{Suy ra : } k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{30}{60} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

Ảnh ngược chiều với vật và bằng một nửa vật.

Ta có đường đi của các tia sáng như ở hình 5.3.



H.5.3



H.5.4

b) Trường hợp 2 :

Ta có : $d_2 = x_2 = 40\text{cm}$

$$\Rightarrow A \equiv C$$

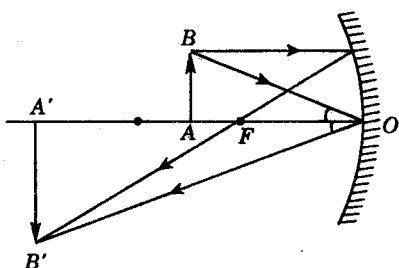
$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{40 \cdot 20}{40 - 20} = \boxed{40(\text{cm})}$$

Ảnh thật, cách gương 40cm (có vị trí trùng với vị trí vật tại tâm gương).

$$\text{Suy ra : } k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{40}{40} = \boxed{-1}$$

Ảnh ngược chiều với vật và bằng vật (H.5.4).

c) Trường hợp 3 :



H.5.5

Ta có : $d_3 = x_3 = 30\text{cm}$

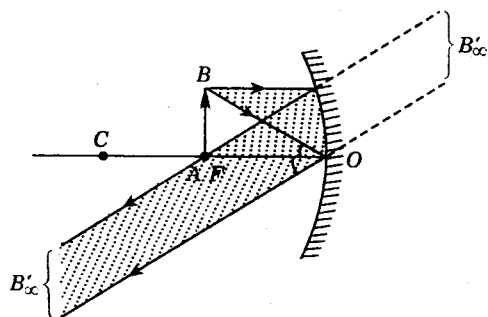
$$\begin{aligned} \Rightarrow d'_3 &= \frac{d_3 f}{d_3 - f} \\ &= \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = \boxed{60(\text{cm})} \end{aligned}$$

Ảnh thật, cách gương 60cm.

Suy ra : $k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{60}{30} = \boxed{-2}$

Ảnh ngược chiều với vật và bằng hai lần vật (H.5.5).

d) Trường hợp 4 :



H.5.6

Ta có :

$$d_4 = x_4 = 20\text{cm}$$

$\Rightarrow A \equiv F$: vật đặt trong tiêu diện.

Suy ra ảnh hiện ra ở vô cực, không xác định về bản chất và chiều nhưng rất lớn so với vật (H.5.6).

Thực hiện tính toán ta cũng có :

$$\Rightarrow d'_4 = \frac{d_4 f}{d_4 - f} = \frac{20 \cdot 20}{20 - 20} \rightarrow \infty$$

e) Trường hợp 5 :

Ta có : $d_5 = x_5 = 10\text{cm}$

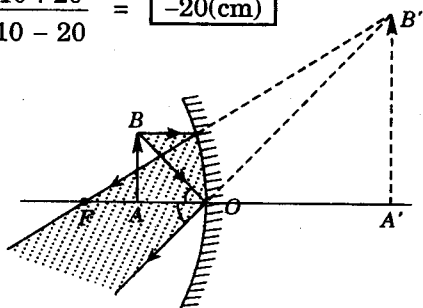
$$\Rightarrow d'_5 = \frac{d_5 f}{d_5 - f} = \frac{10 \cdot 20}{10 - 20} = \boxed{-20(\text{cm})}$$

Ảnh ảo cách gương 20cm.

Suy ra :

$$k_5 = -\frac{d'_5}{d_5} = -\frac{-20}{10} = \boxed{2}$$

Ảnh cùng chiều với vật và bằng hai lần vật (H.5.7).



H.5.7

CHÚ Ý : Từ các trường hợp khảo sát trên đây, ta có thể nêu kết luận tổng quát về :

- tính chất
- vị trí
- chiều và độ lớn của ảnh tạo bởi gương cầu lõm theo vị trí của vật.

6.2 Dùng gương cầu lõm có bán kính $R = 100\text{cm}$ để thu ảnh của Mặt Trăng (góc trông $\alpha = 33'$).

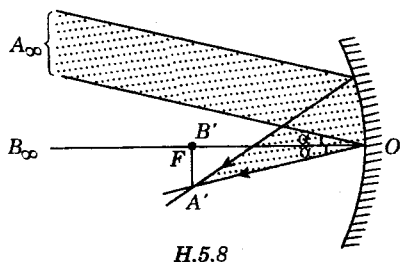
Vẽ ảnh và tính đường kính của ảnh thu được.

Cho $1' \approx 3 \cdot 10^{-4}\text{rad}$.

GIẢI

- Mặt Trăng là vật ở vô cực. Ảnh hiện ra ở tiêu diện.

Giả sử trục chính của gương hướng về một điểm ở rìa Mặt Trăng. Ta có đường đi của chùm tia sáng tạo ảnh của điểm đối xứng qua tâm như ở hình 5.8.



- Ảnh có dạng hình tròn, đường kính $D = A'B'$. Ta có:

$$D = OF \cdot \tan \alpha$$

$$\approx f\alpha = 100.33.3 \cdot 10^{-4}$$

$$\approx \boxed{1 \text{ (cm)}}$$

6.3 Một gương cầu lõm có bán kính $R = 40\text{cm}$. Vật ảo AB được tạo ra sau gương, trên trục chính, vuông góc với trục chính và cách gương đoạn x.

Hãy xác định tính chất, vị trí, độ lớn, chiều của ảnh tạo bởi gương và vẽ ảnh trong các trường hợp sau :

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $x_1 = 10\text{cm}$ | b) $x_2 = 20\text{cm}$ | c) $x_3 = 30\text{cm}$ |
| d) $x_4 = 40\text{cm}$ | e) $x_5 = 60\text{cm}$ | |

GIẢI

Ta có : $f = -\frac{R}{2} = -\frac{40}{2} = -20(\text{cm})$

Áp dụng các công thức :

$$d' = \frac{df}{d-f} ; \quad k = -\frac{d'}{d}$$

a) Trường hợp 1 :

Ta có : $d_1 = -x_1 = -10\text{cm}$

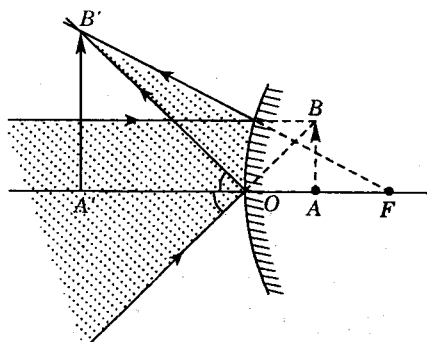
$$\Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{(-10)(-20)}{-10 + 20} = \boxed{20(\text{cm})}$$

Ảnh thật cách gương 20cm.

Suy ra :

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{20}{-10} = \boxed{2}$$

Ảnh cùng chiều với vật và bằng hai lần vật.



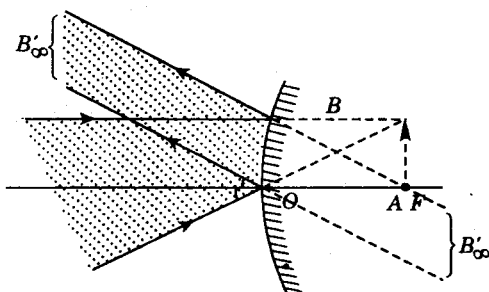
H.5.9

b) Trường hợp 2 :

Ta có : $d_2 = -x_2 = -20\text{cm}$

$$\Rightarrow A \equiv F : \text{vật ảo được tạo ra ở tiêu diện.}$$

Vậy ảnh hiện ra ở vô cực, không xác định về bản chất và chiều nhưng rất lớn so với vật.



H.5.10

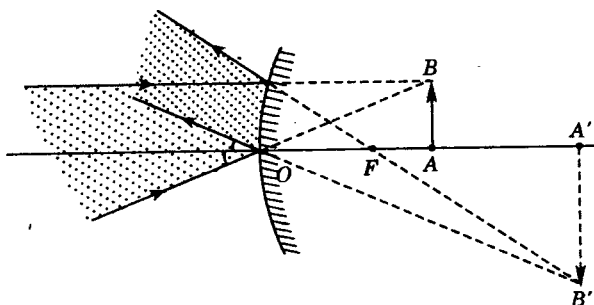
Thực hiện tính toán ta cũng có :

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(-20)(-20)}{-20 + 20} \rightarrow \infty$$

c) Trường hợp 3 :

Ta có : $d_3 = -x_3 = -30\text{cm}$

$$\Rightarrow d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{(-30)(-20)}{-30 + 20} = \boxed{-60(\text{cm})}$$



H.5.11

Ảnh ảo cách gương 60cm.

$$\text{Suy ra : } k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{-60}{-30} = \boxed{-2}$$

Ảnh ngược chiều với vật và bằng hai lần vật (H.5.11).

d) Trường hợp 4 :

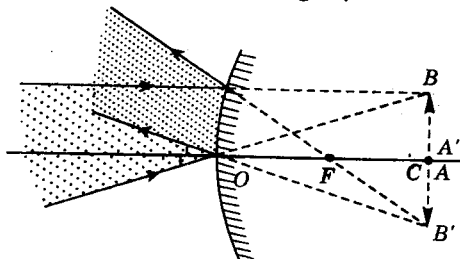
Ta có : $d_4 = -x_4 = -40\text{cm}$; $A \equiv C$: vật ảo ở tâm gương.

$$\Rightarrow d'_4 = \frac{d_4 f}{d_4 - f} = \frac{(-40)(-20)}{-40 + 20} = \boxed{-40(\text{cm})}$$

Ảnh ảo cách gương 40cm (ở tâm gương).

$$\text{Suy ra : } k_4 = -\frac{d'_4}{d_4} = -\frac{-40}{-40} = \boxed{-1}$$

Ảnh ngược chiều với vật và bằng vật.



H.5.12

e) Trường hợp 5 :

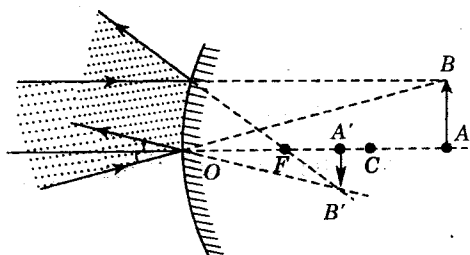
Ta có : $d_5 = -60\text{cm}$

$$\Rightarrow d'_5 = \frac{d_5 f}{d_5 - f} = \frac{(-60)(-20)}{-60 + 20} = \boxed{-30(\text{cm})}$$

Ảnh ảo cách gương 30cm.

$$\text{Suy ra : } k_5 = -\frac{d'_5}{d_5} = -\frac{-30}{-60} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

Ảnh ngược chiều với vật và bằng nửa vật.



H.5.13

CHÚ Ý :

Từ các trường hợp khảo sát trên đây, ta có thể nêu kết luận tổng quát về :

- tính chất
- vị trí
- chiều và độ lớn của ảnh tạo bởi gương cầu lõm theo vị trí của vật.

6.4

Xác định vị trí của vật trong các trường hợp sau :

- a) Ảnh tạo bởi gương cầu lõm là ảnh thật và lớn hơn vật.
- b) Ảnh tạo bởi gương cầu lõm là ảnh ảo và nhỏ hơn vật.
- c) Ảnh tạo bởi cả hai loại gương cầu có độ lớn bằng vật.

GIẢI

a) Ảnh tạo bởi gương cầu lõm

Theo đề ta có : $f > 0$; $d' > 0$; $|k| > 1$

Điều kiện $d' > 0$ cho : $\frac{df}{d-f} > 0 \Rightarrow \frac{d}{d-f} > 0$

- Nếu $d > 0$ (vật thật), phải có : $d - f > 0 \Rightarrow d > f$

Ngoài ra : $k = -\frac{d'}{d} < 0 \Rightarrow |k| > 1 \Rightarrow \frac{f}{d-f} > 1$

$$\Rightarrow f > d - f \Rightarrow d < 2f$$

- Nếu $d < 0$ (vật ảo), phải có :

$$d - f < 0 \Rightarrow d < f : \text{đương nhiên thỏa.}$$

Ta có : $k = -\frac{d'}{d} > 0 \Rightarrow |k| > 1 \Rightarrow \frac{f}{f-d} > 1$

$\Rightarrow d > 0$: trái giả thiết.

Vậy, ta phải có :

$$f < d < 2f$$

b) *Ảnh tạo bởi gương cầu lõm*

Theo đề ta có : $f < 0$; $d' < 0$; $|k| < 1$

Điều kiện $d' < 0$ cho :

$$\frac{df}{d-f} < 0 \Rightarrow \frac{d}{d-f} > 0$$

- Nếu $d > 0$ (vật thật), phải có :

$$d - f > 0 \Rightarrow d > f : \text{đương nhiên thỏa}$$

$$\text{Khi đó : } k = -\frac{d'}{d} > 0 \Rightarrow |k| < 1 \Rightarrow \frac{f}{f-d} < 1$$

$$\Rightarrow f > f - d \Rightarrow d > 0$$

- Nếu $d < 0$ (vật ảo) ta phải có :

$$d - f < 0 \Rightarrow d < f$$

$$\text{Khi đó : } k = -\frac{d'}{d} < 0 \Rightarrow |k| < 1 \Rightarrow \frac{f}{d-f} < 1$$

$$\Rightarrow f > d - f \Rightarrow d < 2f$$

Vậy ta phải có :

$$d > 0 \vee d < 2f$$

c) *Ảnh tạo bởi hai loại gương*

Theo đề ta có : $(f > 0 \vee f < 0)$; $|k| = 1$

$$\text{Suy ra : } \frac{|f|}{|f-d|} = 1 \Rightarrow \frac{f^2}{(f-d)^2} = 1$$

$$\Rightarrow f^2 = f^2 + d^2 - 2fd$$

$$\Rightarrow d(d-2f) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \\ d = 2f \end{cases}$$

Vậy ta phải có :

$$d = 0 \vee d = 2f$$

6.5 Chứng minh rằng gương cầu lõm luôn luôn :

- a) tạo ảnh ảo đối với vật thật.
- b) tạo ảnh thật lớn hơn vật ảo.
- c) tạo ảnh ảo nhỏ hơn vật thật.

GIẢI

Ta kết hợp đặc điểm $f < 0$ với dữ kiện được cho để chứng minh kết quả được yêu cầu.

a) Trường hợp 1 :

Ta có : $f < 0$; $d > 0$

Vậy : $\frac{1}{d'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d} < 0 \Rightarrow \boxed{d' < 0}$: ảnh ảo (đpcm)

b) Trường hợp 2 :

Ta có : $f < 0$; $d < 0$; $d' > 0$

Theo công thức gương cầu ta có :

$$f = \frac{dd'}{d + d'} < 0 \Rightarrow d + d' > 0$$

$$\Rightarrow \frac{d + d'}{d} < 0 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{d'}{d} > 1 \Rightarrow \boxed{|k| > 1} \text{ (đpcm)}$$

c) Trường hợp 3 :

Ta có : $f < 0$; $d > 0$; $d' < 0$

Tương tự trường hợp 2, ta có :

$$f = \frac{dd'}{d + d'} < 0 \Rightarrow d + d' > 0$$

$$\Rightarrow \frac{d + d'}{d} > 0 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} > 0$$

$$\Rightarrow -\frac{d'}{d} < 1 \Rightarrow \boxed{|k| < 1} \text{ (đpcm)}$$

6.6 Chứng minh rằng một gương cầu nghiệm đúng mỗi đặc điểm kể sau phải là *gương cầu lõm* :

- a) tạo ảnh thật đối với vật thật.
- b) tạo ảnh ảo lớn hơn vật thật.
- c) tạo ảnh thật nhỏ hơn vật ảo.

GIẢI

Ta chứng minh rằng với mỗi đặc điểm kể trong đề bài, ta đều có : $f > 0$

a) Trường hợp 1 :

Ta có : $d > 0$; $d' > 0$

Vậy : $f = \frac{dd'}{d + d'} > 0$: *gương cầu lõm*.

b) Trường hợp 2 :

Ta có : $d > 0$; $d' < 0$; $|k| > 1$

Theo công thức gương cầu, ta có :

$$k = -\frac{d'}{d} > 0 \Rightarrow |k| = k$$

$$\text{Vậy : } -\frac{d'}{d} > 1 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{d + d'}{d} < 0 \Rightarrow d + d' < 0$$

Do đó : $f = \frac{dd'}{d + d'} > 0$: *gương cầu lõm*.

c) Trường hợp 3 :

Ta có : $d < 0$; $d' > 0$; $|k| < 1$

Theo công thức gương cầu, ta có :

$$k = -\frac{d'}{d} > 0 \Rightarrow |k| = k$$

$$\text{Vậy : } -\frac{d'}{d} < 1 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{d+d'}{d} > 0 \Rightarrow d+d' < 0$$

$$\text{Do đó : } f = \frac{dd'}{d+d'} > 0 : \text{gương cầu lõm.}$$

6.7

a) Gương cầu lõm có bán kính $R = 12\text{cm}$. Vật thật AB phẳng, nhỏ, đặt trên trục chính, có ảnh bằng nửa vật. Xác định vị trí của vật.

b) Vật thật AB phẳng, nhỏ được đặt trên trục chính của một gương cầu lõm, cách gương 60cm . Ảnh tạo bởi gương nhỏ hơn vật ba lần. Tính bán kính cong của gương.

GIẢI

a) Vị trí của vật

Vật thật có ảnh ảo qua gương cầu lõm. Do đó :

$$k = -\frac{d'}{d} = \frac{1}{2} \Rightarrow d' = -\frac{d}{2}$$

Với $f = -\frac{R}{2} = -6\text{cm}$, ta có :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d} - \frac{2}{d} = -\frac{1}{d} \Rightarrow d = \boxed{6\text{cm}}$$

Vật cách gương 6cm .

b) Bán kính của gương

Vật thật có ảnh ảo qua gương cầu lõm. Do đó :

$$k = -\frac{d'}{d} = \frac{1}{3} \Rightarrow d' = -\frac{d}{3} = -\frac{60}{3} = -20 \text{ (cm)}$$

$$\text{Ta suy ra : } f = \frac{dd'}{d+d'} = \frac{60(-20)}{60-20} = -30 \text{ (cm)}$$

Vậy bán kính gương là :

$$R = 2|f| = 2.30 = \boxed{60 \text{ (cm)}}$$

- 6.8 Một gương cầu lõm có tiêu cự $f = 12\text{cm}$. Vật thật AB phẳng, nhỏ đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính. Ảnh cách vật 18cm .

Xác định vị trí của vật.

GIẢI

Vật thật có thể có ảnh thật hoặc ảnh ảo qua gương cầu lõm.

a) Ảnh thật ($d' > 0$)

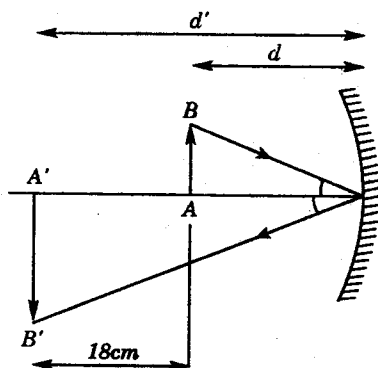
* Ảnh thật lớn hơn vật ($d' > d$)

Ta có : $d' - d = 18$

$$\Rightarrow d' = d + 18$$

$$\text{Suy ra : } \frac{1}{d+18} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{2d+18}{d^2+18d} = \frac{1}{12}$$



H.5.14

Vậy d là nghiệm dương của phương trình bậc hai :

$$d^2 - 6d - 216 = 0$$

$$\Delta' = 9 + 216 = 225$$

$$\sqrt{\Delta'} = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d_{11} = \boxed{18\text{cm}} \\ d_{12} = -12\text{cm (loại)} \end{cases}$$

Vật thật đặt cách gương 18cm .

* Ảnh thật nhỏ hơn vật ($d' < d$)

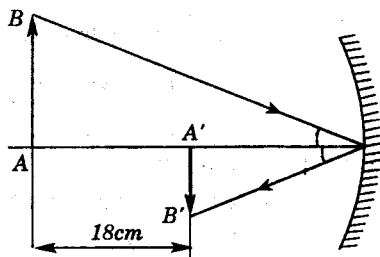
Theo tính thuận nghịch, ta suy ra :

$$d_{21} = d'_{11}$$

$$\text{mà : } d'_{11} = 18 + 18 = 36(\text{cm})$$

$$\Rightarrow d_{21} = 36\text{cm}$$

Vật thật đặt cách gương 36cm.



H.5.15

b) Ảnh ảo ($d' < 0$)

Gương cầu lõm luôn tạo ảnh ảo lớn hơn vật thật.

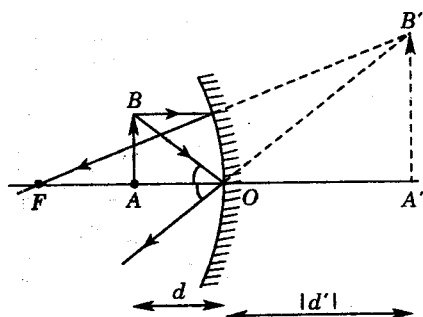
$$|d'| > d$$

Theo đề bài, ta có :

$$d + |d'| = 18$$

$$\Rightarrow d - d' = 18$$

$$\Rightarrow d' = d - 18$$



H.5.16

$$\text{Do đó : } \frac{1}{d} + \frac{1}{d - 18} = \frac{1}{f}$$

$$\text{hay : } \frac{2d - 18}{d^2 - 18d} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow d^2 - 42d + 216 = 0$$

$$\Delta' = 21^2 - 216 = 225$$

$$\sqrt{\Delta'} = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d_{31} = 6\text{cm} \\ d_{32} = 36\text{cm} \text{ (loại vì ảnh tương ứng sẽ thật).} \end{cases}$$

Vật thật đặt cách gương 6cm.

6.9 Một vật thật AB phẳng, nhỏ, đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính của một gương cầu lõm.

Đặt một màn trước gương và song song với gương để nhận ảnh.

Khi ảnh rõ nét hiện trên màn, khoảng cách vật - màn bằng 1,5 lần tiêu cự.

Tính độ phóng đại của ảnh.

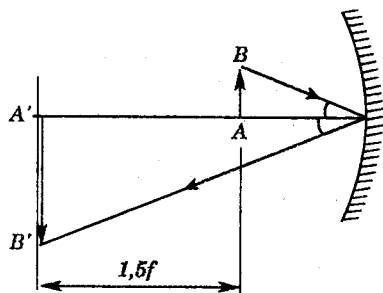
GIẢI

Theo đề ta có :

$$|d' - d| = 1,5f$$

$$\Rightarrow \left| \frac{d'}{f} - \frac{d}{f} \right| = 1,5$$

$$\Rightarrow \frac{d'}{f} - \frac{d}{f} = \pm 1,5$$



H.5.17

Mặt khác ta cũng có :

$$\begin{cases} k = \frac{f - d'}{f} = 1 - \frac{d'}{f} \Rightarrow \frac{d'}{f} = 1 - k \\ \frac{1}{k} = \frac{f - d}{f} = 1 - \frac{d}{f} \Rightarrow \frac{d}{f} = 1 - \frac{1}{k} \end{cases}$$

$$\text{Vậy : } (1 - k) - \left(1 - \frac{1}{k}\right) = \pm 1,5 \Rightarrow \frac{1}{k} - k = \pm 1,5$$

Có hai trường hợp :

$$* \quad \frac{1}{k} - k = 1,5 \Rightarrow k^2 + 1,5k - 1 = 0$$

$$\Delta = 1,5^2 + 4 = 6,25$$

$$\sqrt{\Delta} = 2,5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = -2 \\ k_2 = \frac{1}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$* \quad \frac{1}{k} - k = -1,5 \Rightarrow k^2 - 1,5k - 1 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 2,5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k'_1 = +2 \text{ (loại)} \\ k'_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vật độ phóng đại của ảnh là : $\boxed{-2}$ và $\boxed{-\frac{1}{2}}$

6.10 Một gương cầu lõm có tiêu cự f . Vật thật AB phẳng, nhỏ, đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính.

Vật có ảnh A_1B_1 lớn hơn vật, hứng được trên màn (M) đặt song song với vật.

Giữ vật và màn cố định, đặt gương ở một vị trí khác thích hợp ta lại thu được ảnh A_2B_2 của vật trên màn, ảnh này nhỏ hơn vật.

a) Tính tiêu cự của gương. Biết rằng khoảng cách giữa vật và màn là $l = 150\text{cm}$; khoảng cách giữa hai vị trí gương là $L = 250\text{cm}$.

b) Cho $A_1B_1 = 4\text{cm}$. Tính chiều cao của vật AB và của ảnh A_2B_2 .

GIẢI

a) *Tiêu cự của gương*

- Theo đề ta có :

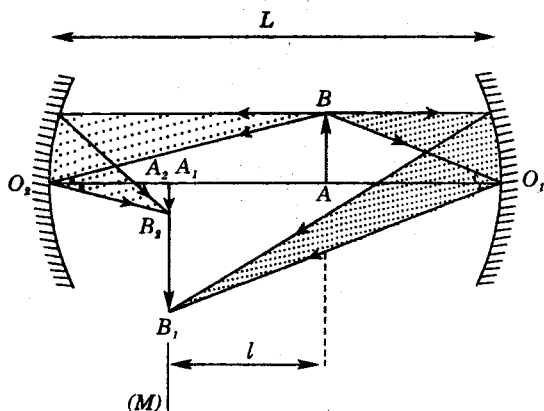
$$d_1 > 0; \quad d'_1 > 0; \quad d'_1 > d_1; \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f}$$

Theo tính thuận nghịch của đường đi ánh sáng, ta suy ra :

Với : $d_2 = d'_1$, ta cũng có :

$$d'_2 = d_1 ; \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f}$$

Hai vị trí gương tương ứng với các chùm tia sáng tạo ảnh như hình 5.18.



H.5.18

- Ta có :

$$\begin{cases} d_1 + d'_1 = L \\ d'_1 - d_1 = l \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{L-l}{2} ;$$

$$d'_1 = \frac{L+l}{2}$$

Vậy :

$$\frac{2}{L+l} + \frac{2}{L-l} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{4L}{L^2 - l^2} = \frac{1}{f}$$

$$\text{Do đó : } f = \frac{L^2 - l^2}{4L} = \frac{250^2 - 150^2}{4 \cdot 250} = \boxed{40 \text{ (cm)}}$$

b) Chiều cao của vật AB và ảnh A_2B_2

Theo các kết quả của câu trên ta có :

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} ; \quad k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{d_1}{d'_1}$$

$$\text{Với : } d_1 = 50\text{cm} ; \quad d'_1 = 200\text{cm} \Rightarrow k_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{200}{50} = -4$$

$$\text{Do đó : } \overline{AB} = \frac{\overline{A_1B_1}}{4} = \boxed{1\text{cm}}$$

$$\text{Mặt khác : } k_2 = -\frac{1}{4} \Rightarrow A_2B_2 = \frac{AB}{4} = \boxed{0,25\text{cm}}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

- 6.11** Một chùm tia sáng hội tụ gặp gương cầu lõm sao cho điểm hội tụ ảo nằm trên trục chính, sau gương và cách gương 30cm. Biết bán kính của gương là $R = 60\text{cm}$.

Xác định ảnh, vẽ ảnh.

$$\text{ĐS : } d' = 15\text{cm.}$$

- 6.12** Gương cầu lõm có $f = 10\text{cm}$. Vật $AB = 1\text{cm}$ đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính có ảnh $A'B' = 2\text{cm}$.

Xác định vị trí của vật và ảnh.

$$\text{ĐS : } d_1 = 15\text{cm} ; d'_1 = 30\text{cm}$$

$$d_2 = 5\text{cm} ; d'_2 = -10\text{cm}$$

- 6.13** Một gương cầu lõm có bán kính $R = 60\text{cm}$. Người ta muốn tạo một điểm ảnh thật S' trên trục chính sao cho khoảng cách từ đỉnh O của gương đến S' thỏa điều kiện: $OS' \leq 15\text{cm}$. Xác định điều kiện về vị trí của điểm vật S .

$$\text{ĐS : Vật ảo, cách gương } < 30\text{cm.}$$

- 6.14** Gương cầu lõm có bán kính $R = 60\text{cm}$. Vật $AB = 4\text{cm}$ đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính và cách gương 30cm. Xác định tính chất, vị trí, độ lớn, chiều của ảnh và vẽ ảnh.

$$\text{ĐS : } d' = -15\text{cm}; A'B' = 2\text{cm}$$

- 6.15** Một người cao 1,70m đứng soi gương trước một gương cầu lõm tiêu cự 20cm. Đường kính mở của gương là $D = 10\text{cm}$. Tính khoảng cách gần nhất để người đó nhìn thấy ảnh toàn thân. (Bỏ qua khoảng cách từ mắt đến đỉnh đầu).

$$\text{ĐS : } 3\text{ m}$$

- 6.16 Gương cầu lõm có bán kính $R = 60\text{cm}$. Vật thật AB đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính có ảnh cách vật 45cm .
Xác định vị trí vật.

ĐS : 30cm

- 6.17 Vật AB đặt song song và cách màn một khoảng $L = 80\text{cm}$. Một gương cầu lõm có tiêu cự $f = 30\text{cm}$ được đặt sao cho vật ở trên trục chính của gương và vuông góc với trục chính.

a) Định vị trí của gương để ảnh của vật hiện trên màn.
Biện luận về nghiệm theo L và f .

b) Tính độ phóng đại của ảnh.

ĐS : a) 20cm ; 120cm

Bài toán 7

Vật sáng tạo bởi chùm tia phản xạ trên màn. Thị trường của gương cầu lõm.

- Vật sáng tạo bởi chùm tia phản xạ trên màn là phần giao của chùm này với mặt phẳng của màn.

Lưu ý : • Vật sáng có kích thước cho trước được tạo thành bởi hai trường hợp : chùm *hội tụ* và chùm *phân kì*.

- Các tính toán được dựa trên tính đồng dạng.

- Thị trường của gương được giới hạn bởi vị trí ảnh O' của mắt và chu vi gương.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

- 7.1 Một gương cầu lõm có bán kính cong $R = 20\text{cm}$ và bán kính mở $r = 3\text{cm}$. Màn (M) được đặt vuông góc với trục chính, cách gương $l = 2,00\text{m}$. Một điểm sáng S được đặt tại tiêu điểm chính F của gương.

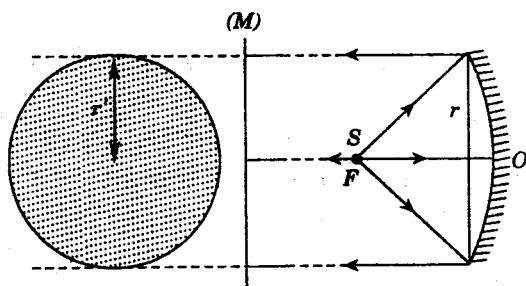
a) Tính bán kính vật sáng trên màn.

- b) Muốn diện tích vệt sáng trên màn giảm đi phân nửa thì phải dời S một khoảng bao nhiêu, theo chiều nào ?
- c) Làm lại câu hỏi b nếu muốn diện tích vệt sáng tăng gấp hai lần.

GIẢI

Ta có : $f = \frac{R}{2} = \frac{20}{2} = 10(\text{cm})$

a) Bán kính vệt sáng



H.5.19

Khi điểm sáng S đặt tại tiêu điểm chính F, chùm tia phản xạ song song với trục chính.

Chùm tia phản xạ có dạng một khối trụ với mặt đáy là mặt gương.

Vệt sáng trên màn bằng hình tròn giới hạn gương cầu.

Bán kính vệt sáng là :

$$r' = r = \boxed{3\text{cm}}$$

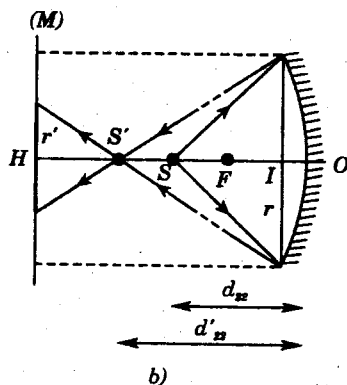
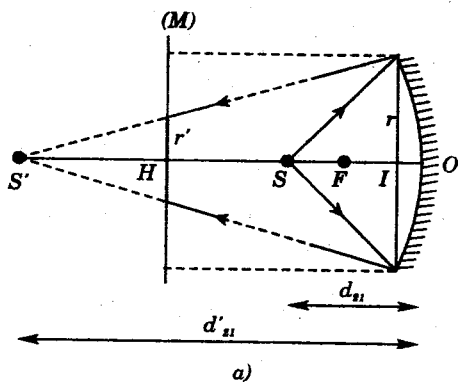
b) Khoảng dời của điểm sáng để diện tích vệt sáng giảm

Ta có : $\frac{s'}{s} = \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Hai trường hợp chùm tia phản xạ tạo vệt sáng có bán kính giảm theo tỉ lệ trên đây ứng với hai sơ đồ sau (H.5.20) :

- Trong trường hợp a ta có : ($l \cong 0$)

$$\frac{HS'}{OS'} = \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{d'_{21} - l}{d'_{21}} = \frac{r'}{r} \Rightarrow 1 - \frac{l}{d'_{21}} = \frac{r'}{r}$$



H.5.20

$$\Rightarrow d'_{21} = \frac{l}{1 - \frac{r'}{r}} = \frac{200}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 667(\text{cm})$$

$$\text{Suy ra : } d_{21} = \frac{d'_{21}f}{d'_{21} - f} \approx \frac{667 \cdot 10}{667 - 10} \approx 10,2(\text{cm})$$

$$\text{Do đó : } \Delta d_1 = d_{21} - d_1 = 10,2 - 10 = \boxed{0,2(\text{cm})}; \Delta d_1 > 0$$

Phải dời điểm sáng S xa gương đoạn 0,2 cm.

- Trong trường hợp b ta có :

$$\frac{HS'}{OS'} = \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{l - d'_{22}}{d'_{22}} = \frac{l}{d'_{22}} - 1 = \frac{r'}{r}$$

$$\Rightarrow d'_{22} = \frac{l}{1 + \frac{r'}{r}} = \frac{200}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 118(\text{cm})$$

$$\text{Suy ra : } d_{22} = \frac{d'_{22}f}{d'_{22} - f} = \frac{118 \cdot 10}{118 - 10} = 10,9(\text{cm})$$

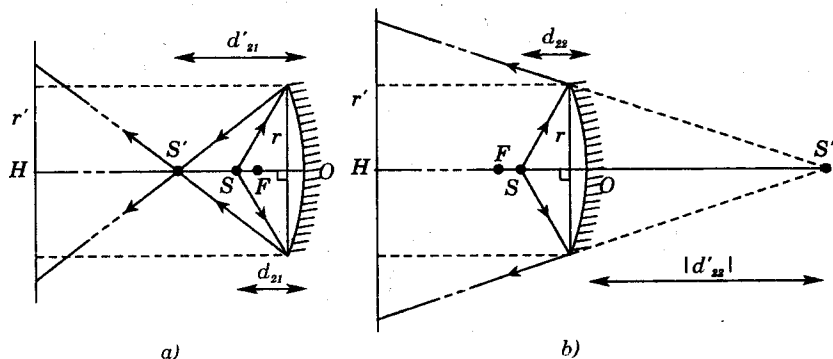
$$\text{Do đó : } \Delta d_2 = d_{22} - d_1 = 10,9 - 10 = \boxed{0,9(\text{cm})}; \Delta d_2 > 0$$

Phải dời điểm sáng S xa gương đoạn 0,9 cm.

c) Khoảng dời của điểm sáng để diện tích vệt sáng tăng

$$\text{Ta có : } \frac{s'}{s} = \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{r'}{r} = \sqrt{2}$$

Hai trường hợp chùm tia phản xạ tạo vệt sáng có bán kính tăng theo tỉ lệ trên đây ứng với hai sơ đồ sau (H.5.21) :



H.5.21

- Trong trường hợp a ta có :

$$\begin{aligned} \frac{HS'}{OS'} &= \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{l - d'_{21}}{d'_{21}} = \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{l}{d'_{21}} - 1 = \frac{r'}{r} \\ \Rightarrow d'_{21} &= \frac{l}{1 + \frac{r'}{r}} = \frac{l}{1 + \sqrt{2}} \approx 83(\text{cm}) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra : } d_{21} = \frac{d'_{21}f}{d'_{21} - f} = \frac{83 \cdot 10}{83 - 10} \approx 11,4(\text{cm})$$

$$\text{Do đó : } \Delta d_1 = d_{21} - d_1 = 11,4 - 10 = \boxed{1,4 \text{ (cm)}} ; \Delta d_1 > 0$$

Phải dời điểm sáng S xa gương đoạn 1,4cm.

- Trong trường hợp b ta có :

$$\frac{HS'}{OS'} = \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{l + |d'_{22}|}{|d'_{22}|} = \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{l}{|d'_{22}|} + 1 = \frac{r'}{r}$$

$$\Rightarrow |d'_{22}| = \frac{l}{\frac{r'}{r} - 1} = \frac{l}{\sqrt{2} - 1} \approx 483 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra : } d_{22} = \frac{d'_{22}f}{d'_{22} - f} = \frac{-483 \cdot 10}{-483 - 10} \approx 9,8(\text{cm})$$

$$\text{Do đó : } \Delta d_2 = d_{22} - d_1 = 9,8 - 10 = \boxed{-0,2 \text{ (cm)}} ; \Delta d_2 < 0$$

Phải dời điểm sáng lại gần gương đoạn 0,2cm.

7.2

Một gương phẳng hình tròn bán kính $r = 5\text{cm}$. Trên trục xuyên tâm phía trước gương, cách gương 0,50m có mắt của người quan sát.

a) Xác định bán kính R của vòng tròn giới hạn thị trường của gương đó, ở cách gương 10,00m, sau lưng người ấy.

b) Để có một thị trường lớn gấp 5 lần, người ta thay gương phẳng bằng một gương cầu lõm, cùng kích thước. Tính tiêu cự của gương này.

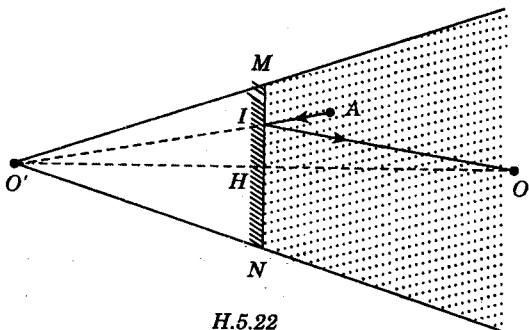
GIẢI

a) Bán kính vòng tròn giới hạn thị trường

- Muốn cho điểm A trước gương có ảnh thấy được bởi mắt O thì phải tồn tại tia sáng AIO (từ A phản xạ ở I trên gương và lọt vào mắt O).

Nói cách khác, đường thẳng AO' nối A với ảnh O' của mắt O tạo bởi gương phải gặp gương.

Suy ra, thị trường của gương MN là vùng không gian trước gương của hình nón đỉnh O'

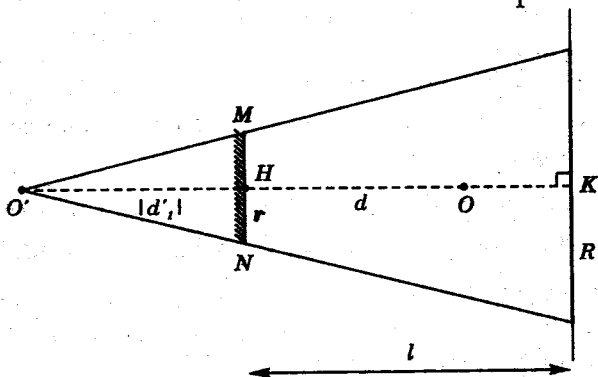


và các đường sinh tựa vào chu vi gương.

- Vòng tròn giới hạn thị trường ở khoảng cách $l = 10,00\text{m}$ là *giao tuyến* của mặt nón nói trên với mặt phẳng song song với gương, cách gương đoạn l .

Tính chất đồng dạng của các tam giác cho :

$$\frac{R}{r} = \frac{O'K}{O'H} = \frac{O'H + HK}{O'H} = 1 + \frac{l}{O'H} = 1 + \frac{l}{|d'_1|} = 1 + \frac{l}{d}$$



(Hình vẽ không theo tỉ xích)

H.5.23

Do đó : $R = \left(1 + \frac{l}{d}\right)r = \left(1 + \frac{10}{0,5}\right)0,05 = \boxed{1,05 \text{ (m)}}$

b) *Tiêu cự của gương cầu lõm*

- Thị trường của gương cầu lõm cũng được xác định như với gương phẳng.

Với gương cầu lõm ($f < 0$); ảnh O' của mắt người quan sát luôn là *ảnh ảo* gần gương hơn mắt.

$$|d'_2| < d$$

Do đó thị trường của gương cầu lõm, cùng kích thước với gương phẳng, với cùng vị trí của mắt người quan sát, sẽ rộng hơn.

- Ta có :

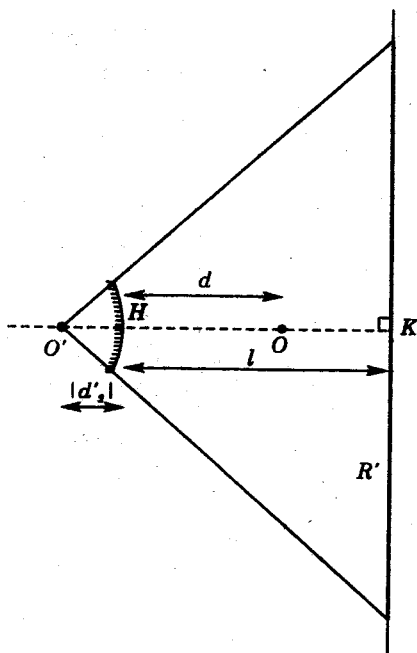
$$\begin{aligned}\frac{R'}{r} &= \frac{O'K}{O'H} \\ &= \frac{O'H + HK}{O'H} = 1 + \frac{l}{|d'_2|}\end{aligned}$$

Theo đề :

$$\frac{R'}{R} = 5$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{l}{|d'_2|} = 5\left(1 + \frac{l}{d}\right)$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow |d'_2| &= \frac{l}{4 + \frac{5l}{d}} \\ &= \frac{10}{4 + \frac{50}{0,5}} = \frac{5}{52} \text{ (m)}\end{aligned}$$



(Hình vẽ không theo tỉ xích)
H.5.24

$$\text{Ta suy ra : } d'_2 = -\frac{5}{52} \Rightarrow \frac{1}{d'_2} = -10,4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'_2} = 2 - 10,4 = -8,4$$

$$\text{Vậy tiêu cự của gương cầu lõm là : } f = -\frac{1}{8,4} \text{ m} \approx \boxed{-0,12\text{m}}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

- 7.3 Một đèn chiếu gồm một gương cầu lõm, có đường kính $D_0 = 24\text{cm}$, và một bóng đèn điện mà dây tóc có thể coi như một nguồn sáng điểm S. Bóng đèn có thể dịch chuyển

đọc theo trục chính của gương trên một đoạn thẳng $AB = 2\text{cm}$ (A ở gần gương hơn B).

Để điều chỉnh cho dây tóc đèn vào đúng tiêu điểm F của gương người ta làm như sau :

a) Đưa bóng đèn về điểm tận cùng A. Đặt một màn ảnh cách gương một khoảng $a = 1,00\text{m}$, vuông góc với trục chính, người ta được một vòng sáng có đường kính $D = 28\text{cm}$.

b) Đưa bóng đèn về điểm tận cùng B thì thấy đường kính vòng sáng trên màn nhỏ hơn đường kính của gương và càng đưa màn ra xa, vòng sáng càng nhỏ dần.

Khi màn cách gương một khoảng $L = 6,50\text{m}$ thì thu được ảnh rõ nét của dây tóc đèn.

Hỏi phải dịch chuyển bóng đèn đến một khoảng x bằng bao nhiêu, kể từ điểm A, để chùm sáng phản xạ trên gương là chùm song song.

ĐS : $x = 1\text{cm}$

7.4 Một người đặt mắt trên trục chính của một gương cầu lõm cách mặt gương 100cm để quan sát những vật ở sau mình. Gương có tiêu cự 60cm và có rìa hình tròn, đường kính 6cm .

a) Tính độ lớn của nửa góc ở đỉnh của mặt nón giới hạn thị trường của gương.

b) Nếu thay gương cầu lõm bằng một gương phẳng có cùng kích thước của đường rìa, đặt cùng vị trí đối với mắt thì thị trường sẽ tăng giảm bao nhiêu lần ?

c) Một vật tiến lại gần gương cầu từ phía sau người quan sát, dọc theo một đường thẳng song song với trục chính và cách trục $0,20\text{m}$. Hỏi khi còn cách người quan sát bao nhiêu mét thì vật đó sẽ ra khỏi thị trường của gương ?

ĐS : a) $4^{\circ}34'$

b) 2,67 lần

c) $112,5\text{cm}$

7.5 Đặt một gương phẳng tròn cách mắt một khoảng nào đó rồi thay gương này bằng gương cầu lõm cùng kích thước.

a) Bằng hình vẽ, hãy chứng tỏ rằng thị trường của gương cầu lõm lớn hơn thị trường của gương phẳng.

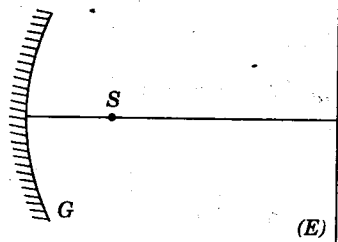
b) Trước gương có một bức tường song song với gương phẳng và vuông góc với trục chính của gương cầu, cách gương 3,00m. Đường kính của các vành gương đều là 10cm. Mắt đặt cách gương 20cm và ở trên trục chính của gương cầu hoặc trục đối xứng của gương phẳng.

Tính tỉ số các diện tích của bức tường mà mắt nhìn thấy được trong hai gương? Cho tiêu cự của gương cầu là -20cm.

ĐS : b) 3,75

7.6 Một đèn pha gồm một gương cầu lõm G có đường rìa hình tròn và một bóng đèn điện mà dây tóc coi như một nguồn sáng điểm S có thể dịch chuyển dễ dàng dọc theo trục chính của gương. Một màn ảnh E được đặt vuông góc với trục chính, cách gương 3m.

a) Đặt đèn sát mặt gương, rồi dịch chuyển nó ra xa dần. Người ta nhận thấy có hai vị trí của nguồn sáng, cho trên màn một vết sáng tròn có bán kính bằng bán kính đường rìa của gương. Hai vị trí này cách nhau 5cm. Hãy giải thích hiện tượng này và tính tiêu cự của gương.



H.5.25

b) Xác định những vị trí của nguồn sáng để:

* Ảnh của dây tóc đèn hiện rõ trên màn ảnh.

* Vết tròn sáng trên màn ảnh có bán kính gấp 3 lần bán kính đường rìa của gương.

ĐS : a) $f = 25\text{cm}$

b) 27,3cm; 21,4cm hoặc 37,5cm

Bài toán 8

Đời vật hoặc đời gương theo phương của trục chính.

- Khi gương được giữ cố định, ảnh và vật luôn chuyển động ngược chiều.
- Thực hiện các tính toán dựa vào hệ thức liên lạc giữa độ đời vật, độ đời ảnh và tiêu cự hoặc độ phóng đại.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d_1 + \Delta d} + \frac{1}{d'_1 + \Delta d'}$$

$$k_1 = \frac{f}{f - d_1} = \frac{f - d'_1}{f}$$

$$k_2 = \frac{f}{f - (d_1 + \Delta d)} = \frac{f - (d'_1 + \Delta d')}{f}$$

- Khi vật được giữ cố định và đời gương, khảo sát khoảng cách vật - ảnh để xác định chuyển động của ảnh.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

- 8.1 Với cả hai loại gương cầu, hãy chứng tỏ rằng nếu giữ gương cố định và đời vật theo phương trục chính thì ảnh của vật tạo bởi gương cầu luôn chuyển động ngược chiều so với vật.

GIẢI

Đặt d_1 , d'_1 lần lượt là tọa độ vật và ảnh ứng với vị trí thứ nhất của vật.

Đặt d_2 , d'_2 lần lượt là tọa độ vật và ảnh ứng với vị trí thứ hai của vật.

- Giả sử : $d_2 > d_1$

Ta có : $\frac{1}{d_2} < \frac{1}{d_1} \Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{d_2} > \frac{1}{f} - \frac{1}{d_1}$

$$\Rightarrow \frac{1}{d'_2} > \frac{1}{d'_1} \Rightarrow d'_2 < d'_1$$

Vậy : $\Delta d > 0 \Rightarrow \Delta d' < 0$

- Giả sử : $d_2 < d_1$

Chứng minh tương tự ta có : $\Delta d < 0 \Rightarrow \Delta d' > 0$

Do đó, ảnh và vật luôn chuyển động *ngược chiều*.

CHÚ Ý : Có thể chứng minh cách khác như sau : $d' = \frac{df}{d-f}$

Lấy đạo hàm của d' theo d ta được :

$$\frac{\partial d'}{\partial d} = -\frac{f^2}{(d-f)^2} < 0 \Rightarrow \frac{\Delta d'}{\Delta d} < 0$$

Ảnh và vật luôn chuyển động *ngược chiều*.

8.2 Vật AB phẳng, nhỏ, thật, đặt trên trục chính của một gương cầu lõm có ảnh nhỏ hơn vật 3 lần.

Dời vật theo trục chính đoạn 15cm, ảnh của vật lần này nhỏ hơn vật 1,5 lần và không đổi bản chất.

a) Xác định chiều dời vật.

b) Tính tiêu cự của gương.

GIẢI

a) *Chiều dời của vật*

- Ảnh của vật thật và nhỏ hơn vật phải là ảnh thật. Theo đề :

$$\begin{cases} k_1 = -\frac{1}{3} = \frac{f}{f-d_1} \Rightarrow d_1 = 4f \\ k_2 = -\frac{2}{3} = \frac{f}{f-d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{5f}{2} \end{cases}$$

Vậy, $d_2 < d_1$: vật được dời lại gần gương.

b) Tiêu cự của gương

$$\text{Ta có : } \Delta d = d_2 - d_1 = -15\text{cm} \Rightarrow \frac{5f}{2} - 4f = -\frac{3f}{2} = -15\text{cm}$$

$$\text{Vậy : } f = 10\text{cm}$$

8.3/ Điểm sáng thật A trên trục chính của một gương cầu có ảnh thật A'. Từ vị trí ban đầu của vật, ta nhận thấy :

Dời A tới gần gương thêm 20cm thì ảnh dời 10cm.

Dời A xa gương thêm 10cm thì ảnh dời 2cm.

Tính tiêu cự của gương.

GIẢI

- Khi đặt gương cầu cố định, ảnh và vật luôn chuyển động ngược chiều.

$$\text{Theo đề ta có : } \Delta d_1 = -20\text{cm} ; \quad \Delta d'_1 = 10\text{cm}$$

$$\Delta d_2 = 10\text{cm} ; \quad \Delta d'_2 = -2\text{cm} .$$

- Đặt d_1 , d_2 , d_3 lần lượt là các tọa độ vật. Đặt d'_1 , d'_2 , d'_3 lần lượt là các tọa độ ảnh.

Ta có :

$$\Delta d'_1 = d'_2 - d'_1 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} - \frac{d_1 f}{d_1 - f}$$

$$= f \left[\frac{d_2}{d_2 - f} - \frac{d_1}{d_1 - f} \right] = f^2 \cdot \frac{d_1 - d_2}{(d_2 - f)(d_1 - f)}$$

$$\Rightarrow \Delta d'_1 = -f^2 \cdot \frac{\Delta d_1}{(d_2 - f)(d_1 - f)} \quad (1)$$

Tương tự ta suy ra : $\Delta d'_2 = -f^2 \cdot \frac{\Delta d_2}{(d_3 - f)(d_1 - f)}$ (2)

Ta lại đặt : $(d_1 - f) = u$

$$\Rightarrow \begin{cases} (d_2 - f) = (d_1 + \Delta d_1) - f = u + \Delta d_1 \\ (d_3 - f) = (d_1 + \Delta d_2) - f = u + \Delta d_2 \end{cases}$$

Do đó : $\frac{(2)}{(1)} : \frac{\Delta d'_2}{\Delta d'_1} = \frac{\Delta d_2}{\Delta d_1} \left(\frac{u + \Delta d_1}{u + \Delta d_2} \right)$

hay : $\frac{-2}{10} = \frac{10}{-20} \cdot \frac{(u - 20)}{u + 10}$

$\Rightarrow u = 40.$

Vậy (1) cho : $f = \sqrt{-\frac{\Delta d'_1}{\Delta d_1} \cdot u(u + \Delta d_1)} \quad (f > 0)$

$$= \sqrt{-\frac{10}{-20} \cdot 40 \cdot (40 - 20)}$$

$\Rightarrow f = \boxed{20\text{cm}}$

CHÚ Ý : Cũng có thể giải để tìm f từ hệ phương trình sau :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d_1 - 20} + \frac{1}{d'_1 + 10} = \frac{1}{d_1 + 10} + \frac{1}{d'_1 - 2}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

8.4 Một gương cầu lõm có tiêu cự $f = 10\text{cm}$. Điểm sáng S trên trục chính có ảnh S' .

Đời S dọc theo trục chính gần gương thêm đoạn 5cm thì ảnh dời 10 cm và không thay đổi tính chất.

Xác định vị trí ban đầu của vật.

ĐS : $5\text{ cm}; 20\text{cm}$

- 8.5 Vật AB phẳng, nhỏ đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính của một gương cầu lõm có ảnh thu được trên màn lớn hơn vật 8 lần. Dời vật lại gần gương theo trục chính đoạn 1cm và dời màn thêm một đoạn thì thu được ảnh trên màn lớn hơn vật 10 lần.

Tính tiêu cự của gương và định vị trí ban đầu của vật.

ĐS : 40 cm; 45 cm

- 8.6 Ảnh của một vật thật tạo bởi gương cầu lớn hơn vật 3 lần. Dời vật lại gần gương thêm một đoạn 8 cm, ảnh có độ lớn bằng ảnh ban đầu.

Tính bán kính của gương cầu.

ĐS : 24 cm

- 8.7 Một gương cầu lõm tạo ảnh thật A_1B_1 đối với vật thật AB. Dời vật 10 cm thì thu được ảnh $A_2B_2 = 5A_1B_1$.

Biết $f = 10$ cm, tính khoảng cách từ gương đến vị trí ban đầu của vật.

ĐS : 22,5 cm

- 8.8 Một người đứng trước một gương cầu lồi nhìn thấy ảnh của mình trong gương, cùng chiều và bằng 1/5. Tiến thêm 0,5m lại gần gương thì ảnh bằng 1/4 người.

a) Tính bán kính gương cầu.

b) Vẽ ảnh cho trường hợp thứ hai.

ĐS : a) $R = 100$ cm

- 8.9 Vật phẳng, nhỏ AB = 10 cm được đặt nằm dọc theo trục chính của một gương cầu lõm tiêu cự 20 cm. A gần gương hơn và cách gương 30 cm.

a) Xác định ảnh. Vẽ ảnh.

b) Tịnh tiến vật 10 cm theo phương vuông góc trục chính.

Độ lớn của ảnh tăng hay giảm bao nhiêu lần ?

c) Làm lại câu b nếu hướng dịch chuyển song song với trục chính và đi xa gương.

ĐS : a) $A'B' = 20 \text{ cm}$

b) 1,1 lần

Bài toán 9

Toán vẽ đối với gương cầu

- Ta thực hiện các so sánh sau đây để xác định bản chất (tính thật, ảo) của ảnh và loại gương:
 - So sánh vị trí của ảnh, vật đối với trục chính.
 - So sánh các khoảng cách $|d|$ và $|d'|$ kết hợp với tính thật - ảo.
- Khi dựng các tia sáng ta dựa vào các đặc điểm sau :
 - Tia tới qua (hay có đường nối dài qua) tâm gương thì *truyền thẳng*.
 - Tia tới song song với trục có tia phản xạ qua (hay đường nối dài qua) tiêu điểm và ngược lại.
 - Tia tới gặp đỉnh gương phản xạ theo tia đối xứng qua trục chính.
 - Tia tới sát vật có tia phản xạ sát ảnh.
 - Tia tới và tia phản xạ giao nhau tại một điểm trên gương và nhận pháp tuyến (bán kính) làm phân giác.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

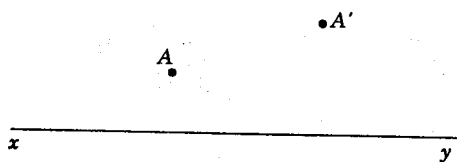
9.1 Trong hình vẽ 5.26, xy là trục chính của gương cầu; A là điểm sáng thật; A' là ảnh của A tạo bởi gương cầu.

Hãy xác định :

a) bản chất của ảnh A'.

b) loại gương

c) tâm gương, đỉnh gương, tiêu điểm chính bằng phép vẽ.



H.5.26

GIẢI

a) Bản chất của ảnh

Ảnh và vật ở cùng bên đối với trục chính. Nếu vật có kích thước, ảnh và vật sẽ cùng chiều. Do đó chúng trái bản chất. Vật thật nên ảnh là ảnh ảo.

CHÚ Ý : Có thể chứng minh như sau : $k > 0 \Rightarrow -\frac{d'}{d} > 0 \Rightarrow \frac{d'}{d} < 0$

Vì $d > 0$ nên ta có : $d' < 0$: ảnh ảo

b) Loại gương

Ảnh A' ở xa trục chính hơn vật. Nếu vật có kích thước, ảnh sẽ lớn hơn vật.

Gương cầu tạo ảnh ảo lớn hơn vật thật là gương cầu lõm.

CHÚ Ý : Có thể chứng minh như sau : $|k| > 1$

Theo trên $k > 0$ nên có thể viết :

$$k = -\frac{d'}{d} > 1 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{d + d'}{d} < 0 \Rightarrow d + d' < 0 \quad (\text{vì } d > 0)$$

$$\text{Vậy : } f = \frac{dd'}{d + d'} > 0 ; \text{ gương cầu lõm}$$

c) Xác định tâm gương, đỉnh gương, tiêu điểm chính

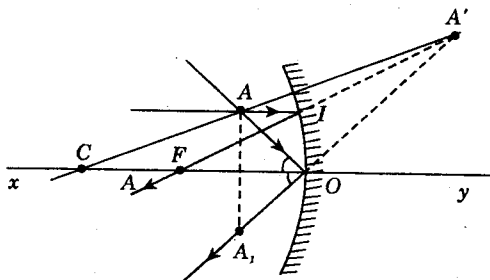
- Tia sáng từ A qua tâm gương C có đường nối dài qua ảnh. Vậy tâm gương nằm trên đường thẳng AA' . Tâm gương cũng ở trên trục chính.

Vậy tâm gương C là giao điểm của AA' với trục chính xy .

- Tia sáng từ A tới đỉnh O của gương sẽ phản xạ theo tia đối xứng qua trục chính; tia này qua điểm A_1 , đối xứng của A qua trục chính xy .

Tia phản xạ nối dài còn qua ảnh A' . Do đó, đỉnh gương O là giao điểm của trục chính A_1A' .

- Dụng gương cầu. Tia sáng từ A song song với trục chính gặp gương ở I . Tia phản xạ qua tiêu điểm chính F và có đường nối dài qua ảnh A' . Do đó, tiêu điểm F là giao điểm của trục chính với IA' .

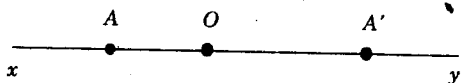


H.5.27

Cách vẽ :

- Nối AA' cắt xy tại C : tâm gương
- Lấy A_1 , đối xứng của A qua xy ; nối A_1A' cắt xy tại O : đỉnh gương.
- Dụng gương cầu. Từ A , vẽ AI song song với xy . Nối IA' cắt xy tại F : tiêu điểm chính.

9.2 Trong hình 5.28, xy là trục chính, O là đỉnh gương cầu.



H.5.28

A là điểm sáng thật; A' là ảnh của A tạo bởi gương cầu.

Hãy xác định :

- a) bản chất của ảnh (thật hay ảo),
- b) loại gương,
- c) tâm gương và tiêu điểm chính bằng phép vẽ.

GIAI

a) Bản chất của ảnh

A' và A ở hai bên gương nên trái bản chất.

A là vật thật vậy A' là ảnh ảo

CHÚ Ý : Cũng có thể chứng minh như sau :

Ta có $d > 0$. Theo hình vẽ : $d' < 0$

Vậy ảnh A' là ảnh ảo.

b) Loại gương

Theo hình vẽ, ta có : $OA' > OA$

$$\Rightarrow |d'| > d \Rightarrow |k| = \frac{|d'|}{d} > 1$$

Nếu vật có kích thước thì ảnh ảo tạo bởi gương cầu lớn hơn vật.

Gương cầu có tính chất này phải là gương cầu lõm.

CHÚ Ý : Có thể chứng minh như sau :

$$d > 0; d' < 0 \Rightarrow k = -\frac{d'}{d} > 0$$

$$\text{Vậy : } k > 1 \Rightarrow -\frac{d'}{d} > 1 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{d+d'}{d} < 0 \Rightarrow d+d' < 0$$

$$\text{Do đó : } f = \frac{dd'}{d+d'} > 0 : \text{gương cầu lõm.}$$

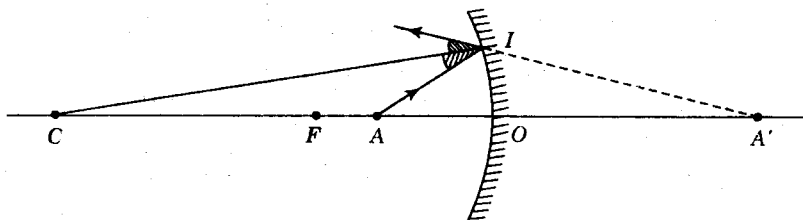
c) *Xác định tâm gương, tiêu điểm chính*

– Dụng gương có đỉnh O. Xét một tia tới bất kì từ A tới gương tại I. Tia phản xạ có đường nối dài qua ảnh A'.

Tia tới và tia phản xạ nhận pháp tuyến ở I làm *đường phân giác*. Giao điểm của đường phân giác này với trục chính xy là tâm gương C.

– Lấy F là trung điểm của OC.

F là *tiêu điểm chính* của gương.



H.5.29

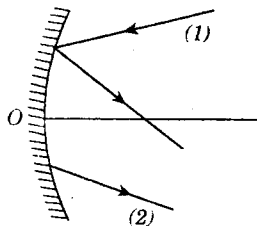
Cách vẽ :

- Dụng gương cầu có đỉnh O.
- Vẽ tia tới AI. Nối IA'. Dụng đường phân giác của góc hợp bởi tia tới và tia phản xạ, cắt trục chính tại C, *tâm gương*.
- Lấy F, trung điểm của OC: F là *tiêu điểm chính*.

9.3 Trong hình vẽ 5.30, (1) là đường đi trọn vẹn của một tia sáng phản xạ trên gương cầu.

(2) là tia phản xạ của một tia tới nào đó.

Hãy dựng tia tới này.



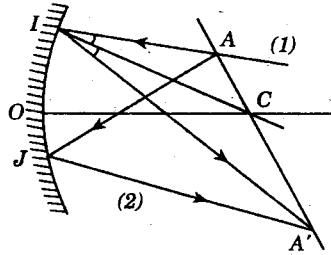
H.5.30

GIẢI

- Tia (1) nhận phân giác của góc tạo bởi tia tới và tia phản xạ làm *pháp tuyến*.

Đường phân giác này cắt trục chính ở tâm gương C.

Hai tia phản xạ giao nhau tại ảnh A'. Trong số các tia sáng tạo ảnh, tia tới qua tâm gương C sẽ truyền thẳng. Điểm sáng vật A nằm trên đường thẳng CA'. Do đó A là giao điểm của đường CA' với tia tới của (1).



H.5.31

Biết A ta suy ra tia tới của (2).

- Cách vẽ :

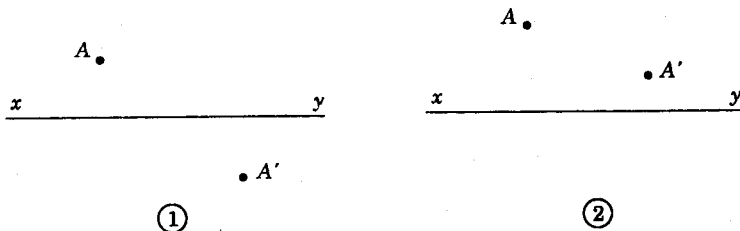
- Dụng phân giác của góc tạo bởi tia tới và tia phản xạ của (1), cắt trục chính tại C.
- Nối CA' cắt tia tới của (1) tại A.
- Nối A với điểm tới J của tia (2).

AJ là tia tới phải vẽ.

CHÚ Ý : Cũng có thể sử dụng các trục phụ để dựng tia tới của (2).

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

9.4 Trong các hình vẽ sau, xy là trục chính của gương cầu, A là điểm sáng thật, A' là ảnh của A tạo bởi gương cầu.



H.5.32

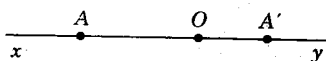
Với mỗi trường hợp, hãy xác định :

- bản chất của ảnh (thật, ảo)
- loại gương
- tâm gương, đỉnh gương, tiêu điểm chính bằng phép vẽ.

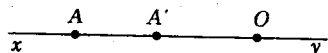
ĐS : a) (1): A' thật; (2): A' ảo

b) (1): gương cầu lõm; (2): gương cầu lồi

- 9.5** Trong các hình vẽ sau, xy là trục chính của gương cầu, O là đỉnh gương, A là điểm sáng thật, A' là ảnh của A tạo bởi gương.



(1)



(2)

H.5.33

Với mỗi trường hợp, hãy xác định :

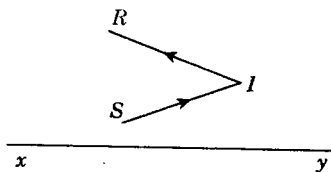
- bản chất của ảnh (thật, ảo)
- loại gương
- tâm gương và tiêu điểm chính bằng phép vẽ.

ĐS : a) (1): A' ảo; (2): A' thật

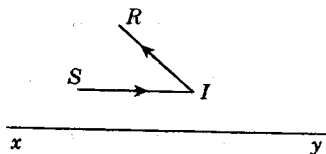
b) (1): gương cầu lồi; (2): gương cầu lõm

- 9.6** Trong các hình vẽ sau, xy là trục chính của gương cầu, SI là tia tới, IR là tia phản xạ tương ứng.

Với mỗi trường hợp, hãy xác định tâm gương và tiêu điểm chính bằng phép vẽ.



(1)



(2)

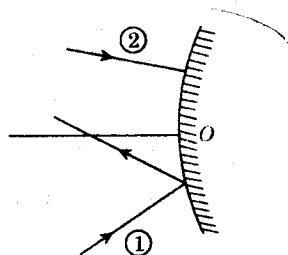
H.5.34

HD : Dụng phân giác của góc ở I

9.7 Trong hình vẽ 5.35, (1) là đường đi trọn vẹn của một tia sáng tới phản xạ trên gương cầu lõm.

(2) là tia tới của một tia sáng khác.

Hãy vẽ tia phản xạ của (2).

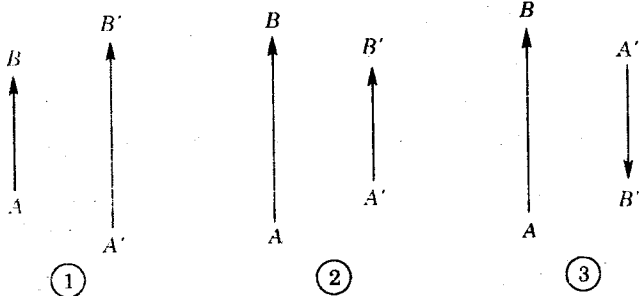


H.5.35

9.8 Trong các hình vẽ sau đây, AB là vật thật, A'B' là ảnh của AB tạo bởi gương cầu. (A'B' song song với AB).

Với mỗi trường hợp, hãy xác định :

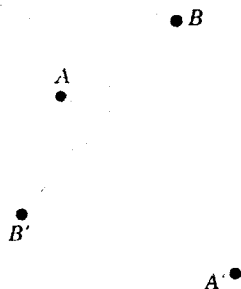
- bản chất của ảnh (thật, ảo)
- loại gương
- đỉnh gương, tiêu điểm chính (bằng phép vẽ).



H.5.36

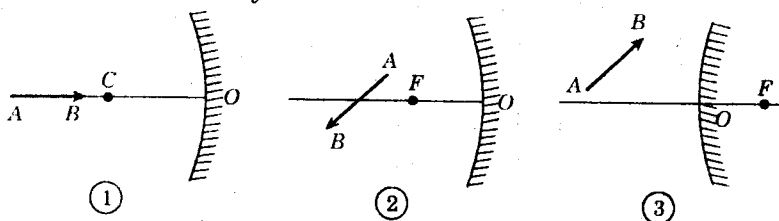
9.9 Trong hình 5.37, A và B là hai điểm sáng thật; A' và B' là các điểm ảnh của A và B tạo bởi một gương cầu. Bằng phép vẽ hãy xác định đỉnh gương và tiêu điểm chính.

Nêu cách vẽ.



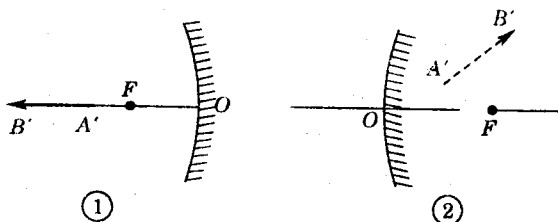
H.5.37

9.10 Dựng ảnh của vật AB trong mỗi trường hợp cho trong mỗi hình vẽ sau đây.



H.5.38

9.11 Hãy xác định vật AB có ảnh A'B' cho trong mỗi hình vẽ sau :



H.5.39

9.12 Một gương cầu lõm có bán kính $R = 40\text{cm}$. Vật phẳng, nhỏ AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính có ảnh A'B' bằng 5 lần vật.

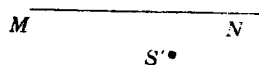
Hãy xác định vị trí của vật:

- bằng phép tính
- bằng phép vẽ.

ĐS : a) 24cm và 16cm

9.13 Trên hình MN là trục chính của một gương cầu. S là một điểm sáng và S' là ảnh của nó qua gương.

- Xác định loại gương (lồi, lõm) và các vị trí của đỉnh, tâm và tiêu điểm chính của gương bằng phép vẽ hình học.



H.5.40

b) Ảnh S' sẽ di chuyển như thế nào nếu :

* Giữ gương cầu cố định, dịch chuyển S ra xa dần gương dọc theo một đường thẳng song song với MN.

* Giữ gương cầu cố định, dịch chuyển S lại gần gương theo một đường thẳng bất kì.

* Giữ S cố định, dịch gương cầu ra xa dần S, sao cho MN luôn luôn là trục chính của nó.

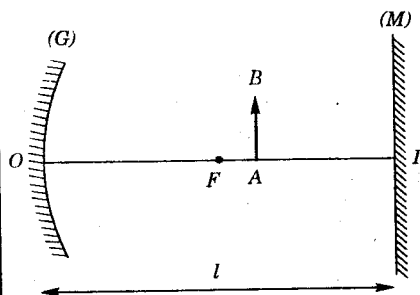
Bài toán 10

Quang hệ ghép gồm gương cầu và gương phẳng hoặc hai gương cầu

- Hệ gương ghép tạo ảnh do phản xạ liên tiếp. Ảnh tạo bởi gương này trở thành vật đối với gương kia.
- Với mỗi lần tạo ảnh, ta áp dụng công thức tương ứng:
 - gương phẳng : $d' = -d$; $k = 1$
 - gương cầu : $\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$; $k = -\frac{d'}{d}$
- Ảnh phụ thuộc thứ tự phản xạ (trừ trường hợp vật là điểm sáng có ảnh trùng với nó sau hai lần phản xạ).

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

10.1



H.5.41

Một hệ gương ghép có cấu tạo như hình 5.41.

Vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính.

Cho biết : $f = 20$ cm;
 $OI = 40$ cm; $OA = 25$ cm.

Xác định ảnh và vẽ đường đi của ánh sáng sau ba lần phản xạ liên tiếp cho hai trường hợp :

a) Ánh sáng phản xạ trên (M) trước

b) Ánh sáng phản xạ trên (G) trước.

GIẢI

a) Trường hợp 1 :

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\}]{(M)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}]{(G)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}]{(M)} A'B'$$

Ta xét sự tạo ảnh liên tiếp.

Với A_1B_1 : $d_1 = IA = 15\text{cm} \Rightarrow d'_1 = -d_1 = -15\text{cm}$

$$k_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = 1$$

Với A_2B_2 : $d_2 = l - d'_1 = 40 + 15 = 55(\text{cm})$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{55 \cdot 20}{55 - 20} = \frac{220}{7} (\text{cm})$$

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{\left(\frac{220}{7}\right)}{55} = -\frac{4}{7}$$

Với $A'B'$: $d_3 = l - d'_2 = 40 - \frac{220}{7} = \frac{60}{7} (\text{cm})$

$$d'_3 = -d_3 = -\frac{60}{7}\text{cm} \approx -8,6 \text{ cm};$$

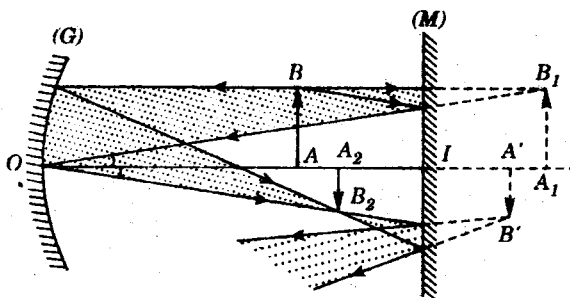
$$k_3 = 1$$

Ảnh $A'B'$ là ảnh ảo, cách gương (M) một đoạn 8,6 cm.

Ta cũng có :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_3 \cdot k_2 \cdot k_1 = 1 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) \cdot 1 = -\frac{4}{7} \approx -0,57$$

Ảnh $A'B'$ ngược chiều với vật và bằng 0,57 lần vật.



H.5.42

b) Trường hợp 2 :

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[\begin{Bmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{Bmatrix}]{(G)} A_1B_1 \xrightarrow[\begin{Bmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{Bmatrix}]{(M)} A_2B_2 \xrightarrow[\begin{Bmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{Bmatrix}]{(G)} A'B'$$

Ta xét sự tạo ảnh liên tiếp.

Với A_1B_1 : $d_1 = 25 \text{ cm}$

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{25 \cdot 20}{25 - 20} = 100(\text{cm})$$

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{100}{25} = -4$$

Với A_2B_2 : $d_2 = l - d'_1 = 40 - 100 = -60(\text{cm})$

$$d'_2 = -d_2 = 60\text{cm}$$

$$k_2 = 1$$

Với A'B' : $d_3 = l - d'_2 = 40 - 60 = -20(\text{cm})$

$$d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{(-20) \cdot 20}{-20 - 20} = 10(\text{cm})$$

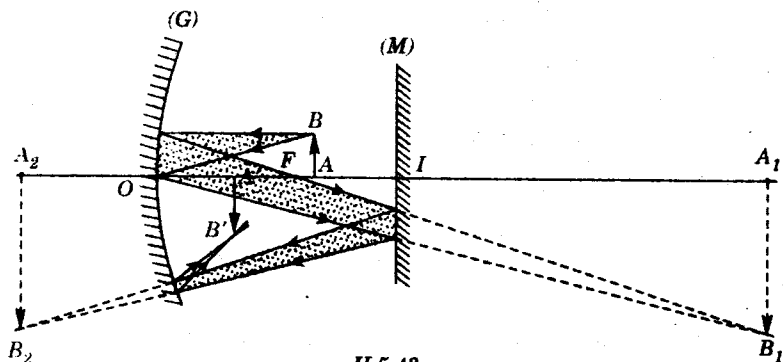
$$k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{10}{-20} = \frac{1}{2}$$

Ảnh A'B' là ảnh thật cách gương (G) một đoạn 10cm.

Ta cũng có :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_3 \cdot k_2 \cdot k_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-4) = -2$$

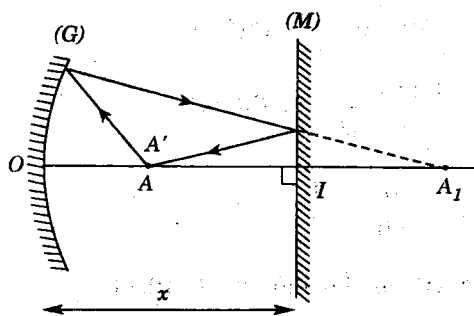
Ảnh A'B' ngược chiều với vật và bằng 2 lần vật.



10.2 Một gương cầu lõm (G) có bán kính cong $R = 30 \text{ cm}$ được đặt đối diện một gương phẳng (M), trục chính của gương cầu vuông góc với gương phẳng.

Trên trục chính, trong khoảng giữa hai gương, có điểm sáng A cách gương cầu đoạn $OA = 20 \text{ cm}$.

Xác định vị trí của gương phẳng (M) để mọi tia sáng phát ra từ A, sau hai lần phản xạ liên tiếp lại qua A.



H.5.44

GIẢI

Giả sử đã xác định được vị trí của gương phẳng (M) để điều kiện của đề bài được nghiệm đúng.

$$(f = \frac{R}{2} = 15\text{cm})$$

Theo tính thuận nghịch của ánh sáng, ta suy ra thứ tự phản xạ không ảnh hưởng tới kết quả.

Xét sự tạo ảnh theo sơ đồ sau :

$$A \xrightarrow[\begin{cases} d_1 \\ d'_1 \end{cases}]{(G)} A_1 \xrightarrow[\begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases}]{(M)} A' \equiv A$$

Ta khảo sát lần lượt các ảnh.

Với A_1 : $d_1 = OA = 20\text{cm}$

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{20 \cdot 15}{20 - 15} = 60(\text{cm})$$

Với A' : Đặt x là khoảng cách giữa hai gương.

$$d_2 = x - d'_1 = x - 60$$

Nếu $A' \equiv A$ thì A' phải là ảnh thật.

$$d'_2 = x - 20 > 0 \quad (x > 20)$$

Nhưng, tính chất của gương phẳng cho:

$$d'_2 = -d_2 = 60 - x$$

$$\Rightarrow x - 20 = 60 - x$$

$$\Rightarrow x = \boxed{40 \text{ cm}}$$

Vậy gương phẳng (M) phải đặt cách gương cầu 40 cm.

CHÚ Ý : Cũng có thể lí luận như sau

Vì $A' \equiv A$ và A' đối xứng A_1 qua gương phẳng nên gương phẳng phải đặt tại trung điểm AA_1 .

$$AA_1 = OA_1 - OA = d'_1 - d_1 = 60 - 20 = 40(\text{cm})$$

$$\Rightarrow AI = \frac{AA_1}{2} = 20\text{cm}$$

$$\text{Do đó : } OI = OA + AI = 40 \text{ cm}$$

- 10.3 Vật kính của một kính thiên văn phản xạ loại nhỏ là một gương cầu lõm (G) có bán kính cong $R = 2\text{m}$ và bán kính đường tròn rìa $r = 10 \text{ cm}$.

Trục chính của gương được hướng tới tâm Mặt Trăng.

a) Tính đường kính của ảnh Mặt Trăng tạo bởi gương cầu lõm. Cho góc trông của Mặt Trăng từ mặt đất là $33'(1' \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{rd})$

b) Một gương phẳng nhỏ (M) được bố trí nghiêng 45° so với trục chính gương cầu để chắn chùm tia phản xạ từ gương cầu.

Tính khoảng cách từ đỉnh gương cầu đến giao điểm của trục chính gương cầu với gương phẳng sao cho ảnh thật của Mặt Trăng ở cách trục chính gương cầu 12 cm .

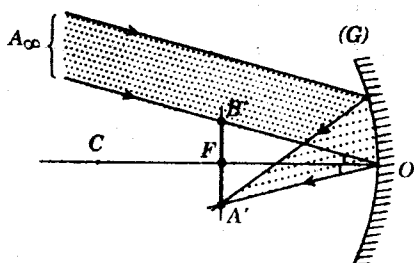
c) Xác định dạng của gương phẳng. Tính kích thước của gương phẳng hình tròn để nó có thể chắn hết chùm tia phản xạ từ gương cầu lõm.

GIẢI

a) Đường kính của ảnh

Mặt Trăng là vật sáng ở vô cực. Ảnh của nó hiện ra ở tiêu diện của gương cầu.

Đường đi của chùm tia song song từ một điểm ở vành ngoài của Mặt Trăng tới gương và phản xạ tạo ảnh được cho bởi hình 5.45 :



H.5.45

Đường kính của ảnh là :

$$D = A'B' = 2f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

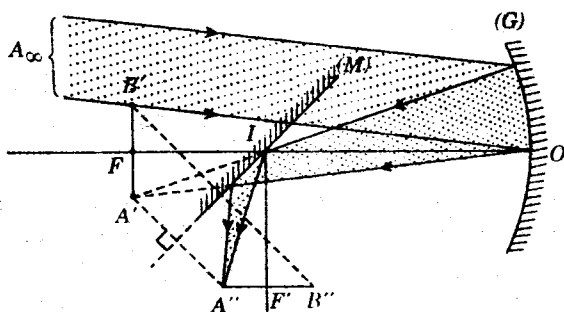
$$\approx f\alpha = \frac{R_\alpha}{2}$$

$$= \frac{2}{2} \cdot 33 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\approx 0,01 \text{ m} = \boxed{1 \text{ cm.}}$$

b) Khoảng cách từ đỉnh gương cầu đến giao điểm của trục chính và gương phẳng

Ảnh sau cùng (tức là ảnh tạo bởi gương phẳng) là ảnh thật. Vậy gương phẳng được đặt trong khoảng giữa đỉnh và tiêu diện của gương cầu.



H.5.46

Ta có đường đi của một chùm tia sáng tạo ảnh như hình 5.46.

Do tính đối xứng giữa ảnh và vật qua gương phẳng, ta có :

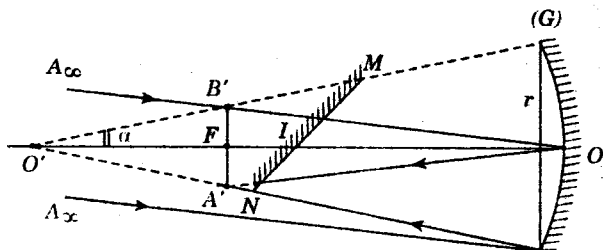
$$IF = IF'' = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Vậy : } OI = OF - IF = \frac{R}{2} - IF$$

$$= \boxed{88 \text{ cm}}$$

c) *Dạng và kích thước của gương phẳng*

Chùm tia phản xạ từ mặt gương cầu tạo thành một hình nón giới hạn bởi các tia phản xạ trên rìa gương cầu.



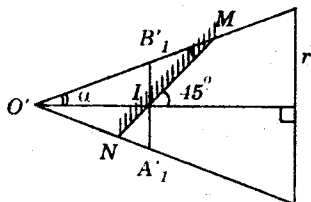
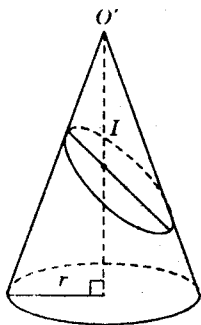
H.5.17

Ta có vị trí của đỉnh O' hình nón xác định bởi :

$$\frac{2r}{D} = \frac{O'F + FO}{O'F} = 1 + \frac{f}{O'F}$$

$$\Rightarrow O'F = \frac{f}{\frac{2r}{D} - 1} = \frac{100}{20 - 1} \approx 5,3(\text{cm})$$

Dạng và kích thước của gương phẳng phải tìm là phần giao của hình nón đỉnh O' nói trên với mặt phẳng của gương phẳng. Đó là một ellip.



H.5.48

Ta có : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{B'F}{O'F} = \frac{0,5}{5,3} \approx 0,094 \Rightarrow \alpha = 5^{\circ}23'$

Vận dụng định lí hàm sin, có thể tính được *trục lớn* của ellip là:

$$MN \approx \boxed{4,5 \text{ cm}}$$

Muốn gương phẳng tròn có thể chắn hết được chùm tia phản xạ từ gương cầu, nó phải có đường kính là 4,65 cm.

- 10.4 Gương cầu lõm (G_1) có tiêu cự $f_1 = -20\text{cm}$ và gương cầu lồi (G_2) có tiêu cự $f_2 = 20\text{cm}$.

Hai gương được đặt đồng trục, mặt phản xạ hướng vào nhau, hai đỉnh cách nhau $l = 50 \text{ cm}$.

Điểm sáng A được đặt trên trục chính cách (G_1) đoạn 20cm.

Xác định các ảnh của A. Vẽ đường đi của ánh sáng.

GIẢI

- Xét các tia sáng tới (G_1) trước. Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$S \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\}]{(G_1)} S_{11} \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}]{(G_2)} S_{21} \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}]{(G_1)} S_{31}$$

Ta xét sự tạo các ảnh liên tiếp.

$$S_{11} : d_1 = 20\text{cm} ;$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20(-20)}{40} = -10(\text{cm})$$

Ảnh S_1 là ảnh ảo, cách (G_1) đoạn 10 cm.

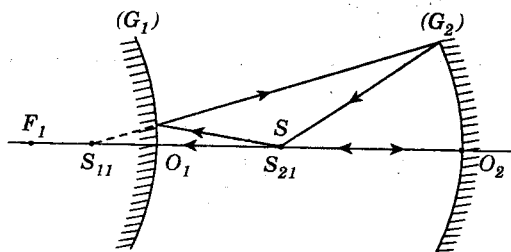
$$S_{21} : d_2 = l - d'_1 = 50 + 10 = 60(\text{cm})$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{60 \cdot 20}{60 - 20} = 30(\text{cm})$$

Ảnh S_2 là ảnh thật cách (G_2) đoạn 30 cm.

$$S_{31} : d_3 = l - d'_2 = 50 - 30 = 20\text{cm} = d_1$$

$$S_{21} \equiv S$$



H.5.49

Vậy sau hai lần phản xạ liên tiếp trên (G_1) rồi (G_2) , chùm tia sáng hội tụ tại S.

Sự phản xạ tiếp theo vẫn tạo các ảnh S_{11} và $S_{21} \equiv S$. Ta có 2 ảnh (H.5.49).

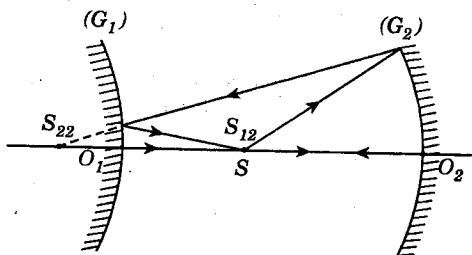
- Xét các tia sáng tới (G_2) trước. Sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow[\begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases}]{(G_2)} S_{22} \xrightarrow[\begin{cases} d_1 \\ d'_1 \end{cases}]{(G_1)} S_{12}$$

Theo tính thuận nghịch của ánh sáng, ta suy ra :

$$S_{22} \equiv S_{11} ;$$

$$S_{12} \equiv S_{21} \equiv S$$



H.5.50

Ta vẫn có hai ảnh của trường hợp đầu.

10.5 Hai gương cầu lõm cùng bán kính $R=40\text{cm}$ được đặt đồng trục, mặt phản xạ hướng vào nhau, hai đỉnh cách nhau đoạn $l = 25\text{cm}$.

a) Xác định vị trí của vật để kích thước các ảnh ảo trong hai gương có tỉ số $1/2$.

b) Tìm điều kiện về l để câu hỏi a có nghiệm.

GIẢI

a) Vị trí vật

Kí hiệu hai gương là (G_1) và (G_2) . Đặt x là khoảng cách từ A đến (G_1) để yêu cầu của bài toán được thỏa.

- Xét sự tạo ảnh do phản xạ trên mỗi gương lần thứ nhất ta có :

$$AB \xrightarrow{(G_1)} A_1B_1 ; \quad AB \xrightarrow{(G_2)} A_2B_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{11} \\ d'_{11} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_{21} \\ d'_{21} \end{array} \right.$$

$$\text{Với : } d_{11} = x ; \quad d_{21} = l - x$$

theo đề bài ta phải có :

$$k_1 > 0 \Rightarrow \frac{f}{f-x} > 0 \quad \Rightarrow x < f \quad (1)$$

$$k_2 > 0 \Rightarrow \frac{f}{f-(l-x)} > 0 \quad \Rightarrow x > l-f \quad (2)$$

$$\frac{k_2}{k_1} = 2 \Rightarrow \frac{f-x}{f-(l-x)} = 2 \quad \Rightarrow f-x = 2f-2(l-x)$$

$$\Rightarrow 3x = 2l-f$$

$$\Rightarrow x = \frac{2l-f}{3} \quad (3)$$

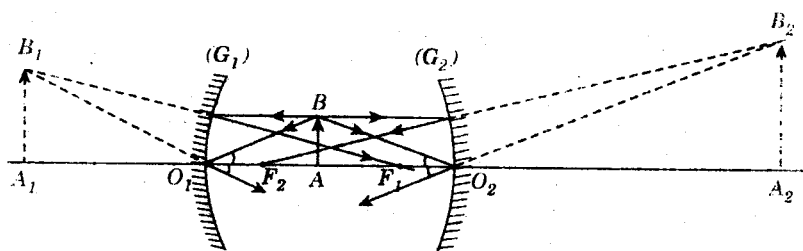
$$\Rightarrow x = \frac{2 \cdot 25 - 20}{3} = \boxed{10 \text{ (cm)}}$$

Ta thấy : $l-f < x < f$

Vậy, vật AB phải đặt cách một trong hai gương đoạn 10cm.

CHÚ Ý : Khoảng cách từ AB tới gương kia là $d_{21} = 15\text{cm}$

$$\text{Đó là nghiệm của phương trình : } \frac{k_1}{k_2} = 2$$



H.5.51

- Xét sự tạo ảnh do phản xạ lần thứ hai trên mỗi gương, ta có :

$$AB \xrightarrow{(G_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(G_2)} A'_1B'_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{11} \\ d'_{11} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_{12} \\ d'_{12} \end{array} \right.$$

$$\text{Với } d_{11} = x = 10\text{cm} : d'_{11} = \frac{d_{11}f}{d_{11} - f} = \frac{10 \cdot 20}{10 - 20} = -20(\text{cm})$$

$$\Rightarrow d_{12} = l - d'_{11} = 25 + 20 = 45(\text{cm})$$

$$d'_{12} = \frac{d_{12}f}{d_{12} - f} = \frac{45 \cdot 20}{45 - 20} > 0 : \text{ảnh thật}$$

Tương tự, ta cũng có :

$$AB \xrightarrow{(G_2)} A_2B_2 \xrightarrow{(G_1)} A'_2B'_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{21} \\ d'_{21} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_{22} \\ d'_{22} \end{array} \right.$$

$$\text{Với } d_{21} = 15\text{cm} : d'_{21} = \frac{d_{21}f}{d_{21} - f} = \frac{15 \cdot 20}{15 - 20} = -60(\text{cm})$$

$$\Rightarrow d_{22} = l - d'_{21} = 25 + 60 = 85(\text{cm})$$

$$d'_{22} = \frac{d_{22}f}{d_{22} - f} = \frac{85 \cdot 20}{85 - 20} > 0 : \text{ảnh thật}$$

Vậy, sự phản xạ lần thứ hai trên hai gương đều tạo ảnh thật, trái với yêu cầu của bài.

Sự phản xạ trong những lần sau cũng đều tạo ảnh thật (chứng minh tương tự).

Do đó, nghiệm tìm được ở trên là duy nhất.

b) Điều kiện về l

Từ các kết quả ở (1), (2), (3) ta suy ra :

$$\frac{2l - f}{3} < f \Rightarrow l < 2f \quad \text{và} \quad \frac{2l - f}{3} > l - f \Rightarrow l < 2f$$

Vậy điều kiện về l để bài toán có nghiệm là :

$l < 2f$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

10.6 Gương cầu lõm (G) có $f = -20$ cm. Đối diện với (G) và vuông góc với trục chính, đặt gương phẳng (M) cách (G) 60 cm. Vật AB phẳng, nhỏ vuông góc với trục chính được đặt trong khoảng giữa hai gương, cách (G) 30 cm.

Xác định tính chất, vị trí, độ phóng đại của ảnh và vẽ ảnh của vật sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên hai gương theo thứ tự :

a) (G) rồi (M)

b) (M) rồi (G).

ĐS : a) Ảnh ảo cách (M) 72 cm; độ phóng đại 0,4.

b) Ảnh ảo cách (G) 16,4 cm; độ phóng đại 0,18.

10.7 Một gương phẳng đặt vuông góc với trục chính của gương cầu lõm tiêu cự f , cách gương cầu lõm đoạn l , hai mặt phản xạ hướng vào nhau.

10.8 Tìm điều kiện về l để một điểm sáng A trên trục chính trong khoảng giữa hai gương có ảnh sau 2 lần phản xạ trùng với chính nó.

$$ĐS : l > 2f$$

- 10.8 Gương cầu lõm (G) tiêu cự 20 cm có điểm A trên trục chính và cách gương 30 cm.

Đối diện với (G) đặt gương phẳng (M) nghiêng 45° so với trục chính của (G) và cách (G) 80 cm.

Xác định ảnh của A sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên (G) rồi (M).

$$ĐS : \text{Ảnh ảo, cách trục chính 20 cm.}$$

- 10.9 Gương cầu lõm có $f = 50$ cm. Trên trục chính có điểm sáng A cách gương 60 cm. Đối diện với gương cầu đặt một gương (M_2) sao cho ánh sáng từ A sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên hai gương lại qua A.

Xác định vị trí M_2 trong hai trường hợp sau:

a) (M_2) là gương phẳng đặt vuông góc với trục chính của gương cầu lõm.

b) (M_2) là gương cầu lõm cùng tiêu cự đặt đồng trục với gương thứ nhất.

$$ĐS : \text{a) Cách gương cầu 180 cm}$$

$$\text{b) Cách gương thứ nhất 360 cm. } 100\text{cm}$$

- 10.10 Hai gương cầu lõm có cùng tiêu cự f được đặt đồng trục, mặt phản xạ quay vào nhau và cách nhau đoạn $4f$.

Một điểm sáng được đặt tại tiêu điểm chính của một gương.

Xác định vị trí các ảnh.

$$ĐS : d'_n = \frac{2n+1}{n+1} f$$

- 10.11 Hai gương cầu lõm giống hệt nhau đồng trục được đặt quay mặt phản xạ hướng vào nhau sao cho hai tiêu điểm chính

trùng nhau. Một điểm sáng S trên trục chính trong khoảng giữa hai gương.

Chứng minh rằng một tia sáng bất kì từ S sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên hai gương sẽ đi qua một điểm cố định.

ĐS : Qua điểm vật.

10.12 Hai gương cầu lõm có các tiêu cự $f_1 = 24\text{cm}$, $f_2 = 16\text{cm}$.

Trục chính của hai gương trùng nhau, mặt phản xạ quay vào nhau, hai đỉnh gương cách nhau 120 cm.

Có hai bóng đèn giống nhau được đặt cách đều trục chính. Xác định vị trí đặt màn và hai bóng đèn để các ảnh trùng khít lên nhau trên màn.

ĐS : $d_1 = 36\text{cm}$; $d_2 = 24\text{cm}$; $d'_1 = 72\text{cm}$; $d'_2 = 48\text{cm}$.

10.13 Hai gương cầu lõm và lồi có tiêu cự $f_1 = 15\text{cm}$ và $f_2 = -10\text{cm}$ được đặt cho trục chính trùng nhau, hai mặt phản xạ đối diện nhau. Các đỉnh gương cách nhau 80 cm.

Xác định vị trí vật AB (vuông góc với trục chính, đặt trên trục chính) để ảnh của vật sau 1 lần phản xạ trên mỗi gương :

- a) có cùng kích thước
- b) đều ảo và gấp 10 lần nhau.

ĐS : a) AB cách gương lõm 60 cm

b) AB cách gương lõm 1,76 cm

10.14 a) Trình bày cách dựng ảnh của điểm sáng A tạo bởi gương cầu lõm trong hai trường hợp sau :

- A ở ngoài trục chính
- A ở trên trục chính

(Xét hai trường hợp ảnh thật và ảnh ảo)

b) Gương cầu lõm (G_1) có $R_1 = 60\text{ cm}$. Điểm A trên trục chính cách gương 45 cm. Xác định ảnh A_1 . Vẽ ảnh.

c) Đặt thêm gương cầu lõm (G_2) cùng bán kính đối diện với (G_1) sao cho hai trục chính trùng nhau, A ở khoảng giữa hai gương. Xác định vị trí của (G_2) để mọi tia sáng từ A sau hai lần phản xạ liên tiếp trên hai gương lại qua A. Chứng tỏ tính chất trên đúng với mọi điểm sáng trên trục chính giữa hai đỉnh.

ĐS : b) Thật; 90 cm

c) 60 cm; 135 cm

- 10.15** Hai gương cầu lõm cùng bán kính cong R được đặt sao cho trục chính trùng nhau, mặt phản xạ hướng vào nhau và cách nhau một khoảng l cùng bằng R . Một vật phẳng nhỏ đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính, trong khoảng giữa hai gương.

Chứng minh rằng hệ hai gương chỉ cho một ảnh thật của vật, không phụ thuộc thứ tự phản xạ và số lần phản xạ của ánh sáng. Hãy xác định vị trí, chiều và độ lớn của ảnh đó.

HD : Xét số lần phản xạ chẵn và số lần phản xạ lẻ.

- 10.16** Một gương cầu lõm (G_1) có bán kính cong $R_1 = 60\text{cm}$.

Một vật phẳng nhỏ AB cao 2 cm đặt trên trục chính, vuông góc với trục, cách gương 0.9 m.

a) Vẽ, xác định vị trí và độ lớn của ảnh A'B' của vật cho bởi gương.

b) Một gương cầu lồi (G_2) nhỏ hơn (G_1) nhiều, đặt trước (G_1) cách (G_1) 36 cm, sao cho trục chính của hai gương trùng nhau và mặt phản xạ của chúng hướng vào nhau. Các tia sáng đi từ vật phản xạ trên (G_1) và sau đó trên (G_2) và tạo một ảnh A'' B'' của vật. Biết ảnh A'' B'' này là ảnh thật ở đúng trên (G_1). Hãy xác định bán kính cong của gương (G_2).

ĐS : b) $R = 24\text{ cm}$

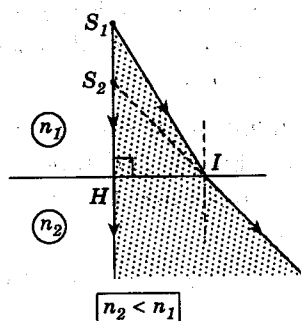
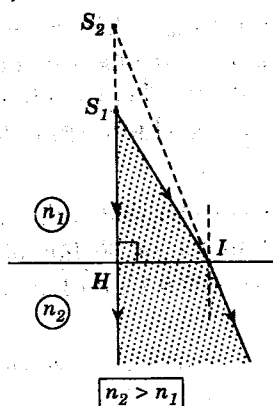
§6. LƯỜNG CHẤT PHẪNG

A - TÓM TẮT GIÁO KHOA

I - Các trường hợp ảnh

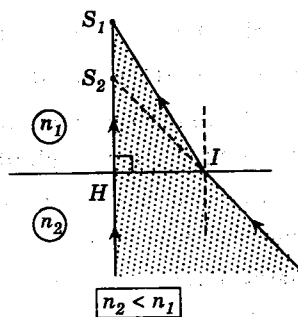
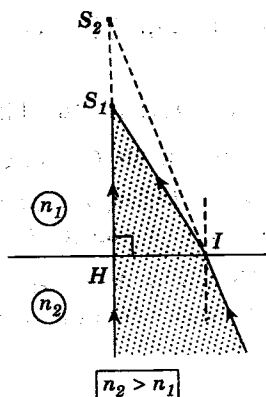
(Chùm tia tới hẹp gần như vuông góc)

a) Vật thật - ảnh ảo



H.6.1

b) Vật ảo - ảnh thật



H.6.2

II – Công thức về lưỡng chất phẳng

(Chùm tia tới hẹp, gần như vuông góc)

$$\frac{HS_1}{n_1} = \frac{HS_2}{n_2}$$

CHÚ Ý : Có thể đặt : $\overline{HS}_1 = d_1$; $\overline{HS}_2 = d_2$ với quy ước :

$$\begin{cases} d_1 > 0 \text{ nếu vật thật} \\ d_1 < 0 \text{ nếu vật ảo} \end{cases} ; \quad \begin{cases} d'_1 > 0 \text{ nếu ảnh thật} \\ d'_1 < 0 \text{ nếu ảnh ảo} \end{cases}$$

Ta có công thức :

$$\frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2} = 0$$

hay

$$\frac{d}{n_1} + \frac{d'}{n_2} = 0$$

B – HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 11

Tính các đại lượng liên quan đến sự tạo ảnh bởi lưỡng chất phẳng

– Áp dụng công thức về lưỡng chất phẳng.

– Để ý :

- Ảnh và vật luôn có bản chất trái ngược.

- Trong biểu thức $\frac{HS_i}{n_i}$, n_i là chiết suất của môi trường mà các tia sáng giao nhau tại S_i truyền trong đó.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

11.1. Một người nhìn một vật ở đáy chậu theo phương thẳng đứng. Đổ nước vào chậu, người này thấy vật gần mình thêm 5cm. Chiết suất của nước là $n = 4/3$.

Tính chiều cao lớp nước đã đổ vào chậu.

GIẢI

Theo công thức về lưỡng chất phẳng, ta có :

$$\frac{HS_1}{n_1} = \frac{HS_2}{n_2}$$

$$HS_1 = h \text{ (độ sâu);}$$

$$n_1 = n = \frac{4}{3}; n_2 = 1$$

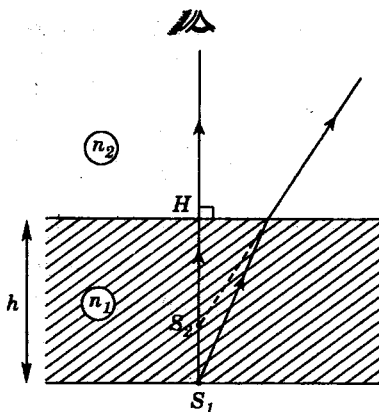
$$\text{Do đó : } HS_2 = \frac{h}{n}$$

$$\Rightarrow S_1S_2 = HS_1 - HS_2$$

$$= h - \frac{h}{n} = h\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\text{Theo đề ta có : } S_1S_2 = \Delta h = 5\text{cm}$$

$$\text{Vậy : } h = \frac{\Delta h}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{5}{1 - \frac{3}{4}} = \boxed{20 \text{ (cm)}}$$



H.6.3

11.2 Đáy của một cốc thủy tinh là một bản mặt song song chiết suất $n = 1,5$.

Đặt cốc lên một tờ giấy nằm ngang rồi nhìn qua đáy cốc theo phương thẳng đứng thì thấy hàng chữ trên giấy tựa như nằm trong thủy tinh, cách mặt trong của đáy 6 mm. Đổ nước vào đầy cốc rồi nhìn qua lớp nước theo phương thẳng đứng thì thấy hàng chữ tựa như nằm trong nước, cách mặt nước 10,2 cm.

Chiết suất của nước là $n' = \frac{4}{3}$.

Tính độ dày của đáy cốc và chiều cao của cốc.

GIẢI

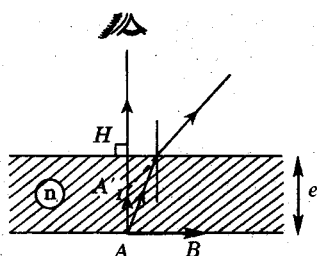
- Khi cốc không chứa nước, mắt thấy ảnh $A'_1B'_1$ của hàng chữ tạo bởi lưỡng chất phẳng (thủy tinh - không khí).

Ta có :

$$HA'_1 = \frac{HA}{n} = \frac{e}{n}$$

$$\Rightarrow e = n.HA'_1$$

$$= 1,5.6 = 9 \text{ (mm)}$$



H.6.4

- Khi cốc chứa đầy nước tới hết độ cao l , mắt thấy ảnh $A'B'$ của hàng chữ tạo bởi quan hệ ghép gồm lưỡng chất phẳng (thủy tinh - nước) và bản mặt song song là lớp nước.

$$AB \xrightarrow{(LCP)} A'_2B'_2 \xrightarrow{(B)} A'B'$$

Ta xét mỗi lần tạo ảnh :

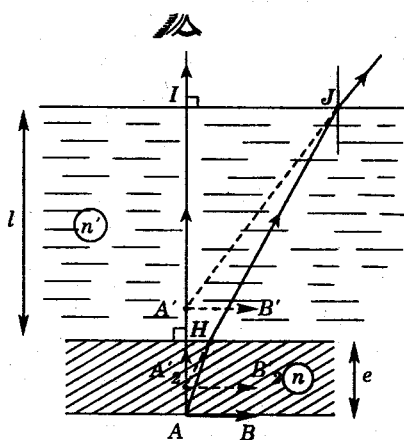
Với $A'_2B'_2$:

$$\frac{HA}{n} = \frac{HA'_2}{n'}$$

$$\Rightarrow HA'_2 = \frac{n'}{n} \cdot HA$$

$$= \frac{n'}{n} \cdot e$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 9 = 8 \text{ (mm)}$$



H.6.5

$$\text{Với } A'B' : IA' = \frac{IA'_2}{n'} \Rightarrow IA'_2 = n' \cdot IA' = \frac{4}{3} \cdot 102 = 136 \text{ (mm)}$$

$$\text{Do đó : } l = IA'_2 - HA'_2 = 136 - 8 = 128 \text{ (mm)}$$

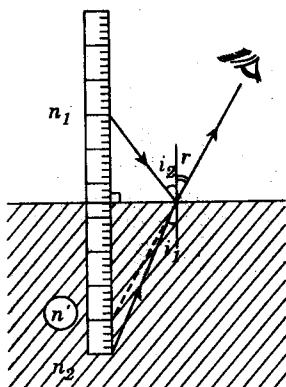
- Vậy đáy cốc dày 9 mm và chiều cao của cốc là 128 mm.

11.3 Một chiếc thước thẳng dài 1m, có 100 độ chia, được nhúng thẳng đứng vào một bể nước. Đầu mang vạch số 100 ở trong nước, đầu mang vạch số 0 ở ngoài không khí. Một người nhìn vào thước theo phương gần như vuông góc với mặt nước. Người đó đồng thời thấy hai ảnh của thước: ảnh của phần thước ở ngoài không khí và ảnh của phần thước nhúng trong nước.

- Hãy giải thích hiện tượng mà người đó quan sát được.
- Người quan sát thấy ảnh của vạch 100 trùng với ảnh của vạch 9. Tính chiều dài của phần thước ngập trong nước.
- Ấn sâu thước cho vạch 100 chạm đáy bể thì thấy ảnh của vạch 100 nằm phía dưới, cách ảnh của vạch số 0 là 19 độ chia. Xác định độ sâu của bể nước. Cho chiết suất của nước là $4/3$.

GIẢI

a) Giải thích hiện tượng



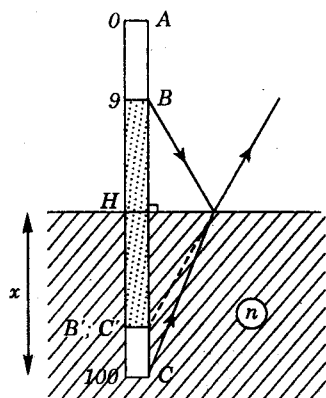
H.6.6

– Tia sáng từ mỗi vạch của phần thước trong không khí phản xạ ở mặt nước. Nếu tia phản xạ lọt vào mắt, người quan sát thấy ảnh đảo ngược của vạch này.

– Tia sáng từ mỗi vạch của phần thước chìm trong nước khúc xạ tại mặt thoáng. Nếu tia khúc xạ lọt vào mắt, người quan sát thấy ảnh của vạch này (ảnh được nâng lên).

– Hai ảnh của hai vạch trùng nhau có nghĩa là tia phản xạ và khúc xạ nói trên trùng nhau và cùng lọt vào mắt người quan sát.

b) Chiều dài phần thước ngập trong nước



H.6.7

Ta có :

* C' là ảnh của C (vạch 100) do khúc xạ.

$$HC' = \frac{HC}{n} = \frac{x}{n}$$

* B' là ảnh của B (vạch 9) do phản xạ.

$$HB' = HB = CB - x$$

Nếu B' trùng C' ta có :

$$CB - x = \frac{x}{n}$$

Nhưng $CB = 100 - 9 = 91$ (vạch chia)

$$\text{Do đó : } 91 - x = \frac{3x}{4}$$

$$7x = 364 \Rightarrow x = \frac{364}{7} = \boxed{52(\text{cm})}$$

Vậy phần ngập trong nước có chiều dài 52 cm.

c) Bề sâu của bể

Tương tự như trên :

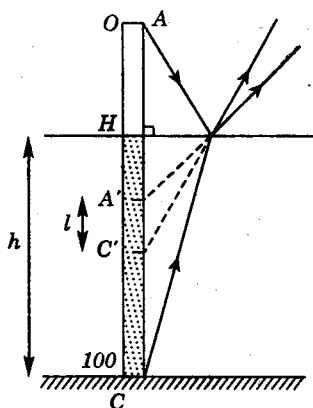
* C' là ảnh của C do khúc xạ.

$$HC' = \frac{HC}{n} = \frac{h}{n}$$

* A' là ảnh của A do phản xạ.

$$HA' = HA = AB - h$$

Theo đề : $HC' - HA' = 19$



H.6.8

Suy ra : $\frac{h}{n} - (100 - h) = 19 \Rightarrow \frac{3h}{4} + h = 119$

Vậy ta có : $h = \frac{476}{7} = \boxed{68 \text{ (cm)}}$

Bề sâu của bể nước là 68cm.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

11.4 Mắt người quan sát và cá ở hai vị trí đối xứng nhau qua mặt thoáng và cách nhau 1,20m. Nước có chiết suất $n = 4/3$.

a) Người thấy cá cách mắt mình bao xa ?

b) Cá thấy mắt người cách nó bao xa ?

ĐS : a) 1,05m

b) 1,40m

11.5 Vật S trong không khí và ảnh S' của nó do một thợ lặn dưới nước nhìn lên theo hướng thẳng đứng cách nhau 2m. Cho chiết suất của nước là $4/3$. Xác định vị trí của S và S'

ĐS : Cách mặt nước 6m và 8m

11.6 Một chậu hình hộp, đáy phẳng, chứa chất lỏng có chiết suất $n = 1,732 = \sqrt{3}$, chiều cao $h = 4\text{cm}$.

Một tia sáng phát ra từ điểm vật S ở đáy chậu tới I ở mặt thoáng với góc tới i .

a) Định i để tia khúc xạ và tia phản xạ vuông góc nhau.

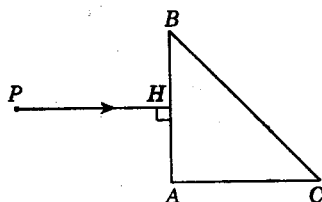
b) Dựng ảnh S' của S tạo bởi một chùm tia sáng hẹp qua I theo phương vuông góc. Tính khoảng cách từ S' đến mặt thoáng.

c) Thay chất lỏng trên bằng một chất lỏng khác có cùng chiều cao. Đặt trên mặt thoáng một màn chắn tròn bán kính $R = 3\text{cm}$ có tâm nằm trên đường thẳng đứng qua S. Phải đặt mắt sát mặt thoáng mới nhìn thấy ảnh S'.

Tính chiết suất của chất lỏng sau.

- ĐS : a) 30°
b) 2,3 cm
c) 1,66

- 11.7 Một khối lăng trụ thẳng là tam giác vuông cân có hai cạnh bằng nhau là 2cm và chiết suất 1,6. Một chùm tia sáng hẹp nằm trong mặt phẳng của một tiết diện vuông góc phát ra từ điểm P, ở trên đường thẳng vuông góc mặt AB và qua trung điểm H của cạnh AB, truyền tới mặt AB. Cho $PH = 50\text{cm}$.



H.6.9

- Xác định ảnh P_1 của P tạo bởi lưỡng chất phẳng AB.
- Chứng tỏ mọi tia sáng từ P tới mặt BC đều có $i > i_{gh}$.
Xác định ảnh P_2 của P tạo bởi mặt BC.
- Xác định ảnh sau cùng P' của P tạo bởi lăng kính.
- Thay lăng kính bằng gương phẳng đặt theo BC. Điểm sáng P có ảnh P'' qua gương này. Tính khoảng cách $P'P''$.

- ĐS : a) 80cm
b) $i_{gh} = 38^\circ 41'$
c) 51,25cm từ AC
d) 0,75cm

Bài toán 12

Lưỡng chất phẳng ghép với gương phẳng hay gương cầu

– Sơ đồ tạo ảnh qua quang hệ ghép :

$$AB \xrightarrow{(LCP)} A_1B_1 \xrightarrow{(G)} A_2B_2 \xrightarrow{(LCP)} A'B'$$

- Ta áp dụng các công thức tương ứng về *lượng chất phẳng* và về *gương*.

Để ý khi thực hiện tính toán :

- *Bề dày của lớp môi trường tạo thành lượng chất phẳng tiếp xúc với gương phẳng* phải được tính vào các khoảng cách.
- *Bề dày của lớp môi trường tạo thành lượng chất phẳng tiếp xúc với gương cầu* được bỏ qua (điều kiện tương đương của gương cầu).

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

12.1 Một chậu nước có đáy phẳng tráng bạc. Lớp nước trong chậu dày 10cm. Chiết suất nước là $4/3$.

a) Chiếu vào chậu một tia sáng nghiêng 45° so với mặt nước.

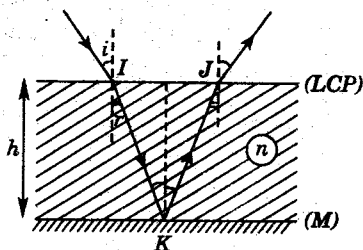
Tính khoảng cách từ điểm tia tới đi vào mặt nước đến điểm ló ra của tia khúc xạ ra khỏi mặt nước.

b) Một người soi vào chậu, mặt cách mặt nước 10cm. Người này thấy ảnh cách mình bao nhiêu ?

GIẢI

a) *Khoảng cách giữa điểm tới và điểm ló*

- Áp dụng định luật khúc xạ ở I ta có :



H.6.10

$$\begin{aligned} \sin r &= \frac{\sin i}{n} = \frac{\sin 45^\circ}{n} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{4} \approx 0,53 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow r = \arcsin 0,53 \approx 32^\circ$$

Tia tới và tia phản xạ ở K đều có góc tới và góc phản xạ là r .

Ở J, góc tới cũng là r.

Theo tính thuận nghịch của tia sáng, góc ló là

$$i' = i = 45^\circ$$

- Tam giác IKJ là tam giác cân. Ta suy ra :

$$IJ = 2h \operatorname{tg} r = 2.10.\operatorname{tg} 32^\circ \approx 2.10.0,625 = \boxed{12,5 \text{ (cm)}}$$

b) Khoảng cách giữa mặt người và ảnh

Đặt AB là mặt người. Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{\text{(LCP)}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{(M)}} A_2B_2 \xrightarrow{\text{(LCP)}} A'B'$$

Xét mỗi ảnh được tạo ta có :

$$\text{Với } A_1B_1 : HA = \frac{HA_1}{n} \Rightarrow HA_1 = n \cdot HA$$

$$HA_1 = \frac{4}{3} \cdot 10 = \frac{40}{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : KA_2 = KA_1 = KH + HA_1$$

$$= 10 + \frac{40}{3} = \frac{70}{3} \text{ (cm)}$$

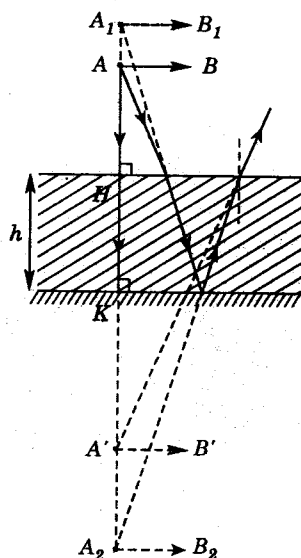
$$\text{Với } A'B' : HA' = \frac{HA_2}{n} = \frac{HK + KA_2}{n}$$

$$= \frac{10 + \frac{70}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{100}{4} = 25 \text{ (cm)}$$

Khoảng cách mà người soi nhìn thấy ảnh của mặt mình là :

$$l = AA' \approx AH + HA' = 10 + 25$$

$$= \boxed{35 \text{ (cm)}}$$



H.6.11

12.2 Gương cầu lõm (G) có $R = 40\text{cm}$. Điểm vật A trên trục chính cách đỉnh gương 60cm .

- Xác định ảnh A_1 .
- Đổ một lớp nước mỏng ($n = 4/3$) vào gương. Xác định ảnh A_2 của A tạo bởi hệ.
- Điểm A phải có vị trí nào để mọi tia sáng phát từ A truyền qua hệ lại trở về A.
- Ứng dụng kết quả của b và c để vẽ ảnh của vật AB (trên trục chính, vuông góc trục chính) tạo bởi hệ.

GIẢI

a) Ảnh A_1 tạo bởi gương cầu

Ta có : $f = \frac{R}{2} = \frac{40}{2} = 20(\text{cm})$

$$d = 60\text{cm} \Rightarrow d' = \frac{df}{d - f} = \frac{60 \cdot 20}{60 - 20} = \boxed{30\text{cm}}$$

Ảnh A_1 là ảnh *thật*, cách gương 30 cm .

b) Ảnh A_2 tạo bởi hệ :

- Quang hệ ghép gồm $\left\{ \begin{array}{l} \text{lưỡng chất phẳng (không khí - nước)} \\ \text{gương cầu} \end{array} \right.$

Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right.]{\text{(LCP)}} A'_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.]{\text{(G)}} A'_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right.]{\text{(LCP)}} A_2$$

Ta xét mỗi ảnh được tạo bởi hệ.

Với A'_1 : $d_1 = \overline{HA}$; $d'_1 = \overline{HA'_1}$

$$d_1 = -\frac{d'_1}{n} \Rightarrow d'_1 = -nd_1 = -\frac{4}{3} \cdot 60 = -80(\text{cm})$$

Với A'_2 : Có thể xem $H \equiv O$.

A'_1 là ảnh ảo tạo bởi lưỡng chất phẳng, ở trước gương. Nó là vật thật đối với (G).

$$d_2 = -d'_1 = 80 \text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{80 \cdot 20}{80 - 20} = \frac{80}{3} \text{ (cm)}$$

Với A_2 : A'_2 là ảnh thật tạo bởi (G), ở trước gương. Nó là vật ảo đối với lưỡng chất phẳng.

$$d_3 = -d'_2 = -\frac{80}{3} \text{ cm}$$

$$\frac{d_3}{n} = -d'_3 \Rightarrow d'_3 = -\frac{-\frac{80}{3}}{\frac{4}{3}} = \boxed{20 \text{ (cm)}}$$

Ảnh sau cùng A_2 là ảnh thật, cách gương 20 cm.

c) Vị trí của A để ảnh sau cùng A_2 trùng A

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$A \xrightarrow{\text{(LCP)}} A'_1 \xrightarrow{\text{(G)}} A'_2 \xrightarrow{\text{(LCP)}} A_2 \equiv A$$

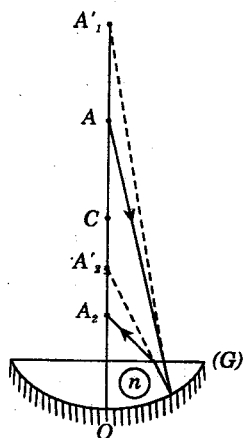
Theo tính thuận nghịch của ánh sáng ta suy ra :

$$A'_2 \equiv A'_1$$

$$\text{Vậy đối với (G) ta có : } A'_1 \xrightarrow{\text{(G)}} A'_2 \equiv A'_1 \quad \begin{cases} d_2 \\ d'_2 = d_2 \end{cases}$$

Ảnh A'_1 có vị trí trùng với tâm của gương (G). Thật vậy :

$$\frac{d_2 f}{d_2 - f} = d_2 \Rightarrow d_2(d_2 - 2f) = 0 \Rightarrow d_2 = 2f$$



H.6.12

Do đó, đối với lưỡng chất phẳng ta có :

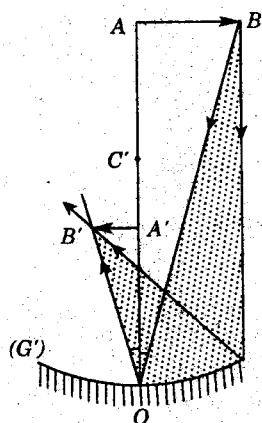
$$A \xrightarrow{(LCP)} C$$

$$\begin{cases} d_1 \\ d'_1 = -2f \end{cases}$$

$$d_1 = -\frac{d'_1}{n} = \frac{2f}{\frac{4}{3}} = \frac{3f}{2} = \boxed{30\text{cm}}$$

Điểm A để ảnh sau cùng tạo bởi hệ trùng với chính nó có vị trí cách gương 30 cm.

d) Vẽ ảnh của AB tạo bởi hệ



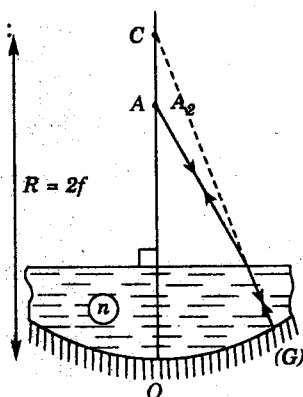
H.6.14

Hệ ghép tạo chùm tia sau cùng truyền ngược chiều chùm tia tới nên có tác dụng như một gương. Điểm A cách gương 30 cm có ảnh sau cùng trùng với nó. Có thể coi hệ ghép tương đương với một gương cầu lõm (G') có tâm C' ở vị trí của điểm A nêu trên.

Vậy :

$$R' = 30 \text{ cm} \Rightarrow f' = \frac{R'}{2} = 15\text{cm} .$$

Để dựng ảnh A'B' của AB, ta thay hệ đã cho bởi gương tương đương (G')



H.6.13

(Hình vẽ với bề dày lớp chất lỏng được phóng đại)

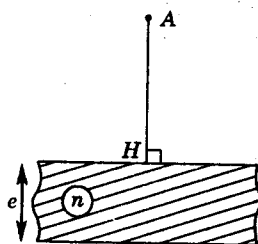
■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

12.3 Một bản thủy tinh dày $e = 1 \text{ cm}$ có chiết suất $n = 1,5$ được tráng bạc mặt dưới. Điểm A cách bản thủy tinh đoạn $AH = d$.

Mắt nhìn theo phương AH thấy hai ảnh của A.

a) Giải thích sự tạo thành các ảnh này. Vẽ đường đi của chùm tia sáng.

b) Phải đặt một gương phẳng ở đâu thay cho bản thủy tinh trên để A có ảnh đúng ở vị trí của ảnh sáng nhất (trong số hai ảnh tạo bởi bản)?



H.6.15

ĐS : a) Cách A đoạn $(d + \frac{e}{n})$

12.4* Một hồ nước có độ sâu H. Một người ngồi trên thuyền quan sát đáy hồ từ gần tới xa. Độ sâu biểu kiến thay đổi ra sao.

HD : Tính $\frac{\Delta i}{\Delta r}$

12.5* Một gương cầu lõm có bán kính $R = 55\text{cm}$ được đặt cho trục chính thẳng đứng, bề lõm hướng lên trên. Đặt vào gương một lớp mỏng chất lỏng chiết suất n . Một điểm sáng A trên trục chính có hai ảnh cho bởi quang hệ này, một ảnh trùng với nó và ảnh kia cách A đoạn $l = 30\text{cm}$. Tính n .

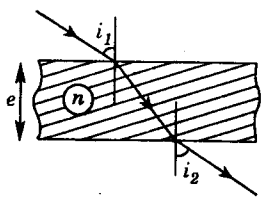
ĐS : $n = 1,6$ và $n = 1,25$

§7. BẢN MẶT SONG SONG

A - TÓM TẮT GIÁO KHOA

I - Đường đi của tia sáng

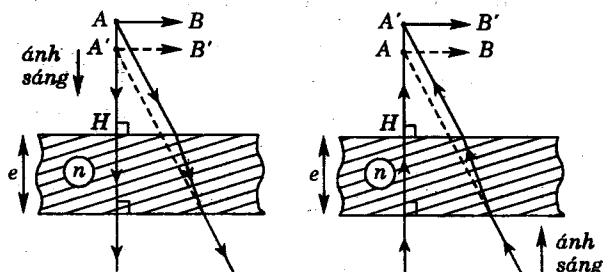
Tia sáng truyền qua bản mặt song song không đổi phương (tia ló song song với tia tới).



H.7.1

II - Sự tạo ảnh bởi bản mặt song song

(Chùm tia sáng hẹp gần như vuông góc; $n > 1$)



H.7.2

- Ảnh và vật luôn có bản chất trái ngược.
- Nhìn qua bản mặt song song, vật như thể bị dời đi theo chiều ánh sáng. ($n > 1$)
- Ảnh và vật bằng nhau về độ lớn.

III - Công thức về bản mặt song song

1. Độ dời ngang của tia sáng

$$d = \frac{e \sin(i - r)}{\cos r} = e \sin i \left[1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right]$$

2. Khoảng cách vật - ảnh

$$AA' = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

CHÚ Ý : Có thể đặt :

$$\overline{HA} = d ; \quad \overline{HA'} = d'$$

với quy ước dấu như sau :

$$\begin{cases} d > 0 : \text{vật thật} ; d < 0 : \text{vật ảo} \\ d' > 0 : \text{ảnh thật} ; d' < 0 : \text{ảnh ảo} \end{cases}$$

Công thức về vị trí của ảnh tạo bởi bản mặt song song có thể viết :

$$d + d' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$$

B - HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 13

Tính các đại lượng liên quan đến sự truyền ánh sáng qua bản song song và sự tạo ảnh bởi bản song song.

- Áp dụng định luật khúc xạ.
- Áp dụng công thức về bản mặt song song

$$AA' = d + d' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

- Nếu bản mặt song song tiếp giáp với hai môi trường khác nhau ở hai mặt, ta coi đó là một hệ *hai lưỡng chất phẳng* song song hoặc hình dung có một *lớp môi trường vô cùng mỏng* để đưa về bản mặt song song thông thường.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

13.1 Một bản thủy tinh phẳng, chiết suất n , có hai mặt song song đặt trong không khí.

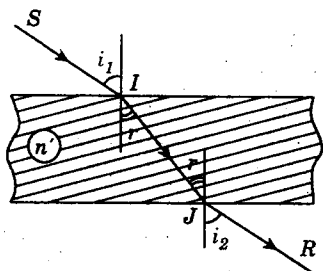
a) Tia tới SI truyền qua bản có tia ló JR. Chứng tỏ JR song song với SI.

b) Nếu đặt hai bản sát nhau (chiết suất khác nhau), chứng tỏ tia ló vẫn song song tia tới.

GIẢI

a) Chứng minh tia ló song song với tia tới

- Ở I, ta có : $\sin i_1 = n \cdot \sin r$



H.7.3

b) Chứng minh tia ló vẫn song song với tia tới khi có hai bản song song đặt sát nhau.

Áp dụng định luật khúc xạ liên tiếp ở I, J, K ta có :

$$\begin{aligned} \sin i_1 &= n \cdot \sin r_1 \\ &= n' \sin r_2 = \sin i_2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow i_2 = i_1$$

Vậy : $KR \parallel SI$

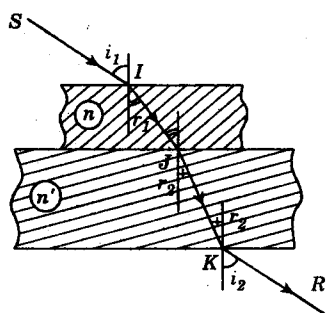
Ở J ta có :

$$\sin r = \frac{1}{n} \cdot \sin i_2$$

Do đó :

$$i_2 = i_1$$

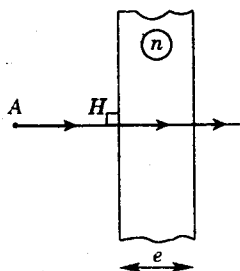
- Vậy : $JR \parallel SI$



H.7.4

13.2 Cho bản hai mặt song song có bề dày $e = 6 \text{ cm}$, chiết suất $n = 1,5$.

Tính khoảng cách vật - ảnh trong các trường hợp :



H.7.5

a) A và bản đều đặt trong không khí.

b) A và bản đều đặt trong nước (chiết suất $n' = 4/3$).

c) A đặt trong nước, mặt kia của bản tiếp giáp với không khí.

(Cho $AH = 20 \text{ cm}$)

GIẢI

a) Trường hợp 1 :

Công thức về khoảng cách vật - ảnh của bản mặt song song cho :

$$AA' = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 6 \left(1 - \frac{2}{3} \right) = \boxed{2 \text{ (cm)}}$$

b) Trường hợp 2 :

Tương tự trường hợp thứ nhất ta có :

$$AA' = e \left(1 - \frac{n'}{n} \right) = 6 \left(1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} \right) = \frac{6}{9} \approx \boxed{0,67 \text{ (cm)}}$$

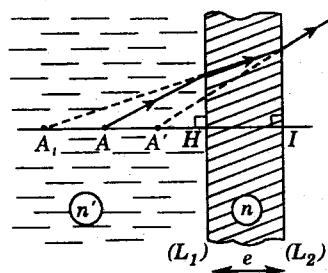
c) Trường hợp 3 :

Coi bản song song là hệ ghép gồm hai lưỡng chất phẳng song song (L_1) và (L_2) ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow{(L_1)} A_1 \xrightarrow{(L_2)} A'$$

Xét lần lượt mỗi ảnh tạo ra, ta có :

$$\begin{aligned} \frac{HA}{n'} &= \frac{HA_1}{n} \Rightarrow HA_1 = \frac{n}{n'} HA \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 20 = 22,5 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



H.7.6

$$\frac{IA_1}{n} = IA' \Rightarrow IA' = \frac{28,5}{\frac{3}{2}} = 19 \text{ (cm)} \Rightarrow AA' = IA - IA' = \boxed{7 \text{ (cm)}}$$

Chùm tia ló phân kì. Vậy ảnh ảo, cách mặt thứ hai 19 cm.

CHÚ Ý : Cũng có thể coi giữa môi trường nước và bản thủy tinh có một lớp không khí vô cùng mỏng. Ta áp dụng công thức về bản mặt song song để tính độ dời vật - ảnh.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

13.3 Có một hình hộp chữ nhật thành mỏng trong suốt chứa không khí đặt trong nước (chiết suất n).

a) Vẽ đường đi của tia sáng xuyên qua hai mặt hộp đối diện ứng với góc tới bất kì.

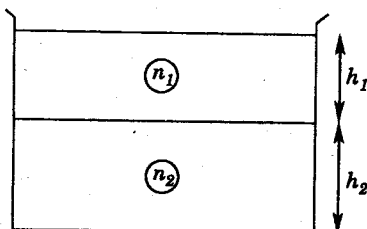
b) Vẽ ảnh tạo bởi bản song song này. Nêu nhận xét.

HD : Áp dụng định luật khúc xạ

13.4 Một chậu chứa hai chất lỏng trong suốt, không hòa tan vào nhau. Chiết suất và bề dày của các chất lỏng là :

$$n_1 = 1,3; \quad h_1 = 3\text{cm}$$

$$n_2 = 1,5; \quad h_2 = 5\text{cm}$$

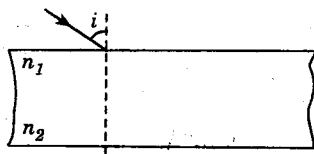


H.7.7

Xác định ảnh của đáy chậu khi nhìn theo phương vuông góc mặt thoáng.

ĐS : 5,65cm

13.5 Một bản song song được làm bằng một chất trong suốt có chiết suất biến thiên đều theo bề dày từ n_1 đến n_2 .



Một tia sáng tới mặt trên với góc tới i . Tia sáng rời bản với góc ló ra sao ?

HD : Chia thành vô số bản mỏng

H.7.8

13.6* Một chùm tia sáng hẹp tới đập vuông góc với một bản hai mặt song song ở điểm A ($x = 0$). Chiết suất của bản biến đổi theo công thức :

$$n_x = \frac{n_A}{1 - \frac{x}{R}} \quad (n_A ; R \text{ là những hằng số})$$

Chùm tia tới rời bản ở điểm B theo góc α . Hãy tính :

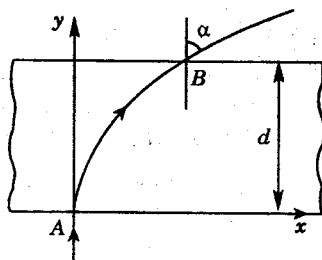
a) n_B ở B

b) x_B

c) bề dày d của bản

Áp dụng số : $n_A = 1,2$; $R = 13\text{cm}$;

$\alpha = 30^\circ$



H.7.9

ĐS : a) $n_B = 1,3$

b) $x_B = 1\text{cm}$

c) $d = 5\text{cm}$

Bài toán 14

Bản mặt song song ghép với gương phẳng hay gương cầu

- Sơ đồ tạo ảnh :

- Vật đặt giữa gương (G) và bản mặt song song (B) có hai cách tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(B)} A'_1B'_1 ; AB \xrightarrow{(G)} A_1B_1 \xrightarrow{(B)} A'_2B'_2$$

- Vật đặt ở ngoài bản song song (B) :

$$AB \xrightarrow{(B)} A_1B_1 \xrightarrow{(G)} A_2B_2 \xrightarrow{(B)} A'B'.$$

- Với mỗi lần tạo ảnh, ta áp dụng công thức của quang hệ tương ứng.

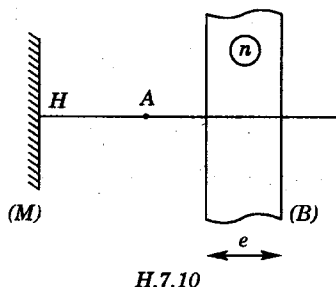
Để ý với bản mặt song song (B) có $n > 1$, ảnh dời đi so với vật theo chiều ánh sáng một đoạn không đổi

$e(1 - \frac{1}{n})$; ảnh và vật có bản chất trái ngược.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

- 14.1 Cho quang hệ sau đây, (M) là gương phẳng, (B) là bản mỏng song song. $e = 6\text{cm}$; $n = 1,5$; $AH = 20\text{cm}$

- Xác định các ảnh của A.
- Mắt nhìn qua bản song song thấy được những ảnh nào ?



GIẢI

- a) Các ảnh của A

Các tia sáng phát ra từ A truyền theo hai cách :

- Qua bản mỏng song song :

$$A \xrightarrow{(B)} A'_1$$

Vật thật A có ảnh A'_1 ảo dời theo chiều ánh sáng đoạn AA'_1 xác định bởi :

$$AA'_1 = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) = 6 \left(1 - \frac{2}{3} \right) = \boxed{2 \text{ (cm)}}$$

- Qua hệ ghép (gương + bản) :

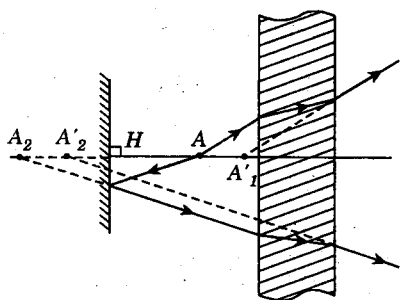
$$A \xrightarrow{(M)} A_2 \xrightarrow{(B)} A'_2$$

Ta xét mỗi lần tạo ảnh

Với A_2 : A là vật thật; A_2 là ảnh ảo.

$$HA_2 = HA = 20\text{cm}.$$

Với A'_2 : Đối với ánh sáng phản xạ, A_2 là vật thật. Bản mỏng song song tạo ảnh ảo A'_2



H.7.11

$$A_2A'_2 = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 2\text{cm}.$$

Ảnh A'_2 dời theo chiều ánh sáng 2cm so với vật nghĩa là cách gương (M) đoạn 18cm.

b) Các ảnh mắt thấy được

- Các tia sáng tạo ảnh lọt vào mắt thì mắt thấy được ảnh đó.

- Vậy, mắt đặt sau bản song song nhìn vật, sẽ thấy hai ảnh A'_1 và A'_2

14.2 Cho quang hệ ghép sau đây :

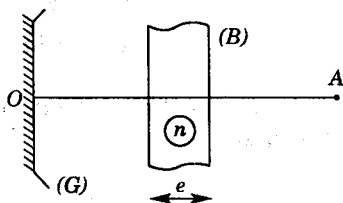
(G) là gương cầu lõm, bán kính R; (B) là bản mặt song song.

$R = 20\text{cm}$; $e = 6\text{cm}$, $n = 1,5$;

$OA = 32\text{cm}$

a) Xác định ảnh của A tạo bởi quang hệ ghép.

b) A phải có vị trí nào thì ảnh A' trùng với nó ?



H.7.12

GIẢI

a) Ảnh tạo bởi quang hệ

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow{(B)} A_1 \xrightarrow{(G)} A_2 \xrightarrow{(B)} A'$$

$\left\{ \begin{array}{l} d \\ d' \end{array} \right.$

Ta lần lượt xét mỗi ảnh.

Với A_1 : A là vật thật đối với bản song song (B).

A_1 là ảnh ảo, dời so với vật theo chiều ánh sáng đoạn:

$$AA_1 = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 6\left(1 - \frac{2}{3}\right) = 2(\text{cm})$$

Với A_2 : A_1 ở trước gương, là vật thật.

$$d = OA_1 = OA - AA_1 = 32 - 2 = 30(\text{cm})$$

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{dR}{2d - R} = \frac{30 \cdot 20}{60 - 20} = 15(\text{cm})$$

A_2 là ảnh thật cách gương 15cm.

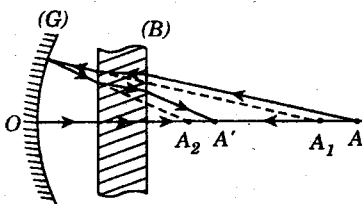
Với A' : Tùy theo vị trí tương đối của bản (B) so với gương cầu (G), có hai trường hợp :

- A_2 là vật thật đối với (B) : A' là ảnh ảo
- A_2 là vật ảo đối với (B) : A' là ảnh thật

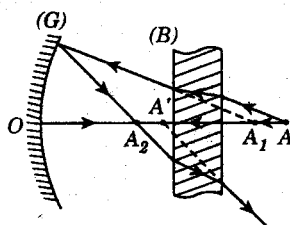
Trong cả hai trường hợp, ảnh dời so với vật theo chiều ánh sáng đoạn : *

$$A_2A' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 2\text{cm} .$$

- Đường đi của các tia sáng :



a) A' : ảnh thật



b) A' : ảnh ảo

H.7.13

b) Vị trí của A để ảnh A' trùng A

Khi A' trùng với A, ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow{(B)} A_1 \xrightarrow{(G)} A_2 \xrightarrow{(B)} A' \equiv A$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d \\ d' \end{array} \right.$$

Tính thuận nghịch của đường đi ánh sáng cho thấy :

$$A_2 \equiv A_1$$

Suy ra trong sự tạo ảnh bởi gương cầu (G) ta có :

$$d' = d$$

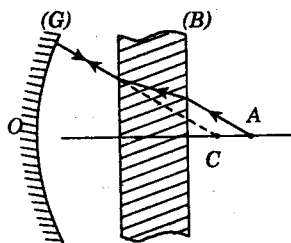
$$\Rightarrow \frac{f}{d-f} = 1 \Rightarrow d = 2f$$

$$\Rightarrow A_1 \equiv C \text{ (tâm gương)}$$

$$\text{Vậy : } OA = OA_1 + A_1A$$

$$= R + e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

$$= \boxed{22 \text{ (cm)}}$$



H.7.14

14.3 Một vật phẳng nhỏ AB được đặt trước và song song với một bản thủy tinh (B) có hai mặt phẳng song song với nhau, dày $e = 6\text{cm}$, chiết suất $n = 1,5$. Quan sát ảnh của AB qua bản theo phương vuông góc với bản.

a) Tính khoảng cách vật - ảnh. So với vật, ảnh dời đi hướng nào ?

b) Đặt ngay sau bản một gương cầu lõm (G) có trục chính vuông góc với bản và qua A.

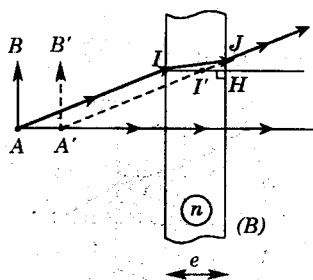
Trên màn (E) đặt song song với AB, ta thu được ảnh rõ nét của AB, cao 12cm .

Bỏ bản thủy tinh đi, phải dời màn (E) lại gần gương thêm một đoạn 38cm mới thu được ảnh rõ nét của AB. Ảnh này cao 6cm.

Hãy tính tiêu cự của gương cầu (G).

GIẢI

a) Khoảng cách vật - ảnh



H.7.15

- Ta có : $AA' = II'$

Có thể coi I' là ảnh của I tạo bởi lưỡng chất phẳng (thủy tinh - không khí).

$$HI' = \frac{HI}{n} = \frac{e}{n}$$

$$\Rightarrow II' = IH - HI' = e - \frac{e}{n}$$

Vậy : $AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 6\left(1 - \frac{2}{3}\right) = \boxed{2(\text{cm})}$

- Ảnh dời so với vật theo chiều ánh sáng một đoạn 2cm.

b) Tiêu cự của gương

- Khi còn bản thủy tinh, sơ đồ tạo ảnh là :

$$AB \xrightarrow{(B)} A_1B_1 \xrightarrow{(G)} A_2B_2 \xrightarrow{(B)} A'B'$$

Ta suy ra :

A_1B_1 là ảnh ảo; $A_1B_1 = AB$; A_1B_1 dời đi 2cm theo chiều ánh sáng.

A_1B_1 là vật thật đối với gương và có ảnh thật A_2B_2 .

A_2B_2 là vật ảo đối với bản và có ảnh thật $A'B'$.

$A'B' = A_2B_2$; $A'B'$ dời đi 2cm theo chiều ánh sáng.

- Khi bỏ bản thủy tinh, sơ đồ tạo ảnh là :

$$AB \xrightarrow{(G)} A''B''$$

AB là vật thật và có ảnh thật A''B''.

- Chỉ xét sự tạo ảnh bởi gương cầu trong hai trường hợp, ta có (H.7.16) :

Vật dời $\Delta d = 2\text{cm}$, ảnh tạo bởi gương cầu dời

$$\Delta d' = -38 + 2 = -36(\text{cm}).$$

Ta thiết lập được hệ thức (xem bài 8.3 và 20.1) :

$$\frac{\Delta d'}{\Delta d} = -k_1 k_2$$

$$\Rightarrow k_1 k_2 = -\frac{-36}{2} = 18$$

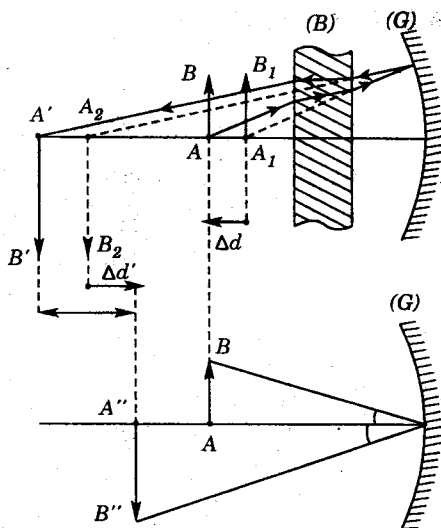
$$\text{Ngoài ra : } \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{AB}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_2 = -3 = \frac{f}{f - d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{4f}{3} \\ k_1 = -6 = \frac{f}{f - d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{7f}{6} \end{cases}$$

Vậy ta có :

$$\Delta d = d_2 - d_1 = \frac{f}{6} = 2$$

$$\Rightarrow f = \boxed{12(\text{cm})}$$



H.7.16

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

14.4 Trước gương phẳng (M) có điểm sáng A cách gương 20 cm.

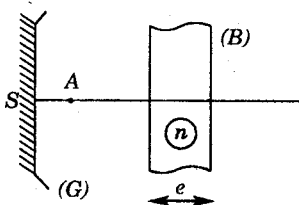
- Xác định ảnh A' của A.
- Xen vào giữa gương và điểm sáng A một bản mặt song song (B) có bề dày 6cm và chiết suất $n = 1,5$.

Xác định ảnh A'' của A tạo bởi quang hệ ghép.

ĐS : a) Ảo, đối xứng với A

b) Ảo, cách gương 16 cm.

14.5 Cho quang hệ như hình 7.17 ((G) : gương cầu lõm; (B) : bản mặt song song).



H.7.17

$R = 20\text{cm}$; $SA = 5\text{cm}$; $e = 15\text{cm}$;
 $n = 1,5$.

- Xác định các ảnh của A.
- Nhìn qua bản song song, mắt thấy được những ảnh nào ?

ĐS : a) 3 ảnh

b) 2 ảnh

14.6 Một điểm sáng A được đặt trước một bản mặt song song (B), cách đoạn d.

Bản mặt song song có bề dày e, chiết suất n.

- Xác định ảnh của A tạo bởi bản.
- Đặt thêm ngay sau bản một gương cầu lõm (G) có trục chính vuông góc với bản và qua A.

Xác định ảnh của A tạo bởi quang hệ ghép. Chứng tỏ quang hệ ghép tương đương với một gương cầu duy nhất. Xác định vị trí và tiêu điểm của gương cầu tương đương.

ĐS : a) Ảo; dời $\Delta d = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

b) $\frac{(d - \Delta d)f}{(d - \Delta d) - f} + \Delta d$

- 14.7 Đặt một vật phẳng nhỏ AB trước và song song với một bản thủy tinh (B) có hai mặt phẳng song song với nhau, dày 3cm, chiết suất $n = 1,5$.

Quan sát ảnh của vật AB qua bản thủy tinh theo phương vuông góc với bản.

a) Tìm khoảng cách vật - ảnh.

b) Đặt ngay sau bản một gương cầu lõm (G) có trục chính vuông góc với bản và qua A. Trên màn (E) đặt song song với AB, ta thu được ảnh rõ nét của AB cao 1,2 cm. Nếu bỏ bản thủy tinh đi thì phải dịch chuyển màn (E) lại gần gương một khoảng 13 cm thì mới lại thu được ảnh rõ nét của AB. Ảnh này cao 0,9 cm.

Tính tiêu cự của gương.

ĐS : a) 1 cm

b) $f = 12$ cm

§8. LĂNG KÍNH

A - TÓM TẮT GIÁO KHOA

I - Điều kiện có tia ló

$$(\text{Đặt : } \sin \gamma_0 = \frac{1}{n})$$

- Điều kiện để có :

$$A \leq 2\gamma_0$$

- Điều kiện đủ :

$$i_1 \geq i_0$$

$$[\sin i_0 = n \cdot \sin(A - \gamma_0)]$$



H.8.1

CHÚ Ý : * Góc i_0 có thể có giá trị âm, dương hoặc bằng 0.

* Quy ước :

$$i \begin{cases} > 0 : \text{tia sáng ở dưới pháp tuyến} \\ < 0 : \text{tia sáng ở trên pháp tuyến} \end{cases}$$

$$r \begin{cases} > 0 : \text{tia sáng ở trên pháp tuyến} \\ < 0 : \text{tia sáng ở dưới pháp tuyến} \end{cases}$$

(dưới : về phía đáy; trên: về phía cạnh)

II - Công thức của lăng kính

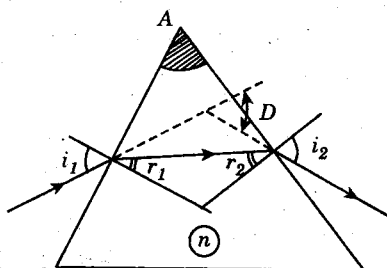
- Trường hợp tổng quát :

$$\sin i_1 = n \cdot \sin r_1$$

$$\sin i_2 = n \cdot \sin r_2$$

$$A = r_1 + r_2$$

$$D = i_1 + i_2 - A$$



($n > 1$: tia ló lệch về đáy)

H.8.2

- Trường hợp góc nhỏ :

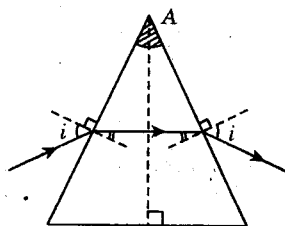
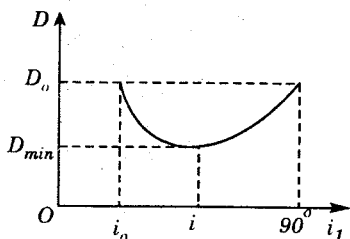
$$i_1 = nr_1$$

$$i_2 = nr_2$$

$$A = r_1 + r_2$$

$$D = (n - 1)A$$

III - Góc lệch cực tiểu



H.8.3

- Khi có góc lệch cực tiểu, đường đi của tia sáng đối xứng qua mặt phẳng phân giác của góc chiết quang A.

- Công thức :

$$i = \frac{D_{\min} + A}{2} ; r = \frac{A}{2}$$

$$n = \frac{\sin \frac{D_{\min} + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 15

Tính toán liên quan đến đường đi của tia sáng qua lăng kính

- Áp dụng công thức về góc của lăng kính.

Chú ý phân biệt góc lớn và góc nhỏ.

- Điều kiện về tia ló :

Áp dụng hệ thức : $\sin i_1 \geq n \sin(A - \gamma_0)$ hoặc thiết lập các hệ thức liên lạc từ điều kiện :

$$r_2 \leq i_{gh}$$

ở mặt thứ hai của lăng kính.

- Lăng kính có sự phản xạ toàn phần ở một mặt :

Ta có ở mặt này hệ thức sau đây :

$$r > i_{gh}$$

- Lăng kính trong điều kiện góc lệch cực tiểu :

- Đường đi của tia sáng đối xứng qua mặt phẳng phân giác của góc chiết quang.
- Góc lệch tăng với mọi biến thiên Δi của góc tới i_1 ở mặt thứ nhất.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

15.1 Lăng kính có chiết suất $n = 1,50$ và góc chiết quang $A = 30^\circ$. Một chùm tia sáng hẹp, đơn sắc được chiếu vuông góc đến mặt trước của lăng kính.

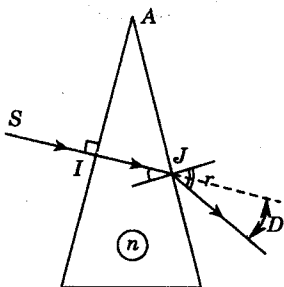
a) Tính góc ló và góc lệch của chùm tia sáng.

b) Giữ chùm tia tới cố định, thay lăng kính trên bằng một lăng kính cùng kích thước nhưng có chiết suất $n' \neq n$. Chùm tia ló sát mặt sau của lăng kính. Tính n' .

c) Nếu trong điều kiện của câu b lăng kính thay thế có cùng chiết suất như lăng kính đã cho nhưng có góc chiết quang $A' \neq A$ thì A' có giá trị nào ? (Chùm tia ló cũng sát mặt sau).

GIẢI

a) Góc ló - Góc lệch



H.8.4

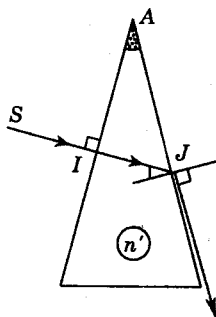
Ở I : $i = 0 \Rightarrow r = 0$

Tia sáng truyền thẳng vào lăng kính.

Ở J : $i_j = 30^\circ$ (góc có cạnh vuông góc).

$$\sin r = n \cdot \sin i_j = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,75$$

$$r = \arcsin 0,75 \approx \boxed{48^\circ 35'}$$



H.8.5

Suy ra góc lệch :

$$D = r - i_j = 48^\circ 35' - 30^\circ = \boxed{18^\circ 35'}$$

b) Chiết suất n' của lăng kính thay thế

Ta có ở J trong trường hợp này :

$$n' \cdot \sin i_j = \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow n' = \frac{1}{\sin 30^\circ} = \boxed{2}$$

c) Góc chiết quang A' của lăng kính thay thế

Tương tự câu b, ta có ở J :

$$n \cdot \sin A' = \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \sin A' = \frac{1}{n} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$\text{Vậy : } A' = \arcsin 0,67 \approx \boxed{42^\circ}$$

15.2 Lăng kính có chiết suất n và góc chiết quang A . Một tia sáng đơn sắc được chiếu tới lăng kính sát mặt trước.

Tia sáng khúc xạ vào lăng kính và ló ra ở mặt kia với góc ló i' .

Thiết lập hệ thức liên lạc giữa n , A , i' .

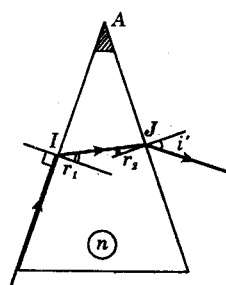
GIẢI

- Ta có ở I :

$$n \cdot \sin r_1 = \sin 90^\circ \Rightarrow \sin r_1 = \frac{1}{n}$$

Mặt khác :

$$r_1 + r_2 = A \Rightarrow r_2 = (A - r_1)$$



H.8.6

- Ở J :

$$n \cdot \sin r_2 = \sin i'$$

$$\Rightarrow n \cdot \sin(A - r_1) = \sin i'$$

$$\Rightarrow \sin A \cdot \cos r_1 - \sin r_1 \cdot \cos A = \frac{\sin i'}{n}$$

$$\Rightarrow \sin A \cdot \sqrt{1 - \sin^2 r_1} - \sin r_1 \cdot \cos A = \frac{\sin i'}{n}$$

$$\Rightarrow \sin A \cdot \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} - \frac{\cos A}{n} = \frac{\sin i'}{n}$$

Do đó :

$$\frac{\cos A + \sin i'}{\sin A} = \sqrt{n^2 - 1}$$

15.3 Lăng kính thủy tinh có tiết diện thẳng là tam giác cân ABC đỉnh A. Một tia sáng đơn sắc được chiếu vuông góc tới mặt bên AB. Sau hai lần phản xạ toàn phần trên hai mặt AC và AB, tia sáng ló ra khỏi đáy BC theo phương vuông góc với BC.

a) Tính góc chiết quang A của lăng kính.

b) Tìm điều kiện mà chiết suất n của lăng kính phải thỏa.

GIẢI

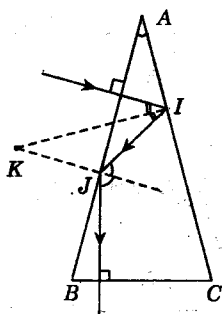
a) Góc chiết quang A

- Ở mặt AB tia sáng khúc xạ và truyền thẳng vào lăng kính tới I ở mặt AC.

Ta có :

$$i_1 = \hat{A} \text{ (góc có cạnh vuông góc)}$$

Theo đề, tia sáng phản xạ toàn phần tới J ở mặt AB.



H.8.7

Ta có : $i_J = \hat{B}$ (góc có cạnh vuông góc)

Mặt khác : $\hat{K} = \hat{A}$

Tam giác IJK là tam giác cân.

- Tính chất góc ngoài của tam giác cho :

$$i_J = 2i_I \Rightarrow \hat{B} = 2\hat{A}$$

Vậy : $5\hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = \boxed{36^\circ}$

b) Điều kiện về chiết suất

Ta phải có : $i_I > i_{gh} \Rightarrow \sin A > \frac{1}{n} \Rightarrow \sin 36^\circ > \frac{1}{n}$

Do đó : $n > \frac{1}{\sin 36^\circ} = \frac{1}{0,588}$

$\Rightarrow \boxed{n > 1,70}$

15.4

Một lăng kính thủy tinh có chiết suất $n = 1,41 \approx \sqrt{2}$. Tiết diện thẳng của lăng kính là tam giác đều ABC. Chiều một tia sáng nằm trong mặt phẳng của tiết diện thẳng tới AB sao cho có tia ló ở AC với góc ló là 45° .

a) Tính góc lệch giữa tia ló và tia tới.

b) Giảm góc tới vài độ thì góc lệch thay đổi ra sao ?

GIẢI

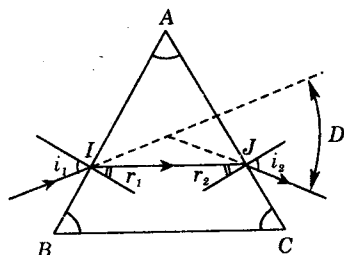
a) Góc lệch

- Ở J định luật khúc xạ cho :

$$\sin i_2 = n \cdot \sin r_2$$

$$\Rightarrow \sin r_2 = \frac{\sin i_2}{n} = \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow r_2 = 30^\circ$$



H.8.8

Do đó : $r_1 = A - r_2 = 60 - 30 = 30^\circ$

Suy ra : $i_1 = i_2 = 45^\circ$

- Tia sáng đã cho truyền qua lăng kính trong điều kiện góc lệch cực tiểu.

Vậy : $D = D_{\min} = 2i - A = 90^\circ - 60^\circ = \boxed{30^\circ}$

b) *Biến thiên của góc lệch*

Góc lệch đang có giá trị cực tiểu $D_{\min}$. Mọi biến thiên của i đều làm tăng D .

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

- 15.5 Một lăng kính có tiết diện vuông góc là một tam giác đều ABC. Một chùm tia sáng đơn sắc hẹp SI được chiếu tới mặt AB trong mặt phẳng của tiết diện vuông góc và theo phương vuông góc đường cao AH của ABC. Chùm tia ló khỏi mặt AC theo phương sát với mặt này.

Tính chiết suất của lăng kính.

ĐS : $n = 1,51$

- 15.6 Một lăng kính thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$. Tiết diện vuông góc là tam giác vuông cân ABC ($\hat{A} = 90^\circ$). Tia sáng đơn sắc SI được chiếu tới mặt AB theo phương song song BC. Xác định đường đi của tia sáng qua lăng kính.

ĐS : a) Phản xạ toàn phần trên mặt BC và ló khỏi mặt AC theo phương song song với tia SI

b) Phản xạ toàn phần trên mặt AC và ló khỏi mặt BC với góc $i \approx 25^\circ 50'$

- 15.7 Lăng kính thủy tinh có $n = 1,5$ góc $A = 60^\circ$. Chiếu một chùm tia sáng hẹp đơn sắc tới lăng kính trong mặt phẳng của tiết diện vuông góc.

a) Tính i_1 để tia ló và tia tới đối xứng nhau qua mặt phẳng phân giác của A.

b) Tính góc lệch.

ĐS : a) $48^\circ 35'$

b) $37^\circ 10'$

15.8 Một lăng kính thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$. Một tia sáng qua lăng kính có góc lệch cực tiểu bằng góc chiết quang A của lăng kính. Tính A.

ĐS : 83°

15.9 Một lăng kính thủy tinh chiết suất $n = 1,732 = \sqrt{3}$ có tiết diện vuông góc là một tam giác đều ABC. Tia sáng SI, nằm trong mặt phẳng của tiết diện vuông góc tới mặt AB dưới góc tới $i = 60^\circ$.

a) Vẽ đường đi của tia sáng. Nhận xét.

b) Giữ SI cố định, quay lăng kính một góc nhỏ quanh trục qua A và song song với cạnh. Xác định chiều quay của tia ló đối với chiều quay của lăng kính.

ĐS : a) Đối xứng qua mặt phẳng phân giác của A.

b) D tăng

15.10 Một lăng kính thủy tinh chiết suất $n = 1,41 \approx \sqrt{2}$, góc chiết quang $\hat{A} = 60^\circ$. Tia sáng SI từ đáy truyền lên tới mặt lăng kính ở I với góc tới i .

a) Xác định giá trị của i :

– ứng với góc lệch cực tiểu

– để không có tia ló.

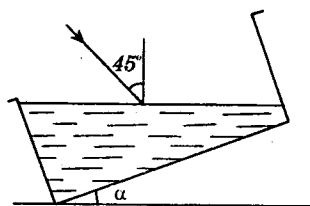
b) Nếu $\hat{A} = 90^\circ$ thì có kết quả gì ?

(Cho : $\sqrt{2}\sin 15^\circ = \sin 21^\circ 28'$)

ĐS : a) 45° ; $< 21^\circ 28' 15''$

b) Chỉ có một trường hợp có tia ló.

15.11 Chậu chứa chất lỏng chiết suất $n = 1,5$. Tia tới chiếu đến mặt thoáng với góc tới 45° .



H.8.9

a) Tính góc lệch khi ánh sáng khúc xạ vào chất lỏng.

b) Đáy chậu nằm ngang. Chất lỏng có bề dày $e = 20\text{cm}$. Tính khoảng cách giữa tia tới và tia ló ra khỏi đáy chậu.

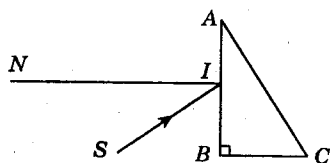
c) Tia tới cố định. Nghiêng đáy chậu góc α . Tính α để có góc lệch giữa tia tới và tia ló có giá trị như ở câu a.

ĐS : a) $16^\circ 52'$

b) $6,58\text{cm}$

c) $28^\circ 08'$

15.12 Một lăng kính có tiết diện vuông góc là tam giác vuông ABC (vuông góc ở B, $A < C$)

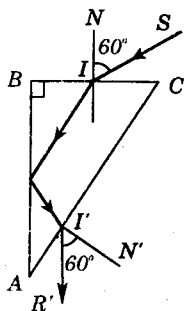


H.8.10

a) Tia tới SI được chiếu tới mặt AB trong điều kiện góc lệch cực tiểu. Quay lăng kính quanh pháp tuyến IN của mặt

AB góc 180° , tia tới được giữ nguyên. Lúc đó có phản xạ toàn phần trên mặt AC và phương của tia ló $I'B' \perp SI$.

Tính $\hat{A}$ và $\hat{C}$.



H.8.11

b) Chiếu tia tới SI đến mặt BC với góc tới 60° . Phản xạ toàn phần xảy ra trên mặt AB và góc ló trên mặt AC là 60° . Tính chiết suất n của lăng kính. Tính góc tới i và góc lệch cực tiểu D_m trong vị trí đầu tiên của lăng kính ở a.

c) Tia SI được chiếu tới mặt AB với góc tới 60° (SI ở trong góc AIN). Xác định đường đi

của tia sáng qua lăng kính. Tính góc hợp bởi tia ló và tia tới. Làm lại câu c nếu :

* $SI \perp AB$

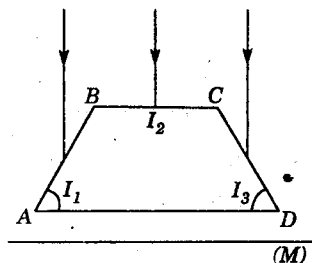
* SI có góc tới 60° nhưng ở trong góc $\widehat{BIN}$

ĐS : a) $\hat{A} = 30^\circ$; $\hat{C} = 60^\circ$

b) $n = \sqrt{3} = 1,732$; $26^\circ 40'$; $23^\circ 20'$

c) 30°

- 15.13** Một lăng kính thủy tinh có tiết diện thẳng là một hình thang cân ABCD có góc ở đáy $\hat{A} = 60^\circ$, ba cạnh AB, BC, CD cùng bằng $a = 4\text{cm}$. Cho ba chùm tia sáng đơn sắc song song, hẹp, rơi vào trung điểm I_1, I_2, I_3 của ba mặt AB, BC, CD theo phương vuông góc với đáy nhỏ BC.



H.8.12

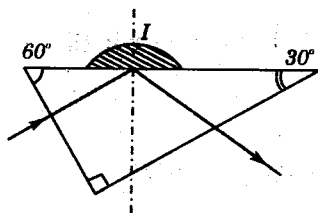
Chiết suất của thủy tinh đối với ánh sáng này là $n = 1,732$. Tính khoảng cách giữa ba vệt sáng do ba chùm tia trên tạo trên một màn (M) đặt song song với mặt AD, cách mặt đó một khoảng $d = 20\text{cm}$. Vị trí các vệt sáng đó thay đổi thế nào khi xoay lăng kính một góc nhỏ quanh một trục qua I_2 và vuông góc với mặt phẳng ABCD.

ĐS : Hai vệt sáng hai bên cách vệt sáng giữa 32,6cm; Di xa vệt giữa.

- 15.14** Một lăng kính thủy tinh có chiết suất $n = 1,6$. Chiếu một tia sáng theo phương vuông góc mặt bên của lăng kính. Tia sáng phản xạ toàn phần ở mặt bên thứ hai. Tính giá trị nhỏ nhất của A.

ĐS : $A_{\min} = 38^\circ 42'$

- 15.15** Một lăng kính thủy tinh ($n = 1,5$) có tiết diện vuông góc như hình 8.13. Trên mặt huyền có một giọt chất lỏng trong



H.8.13

suốt. Chùm tia sáng hẹp SI được chiếu tới mặt bên theo phương vuông góc và gặp chất lỏng ở I.

Tính giá trị lớn nhất của chiết suất chất lỏng để có phản xạ toàn phần ở I.

$$DS : n' = 1,3$$

15.16 Lăng kính thủy tinh chiết suất n có tiết diện vuông góc là tam giác ABC với $\hat{A} = 90^\circ$; $\hat{B} = 75^\circ$.

Một chùm tia sáng hẹp SI trong mặt phẳng của tiết diện vuông góc chiếu tới mặt AB dưới góc tới i .

- Tìm hệ thức giữa i và n để tia khúc xạ II' hợp với BC góc 45° .
- Tìm điều kiện về n để tia khúc xạ II' phản xạ toàn phần ở I' trên BC.
- Trong điều kiện của câu b, chứng tỏ tia ló $I'R$ ra khỏi lăng kính theo phương vuông góc SI.

$$DS : a) \sin i = n/2$$

$$b) n > \sqrt{2}$$

Bài toán 16

Quang hệ gồm lăng kính ghép với gương phẳng hay với lăng kính khác

- Lăng kính ghép với gương phẳng :

Kết hợp các công thức về lăng kính với định luật phản xạ trên gương phẳng.

- Lăng kính có mặt tráng bạc :

Mặt tráng bạc phản xạ ánh sáng như một gương phẳng với mọi góc tới.

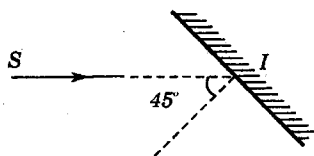
- Lăng kính ghép với lăng kính :

- Nếu hai mặt sát nhau, mặt tiếp xúc là mặt phân giới hai môi trường lăng kính.
- Áp dụng liên tiếp các công thức về lăng kính

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

16.1 Cho quang hệ như hình 8.14.

Lăng kính có góc chiết quang $A = 4^\circ$, chiết suất $n = 1,5$.



H.8.14

Tia tới SI nằm ngang.

Sau khi phản xạ trên gương phẳng, tia sáng tới mặt trên của lăng kính.

a) Tính góc lệch giữa tia tới và tia ló.

b) Phải quay gương phẳng góc bao nhiêu để tia ló vuông góc với tia tới ?

GIẢI

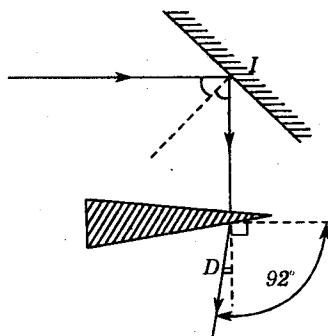
a) Góc lệch giữa tia ló và tia tới

- Trong sự phản xạ trên gương phẳng, ta có :

$$i = 45^\circ \Rightarrow i' = 45^\circ$$

Tia phản xạ vuông góc với tia tới nghĩa là có phương thẳng đứng.

- Lăng kính có góc chiết quang A nhỏ. Tia sáng tới lăng kính có góc



H.8.15

tối nhỏ (theo bố trí của hình). Đối với lăng kính, góc lệch là :

$$D = (n - 1)A = (1,5 - 1)4^\circ = 2^\circ$$

Tia tới nằm ngang, tia ló khỏi lăng kính lệch 2° so với phương thẳng đứng (về phía đáy).

Suy ra góc lệch giữa tia tới và tia ló là :

$$D' = 90^\circ + 2^\circ = \boxed{92^\circ}$$

b) Góc phải quay gương

- Đối với lăng kính

$$D = (n - 1)A = 2^\circ = \text{const.}$$

- Vậy, nếu muốn tia ló vuông góc với tia tới đầu tiên, phải đổi phương tia tới lăng kính tức là tia phản xạ. Tia này phải quay 2° về phía xa đáy lăng kính.

Tia tới SI cố định, muốn tia phản xạ trên gương phẳng quay góc 2° thì gương phải quay góc :

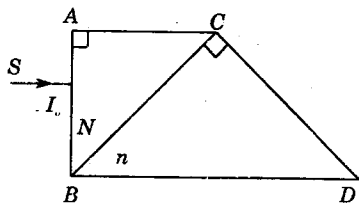
$$\alpha = \frac{2^\circ}{2} = \boxed{1^\circ}$$

16.2 Người ta gắn hai lăng kính có tiết diện thẳng là các tam giác vuông cân như hình vẽ. Lăng kính ABC có chiết suất N , lăng kính BCD có chiết suất n .

Một chùm tia sáng hẹp đơn sắc, song song chiếu vuông góc tới mặt AB và khúc xạ ở I ở mặt BC.

a) Muốn chùm tia sáng này ló ra khỏi mặt BD tại I' sau khi phản xạ toàn phần trên mặt CD thì các chiết suất N và n phải thỏa mãn điều kiện nào ?

b) Trong điều kiện trên, góc lệch giữa tia tới và tia ló là bao nhiêu ?



H.8.16

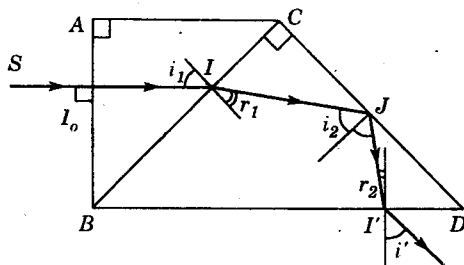
GIẢI

a) Điều kiện về N và n

- Ở I_0 , tia sáng khúc xạ truyền thẳng tới I trên mặt BC . Ở I ta có :

$i_1 = 45^\circ$ (góc có cạnh vuông góc)

Theo đề, tia sáng khúc xạ ở I .



H.8.17

$$N \cdot \sin 45^\circ = n \cdot \sin r_1$$

$$\Rightarrow \sin r_1 = \frac{N}{n\sqrt{2}}$$

- Ở J trên CD , tia sáng phản xạ toàn phần. Ta có :

$$\sin i_2 > \frac{1}{n} \Rightarrow \cos r_1 > \frac{1}{n} \Rightarrow \sqrt{1 - \sin^2 r_1} > \frac{1}{n}$$

$$\text{Suy ra : } \sqrt{2n^2 - N^2} > \sqrt{2} \quad \left(n > \frac{N}{\sqrt{2}} \right)$$

- Ở I' trên BD ta có :

$$r_2 = 45^\circ - (90^\circ - i_2) = i_2 - 45^\circ$$

Vì tia sáng khúc xạ ở I' , ta suy ra :

$$\begin{aligned} \sin r_2 < \frac{1}{n} &\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} [\sin i_2 - \cos i_2] < \frac{1}{n} \\ &\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{2n^2 - N^2}}{n\sqrt{2}} - \frac{N}{n\sqrt{2}} \right] < \frac{1}{n} \\ &\Rightarrow \sqrt{2n^2 - N^2} - N < 2 \\ &\Rightarrow \sqrt{2n^2 - N^2} < N + 2 \end{aligned}$$

- Kết hợp các kết quả trên, ta có :

$$\sqrt{2} < \sqrt{2n^2 - N^2} < N + 2$$

b) Góc lệch giữa tia tới và tia ló

Tia tới có hướng của BD. Góc lệch là :

$$\delta = 90^\circ - i'$$

$$\Rightarrow \cos \delta = \sin i' = n \cdot \sin r_2$$

Theo trên, ta có :

$$\cos \delta = \left[\frac{\sqrt{2n^2 - N^2} - N}{2} \right]$$

Vậy :

$$\delta = \arccos \left[\frac{\sqrt{2n^2 - N^2} - N}{2} \right]$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

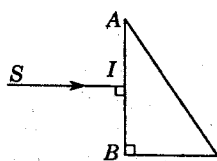
16.3 Một lăng kính có tiết diện vuông góc là tam giác cân ABC ($\hat{A} = 36^\circ$; $\hat{B} = \hat{C}$). Mặt AC được tráng bạc, chiết suất của lăng kính là $n = 1,5$. Tia sáng đơn sắc SI được chiếu đến mặt AB theo phương vuông góc mặt này. Sau hai lần phản xạ bên trong lăng kính, tia sáng ló ra khỏi mặt BC.

a) Vẽ đường đi của tia sáng.

b) Tính góc lệch giữa tia tới và tia ló.

ĐS : 72°

16.4 Cho quang hệ có cấu tạo như hình 8.18. Lăng kính có góc $\hat{A} = 30^\circ$ và chiết suất $n = \sqrt{3}$; (M) là gương phẳng đặt song song với mặt AB.



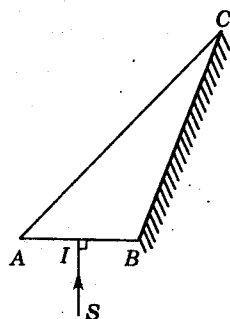
(M) Tia tới SI vuông góc với AB. Tia ló sau cùng ra khỏi mặt AB của lăng kính.

Tính góc ló.

ĐS : 60°

H.8.18

- 16.5** Một lăng kính thủy tinh, chiết suất $n = \sqrt{3}$ có tiết diện là một tam giác ABC với $\hat{A} = 45^\circ$, $\hat{B} = 112^\circ 30'$ mặt BC được mạ bạc. Một tia sáng đơn sắc SI rơi vào mặt AB tại tâm điểm I của AB. Vẽ đường đi tiếp theo của tia sáng; tính góc tạo bởi tia tới SI và tia ló ra khỏi lăng kính trong hai trường hợp :



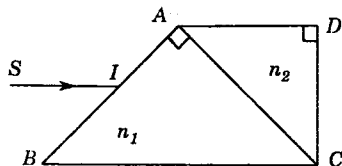
H.8.19

- Tia SI rơi vuông góc vào mặt AB;
- Tia SI rơi xiên một góc nhỏ với mặt AB.

ĐS : a) 45°

b) 45°

- 16.6** Một lăng kính (P_1) bằng thủy tinh có chiết suất n_1 , có tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ABC với góc A vuông. Mặt bên AC của nó được dán với mặt huyền của một lăng kính (P_2), cũng có tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ACD với góc D vuông, nhưng bằng thủy tinh có chiết suất n_2 . Một tia sáng đơn sắc SI màu vàng rơi vào điểm I của mặt AB theo phương song song với cạnh huyền BC. Đối với ánh sáng màu này các chiết suất có



H.8.20

giá trị $n_1 = 1,414$; $n_2 = 1,732$.

a) Tìm điều kiện mà đoạn AI phải thỏa mãn để tia khúc xạ trong (P_1) không bị phản xạ toàn phần ở mặt huyền BC.

b) Giả sử điều kiện này được thỏa, chứng minh rằng tia sáng ló ra khỏi mặt DC song song với tia tới. Vẽ tia sáng đó.

$$ĐS : a) AI < \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (AB = AC = a)$$

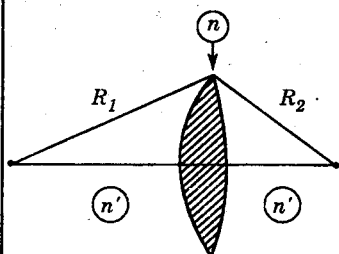
$$b) r_2 = 45^\circ$$

§9. THẤU KÍNH

A- TÓM TẮT GIÁO KHOA

I - Công thức về tiêu cự

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \sum \frac{1}{R_i}$$



H.9.1

n : chiết suất tuyệt đối của chất làm thấu kính.

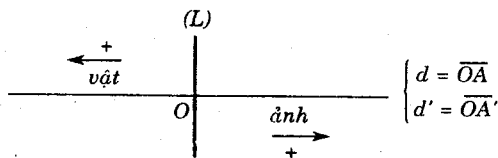
n' : chiết suất tuyệt đối của môi trường hai bên thấu kính

$R > 0$ nếu mặt cầu lõm

$R < 0$ nếu mặt cầu lồi

$R \rightarrow \infty$ nếu mặt giới hạn phẳng

II - Công thức về ảnh



H.9.2

1. Độ phóng đại

$$k = -\frac{d'}{d}$$

2. Vị trí

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$$

Các hệ quả : $d' = \frac{df}{d - f}$; $d = \frac{d'f}{d' - f}$;

$$f = \frac{dd'}{d + d'} ; \quad k = \frac{f}{f - d} = \frac{f - d'}{f}$$

B - HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 17

Tính tiêu cự và tụ số của thấu kính theo chiết suất và các đặc trưng hình học

- Áp dụng công thức :

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1 \right) \sum \frac{1}{R_i}$$

- Để ý giá trị đại số của bán kính mặt cong R theo quy ước đối với mặt lồi, lõm.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

17.1 Thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,50$.

a) Hãy tính tiêu cự của các thấu kính (đặt trong không khí):

– hai mặt đều lồi có các bán kính 10cm, 30cm.

– mặt lồi có bán kính 10cm; mặt lõm có bán kính 30cm.

b) Hãy tính lại tiêu cự của các thấu kính trên khi chúng được chìm vào nước có chiết suất $n' = \frac{4}{3}$.

GIẢI

a) Thấu kính đặt trong không khí

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

* Trường hợp 1 :

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{4}{30}$$

Do đó :

$$\frac{1}{f_1} = (1,5 - 1) \cdot \frac{4}{30} = \frac{2}{30} \Rightarrow f_1 = \boxed{15\text{cm}}$$

* Trường hợp 2 :

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{2}{30}$$

Do đó :

$$\frac{1}{f_2} = (1,5 - 1) \cdot \frac{2}{30} = \frac{1}{30} \Rightarrow f_2 = \boxed{30\text{cm}}$$

b) Thấu kính chìm trong nước :

$$\frac{n}{n'} - 1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{1}{8}$$

* Trường hợp 1 :

$$\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{30} = \frac{1}{60}$$

$$\Rightarrow f'_1 = \boxed{60 \text{ cm}}$$

* Trường hợp 2 :

$$\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{30} = \frac{1}{120}$$

$$\Rightarrow f'_2 = \boxed{120 \text{ cm}}$$

17.2 Một lỗ hổng có dạng phẳng cầu, chứa đầy không khí, ở bên trong một khối thủy tinh chiết suất $n = 1,5$.

Một chùm tia sáng tới song song với trục chính của lỗ hổng (coi như thấu kính mỏng) có chùm tia ló hội tụ tại điểm cách thấu kính 12 cm.

a) Thấu kính thuộc loại lồi hay lõm ?

b) Tính bán kính mặt cầu.

GIẢI

a) Loại thấu kính

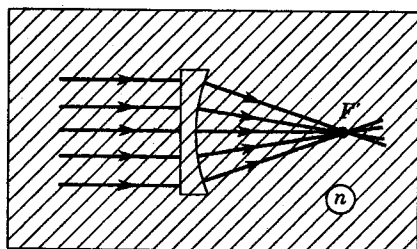
Theo đề, tiêu cự của thấu kính là :

$$f = 12 \text{ cm}$$

Ta suy ra :

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{n} - 1\right) \cdot \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{(1 - n)}{n} f = -\frac{f}{3} < 0$$



H.9.3

Bán kính mặt cầu có giá trị đại số âm. Đó là mặt lõm. Thấu kính thuộc loại phẳng lõm (H.9.3).

b) Bán kính

Ta có : $|R| = \frac{12}{3} = \boxed{4 \text{ (cm)}}$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

17.3. Hãy thiết lập công thức tính tiêu cự của thấu kính mỏng :

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

17.4. Một thấu kính thủy tinh có chiết suất $n = 1,50$.

Khi đặt trong không khí, thấu kính có tụ số 5 dp.

Đặt thấu kính vào chất lỏng chiết suất n' thì thấu kính có tiêu cự $f' = -1\text{m}$.

Tính chiết suất n' của chất lỏng.

ĐS : $n' = 1,67$

17.5. Một thấu kính hai mặt lồi. Khi đặt trong không khí, thấu kính có độ tụ D_1 ; khi đặt trong chất lỏng có chiết suất

$n' = 1,68$ thấu kính lại có độ tụ $D_2 = -\frac{D_1}{5}$.

a) Tính chiết suất n của thấu kính.

b) Cho $D_1 = 2,5$ dp và biết rằng một mặt có bán kính cong gấp 4 lần bán kính cong của mặt kia.

Hãy tính các bán kính cong của hai mặt thấu kính.

ĐS : a) $n = 1,5$

b) 25cm; 100cm

Bài toán 18

Xác định tính chất, đặc điểm của ảnh và mối tương quan giữa vật và ảnh

- Áp dụng các công thức về ảnh tạo bởi thấu kính :

$$d' = \frac{df}{d - f} ; \quad k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f - d} = 1 - \frac{d'}{f}$$

- Một số điểm cần lưu ý :

- Vật và ảnh cùng tính chất thì trái chiều và ngược lại.
- Thấu kính hội tụ tạo ảnh ảo lớn hơn vật thật;
Thấu kính phân kì tạo ảnh thật lớn hơn vật ảo.
- Trong mọi trường hợp, khoảng cách vật - ảnh được tính bởi $|d + d'|$.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

18.1 Vật thật AB được đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ có tiêu cự 20 cm. Khoảng cách từ vật đến thấu kính là d thay đổi được.

Hãy xác định tính chất, vị trí, chiều, độ lớn của ảnh và vẽ ảnh trong mỗi trường hợp sau:

- a) $d_1 = 30\text{cm}$
- b) $d_2 = 20\text{cm}$
- c) $d_3 = 10\text{cm}$

GIẢI

Ta áp dụng các công thức :

$$d' = \frac{df}{d - f} ; \quad k = -\frac{d'}{d}$$

a) Trường hợp 1 :

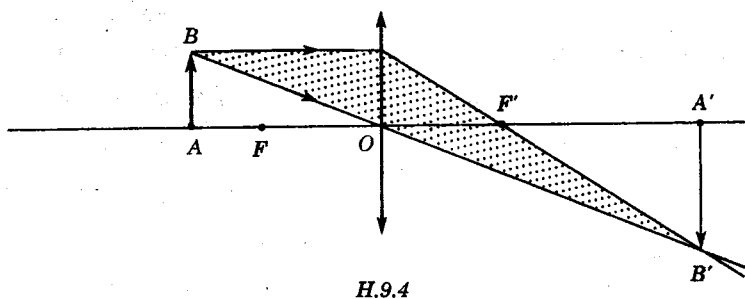
$$d_1 = 30\text{cm} \Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = 60(\text{cm})$$

Ảnh thật, cách thấu kính 60cm.

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{60}{30} = -2$$

Ảnh ngược chiều và bằng hai lần vật.

Ta có :

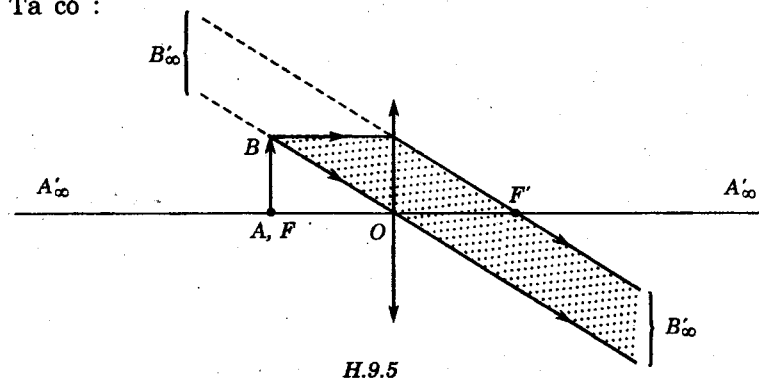


b) Trường hợp 2 :

$$d_2 = 20\text{cm}$$

$$A \equiv F \Rightarrow A'B' \text{ ở vô cực.}$$

Ta có :



c) Trường hợp 3 :

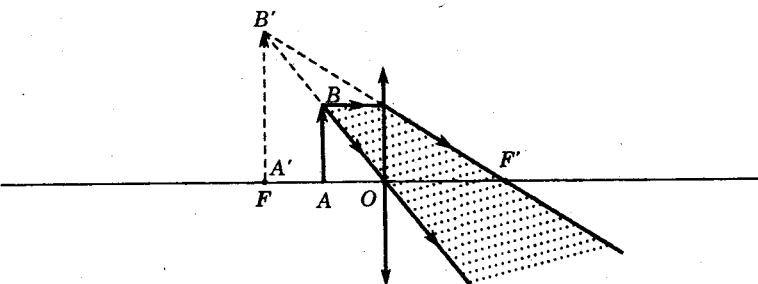
$$d_3 = 10\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{10 \cdot 20}{10 - 20} = -20(\text{cm})$$

Ảnh ảo cách thấu kính 20 cm.

$$k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{-20}{10} = 2$$

Ảnh cùng chiều và bằng hai lần vật



H.9.6

CHÚ Ý : Chùm tia ló là chùm tia phân kì. Tính hội tụ của thấu kính biểu hiện qua sự lệch của các tia sáng lại gần trục chính hơn (so với tia tới).

18.2 Người ta dùng một thấu kính hội tụ có tụ số 1 dp để thu ảnh của Mặt Trăng.

a) Vẽ ảnh.

b) Tính đường kính của ảnh. Cho góc trông của Mặt Trăng là $33'$. Lấy $1' \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{rad}$.

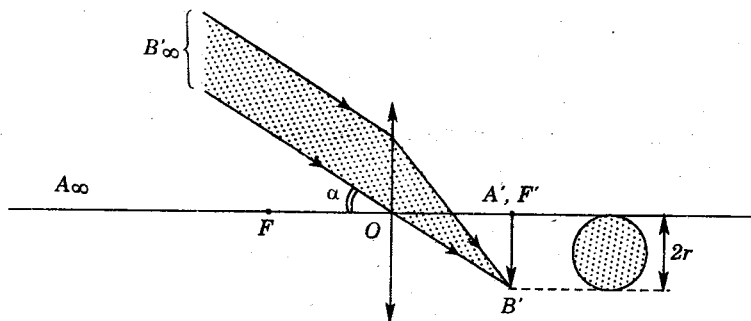
GIẢI

a) Vẽ ảnh

Mặt Trăng là vật ở vô cực. Ảnh được tạo ra tại tiêu diện ảnh.

Giả sử trục chính của thấu kính được hướng vào điểm thấp nhất của Mặt Trăng.

Ta có :



H.9.7

b) Đường kính của ảnh

Ảnh là một diện tích sáng hình tròn có đường kính là :

$$2r = A'B' = OF' \cdot \tan \alpha = f \cdot \tan \alpha$$

Vì α là góc nhỏ ta suy ra :

$$2r \approx f \alpha = 100 \cdot 33 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \approx \boxed{1 \text{ cm}}$$

- 18.3** Vật ảo AB được tạo ra sau một thấu kính phân kì, trên trục chính, vuông góc với trục chính và cách thấu kính đoạn x. Thấu kính có tiêu cự 20 cm.

Hãy xác định tính chất, vị trí, chiều, độ lớn của ảnh và vẽ ảnh trong mỗi trường hợp sau :

a) $x_1 = 10 \text{ cm}$

b) $x_2 = 20 \text{ cm}$

c) $x_3 = 30 \text{ cm}$

GIẢI

Ta áp dụng các công thức :

$$d' = \frac{df}{d-f} ; \quad k = -\frac{d'}{d}$$

a) Trường hợp 1 :

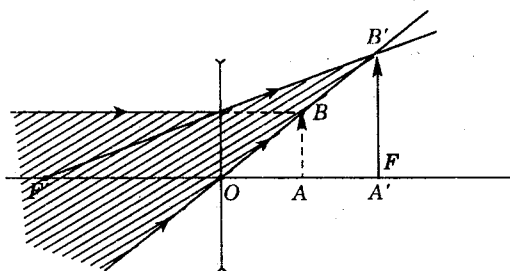
$$d_1 = -10\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{(-10)(-20)}{-10 + 20} = 20(\text{cm})$$

Ảnh thật, cách thấu kính 20 cm.

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{20}{-10} = 2$$

Ảnh cùng chiều và bằng hai lần vật.



H.9.8

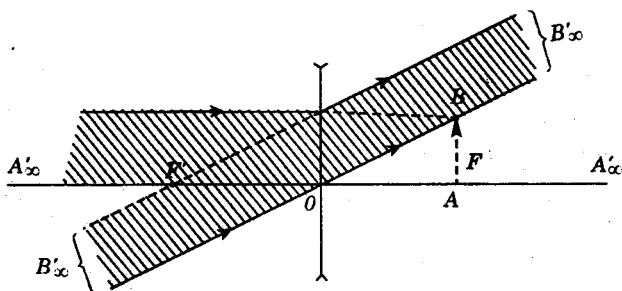
CHÚ Ý : Chùm tia ló là một chùm tia hội tụ.

Tính phân kì của thấu kính biểu hiện ở sự lệch xa trục chính của các tia sáng ló (so với tia tối).

b) Trường hợp 2 :

$$d_2 = -20\text{cm}$$

$$A \equiv F \Rightarrow A'B' \text{ ở vô cực.}$$



H.9.9

c) Trường hợp 3 :

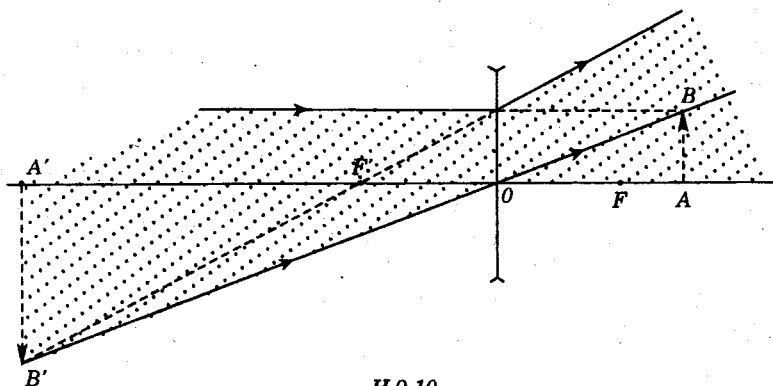
$$d_3 = -30\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{(-30)(-20)}{-30 + 20} = -60(\text{cm})$$

Ảnh ảo, cách thấu kính 60 cm.

$$k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{-60}{-30} = -2$$

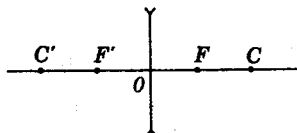
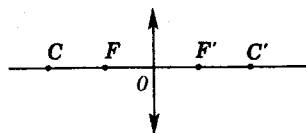
Ảnh ngược chiều và bằng hai lần vật.



H.9.10

- 18.4 Với cả hai loại thấu kính, người ta định trên trục chính hai điểm C và C' như sau :

$$OC = 2OF; \quad OC' = 2OF'.$$



H.9.11

- a) Chứng tỏ nếu vật AB có vị trí trong khoảng FC thì ảnh của nó cùng tính chất với vật và lớn hơn vật.
- b) Định vị trí của vật để ảnh là :
- * ảnh ảo qua thấu kính hội tụ
 - * ảnh thật qua thấu kính phân kì.
- c) Chứng tỏ rằng :
- * Thấu kính tạo ảnh ảo *nhỏ hơn* vật thật là thấu kính phân kì.
 - * Thấu kính tạo ảnh ảo *lớn hơn* vật thật là thấu kính hội tụ.

GIẢI

- a) Vật có vị trí trong khoảng FC

* Trường hợp thấu kính hội tụ ($f > 0$) :

Ta có : $f < d < 2f$; vật thật

$$\Rightarrow \frac{1}{d} > \frac{1}{2f} \Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{d} < \frac{1}{2f}$$

hay : $d' > 2f$; ảnh thật

Ta cũng có :

$$|k| = \frac{d'}{d} > 1$$

Vậy ảnh cùng tính chất với vật và lớn hơn vật.

* Trường hợp thấu kính phân kì ($f < 0$) :

Ta có : $2f < d < f$; vật ảo

$$\Rightarrow \frac{1}{d} < \frac{1}{2f} \Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{d} > \frac{1}{2f}$$

hay : $d' < 2f$; ảnh ảo

Ta cũng có :

$$|d| < 2|f|; \quad |d'| > 2|f|$$

$$\Rightarrow |k| = \left| \frac{d'}{d} \right| > 1$$

Ảnh ảo cùng tính chất với vật và lớn hơn vật.

b) Định vị trí vật

* Ảnh ảo qua thấu kính hội tụ

Ta có : $f > 0$; $d' < 0$

$$\text{Suy ra : } d' = \frac{df}{d-f} < 0$$

* Nếu $d < 0$: bất đẳng thức trên không được nghiệm đúng.

* Nếu $d > 0$: ta phải có :

$$d - f < 0 \Rightarrow d < f$$

Vậy, điều kiện là :

$$0 < d < f$$

* Ảnh thật qua thấu kính phân kì :

Ta có : $f < 0$; $d' > 0$

$$\text{Suy ra : } d' = \frac{df}{d-f} > 0$$

- Nếu $d > 0$: bất đẳng thức trên không thỏa.
- Nếu $d < 0$: ta phải có

$$d - f > 0 \Rightarrow d > f$$

Vậy, điều kiện là :

$$f < d < 0$$

c) Loại thấu kính

* Ta có : $d > 0$; $d' < 0$; $|k| < 1$

Suy ra :

$$-\frac{d'}{d} < 1 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} > 0 \Rightarrow d + d' > 0$$

Do đó : $f = \frac{dd'}{d + d'} < 0$: thấu kính phân kì

* Tương tự, đối với trường hợp thứ hai ta có :

$$d > 0; \quad d' < 0; \quad |k| > 1$$

Suy ra :

$$-\frac{d'}{d} > 1 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} < 0 \Rightarrow d + d' < 0$$

Do đó :

$$f = \frac{dd'}{d + d'} > 0 : \text{thấu kính hội tụ}$$

18.5 Thấu kính phân kì tạo ảnh lớn gấp 5 lần vật trên màn đặt cách thấu kính 100cm.

a) Tính tiêu cự của thấu kính.

b) Vẽ đường đi của một chùm tia sáng minh họa sự tạo ảnh.

GIẢI

a) Tiêu cự

Ảnh thu được trên màn là ảnh thật.

$$d' = 100\text{cm}$$

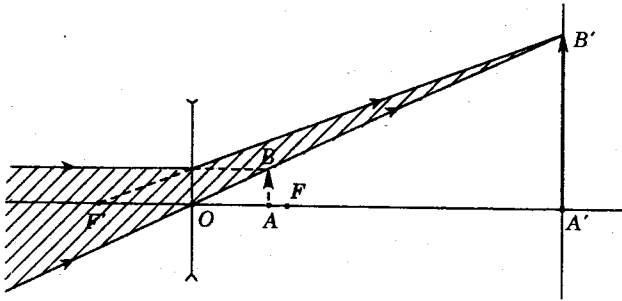
Thấu kính phân kì chỉ tạo ảnh thật khi vật ảo ở trong khoảng OF :

$$f < d < 0$$

$$\text{Suy ra : } -\frac{d'}{d} = 5 \Rightarrow d = -\frac{d'}{5} = -20\text{cm}$$

$$\text{Vậy : } f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{(-20) \cdot 100}{-20 + 100} = \boxed{-25\text{cm}}$$

b) Đường đi của một chùm tia sáng



H.9.12

18.6 Cho một thấu kính hội tụ có tiêu cự f .

a) Xác định vị trí vật để ảnh tạo bởi thấu kính là ảnh thật.

b) Chứng tỏ rằng khoảng cách giữa vật thật và ảnh thật có một giá trị cực tiểu.

Tính khoảng cách cực tiểu này. Xác định vị trí của vật lúc đó.

GIẢI

a) Vị trí của vật

Ta có : $f > 0$; $d' > 0$

Từ công thức vị trí của ảnh ta suy ra :

$$\frac{df}{d-f} > 0 \Rightarrow \frac{d}{d-f} > 0$$

Có hai trường hợp :

* $d < 0$: $d - f < 0$

Do đó : $\frac{d}{d-f} > 0 \Rightarrow d' > 0$

Vật ảo luôn có ảnh thật qua thấu kính hội tụ.

* $d > 0$:

Muốn có $\frac{d}{d-f} > 0$ phải có : $d - f > 0$

$$d > f$$

Vật thật có ảnh thật qua thấu kính hội tụ nếu vật ở ngoài tiêu điểm vật chính.

b) Khoảng cách vật thật - ảnh thật

Ta có : $d > 0$; $d' > 0$

Đặt : $d + d' = L$

Ta có thể viết : $L = d + d' \geq 2\sqrt{dd'}$

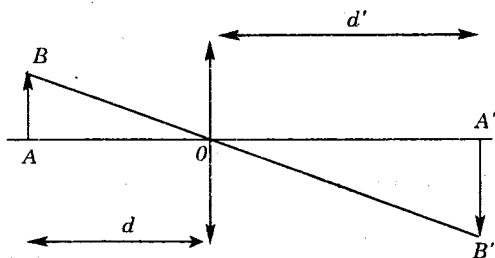
$$\Rightarrow \frac{d + d'}{\sqrt{d + d'}} \geq 2 \sqrt{\frac{dd'}{d + d'}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{d + d'} \geq 2\sqrt{f}$$

hay : $L \geq 4f$

Do đó :

$L_{\min} = 4f$



H.9.13

CHÚ Ý : Có thể giải theo cách khác như sau :

Ta có thể viết :

$$d + \frac{df}{d-f} = L \Rightarrow d^2 = Ld - Lf$$

$$\Rightarrow d^2 - Ld + Lf = 0$$

Để có nghiệm cho d ta phải có :

$$\Delta = L^2 - 4Lf \geq 0$$

$$\Rightarrow L \geq 4f$$

Suy ra : $L_{\min} = 4f$

Khi đó ta có : $d = d' = \frac{4f}{2} = \boxed{2f}$

Vật thật cách thấu kính hai lần tiêu cự (điểm C).

18.7 Thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 20\text{cm}$. Vật AB trên trục chính, vuông góc với trục chính có ảnh A'B' cách vật 18cm.

a) Xác định vật.

b) Xác định ảnh. Vẽ ảnh.

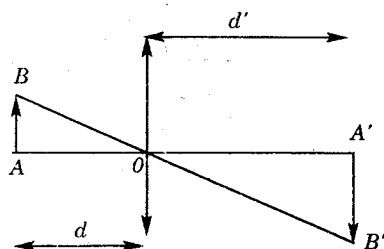
GIẢI

a) Xác định vật

Ta xét các trường hợp có thể có :

* Ảnh thật

Với thấu kính hội tụ, ảnh thật có thể là của $\begin{cases} \text{vật thật} \\ \text{vật ảo} \end{cases}$



H.9.14

• Vật thật

Ta có :

$$\begin{cases} d + d' = 18 \\ \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{20} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{18 - d} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow d^2 - 18d + 360 = 0 ;$$

$\Delta < 0$: Phương trình vô nghiệm.

Vậy trường hợp này không thể có.

CHÚ Ý : Có thể chứng minh được khoảng cách giữa vật thật và ảnh thật luôn thỏa :

$$(d + d') \geq 4f = 80\text{cm}$$

Trường hợp trên, do đó, không thể xảy ra.

• Vật ảo

Ta có : $|d| - d' = 18 \Rightarrow -(d + d') = 18$

và $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{20}$

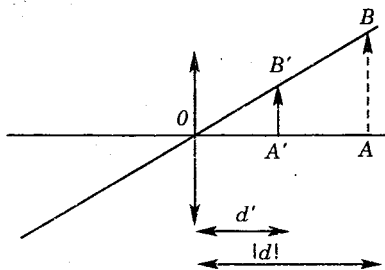
Suy ra :

$$d^2 + 18d - 360 = 0$$

$$\Delta' = 441; \sqrt{\Delta'} = 21$$

Ta được :

$$d_{21} = \boxed{-30\text{cm}} ; d_{22} > 0 \text{ (loại)}$$



H.9.15

* **Ảnh ảo**

Với thấu kính hội tụ, chỉ vật thật mới có ảnh ảo (lớn hơn vật).

Ta có :

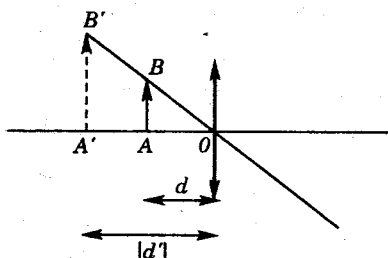
$$|d'| - d = 18$$

$$\Rightarrow -(d + d') = 18$$

$$\text{và } \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{20}$$

$$\text{Suy ra : } d^2 + 18d - 360 = 0$$

$$\text{Vậy : } d_3 = d_{22} = \boxed{12\text{cm}}$$



H.9.16

CHÚ Ý : Có thể suy ra trường hợp này từ trường hợp vật ảo, ảnh thực đã xét.

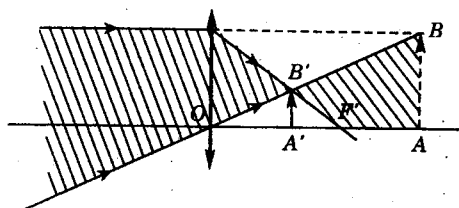
b) **Xác định ảnh. Vẽ ảnh**

* **Trường hợp vật ảo - ảnh thật**

$$d = -30 \text{ cm} \Rightarrow d' = 12\text{cm}$$

$$\Rightarrow k = -\frac{d'}{d} = \frac{2}{5}$$

Ảnh cách thấu kính 12cm.



H.9.17

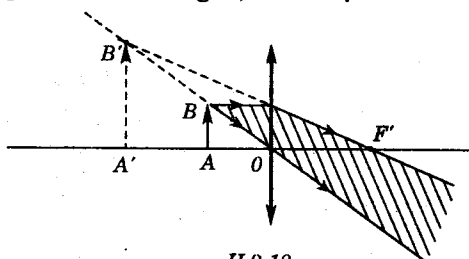
Ảnh cùng chiều và bằng $\frac{2}{5}$ vật.

* Trường hợp vật thật - ảnh ảo

$$d = 12\text{cm} \Rightarrow d' = -30\text{cm} \Rightarrow k = -\frac{d'}{d} = 2,5$$

Ảnh cách thấu kính 30cm

Ảnh cùng chiều và bằng 2,5 lần vật.



H.9.18

18.8 Vật sáng AB được đặt song song với màn và cách màn một khoảng cố định L.

Một thấu kính hội tụ có trục chính qua điểm A và vuông góc với màn được di chuyển giữa vật và màn.

a) Người ta nhận thấy có một vị trí L_1 của thấu kính tạo ảnh rõ nét của vật trên màn, ảnh lớn hơn vật. Chứng tỏ rằng còn một vị trí thứ hai L_2 của thấu kính trong khoảng giữa vật và màn tạo được ảnh rõ nét của vật trên màn.

b) Đặt l là khoảng cách giữa hai vị trí L_1 và L_2 của thấu kính. Lập biểu thức của tiêu cự thấu kính f theo L và l . Suy ra một phương pháp đo tiêu cự của thấu kính hội tụ.

c) Tìm điều kiện về L để có hai vị trí L_1 và L_2 của thấu kính tạo ảnh rõ nét của vật trên màn.

Xét trường hợp đặc biệt hai vị trí này trùng nhau. Ứng dụng để đo tiêu cự của thấu kính hội tụ.

d) Trong trường hợp có hai vị trí L_1 và L_2 của thấu kính tạo ảnh rõ nét của vật trên màn, tìm hệ thức liên lạc giữa độ cao của vật và độ cao của hai ảnh.

GIẢI

a) Sự tồn tại của vị trí thứ hai của thấu kính

- Theo đề ta có :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A'_1 B'_1$$

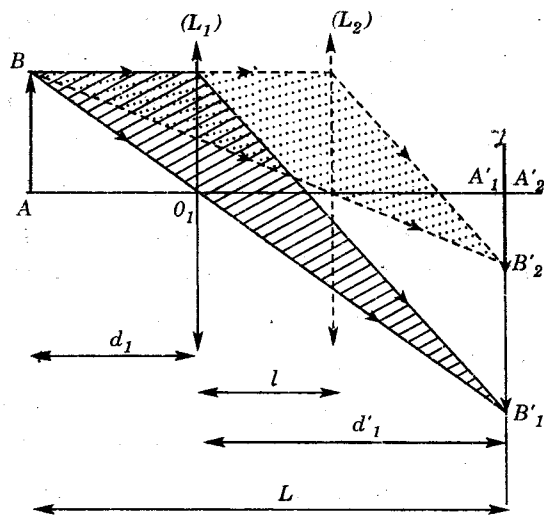
$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f} ; \quad d_1 + d'_1 = L \quad (d'_1 > d_1)$$

Theo tính thuận nghịch của ánh sáng, nếu $A'_1 B'_1$ là vật thì AB là ảnh. Khi đó :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_2 = d'_1 \\ d'_2 = d_1 \end{array} \right. \quad (d_2 > d'_2)$$

- Vậy, vị trí thứ hai của thấu kính là L_2 cách vật đoạn d'_1 .
Lúc này, ảnh cách thấu kính đoạn d_1 nghĩa là cũng hiện trên màn.



H.9.19

CHÚ Ý : Cũng có thể lí luận theo hai cách khác như sau :

* Do tính đối xứng của hệ thức $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f}$

ta suy ra nếu đặt $d_2 = d'_1$ thì vị trí ảnh được xác định bởi d'_2

thỏa : $\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow d'_2 = d_1$

Vậy : $d'_2 + d_2 = L$

Vị trí L_2 của thấu kính là vị trí cách vật đoạn $d_2 = d'_1$. Khi đó, ảnh hiện lên trên màn cách vật đoạn L .

* Khi thấu kính tạo ảnh của vật trên màn, ta có :

$$d' + d = L$$

$$\Rightarrow \frac{df}{d-f} + d = L$$

$$\Rightarrow d^2 - Ld + Lf = 0$$

$$\Delta = L^2 - 4Lf; \sqrt{\Delta} = \sqrt{L^2 - 4Lf} \quad (\text{với } L^2 > 4Lf)$$

Ta được hai nghiệm cho d ứng với hai vị trí thấu kính :

$$d = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2}$$

$$\Rightarrow d' = L - d = \frac{L \mp \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2}$$

b) Biểu thức của tiêu cự

- Theo các kết quả tìm thấy ở câu trên, ta có :

$$\begin{cases} d'_1 + d_1 = L \\ d'_1 - d_1 = l \end{cases}$$

Suy ra : $d_1 = \frac{L-l}{2}$; $d'_1 = \frac{L+l}{2}$

Công thức vị trí của thấu kính có dạng :

$$\frac{2}{L-l} + \frac{2}{L+l} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{4L}{L^2 - l^2} = \frac{1}{f}$$

hay :

$$f = \frac{L^2 - l^2}{4L}$$

- Theo biểu thức này của f , nếu xác định được L và l , ta tính được tiêu cự của thấu kính hội tụ. Đó là *phương pháp Bessel* gồm các bước :

- Chọn L tùy ý (có điều kiện như ở câu c).
- Xác định bằng thực nghiệm hai vị trí L_1, L_2 . Đo l .
- Tính tiêu cự f .

Ưu điểm của phương pháp Bessel là kết quả về f không phụ thuộc vị trí của quang tâm O .

c) Điều kiện về L

- Ta có : $l^2 = L^2 - 4Lf = L(L - 4f)$

Để có hai vị trí L_1 và L_2 của thấu kính, phải có điều kiện :

$$l \geq 0$$

$$\Rightarrow L - 4f \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{L \geq 4f}$$

- Khi hai vị trí L_1 và L_2 trùng nhau, ta có :

$$l = 0 \Rightarrow L_{\min} = 4f$$

Vậy nếu biết $L_{\min}$ có thể tính tiêu cự như sau :

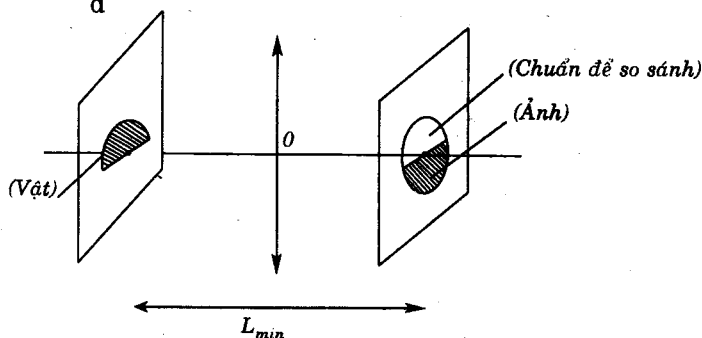
$$\boxed{f = \frac{L_{\min}}{4}}$$

Ứng dụng kết quả này ta có một cách để xác định tiêu cự gọi là *phương pháp Silbermann*.

Vấn đề là làm sao để có được $L_{\min}$. Ta để ý rằng trong điều kiện này, ta có :

$$d = d' = \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow k = -\frac{d'}{d} = -1 \text{ (Ảnh và vật bằng nhau, ngược chiều).}$$



H.9.20

Ta thường thực hiện như sau :

Tính tiến thấu kính và màn cho tới khi ảnh ngược chiều của vật *ráp khít* với chuẩn bằng vật.

Khoảng cách vật - ảnh lúc đó là $L_{\min}$.

CHÚ Ý : Có thể tìm được điều kiện $L \geq 4f$ bằng các cách khác như sau :

* Để phương trình bậc hai $d^2 - Ld + Lf = 0$ có nghiệm, phải có điều kiện :

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow L^2 - 4Lf \geq 0$$

$$\Rightarrow L \geq 4f$$

* Chứng tỏ khoảng cách giữa vật thật và ảnh thật luôn nghiệm bất đẳng thức : $d + d' \geq 4f$ (xem bài 18.6)

d) Hệ thức liên lạc giữa các độ cao

Khi có hai vị trí L_1 và L_2 của thấu kính tạo ảnh trên màn, ta có :

$$d_2 = d'_1 ; d'_2 = d_1$$

$$\text{Do đó : } k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{d_1}{d'_1} = \frac{1}{k_1}$$

Vậy, ta có : $k_2 k_1 = 1$

$$\text{hay : } \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = \sqrt{A_1 B_1 \cdot A_2 B_2}}$$

- 18.9** Từ thủy tinh chiết suất $n = 1,5$ người ta tạo ra một thấu kính hội tụ hai mặt lồi cùng bán kính R .

Đặt thấu kính này giữa vật AB và màn (song song với vật) sao cho ảnh của AB hiện rõ trên màn và gấp hai lần vật.

Để ảnh rõ nét của vật trên màn gấp ba lần vật, phải tăng khoảng cách vật – màn thêm 10 cm.

Tính bán kính R của thấu kính.

GIẢI

Hai ảnh thu được trên màn nên đều là ảnh thật.

$$\left. \begin{array}{l} d > 0 \\ d' > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow k = -\frac{d'}{d} < 0$$

– Với ảnh thứ nhất :

$$k_1 = -2 = -\frac{d'_1}{d_1} = \frac{f}{f - d_1}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d_1 = \frac{3f}{2}; d'_1 = 2d_1 \\ L_1 = d_1 + d'_1 = \frac{9f}{2} \end{array} \right.$$

– Với ảnh thứ hai, tương tự :

$$k_2 = -3 = -\frac{d'_2}{d_2} = \frac{f}{f - d_2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d_2 = \frac{4f}{3}; d'_2 = 3d_2 \\ L_2 = d_2 + d'_2 = \frac{16f}{3} \end{cases}$$

Ta có : $L_2 - L_1 = 10\text{cm}$.

$$\Rightarrow \left(\frac{16}{3} - \frac{9}{2} \right) f = \frac{5f}{6} = 10 \Rightarrow f = 12 \text{ cm}$$

Do đó : $\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \frac{2}{R} \Rightarrow R = 2(n - 1)f$

Vậy : $R = 12 \text{ cm}$

18.10 Một thấu kính hội tụ (L) có tiêu cự f . Một vật phẳng, nhỏ AB được đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính.

a) Di chuyển màn (M) sau thấu kính, song song với thấu kính cho đến khi ảnh rõ nét của AB hiện trên màn.

Khoảng cách vật - màn đo được $4,5f$.

Tính độ phóng đại k của ảnh.

b) Từ vị trí trên đây của thấu kính, người ta tịnh tiến nó 3 cm . Để ảnh lại hiện rõ trên màn, phải tịnh tiến màn cho tới khi khoảng cách vật - màn bằng $7,2f$.

Tính tiêu cự của thấu kính.

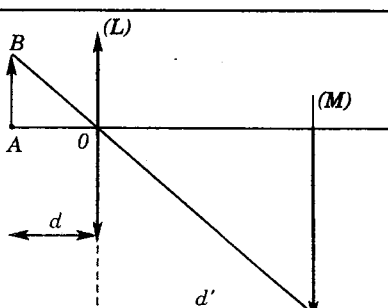
GIẢI

a) *Độ phóng đại của ảnh*

- Theo đề ta có :

$$d + d' = 4,5f$$

$$\Rightarrow \frac{d}{f} + \frac{d'}{f} = 4,5$$



H.9.21

Nhưng ta có :

$$\begin{cases} k = \frac{f-d'}{f} = 1 - \frac{d'}{f} \Rightarrow \frac{d'}{f} = 1 - k \\ \frac{1}{k} = \frac{f-d}{f} = 1 - \frac{d}{f} \Rightarrow \frac{d}{f} = 1 - \frac{1}{k} \end{cases}$$

- Vậy :

$$\left(1 - \frac{1}{k}\right) + (1 - k) = 4,5 \Rightarrow -k^2 + 2k - 1 = 4,5k$$

$$\Rightarrow k^2 + 2,5k + 1 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 1,5 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \boxed{-2} \\ k_2 = \boxed{-\frac{1}{2}} \end{cases}$$

b) Tiêu cự của thấu kính

- Tương tự câu trên, ta tính được :

$$k'_1 = -5 ; k'_2 = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Từ hệ thức liên lạc : } k = \frac{f}{f-d}$$

$$\text{ta suy ra các kết quả sau : } d_{11} = \frac{3f}{2} ; \quad d_{12} = 3f$$

$$d_{21} = \frac{6f}{5} ; \quad d_{22} = 6f$$

- Theo ý nghĩa thực tế của các khoảng cách ta có :

$$\Delta d_1 = d_{21} - d_{11} = -3\text{cm}$$

$$\Rightarrow -\frac{3f}{10} = -3 \Rightarrow f_1 = \boxed{10\text{cm}}$$

$$\text{hoặc : } \Delta d_2 = d_{22} - d_{12} = 3\text{cm}$$

$$\Rightarrow 3f = 3 \Rightarrow f_2 = \boxed{1\text{cm}}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

18.11 Thấu kính phẳng - lồi có chiết suất $n = 1,6$ và bán kính mặt cong $R = 10\text{cm}$.

a) Tính f và D .

b) Điểm vật S trên trục chính cách thấu kính 1m . Xác định ảnh. Vẽ ảnh.

c) Đimmers vào nước có chiết suất $n' = 4/3$. Xác định ảnh. Vẽ ảnh.

ĐS : a) $16,7\text{cm}$; 6dp

b) Thật; cách thấu kính 20cm

c) Thật; cách thấu kính 100cm

18.12 Một thấu kính lồi - lõm. Mặt lồi có bán kính R_1 , mặt lõm có bán kính R_2 . Đặt vật cách thấu kính đoạn d thì có ảnh rõ nét hiện trên màn cách thấu kính d' .

Đimmers vào chất lỏng chiết suất n thì thấu kính trở thành phân kì có tiêu cự f' .

Tính n theo R_1 , R_2 , d , d' và f' .

$$\text{ĐS : } n = \frac{\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} + \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

18.13 Một thấu kính phẳng - lõm có bán kính mặt lõm là 15cm và chiết suất $n = 1,5$. Vật sáng AB đặt vuông góc trục chính và trước thấu kính. Ảnh là ảnh ảo, cách thấu kính 15cm và cao 3cm .

Định vị trí và độ cao của vật.

ĐS : Cách thấu kính 30cm ; cao 6cm

18.14* Vật thật AB đặt trên trục chính và vuông góc trục chính của thấu kính hội tụ có $f = 20\text{cm}$. Cho $OA = 30\text{cm}$; $AB = 5\text{cm}$.

a) Xác định ảnh. Vẽ ảnh.

b) Vật nghiêng 60° so với trục chính. Xác định ảnh. Vẽ ảnh.

ĐS : a) 60cm; -2

b) A' không đổi; B' chiếu xuống B"
cách 73,3cm, A'B' = 17,6cm.

18.15* Thấu kính hội tụ có $f = 10\text{cm}$. Điểm sáng A trên trục chính cách thấu kính 15cm.

a) Định ảnh A'.

b) Cưa thấu kính làm hai nửa và tách rời hai nửa theo phương vuông góc trục chính cho đến khi cách nhau 1cm, nhưng vẫn cách đều trục chính. Tính khoảng cách giữa hai ảnh.

c) Từ vị trí ở câu b, tịnh tiến một nửa thấu kính theo phương trục chính, xa vật thêm 5cm. Tính khoảng cách giữa hai ảnh. Vẽ ảnh.

ĐS : a) 30cm

b) 3cm

c) 10,3cm

18.16 Ảnh ảo của một vật tạo bởi thấu kính hội tụ bằng 2 lần vật và cách thấu kính 16cm.

a) Tính tiêu cự của thấu kính.

b) Thấu kính thuộc loại phẳng - cầu có $n = 1,5$. Tính R.

ĐS : a) 16cm

b) 8cm

18.17 Thấu kính hội tụ có tiêu cự 30cm.

Định vị trí của vật để có ảnh ảo lớn gấp 5 lần vật.

ĐS : Vật thật cách thấu kính 24cm.

18.18 Thấu kính hội tụ có tiêu cự 10cm. Vật sáng đặt vuông góc trục chính. Ảnh trên màn có diện tích bằng 4 lần diện tích vật. Hãy định :

a) vị trí vật,

b) khoảng cách vật - màn

ĐS : a) 15cm

b) 45cm

- 18.19** Vật AB, có độ cao y , đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ có ảnh A'B', độ cao y' , cách vật khoảng L . Tính tiêu cự của thấu kính.

$$DS : f = \pm \frac{yy'L}{(y \pm y')^2}$$

- 18.20** Một thấu kính phân kì có tiêu cự 30cm. Vật AB trên trục chính và vuông góc trục chính có ảnh A'B' cách vật 15cm.

Hãy xác định :

- tính chất và vị trí của vật,
- tính chất, vị trí và độ phóng đại của ảnh. Vẽ ảnh.

ĐS : a) Thật, cách 30cm; ảo, cách 15cm.

b) Ảo, cách 15cm, 0,5; thật, 30cm, 2.

- 18.21** Thấu kính hội tụ có tiêu cự 24cm. Vật AB được đặt cách màn E đoạn 108cm. Có hai vị trí của thấu kính trong khoảng giữa vật và màn tạo được ảnh rõ của vật trên màn.

Xác định hai vị trí của thấu kính.

ĐS : 36cm; 72cm.

- 18.22** Một thấu kính hội tụ tạo ảnh rõ của một vật thật trên màn. Độ lớn của ảnh là $y'_1 = 4\text{cm}$. Giữ nguyên vị trí vật và màn nhưng dời thấu kính. Ta được một vị trí khác của thấu kính vẫn tạo ảnh trên màn nhưng ảnh có độ lớn $y'_2 = 9\text{cm}$.

- Tính độ lớn của vật.
- Khoảng cách giữa hai vị trí thấu kính là 24 cm. Tính tiêu cự và khoảng cách vật - màn.

ĐS : a) 6cm

b) 28,8cm ; 120cm

- 18.23** Vật đặt trên trục chính và vuông góc trục chính của một thấu kính hội tụ có tiêu cự 20 cm. Ảnh rõ hiện trên màn cách vật đoạn L .

- Biết $L = 90\text{cm}$. Xác định vị trí của thấu kính.

b) Màn phải đặt cách vật đoạn ngắn nhất là bao nhiêu để vẫn thu được ảnh rõ nét của vật ?

ĐS : a) 30cm hoặc 60cm
b) 80cm

18.24 Vật phẳng nhỏ AB đặt trước và song song với một màn, cách màn khoảng L:

Đặt một thấu kính hội tụ giữa vật và màn, song song với vật và sao cho điểm A của vật ở trên trục chính.

Ta tìm được hai vị trí (O_1), (O_2) của thấu kính tạo ảnh rõ nét của vật trên màn, ảnh này gấp k lần ảnh kia.

Tính tiêu cự của thấu kính

Áp dụng số : L = 100cm; k = 2,25

$$ĐS : f = \frac{L\sqrt{k}}{(1 + \sqrt{k})^2} ; 24\text{cm.}$$

18.25 Với mỗi loại thấu kính hãy xác định vị trí của vật để ảnh tạo bởi thấu kính.

a) là ảnh thật

b) là ảnh ảo

c) cùng chiều với vật

d) ngược chiều của vật

e) bằng vật

f) lớn hơn vật

g) nhỏ hơn vật

h) có khoảng cách vật - ảnh cùng bản chất nhỏ nhất.

18.26 Chứng tỏ rằng thấu kính hội tụ luôn luôn tạo được:

a) ảnh ảo lớn hơn vật thật

b) ảnh thật nhỏ hơn vật ảo.

18.27 Chứng tỏ rằng thấu kính phân kì luôn luôn tạo được:

a) ảnh thật lớn hơn vật ảo

b) ảnh ảo nhỏ hơn vật thật.

18.28 Chứng tỏ rằng :

- a) Với thấu kính hội tụ, vật và ảnh không thể *cùng ảo*.
 b) Với thấu kính phân kì, vật và ảnh không thể *cùng thật*.

18.29 Chứng minh rằng thấu kính tạo được :

hoặc $\left\{ \begin{array}{l} * \text{ ảnh thật cho vật thật} \\ * \text{ ảnh ảo lớn hơn vật thật} \\ * \text{ ảnh thật nhỏ hơn vật ảo} \end{array} \right.$

phải là thấu kính hội tụ.

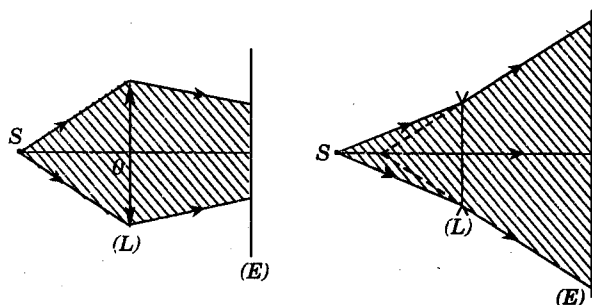
18.30 Chứng minh rằng thấu kính tạo được :

hoặc $\left\{ \begin{array}{l} * \text{ ảnh ảo cho vật ảo} \\ * \text{ ảnh thật lớn hơn vật ảo} \\ * \text{ ảnh ảo nhỏ hơn vật thật} \end{array} \right.$

phải là thấu kính phân kì.

Bài toán 19

Khảo sát diện tích của vùng sáng trên màn tạo bởi thấu kính



H.9.22

- Phần giao của màn và chùm tia ló khỏi bề mặt thấu kính tạo thành diện tích vùng sáng trên màn.

Diện tích này thường đồng dạng với bề mặt thấu kính.

- Các tính toán dựa vào sự đồng dạng của tam giác, và công thức về thấu kính.

Chú ý các điểm sau :

- Chùm tia ló song song tạo diện tích vùng sáng không đổi.
- Chùm tia ló hội tụ tạo hai diện tích vùng sáng bằng nhau khi đặt màn ở hai vị trí đối xứng qua điểm ảnh.
- Nếu màn không song song với thấu kính, vùng sáng trên màn là một ellip.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

19.1 Một điểm sáng trên trục chính của một thấu kính hội tụ cách thấu kính 30cm. Tiêu cự của thấu kính là 10cm. Mặt thấu kính có dạng hình tròn đường kính 5cm.

a) Xác định vị trí màn để hứng được ảnh rõ.

b) Từ vị trí trên đây, dịch màn 5cm. Tính đường kính vật sáng trên màn.

GIẢI

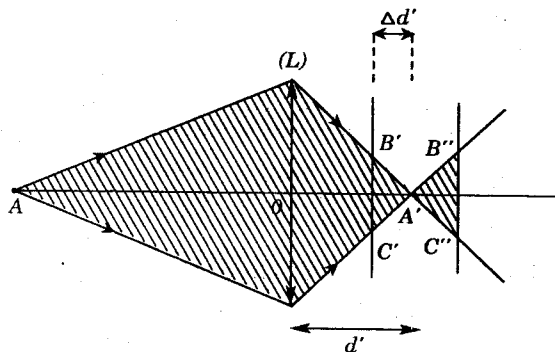
a) Vị trí màn

Vị trí phải đặt màn là vị trí của ảnh. Ta có :

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{30 \cdot 10}{30 - 10} = 15 \text{ (cm)}$$

Vậy phải đặt màn cách thấu kính 15cm để hứng được ảnh rõ nét của vật.

b) Đường kính vết sáng.



H.9.23

Vết sáng trên màn là phần giao của chùm tia ló hình nón đỉnh là ảnh A', đáy là chu vi thấu kính với mặt phẳng màn song song với thấu kính. Vết sáng có dạng hình tròn đường kính D'.

Tính chất đồng dạng cho :

$$\frac{D'}{D} = \frac{\Delta d'}{d'} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow D' = \frac{D}{3} = \frac{5}{3} \text{ cm} \approx \boxed{1,7\text{cm}}$$

Vết sáng trên màn hình tròn có đường kính 1,7cm.

19.2 Một thấu kính hội tụ (L) được đặt song song với màn (E).

Trên trục chính có điểm sáng A.

Điểm sáng A và màn (E) được giữ cố định. Khoảng cách giữa A và (E) là $a = 100\text{cm}$.

Khi tịnh tiến thấu kính theo trục chính trong khoảng giữa A và (E), người ta thấy vết sáng trên màn không bao giờ thu lại thành một điểm. Nhưng khi (L) cách (E) khoảng $b = 40\text{cm}$ thì vết sáng trên màn có bán kính nhỏ nhất.

a) Tính tiêu cự của thấu kính.

b) Thấu kính (L) có dạng phẳng - lồi. Thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,5$. Chỗ dày nhất của thấu kính đo được 0,4cm.

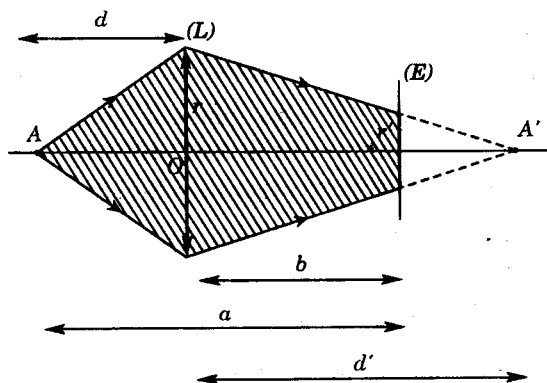
Tính đường kính nhỏ nhất của vệt sáng trên màn.

GIẢI

a) Tiêu cự của thấu kính

- Theo đề, điểm hội tụ của chùm tia ló luôn ở sau màn (E).

Ta có đường đi của chùm tia sáng như sau :



H.9.24

- Tính chất của tam giác đồng dạng cho :

$$\begin{aligned}\frac{r'}{r} &= \frac{d' - b}{d'} = 1 - \frac{b}{d'} = 1 - \frac{a - d}{d'} \\ &= 1 - \frac{a}{d'} + \frac{d}{d'} = 1 - a\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{d}\right) + \left(\frac{d}{f} - 1\right)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{a}{d} + \frac{d}{f} - \frac{a}{f}$$

$$\text{Ta có : } \frac{a}{d} + \frac{d}{f} \geq 2\sqrt{\frac{a}{f}}$$

Vậy $\left(\frac{r'}{r}\right)$ đạt giá trị cực tiểu khi : $\frac{a}{d} = \frac{d}{f} \Rightarrow d = \sqrt{af}$

Do đó : $\sqrt{af} = a - b$

$$\Rightarrow f = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(100-40)^2}{100} = \boxed{36(\text{cm})}$$

CHÚ Ý : Có thể lấy đạo hàm của $\left(\frac{r'}{r}\right)$ theo d.

$$\frac{\delta}{\delta d} \left(\frac{r'}{r}\right) = \frac{1}{f} - \frac{a}{d^2}$$

$$\text{Ta có : } \frac{\delta}{\delta d} \left(\frac{r'}{r}\right) = 0 \Leftrightarrow d = \sqrt{af}$$

Theo đề ta suy ra :

$$a - \sqrt{af} = b \Rightarrow f = \frac{(a-b)^2}{a} = 36\text{cm}$$

b) Đường kính vệt sáng nhỏ nhất

$$\text{Ta có : } \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow R = (n-1)f = 18\text{cm}$$

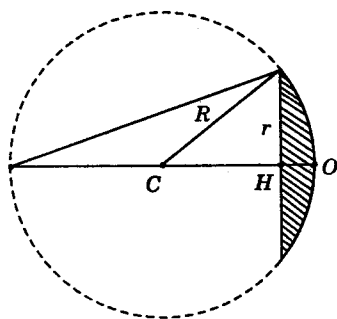
Vậy :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{HO(2R - HO)} \\ &= \sqrt{0,4 \cdot 35,6} \approx 3,8 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Đường kính vệt sáng nhỏ nhất :

$$\frac{r'}{r} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} - \frac{25}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2r' &= \frac{5}{9} \cdot 2r \approx \frac{5}{9} \cdot 2 \cdot 3,8 \\ &\approx \boxed{4,2 \text{ cm}} \end{aligned}$$



H.9.25

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP.

19.3 Một thấu kính hội tụ có tiêu cự 10cm. Tại F có điểm sáng S. Sau thấu kính đặt màn (E) tại tiêu diện.

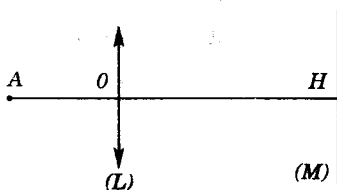
a) Vẽ đường đi của chùm tia sáng. Vệt sáng trên màn có dạng gì ?

b) Thấu kính và màn được đặt cố định. Di chuyển S trên trục chính và ra xa thấu kính. Kích thước vệt sáng thay đổi ra sao ?

c) Từ F điểm sáng S chuyển động ra xa thấu kính không vận tốc đầu với gia tốc $a = 4\text{m/s}^2$. Sau bao lâu, diện tích vệt sáng trên màn bằng $1/36$ diện tích ban đầu ?

ĐS : a) Dạng, kích thước của mặt thấu kính
b) Nhỏ dần
c) 0,5s

19.4 Xét quang hệ như hình vẽ, với: $AO = 30\text{cm}$; $OH = 40\text{cm}$; $f = 20\text{cm}$.



H.9.26

a) Dời A trên trục chính, kích thước vệt sáng trên màn thay đổi nhưng tới một vị trí thì vệt sáng này có kích thước cũ. Xác định chiều dịch chuyển và độ dời của A.

b) A phải có vị trí nào thì kích thước vệt sáng trên màn bằng kích thước của thấu kính ?

c) A cách L đoạn 4cm. Thay L bằng thấu kính phân kì L' cùng kích thước có tiêu cự cùng độ lớn với L. Hỏi phải dời A theo chiều nào, bao nhiêu để vệt sáng trên màn có kích thước như với L ?

ĐS : a) Xa thấu kính; 4,3cm
b) 20cm.
c) Xa thấu kính; 2,7cm

- Khi thấu kính được giữ cố định, ảnh và vật luôn chuyển động cùng chiều.
- Các tính toán liên quan đến chuyển động của vật, ảnh được thực hiện dựa vào hệ thức liên lạc giữa độ dời vật, độ dời ảnh và tiêu cự hoặc độ phóng đại của ảnh:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d_1 + \Delta d} + \frac{1}{d'_1 + \Delta d'}$$

$$k_1 = \frac{f}{f - d_1} = \frac{f - d'_1}{f}$$

$$k_2 = \frac{f}{f - (d_1 + \Delta d)} = \frac{f - (d'_1 + \Delta d')}{f}$$

- Khi vật được giữ cố định và dời thấu kính, ta khảo sát khoảng cách vật - ảnh để xác định chuyển động của ảnh.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

20.1 Với cả hai loại thấu kính, khi giữ thấu kính cố định và dời vật theo phương trục chính, hãy :

- Chứng tỏ ảnh của vật tạo bởi thấu kính luôn chuyển động cùng chiều với vật.
- Thiết lập hệ thức liên lạc giữa độ dời của vật và độ dời tương ứng của ảnh.

GIẢI

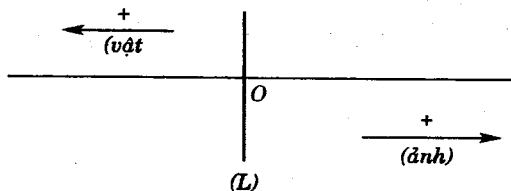
a) *Chiều chuyển động của ảnh và vật*

Ta có :
$$d' = \frac{df}{d - f}$$

Lấy đạo hàm của d' theo d ta được :

$$\frac{\delta d'}{\delta d} = -\frac{f^2}{(d-f)^2} < 0$$

Δd và $\Delta d'$ luôn trái dấu. Ta suy ra ảnh và vật chuyển động cùng chiều.



H.9.27

CHÚ Ý : Có thể chứng minh như sau :

* Giả sử $d_2 > d_1$ ta suy ra :

$$\frac{1}{d_2} < \frac{1}{d_1} \Rightarrow -\frac{1}{d_2} > -\frac{1}{d_1} \Rightarrow \frac{1}{d'_2} > \frac{1}{d'_1} \Rightarrow d'_2 < d'_1$$

* Giả sử $d_2 < d_1$ ta suy ra tương tự trên đây : $d'_2 > d'_1$

b) Hệ thức liên lạc

$$\text{Đặt } \begin{cases} \Delta d = d_2 - d_1 : \text{độ dời của vật} \\ \Delta d' = d'_2 - d'_1 : \text{độ dời của ảnh} \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } \Delta d' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} - \frac{d_1 f}{d_1 - f}$$

$$= f \left[\frac{d_2}{d_2 - f} - \frac{d_1}{d_1 - f} \right] = f^2 \left[\frac{d_1 - d_2}{(d_2 - f)(d_1 - f)} \right]$$

Vậy :

$$\boxed{\frac{\Delta d'}{\Delta d} = -\frac{f^2}{(d_2 - f)(d_1 - f)}}$$

Mặt khác, để ý rằng :

$$k_1 = \frac{f}{f - d_1} ; \quad k_2 = \frac{f}{f - d_2}$$

Ta cũng có thể viết :

$$\frac{\Delta d'}{\Delta d} = -k_1 k_2$$

20.2 Một thấu kính hội tụ tạo ảnh thật S' của điểm sáng S đặt trên trục chính.

– Khi dời S gần thấu kính 5cm thì ảnh dời 10cm.

– Khi dời S xa thấu kính 40cm thì ảnh dời 8cm.

(Kể từ vị trí đầu tiên)

Tính tiêu cự của thấu kính.

GIẢI

Ảnh và vật chuyển động cùng chiều đối với thấu kính. Theo đề ta có :

$$\Delta d_1 = -5\text{cm} ; \quad \Delta d'_1 = 10\text{cm}$$

$$\Delta d_2 = 40\text{cm} ; \quad \Delta d'_2 = -8\text{cm}$$

Ta thiết lập được các hệ thức :

$$\Delta d'_1 = -f^2 \cdot \frac{\Delta d_1}{(d_2 - f)(d_1 - f)} ; \quad \Delta d'_2 = -f^2 \cdot \frac{\Delta d_2}{(d_3 - f)(d_1 - f)}$$

$$\text{Đặt } u = d_1 - f \Rightarrow d_2 - f = u + \Delta d_1 ; \quad d_3 - f = u + \Delta d_2$$

Suy ra :

$$\frac{\Delta d'_2}{\Delta d'_1} = \frac{\Delta d_2}{\Delta d_1} \cdot \frac{u + \Delta d_1}{u + \Delta d_2} \Rightarrow \frac{u - 5}{u + 40} = \frac{1}{10} \Rightarrow u = 10$$

Do đó :

$$f = \sqrt{-\frac{\Delta d'_1}{\Delta d_1} \cdot u(u + \Delta d_1)} = \sqrt{-\frac{10}{-5} \cdot 10(10 - 5)}$$
$$= \boxed{10 \text{ (cm)}}$$

CHÚ Ý : Cũng có thể xác định f từ hệ phương trình sau :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d_1 - 5} + \frac{1}{d'_1 + 10} = \frac{1}{d_1 + 40} + \frac{1}{d'_1 - 8}$$

20.3 Vật thật đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính của một thấu kính.

Ảnh ban đầu của vật tạo bởi thấu kính là ảnh ảo bằng $\frac{1}{2}$ vật.

Đời vật 100 cm dọc theo trục chính. Ảnh của vật vẫn là ảnh ảo, nhỏ hơn vật 3 lần.

Xác định chiều đời vật, vị trí ban đầu của vật. Tính tiêu cự.

GIẢI

Vật thật có ảnh ảo $\Rightarrow k > 0$.

$$\text{Ta có : } k_1 = \frac{f}{f - d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{f(k_1 - 1)}{k_1}$$

$$k_2 = \frac{f}{f - d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{f(k_2 - 1)}{k_2}$$

$$\text{Do đó : } \frac{d_2}{d_1} = \frac{k_2 - 1}{k_1 - 1} \cdot \frac{k_1}{k_2} = 2 \Rightarrow d_2 > d_1$$

$\Delta d > 0$: vật được dời xa thấu kính.

Từ kết quả trên, ta suy ra :

$$\Delta d = 2d_1 - d_1 = d_1 = \boxed{100\text{cm}}$$

$$f = \frac{k_1 d_1}{k_1 - 1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 100}{\frac{1}{2} - 1} = -100 \text{ (cm)}$$

- 20.4** Một người dùng máy ảnh để chụp ảnh một bức tranh. Lần đầu, máy được đặt cách bức tranh đoạn d_1 , ảnh trên phim cao 40,0mm.

Từ vị trí ban đầu, dịch máy lại gần tranh thêm 100 cm thì phải dời phim 5,0 mm ảnh mới rõ nét và ảnh cao 80,0mm.

Hỏi nếu muốn có ảnh trên phim cao 53,3mm thì phải dời máy một khoảng bao nhiêu, theo chiều nào; dời phim một khoảng bao nhiêu, theo chiều nào ? (kể từ vị trí đầu tiên).

GIẢI

Vật thật có ảnh thật $\Rightarrow k < 0$.

$$\text{Theo đề : } \frac{A'_2 B'_2}{A'_1 B'_1} = \frac{80,0}{40,0} = 2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = 2$$

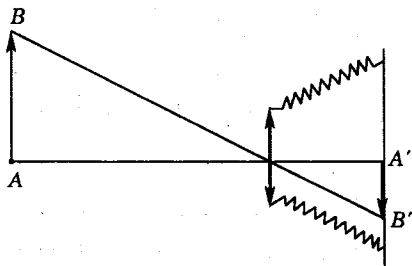
Suy ra :

$$\frac{f - d_1}{f - d_2} = 2$$

$$\text{Đặt : } u = f - d_1$$

$$\Rightarrow \frac{u}{u - \Delta d_1} = 2$$

$$\Rightarrow \Delta d_1 = \frac{u}{2}$$



H.9.28

Tương tự, ta cũng có :

$$\frac{A'_3B'_3}{A'_1B'_1} = \frac{53,3}{40} \approx \frac{160,0}{40,0} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{u}{u - \Delta d_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \Delta d_2 = \frac{u}{4}$$

Vậy : $\frac{\Delta d_2}{\Delta d_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta d_2 = \frac{\Delta d_1}{2} = \boxed{50 \text{ cm}}$

Ta cũng có :

$$\left. \begin{aligned} \Delta d'_1 &= k_1 k_2 \cdot \Delta d_1 \\ \Delta d'_2 &= k_1 k_3 \cdot \Delta d_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta d'_2}{\Delta d'_1} = \frac{k_3}{k_2} \cdot \frac{\Delta d_2}{\Delta d_1} = \frac{160,0}{80,0} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

Do đó : $\Delta d'_2 = \frac{\Delta d'_1}{3} = \frac{5,0}{3} \approx \boxed{1,7 \text{ (mm)}}$

Tóm lại, phải dời máy lại gần tranh 50 cm, dời phim xa vật kính 1,7 mm.

- 20.5** A và B là hai điểm trên trục chính của một thấu kính hội tụ ở ngoài khoảng OF. Lần lượt đặt tại A và B một vật phẳng, nhỏ vuông góc với trục chính. Ta nhận thấy :
- khi vật ở A, ảnh bằng 2 lần vật
 - khi vật ở B, ảnh bằng 3 lần vật
- a) Hai điểm A và B, điểm nào gần thấu kính hơn ?
- b) Nếu đặt vật tại M, trung điểm của AB, thì độ phóng đại của ảnh là bao nhiêu ?

GIẢI

Vật ở ngoài đoạn OF nên ảnh luôn là ảnh thật.

$$\Rightarrow k < 0$$

$$k = \frac{f}{f-d} \Rightarrow d = \frac{f(k-1)}{k}$$

a) Vị trí tương đối của A và B

Ta có :

$$d_A = \frac{f(k_A - 1)}{k_A} ; d_B = \frac{f(k_B - 1)}{k_B}$$

Suy ra :

$$\frac{d_B}{d_A} = \left(\frac{k_B - 1}{k_A - 1} \right) \cdot \frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{-3 - 1}{-2 - 1} \right) \cdot \left(\frac{-2}{-3} \right) = \frac{8}{9} < 1$$

Vậy : $d_B < d_A$: B gần thấu kính hơn.

b) Độ phóng đại của ảnh ở M

$$\text{Ta có : } d_M = \frac{d_A + d_B}{2}$$

$$\text{Do đó : } k_M = \frac{f}{f - d_M} \Rightarrow \frac{1}{k_M} = 1 - \frac{d_M}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k_M} = 1 - \frac{d_A + d_B}{2f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k_M} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_A} + \frac{1}{k_B} \right)$$

Vậy :

$$k_M = \frac{2k_A k_B}{k_A + k_B} = \boxed{-2,4}$$

20.6 Một vật phẳng, nhỏ AB đặt trước một thấu kính (L) tạo một ảnh rõ nét trên một màn (E).

Dịch chuyển vật 2cm lại gần thấu kính thì phải dịch chuyển màn (E) một khoảng 30 cm mới thu được ảnh rõ nét của vật; ảnh này bằng $\frac{5}{3}$ ảnh trước.

a) Thấu kính (L) là thấu kính gì ? Màn (E) được dịch theo chiều nào ?

b) Tính tiêu cự của thấu kính và độ phóng đại của ảnh trong hai trường hợp trên.

GIẢI

a) Loại thấu kính – Chiều dịch chuyển màn

– Theo đề ta có vật thật, ảnh thật.

$$\left. \begin{array}{l} d > 0 \\ d' > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f = \frac{dd'}{d + d'} > 0$$

Thấu kính (L) là thấu kính hội tụ

– Ta có :
$$d' = \frac{df}{d - f}$$

Lấy đạo hàm theo d ta được :
$$\frac{\delta d'}{\delta d} = -\frac{f^2}{(d - f)^2} < 0$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta d' \\ \Delta d \end{array} \right\} \text{ luôn trái dấu } \Rightarrow \text{Ảnh, vật chuyển động cùng chiều.}$$

Vậy màn (E) được dời xa thấu kính.

b) Tiêu cự – Độ phóng đại của ảnh

– Trong cả hai trường hợp ta đều có $k < 0$.

Vậy :

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{A'_2B'_2}{A'_1B'_1} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{f - d_1}{f - d_2} = \frac{5}{3} \quad (1)$$

Ta cũng thiết lập được :

$$\frac{\Delta d'}{\Delta d} = -k_1 k_2 \Rightarrow k_1 k_2 = -\frac{30}{-2} = 15 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra :

$$\frac{5}{3} k_1^2 = 15$$

$$\Rightarrow k_1 = \boxed{-3} ; \quad k_2 = \boxed{-5}$$

- Do đó :

$$\begin{cases} \frac{f}{f - d_1} = -3 \Rightarrow d_1 = \frac{4f}{3} \\ \frac{f}{f - d_2} = -5 \Rightarrow d_2 = \frac{6f}{5} \end{cases}$$

Vậy :

$$\Delta d = d_2 - d_1 = \left(\frac{6}{5} - \frac{4}{3} \right) f = -\frac{2}{15} f$$

$$\Rightarrow f = -\frac{15}{2} \cdot \Delta d = -\frac{15}{2} (-2)$$

$$= \boxed{15 \text{ (cm)}}$$

20.7 A, B, C là ba điểm trên trục chính của một thấu kính theo thứ tự đó. Cho : $AB = a$; $BC = b$.

Người ta nhận thấy :

- khi vật ở A, ảnh của vật ở B,

- khi vật ở B, ảnh của vật ở C,

Hãy lập biểu thức của tiêu cự thấu kính theo a, b.

Vẽ ảnh cho các trường hợp.

GIẢI

Ta xét hai trường hợp :

a) Ánh sáng truyền theo chiều $\overrightarrow{AC}$

Ta có : $\Delta d = -a$; $\Delta d' = b$

$$\Delta d' = -f^2 \cdot \frac{\Delta d}{(d_2 - f)(d_1 - f)}$$

$$\text{Do đó : } \left(\frac{d_2}{f} - 1 \right) \left(\frac{d_1}{f} - 1 \right) = - \frac{\Delta d}{\Delta d'} = \frac{a}{b}$$

Nhưng theo đề :

$$|d_2| = |d'_1| = OB \Rightarrow d_2 = -d'_1$$

$$\text{Vậy : } \left(\frac{d'_1}{f} + 1 \right) \left(\frac{d_1}{f} - 1 \right) = - \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \left[d'_1 \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} \right) + 1 \right] \left[d_1 \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} \right) - 1 \right] = - \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d'_1}{d_1} + 2 \right) \cdot \frac{d_1}{d'_1} = - \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow 2 \frac{d_1}{d'_1} = - \left(\frac{a}{b} + 1 \right) = - \frac{a+b}{b} \quad (1)$$

$$\text{Ta còn có : } d_1 + d'_1 = a \quad (2)$$

(1) và (2) cho :

$$\frac{d_1}{a+b} = \frac{d'_1}{-2b} = \frac{a}{a-b}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d_1 = \frac{a(a+b)}{a-b} \\ d'_1 = \frac{-2ab}{a-b} \end{cases}$$

Do đó :

$$f = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{\frac{-2a^2 b(a+b)}{(a-b)^2}}{\frac{a}{(a-b)} [a+b-2b]}$$

$$\Rightarrow f = -2 \frac{ab(a+b)}{(a-b)^2}$$

b) Ánh sáng truyền theo chiều $\overrightarrow{CA}$

Lần này ta có :

$$\Delta d = a ; \quad \Delta d' = -b ; \quad d_1 + d'_1 = -a$$

Lí luận tương tự trường hợp trên đây ta có :

$$f = 2 \cdot \frac{ab(a+b)}{(a-b)^2}$$

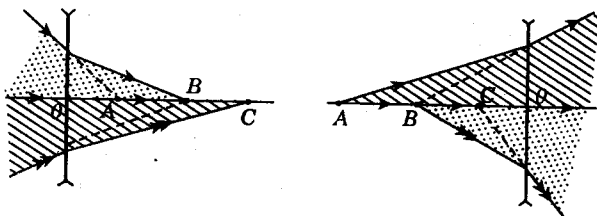
Kết luận :

Trong cả hai trường hợp ta có :

$$f = \pm 2 \cdot \frac{ab(a+b)}{(a-b)^2}$$

• Khi ánh sáng truyền theo chiều $\overrightarrow{AC}$: $f < 0$.

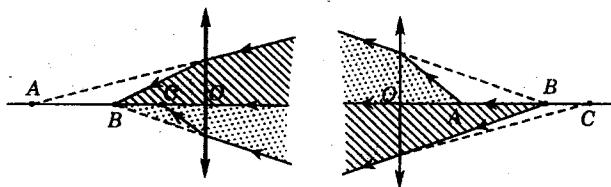
Thấu kính là thấu kính phân kì.



H.9.29

- Khi ánh sáng truyền theo chiều $\overrightarrow{CA}$: $f > 0$.

Thấu kính là *thấu kính hội tụ*



H.9.30

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

- 20.8 a) Dùng thấu kính hội tụ để quan sát ảnh ảo của một vật AB. Vật đặt trên trục chính và vuông góc trục chính.

Giữ vật cố định, dời thấu kính xuống một khoảng nhỏ trong mặt phẳng của nó.

Chứng tỏ ảnh của AB chuyển động theo chiều ngược lại.

- b) Chứng tỏ nếu thực hiện thí nghiệm với thấu kính phân kì, ảnh của vật sẽ chuyển động cùng chiều với thấu kính.

- c) Suy ra một phương pháp xác định loại thấu kính.

HD : Vẽ ảnh ứng với hai vị trí thấu kính.

- 20.9 Một thấu kính hội tụ có $f = 12\text{cm}$. Điểm sáng A trên trục chính có ảnh A'. Dời A gần thấu kính thêm 6cm, A' dời 2cm (không đổi tính chất).

Định vị trí vật và ảnh lúc đầu.

ĐS : 36cm, 18cm

- 20.10 Thấu kính phân kì có $f = -10\text{cm}$. Vật AB trên trục chính, vuông góc trục chính, có ảnh A'B'. Dịch chuyển AB lại gần thấu kính thêm 15cm thì ảnh dịch chuyển 1,5cm.

Xác định vị trí vật và ảnh lúc đầu.

ĐS : 30cm; -7,5cm

- 20.11 Vật đặt trước thấu kính, trên trục chính và vuông góc trục chính. Ảnh thật lớn bằng 3 lần vật. Dời vật xa thấu kính thêm 3cm thì ảnh vẫn thật và dời 18cm.

Tính tiêu cự.

$$DS : f = 18\text{cm}$$

- 20.12 Vật AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ có ảnh thật A_1B_1 cao 2cm. Dời AB lại gần thấu kính thêm 45cm thì được ảnh thật A_2B_2 cao 20cm và cách A_1B_1 đoạn 18cm.

Hãy xác định :

- a) tiêu cự của thấu kính
- b) vị trí ban đầu của vật.

$$DS : a) 10\text{cm}$$

$$b) 60\text{cm}$$

- 20.13 Vật cao 5cm. Thấu kính tạo ảnh cao 15cm trên màn. Giữ nguyên vị trí thấu kính nhưng dời vật xa thấu kính thêm 1,5cm. Sau khi dời màn để hứng ảnh rõ của vật, ảnh có độ cao 10cm.

Tính tiêu cự của thấu kính.

$$DS : 9\text{cm}$$

- 20.14 Vật AB đặt cách thấu kính hội tụ một đoạn 30cm. Ảnh A_1B_1 là ảnh thật. Dời vật đến vị trí khác, ảnh của vật là ảnh ảo cách thấu kính 20cm. Hai ảnh có cùng độ lớn.

Tính tiêu cự.

$$DS : f = 20\text{cm}$$

- 20.15 Thấu kính hội tụ có chiết suất $n = 1,5$; $R_1 = 10\text{cm}$; $R_2 = 30\text{cm}$. Vật thật được đặt trên trục chính và vuông góc trục chính tại A. Ảnh thật tạo bởi thấu kính hiện trên màn đặt cách vật đoạn $L = 80\text{cm}$. Ảnh lớn hơn vật.

Nếu giữ cố định vật và màn thì phải dịch chuyển thấu kính theo chiều nào, bao nhiêu, để có được ảnh trên màn nhỏ hơn vật ?

ĐS : Xa vật; 40cm

- 20.16 A,B,C là ba điểm thẳng hàng. Đặt vật ở A, một thấu kính ở B thì ảnh thật hiện ra ở C với độ phóng đại $|k_1| = 3$. Dịch thấu kính xa vật đoạn $l = 64\text{cm}$ thì ảnh của vật vẫn hiện ra ở C với độ phóng đại $|k_2| = \frac{1}{3}$. Tính f và đoạn AC.

ĐS : 24cm; 128cm

- 20.17 Dùng một thấu kính hội tụ để chiếu ảnh của một vật lên màn. Ảnh có độ phóng đại k_1 . Giữ nguyên vị trí thấu kính nhưng dời vật xa thấu kính đoạn a . Dời màn để hứng ảnh lần sau, ảnh có độ phóng đại k_2 .

Lập biểu thức của tiêu cự theo k_1 , k_2 và a .

$$\text{ĐS : } f = \frac{ak_1k_2}{k_2 - k_1}$$

- 20.18 Quả cầu nhỏ đặt trên bề mặt của một thấu kính hội tụ nằm ngang có tụ số $D = 4\text{dp}$. Quả cầu được truyền vận tốc $\vec{v}_0$ thẳng đứng hướng lên ($v_0 = 5\text{m/s}$).

Hỏi quả cầu có ảnh thật qua thấu kính trong khoảng thời gian bao lâu ?

ĐS : 0,9s

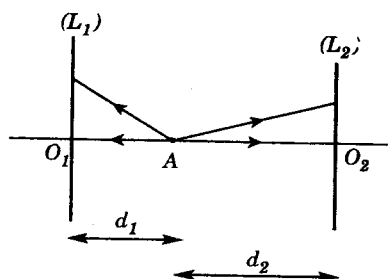
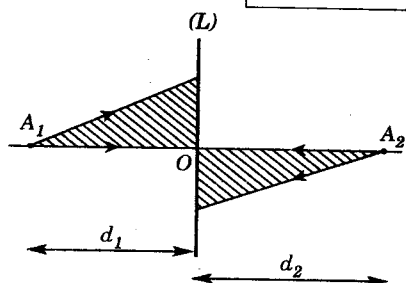
- 20.19 Thấu kính hội tụ có tiêu cự 5cm. A là điểm vật thật trên trục chính, cách thấu kính 10cm.

- Tính khoảng cách AA'. Chứng tỏ đây là khoảng cách ngắn nhất từ A tới ảnh thật của nó tạo bởi thấu kính.
- Giữ vật cố định và tịnh tiến thấu kính theo một chiều nhất định. Ảnh chuyển động ra sao ?

ĐS : a) 20cm

Bài toán 21

Ảnh của hai vật đặt hai bên thấu kính.
Ảnh của một vật đặt giữa hai thấu kính



H.9.31

- Ta có hai chiều truyền ánh sáng ngược nhau. Với mỗi chùm tia sáng truyền qua thấu kính, ta có một ảnh.
- Mỗi lần tạo ảnh, ta áp dụng các công thức về thấu kính đối với ảnh tương ứng.

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}; \quad k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f-d} = \frac{f-d'}{f}$$

- Trong mỗi quan hệ giữa hai ảnh, cần để ý :

- tính chất (thật, ảo) của chúng
- khoảng cách giữa chúng.

Điều kiện mà hai ảnh phải thỏa được diễn tả bằng hệ thức giữa các tọa độ d'_1 và d'_2 của các ảnh phù hợp với các nhận xét trên.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

- 21.1 Hai điểm sáng S_1, S_2 cách nhau $l = 24\text{cm}$. Thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 9\text{cm}$ được đặt trong khoảng S_1S_2 và có trục chính trùng với S_1S_2 .

Xác định vị trí thấu kính để ảnh của hai điểm sáng cho bởi thấu kính trùng nhau. Vẽ ảnh.

GIẢI

Đặt $OS_1 = x \quad (0 \leq x \leq l)$

$$\Rightarrow OS_2 = l - x$$

Ta có sơ đồ tạo hai ảnh :

$$S_1 \xrightarrow{(L)} S'_1 ; S_2 \xrightarrow{(L)} S'_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 = x \Rightarrow d'_1 = \frac{xf}{x-f} = \frac{9x}{x-9} \\ d_2 = l-x \Rightarrow d'_2 = \frac{(l-x)f}{(l-x)-f} = \frac{9(24-x)}{15-x} \end{array} \right.$$

Khi hai ảnh S'_1 và S'_2 trùng nhau thì một phải là ảnh thật, ảnh kia là ảnh ảo.

Vậy, ta có :

$$d'_2 = -d'_1$$

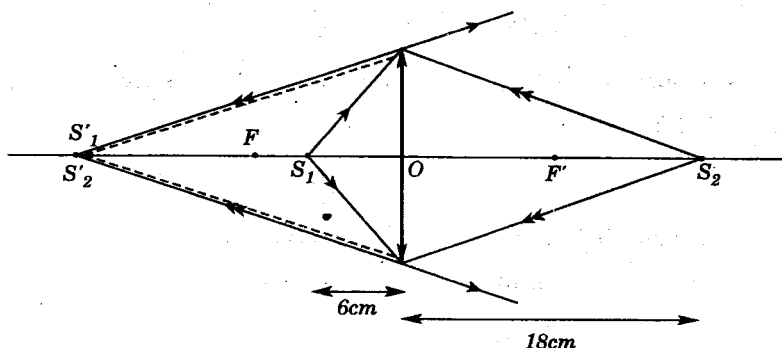
$$\Rightarrow \frac{9(24-x)}{15-x} = -\frac{9x}{x-9}$$

hay : $x^2 - 24x + 108 = 0$

$$\Delta' = 12^2 - 108 = 36$$

$$\sqrt{\Delta'} = 6 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \boxed{6\text{cm}} \\ x_2 = \boxed{18\text{cm}} \end{array} \right.$$

Phải đặt thấu kính cách S_1 một đoạn 6cm hoặc 18cm. (Nghiệm thứ hai ứng với việc hoán vị S_1 và S_2 cho nhau).



H.9.32

- 21.2 Có hai thấu kính được đặt đồng trục. Các tiêu cự lần lượt là $f_1 = 15\text{cm}$ và $f_2 = -15\text{cm}$. Vật AB được đặt trên trục chính và vuông góc trục chính trong khoảng giữa hai quang tâm O_1, O_2 . Cho $O_1O_2 = l = 40\text{cm}$.

Xác định vị trí vật để :

- hai ảnh có vị trí trùng nhau
- hai ảnh có độ lớn bằng nhau.

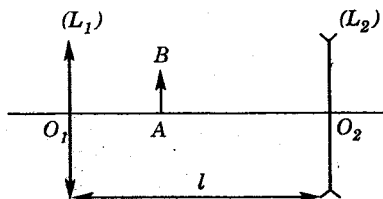
GIẢI

Đặt $O_1A = x$ ($0 \leq x \leq l$)

$$\Rightarrow O_2A = l - x = 40 - x$$

Sơ đồ tạo ảnh :

$$A_1'B_1' \xleftarrow[\left\{ \begin{matrix} d_1 \\ d'_1 \end{matrix} \right\}]{(L_1)} AB \xrightarrow[\left\{ \begin{matrix} d_2 \\ d'_2 \end{matrix} \right\}]{(L_2)} A_2'B_2'$$



H.9.33

$$\text{Ta có : } \begin{cases} d_1 = x \Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{15x}{x - 15} \\ d_2 = 40 - x \Rightarrow d'_2 = \frac{-15(40 - x)}{55 - x} \end{cases}$$

a) Vị trí của vật để hai ảnh trùng nhau

Thấu kính phân kì (L_2) tạo ảnh ảo đối với vật thật, ảnh gần thấu kính hơn vật.

$$\Rightarrow A'_2 \in O_2A$$

Vậy, muốn $A'_1B'_1$ có vị trí trùng $A'_2B'_2$ thì $A'_1B'_1$ cũng là ảnh ảo được tạo ra trong khoảng O_2A .

Ta có: $|d'_1| + |d'_2| = l$

$$\Rightarrow -d'_1 - d'_2 = l$$

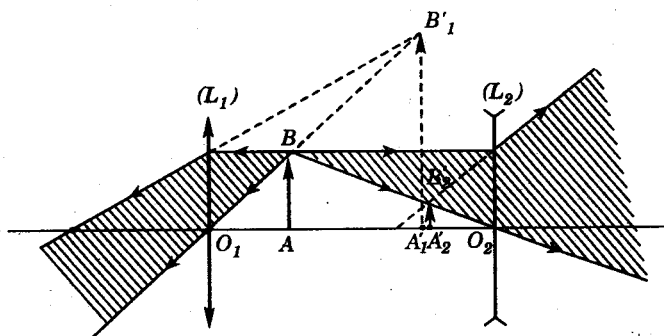
$$\Rightarrow 15 \left[\frac{40 - x}{55 - x} - \frac{x}{x - 15} \right] = 40$$

$$\Rightarrow x^2 - 70x + 600 = 0$$

Suy ra: $\Delta' = 35^2 - 600 = 625$

$$\sqrt{\Delta'} = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 10\text{cm} \\ x_2 = 60\text{cm (loại)} \end{cases}$$



H.9.34.

Vậy vật AB phải đặt cách thấu kính (L_1) 10cm (hay cách thấu kính (L_2) 30cm).

b) Vị trí của vật để hai ảnh có độ lớn bằng nhau

Ta phải có : $|k_2| = |k_1|$

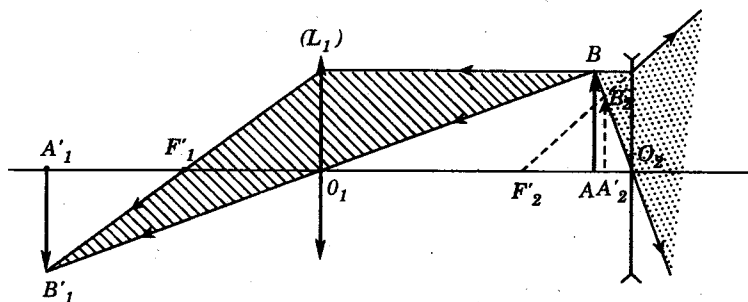
$$\Rightarrow \frac{f_1}{|f_1 - x|} = \frac{|f_2|}{|f_2 - (l - x)|}$$

$$\Rightarrow |15 - x| = |x - 55|$$

Suy ra $\begin{cases} 15 - x = 55 - x \\ 15 - x = x - 55 \end{cases}$ (vô nghiệm)

$$\Rightarrow x = \boxed{35 \text{ cm}}$$

Phải đặt vật AB cách thấu kính (L_1) 35 cm (hay cách thấu kính (L_2) 5cm).



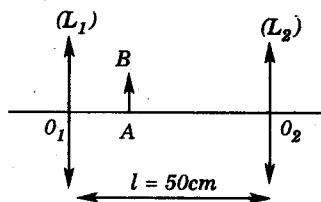
H.9.35

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

21.3 Cho hệ quang học sau đây (H.9.36).

$$f_1 = 10\text{cm}; \quad f_2 = 20\text{cm};$$

$$O_1O_2 = 50\text{cm}; \quad O_1A = 20\text{cm}.$$



H.9.36

Xác định các ảnh của AB. Vẽ ảnh.

ĐS : Thật; bằng vật; ngược chiều; cách 20cm.

Thật, bằng 2 lần vật; ngược chiều; cách 60cm.

- 21.4** Hai thấu kính hội tụ (L_1) và (L_2) có trục chính trùng nhau, các quang tâm O_1 , O_2 cách nhau đoạn $l = 40\text{cm}$. Các tiêu cự là $f_1 = 20\text{cm}$; $f_2 = 30\text{cm}$

Vật AB đặt trên trục chính, vuông góc trục chính trong khoảng O_1O_2 và cách O_1 đoạn x .

Định x để cho :

- a) hai ảnh tạo bởi hai thấu kính cùng chiều
- b) hai ảnh có cùng độ lớn.

ĐS : a) $10\text{cm} < x < 20\text{cm}$

b) 16cm; 40 cm

- 21.5** Hai thấu kính hội tụ có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 10\text{cm}$ và $f_2 = 12\text{cm}$ được đặt đồng trục, các quang tâm cách nhau đoạn $l = 30\text{cm}$. Ở khoảng giữa hai quang tâm, có điểm sáng A. Ảnh của A tạo bởi hai thấu kính đều là ảnh thật, cách nhau khoảng $A_1A_2 = 126\text{cm}$.

Xác định vị trí của A.

ĐS : Cách (L_1) hoặc 12cm hoặc 15,41cm

- 21.6** Một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 24\text{cm}$. Hai điểm sáng S_1 , S_2 đặt trên trục chính của thấu kính ở hai bên thấu kính, sao cho các khoảng cách d_1 , d_2 từ chúng đến thấu kính thỏa mãn điều kiện $d_1 = 4d_2$.

Xác định các khoảng cách d_1 , d_2 trong hai trường hợp:

- a) Ảnh của hai điểm sáng trùng nhau.

b) Ảnh của hai điểm sáng cách nhau 84cm và ở cùng một bên thấu kính.

ĐS : a) 60cm; 15cm

b) 32cm; 8cm hoặc 22,7cm; 5,7cm

Bài toán 22

Toán vẽ đối với thấu kính

- Lưu ý :

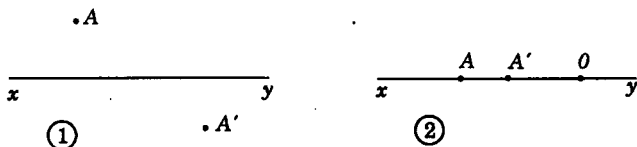
- Cần hai tia sáng để xác định một điểm (vật hay ảnh).
 - Điểm *vật* nằm trên các *tia tới* (hay đường nối dài của các tia tới).
 - Điểm *ảnh* nằm trên các *tia ló* (hay đường nối dài của các tia ló).
 - Giao điểm của tia tới và tia ló tương ứng là một *điểm của thấu kính*.
- Trong toán vẽ đối với thấu kính, ta dựng hai tia sáng trong số các tia đặc biệt sau đây:
- Tia tới *qua quang tâm* sẽ *truyền thẳng*.
 - Tia tới *song song với trục* (chính hoặc phụ) có tia ló qua (hay có đường nối dài của tia ló qua) *tiêu điểm ảnh* tương ứng.
 - Tia tới *qua* (hay có đường nối dài qua) *tiêu điểm vật* có tia ló *song song với trục tương ứng*.
 - Tia tới *dọc theo vật* có tia ló *dọc theo ảnh*.
- Đối với những trường hợp đặc biệt, kết hợp các công thức quang học với các hệ thức hình học.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

22.1 Trong hình vẽ sau đây, xy là trục chính của thấu kính, A là điểm vật thật, A' là ảnh của A tạo bởi thấu kính, O là quang tâm.

Với mỗi trường hợp, hãy xác định :

- A' là ảnh thật hay ảo ?
- loại thấu kính.
- các tiêu điểm chính (bằng phép vẽ)



H.9.37

GIẢI

* Trường hợp 1 :

Có thể hạ những đường vuông góc từ A và A' xuống trục chính và coi đó là các điểm vật và ảnh của một vật đặt trên trục chính.

Ta nhận thấy, ảnh và vật ngược chiều.

Vậy :

$$k = -\frac{d'}{d} < 0 \Rightarrow \frac{d'}{d} > 0$$

a) Bản chất ảnh

Theo đề, $d > 0$ ta suy ra :

$d' > 0$: ảnh thật

b) Loại thấu kính

Ta có :

$$f = \frac{dd'}{d + d'} > 0 : \text{thấu kính hội tụ.}$$

c) Xác định các tiêu điểm

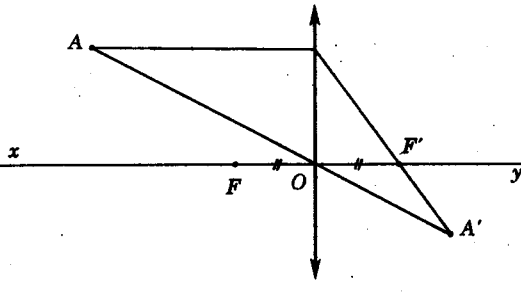
– Tia sáng phát ra từ A qua quang tâm O truyền thẳng tới ảnh A'.

Quang tâm O vừa nằm trên AA' vừa nằm trên xy nên là giao điểm của hai đường thẳng này.

– Tia sáng phát ra từ A song song với trục chính gặp thấu kính tại I. Tia ló tương ứng là IA'. Giao điểm của trục chính và IA' là tiêu điểm ảnh chính F'.

– Cách vẽ :

- Nối AA' cắt xy tại O : quang tâm
- Dụng thấu kính, vẽ tia AI song song với trục chính gặp thấu kính tại I. Nối IA' cắt trục chính tại F' : tiêu điểm ảnh chính.
- Lấy F đối xứng với F' qua O : tiêu điểm vật chính.



H.9.38

* Trường hợp 2 :

a) Bản chất ảnh

Theo đề : $d > 0$

Vậy A' là ảnh ở trước thấu kính nên ta có :

$$d' < 0 : \text{ảnh ảo}$$

b) Loại thấu kính

Cũng theo đề :

$$OA > OA' \Rightarrow |d| > |d'| \Rightarrow |k| < 1$$

Vì $k = -\frac{d'}{d} > 0$ ta có :

$$-\frac{d'}{d} < 1 \Rightarrow 1 + \frac{d'}{d} > 0 \Rightarrow d + d' > 0$$

Do đó : $f = \frac{dd'}{d + d'} < 0$: thấu kính phân kì.

c) Xác định các tiêu điểm

- Xét tia tới bất kì AI gặp thấu kính ở I. Tia ló tương ứng là AI.

Tia ló này có đường nối dài qua tiêu điểm ảnh phụ F'_1 nằm trên trục phụ song song với tia tới.

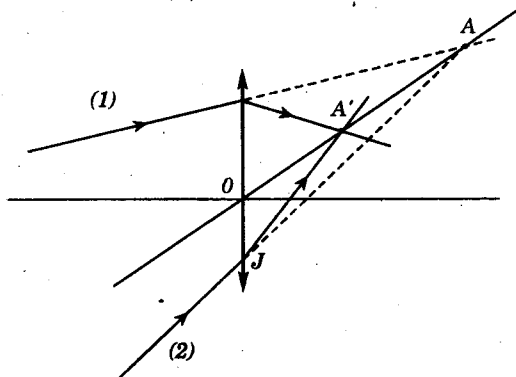
- Cách vẽ :

- Dụng thấu kính
- Vẽ tia tới bất kì AI gặp thấu kính ở I và trục phụ (qua O) song song với AI.
- Đường thẳng A'I cắt trục phụ tại F'_1
- Từ F'_1 hạ đường thẳng góc xuống trục chính, cắt trục chính tại F' : tiêu điểm ảnh chính.
- Lấy F đối xứng với F' qua O : tiêu điểm vật chính.

Suy ra cách vẽ :

- Nối dài các tia tới. Giao điểm A là điểm vật ảo.
- Nối OA cắt tia ló của (1) tại điểm A'.
- Nối điểm tới J của (2) với A'.

JA' là tia ló của (2).



H.9.41

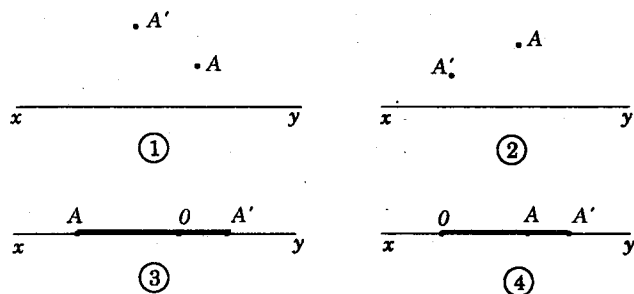
CHÚ Ý : Cũng có thể dựng các trục phụ song song với hai tia tới đã cho. Xác định các tiêu điểm ảnh phụ, ta cũng suy ra được tia ló của (2).

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

22.3 Trong hình vẽ 9.42, xy là trục chính của thấu kính, A là điểm vật thật, A' là ảnh của A tạo bởi thấu kính, O là quang tâm của thấu kính.

Với mỗi trường hợp, hãy xác định :

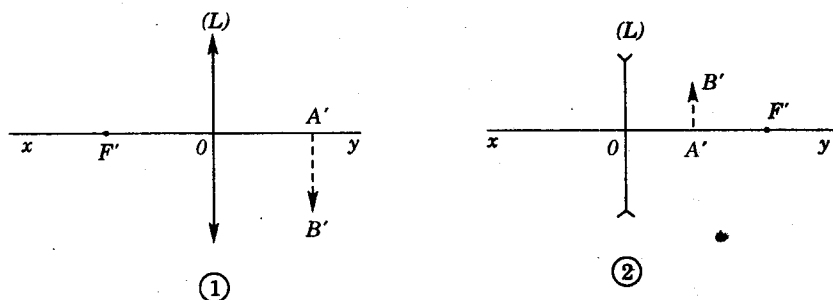
- a) A' là ảnh thật hay ảo ?
- b) loại thấu kính.
- c) các tiêu điểm chính (bằng phép vẽ)



H.9.42

- 22.4** Trong hình vẽ sau đây, xy là trục chính của thấu kính (L), F' là tiêu điểm ảnh chính của thấu kính, $A'B'$ là ảnh ảo của vật AB .

Với mỗi trường hợp, hãy xác định vị trí vật bằng phép vẽ. Nêu cách vẽ.

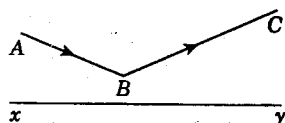
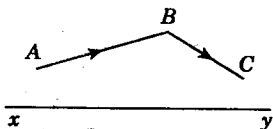


H.9.43

- 22.5** Trong hình vẽ 9.44, xy là trục chính của thấu kính, ABC là đường đi của một tia sáng qua thấu kính.

Với mỗi trường hợp, hãy xác định :

- loại thấu kính
- quang tâm, các tiêu điểm chính (bằng phép vẽ)

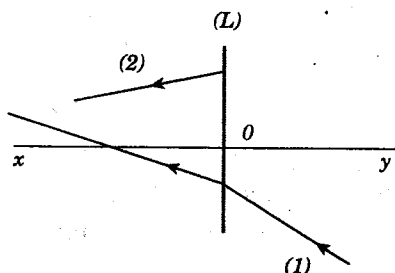


H.9.44

22.6 Cho xy là trục chính của thấu kính (L).

(1) là đường đi của một tia sáng truyền qua thấu kính. (2) là một phần của tia sáng khác.

Hãy bổ sung phần còn thiếu của (2).
Nêu cách vẽ.

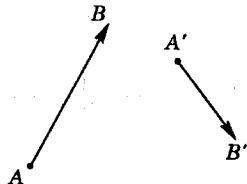


H.9.45

22.7 Trong hình vẽ 9.46, AB là vật thật, $A'B'$ là ảnh của AB tạo bởi thấu kính. Bằng phép vẽ hãy xác định :

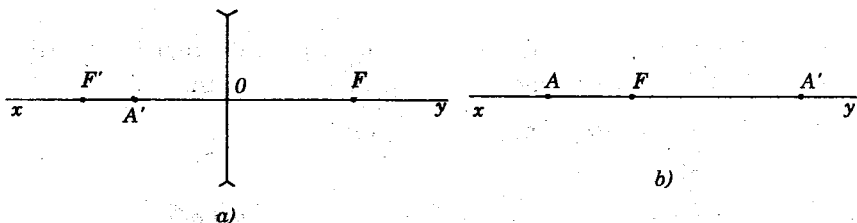
a) quang tâm.

b) các tiêu điểm chính.



H.9.46

22.8 Trong hình vẽ 9.47, xy là trục chính của thấu kính, A là điểm vật, A' là ảnh của A tạo bởi thấu kính.



H.9.47

Bằng phép vẽ, hãy xác định :

- a) vị trí của điểm vật A,
- b) vị trí của quang tâm O.

22.9 Hãy giải bằng phép vẽ :

- a) Thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 30\text{cm}$. Xác định vị trí của vật để có ảnh ảo bằng 5 lần vật.
- b) Thấu kính phân kì có tiêu cự $f = -20\text{cm}$. Xác định vị trí của vật để có ảnh thật bằng 4 lần vật.

22.10 Vật thật có ảnh thật bằng $|k_1|$ lần vật tạo bởi một thấu kính. Tịnh tiến vật đoạn l dọc theo trục chính thì ảnh của vật vẫn thật nhưng gấp $|k_2|$ lần vật ($|k_2| > |k_1| > 1$).

- a) Xác định loại thấu kính.
- b) Xác định chiều tịnh tiến của vật.
- c) Cho $|k_1| = 2$; $|k_2| = 4$. Bằng phép vẽ hãy xác định O, F, F'.

ĐS : a) Hội tụ.

b) Gắn thấu kính.

Bài toán 23

Quang hệ ghép gồm thấu kính và gương phẳng

- Trường hợp vật đặt trước thấu kính

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \xrightarrow{(M)} A_2B_2 \xrightarrow{(L)} A'B'$$

$\begin{cases} d_1 \\ d'_1 \end{cases}$

$\begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases}$

$\begin{cases} d_3 \\ d'_3 \end{cases}$

- Áp dụng công thức về ảnh đối với mỗi phần tử của quang hệ :

$$\text{Thấu kính : } \begin{cases} d' = \frac{df}{d - f} \\ k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f - d} \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Gương phẳng : } \begin{cases} d' = -d \\ k = 1 \end{cases}$$

- Mỗi liên hệ giữa vị trí ảnh tạo bởi phần tử trước và vị trí vật đối với phần tử sau được cho bởi :

$$d_2 = l - d'_1$$

(l : khoảng cách giữa hai phần tử của hệ)

- Độ phóng đại của ảnh sau cùng :

$$k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_3 k_2 k_1$$

- Trường hợp vật đặt giữa thấu kính và gương

Hai loại ảnh được tạo theo sơ đồ :

$$AB \xrightarrow{(L)} A'_1B'_1$$

$$\begin{cases} d_1 \\ d'_1 \end{cases}$$

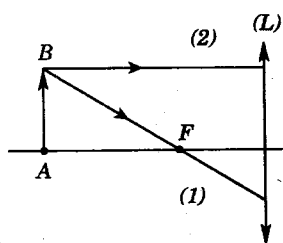
$$AB \xrightarrow{(M)} A_1B_1 \xrightarrow{(L)} A'B'$$

$$\begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases} \quad \begin{cases} d_3 \\ d'_3 \end{cases}$$

- Áp dụng các công thức về ảnh như trường hợp trên.
 - Quang hệ tạo hai ảnh sau cùng
- Các nội dung thường gặp :
- Khảo sát đường đi của chùm tia sáng

- ## ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

Xét hai tia sáng (1) và (2) như trong hình vẽ.



H.9.48

- (M) a) Chứng tỏ rằng tia (1) sau khi phản xạ trên gương sẽ trở lại theo đường cũ.
- b) Tìm vị trí của gương sao cho tia (2) sau khi phản xạ sẽ trở lại theo đường đi đối xứng với tia tới qua trục chính.

c) Xác định ảnh của vật tạo bởi quang hệ trong điều kiện của b. Nêu các tính chất của ảnh.

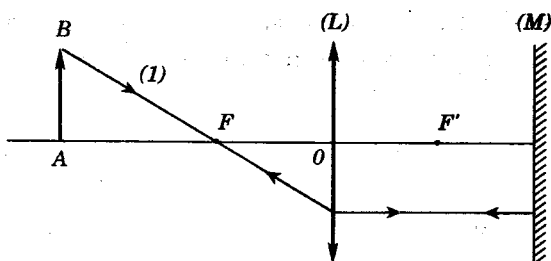
GIẢI

a) *Tia phản xạ của tia (1)*

- Tia sáng (1) qua tiêu điểm vật chính F của thấu kính nên có tia ló song song với trục chính.

- Tia ló khỏi thấu kính trở thành tia tới đối với gương. Tia này vuông góc với gương.

Ta có : $i = 0 \Rightarrow i' = 0$



H.9.49

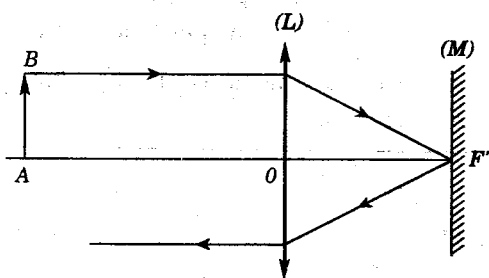
Tia phản xạ trên gương truyền ngược lại theo đường đi cũ. Theo tính thuận nghịch, nó truyền qua thấu kính theo chiều ngược lại đúng đường đi cũ.

b) Vị trí của gương

- Tia sáng (2) tới thấu kính song song với trục chính có tia ló qua *tiêu điểm ảnh chính* F' .

Tia ló này là tia tới đối với gương.

- Nếu tia ló sau cùng đối xứng với tia tới đầu tiên qua trục chính, thì tia tới thấu kính lần sau (tức là *tia phản xạ* tạo bởi gương) cũng đối xứng với tia ló khỏi thấu kính lần đầu qua trục chính.



H.9.50

Vậy, gương phải đặt sao cho tia tới và tia phản xạ đối với gương đối xứng nhau qua trục chính. Nghĩa là : F' phải nằm trên gương hay gương phải đặt tại *tiêu điểm ảnh chính* của thấu kính (H.9.50)

c) Ảnh của vật tạo bởi quang hệ

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \xrightarrow{(M)} A_2B_2 \xrightarrow{(L)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}$$

Ta lần lượt xét mỗi ảnh được tạo thành.

• Với A_1B_1 : $d_1 > 2f \Rightarrow -\frac{1}{d_1} > -\frac{1}{2f}$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} > \frac{1}{d'_1} > \frac{1}{2f}$$

$$\Rightarrow f < d'_1 < 2f$$

A_1B_1 là ảnh thật ở trong khoảng $F'C'$ ($d'_C = 2f$).

• Với A_2B_2 : $d_2 = f - d'_1 < 0$: vật ảo đối với gương.

$$d'_2 = -d_2 = d'_1 - f$$

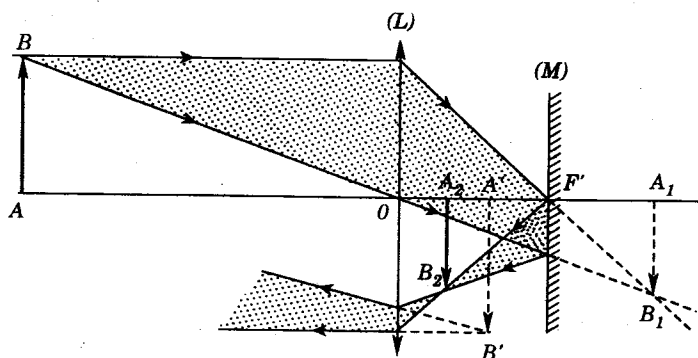
$$\Rightarrow 0 < d'_2 < f$$

• Với $A'B'$: $d_3 = f - d'_2 \Rightarrow 0 < d_3 < f$

$$\Rightarrow d'_3 < 0 : \text{ảnh } A'B' \text{ là ảnh ảo.}$$

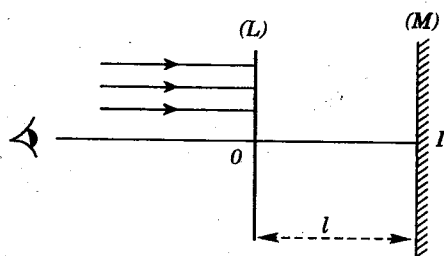
Mặt khác, theo chứng minh ở câu b, một trong số các tia ló sau cùng tạo ảnh $A'B'$ là tia đối xứng với tia tới đầu tiên qua trục chính. Tia này ấn định chiều và độ lớn của ảnh.

- Vậy, ảnh $A'B'$ là ảnh ảo, ngược chiều, bằng vật



H.9.51

- 23.2** Một hệ quang học gồm một thấu kính (L) có tiêu cự f và một gương phẳng (M) đặt vuông góc với trục chính của thấu kính, cách thấu kính đoạn l .



H.9.52

Chiếu một chùm tia sáng song song tới thấu kính và đặt mắt trước thấu kính, trên trục chính, nhìn qua thấu kính. Trong điều kiện đó, mắt thấy có một điểm sáng trên trục chính hiện ra ở đúng vị trí đặt gương.

- Xác định tiêu cự của thấu kính.
- Vẽ đường đi của chùm tia sáng qua hệ.

GIẢI

a) Tiêu cự của thấu kính

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{ccccccc} S & \xrightarrow{(L)} & S_1 & \xrightarrow{(M)} & S_2 & \xrightarrow{(L)} & S' \\ (\infty) & \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right. & \end{array}$$

Ta lần lượt xét mỗi ảnh.

Với S_1 : $d_1 \rightarrow \infty \Rightarrow d'_1 = f$

Với S_2 : $d_2 = l - d'_1 = l - f$

$$d'_2 = -d_2 = f - l$$

Với S' : Đối với (L) thì S' phải là ảnh ảo.

$$d'_3 = -l \quad (S' \equiv I)$$

$$d_3 = l - d'_2 = 2l - f$$

Do đó :

$$f = \frac{d_3 d'_3}{d_3 + d'_3} = \frac{(-l)(2l - f)}{l - f}$$

$$\Rightarrow lf - f^2 = lf - 2l^2$$

Vậy :

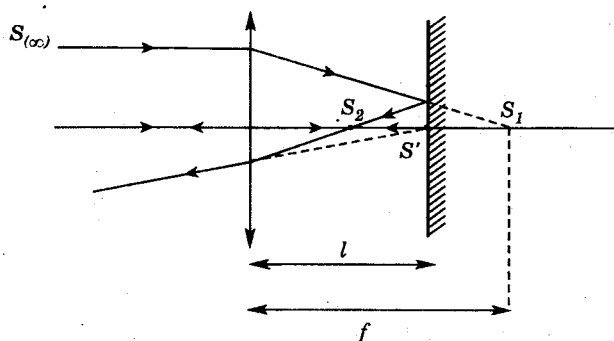
$$f = \pm l\sqrt{2}$$

- Thấu kính có thể là :

- thấu kính hội tụ, tiêu cự $f = l\sqrt{2}$
- thấu kính phân kì, tiêu cự $f = -l\sqrt{2}$

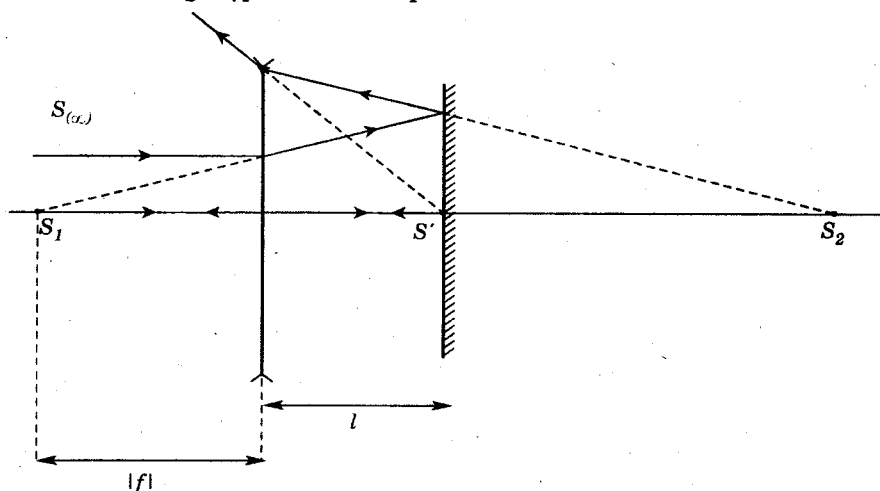
b) Đường đi của chùm tia sáng

- Trường hợp thấu kính hội tụ (H.9.53) :



H.9.53

- Trường hợp thấu kính phân kì :



H.9.54

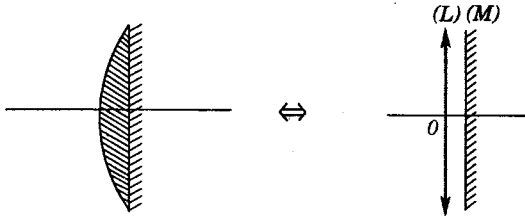
23.3 Một thấu kính phẳng - cầu có chiết suất n và bán kính mặt cong R . Tráng bạc mặt phẳng. Hãy xác định quang hệ tương đương với thấu kính tráng bạc nêu trên. Xét hai trường hợp :

- Mặt cầu lõm.
- Mặt cầu lồi.

GIẢI

a) Trường hợp 1 :

- Có thể xem quang hệ gồm thấu kính hội tụ (L) ghép sát với gương phẳng (M).



H.9.55

Tiêu cự của thấu kính xác định bởi :

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow f = \frac{R}{(n - 1)}$$

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[\begin{Bmatrix} d_1 \\ d'_1 \end{Bmatrix}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\begin{Bmatrix} d_2 \\ d'_2 \end{Bmatrix}]{(M)} A_2B_2 \xrightarrow[\begin{Bmatrix} d_3 \\ d'_3 \end{Bmatrix}]{(L)} A'B'$$

Ta lần lượt xét mỗi ảnh được tạo thành.

$$\text{Với } A_1B_1 : \frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f} = \frac{n - 1}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d'_1} = \frac{n - 1}{R} - \frac{1}{d_1}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = -d'_1 ; \quad d'_2 = -d_2 = d'_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{d'_1} = \frac{n - 1}{R} - \frac{1}{d_1}$$

$$\text{Với } A'B' : \frac{1}{d'_3} + \frac{1}{d_3} = \frac{1}{f} = \frac{n-1}{R}$$

$$d_3 = -d'_2$$

$$\frac{1}{d_3} = -\frac{1}{d'_2} = -\frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d_1} - \frac{n-1}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d'_3} + \frac{1}{d_1} = \frac{2(n-1)}{R}$$

$$\text{Đặt : } \frac{1}{f'} = \frac{2(n-1)}{R}$$

$$\text{Ta có : } \frac{1}{d'_3} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f'}$$

Một cách tổng quát với $\begin{cases} d = d_1 \\ d' = d'_3 \end{cases}$ ta có :

$$\boxed{\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}}$$

Quang hệ tương đương tạo ảnh theo sơ đồ :

$$AB \xrightarrow{(X)} A'B' \quad \begin{cases} d \\ d' \end{cases}$$

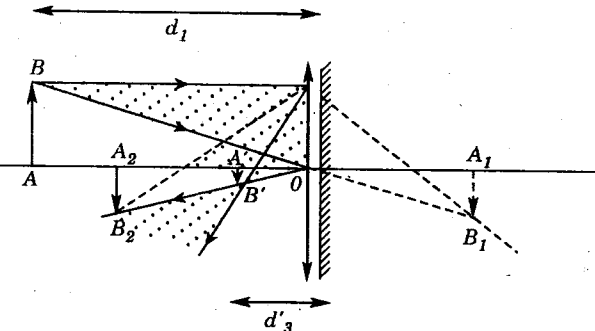
* d' có dấu đại số xác định như với $d_1 = d$

* Giá trị của d' được xác định bởi công thức :

$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$$

$$* f' = \frac{R}{2(n-1)} > 0$$

Quang hệ này là *gương cầu lõm*.



H.9.56

b) Trường hợp 2 :

Chứng minh tương tự ta có kết quả :

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d \\ d' \end{array} \right.]{(X)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} * d' \text{ có dấu đại số xác định như với } d_1 = d \\ * \text{ Giá trị của } d' \text{ được xác định bởi công thức :} \\ \quad \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'} \\ * f' = -\frac{R}{2(n-1)} < 0 \end{array} \right.$$

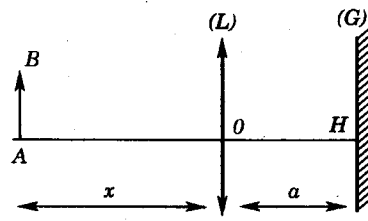
Quang hệ tương đương là một gương cầu lồi.

23.4 Cho quang hệ như hình

9.57, với :

(L) là thấu kính hội tụ
tiêu cự $f = 20$ cm.

(G) là gương phẳng



H.9.57

a) Với $x = 70\text{cm}$, $a = 50\text{cm}$, hãy xác định ảnh $A'B'$ của AB qua hệ. Vẽ ảnh.

b) a bằng bao nhiêu thì $A'B'$ có độ lớn không đổi bất chấp x ? Tính độ phóng đại của ảnh trong trường hợp này.

GIẢI

a) Xác định ảnh tạo bởi quang hệ

– Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}]{(G)} A_2B_2 \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}]{(L)} A'B'$$

Ta lần lượt xét mỗi ảnh được tạo thành.

Với A_1B_1 : $d_1 = 70\text{cm}$;

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{70 \cdot 20}{70 - 20} = 28(\text{cm}) \text{ (ảnh thật).}$$

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{28}{70} = -\frac{2}{5}$$

Với A_2B_2 : $d_2 = a - d'_1 = 50 - 28 = 22(\text{cm})$

$$d'_2 = -d_2 = -22\text{cm} \text{ (ảnh ảo)}$$

$$k_2 = 1$$

Với $A'B'$: $d_3 = a - d'_2 = 50 + 22 = 72(\text{cm})$

$$d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{72 \cdot 20}{72 - 20} \approx 27,7(\text{cm})$$

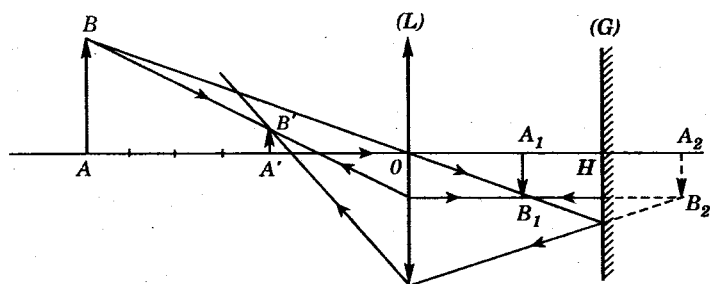
$$k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{5}{13}$$

Ta suy ra :

$$\begin{aligned}\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_3 k_2 k_1 \\ &= -\left(\frac{5}{13}\right)(1) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{2}{13}\end{aligned}$$

Ảnh A'B' của vật AB tạo bởi quang hệ ghép là ảnh thật, cách thấu kính 27,7cm, cùng chiều và bằng $\frac{2}{13}$ vật.

- Vẽ ảnh :



H.9.58

b) Xác định a

Khi a có giá trị thay đổi, trong tính toán trên đây ta có :

$$\left\{ \begin{aligned} d_1 &= x; & d'_1 &= \frac{20x}{x-20} \\ d_2 &= a - d'_1; & d'_2 &= -d_2 = d'_1 - a \\ d_3 &= a - d'_2 = a + d_2 = 2a - d'_1 \\ &= 2a - \frac{20x}{x-20} = \frac{2(ax - 10x - 20a)}{x-20} \end{aligned} \right.$$

Suy ra :

$$k = \frac{A'B'}{AB} = k_3 \cdot k_2 \cdot k_1 = \frac{f}{f - d_3} \cdot 1 \cdot \frac{f}{f - d_1}$$

$$= \frac{20}{20 - \frac{2(ax - 10x - 20a)}{x - 20}} \cdot \frac{20}{20 - x} = \frac{200}{(a - 20)x - 20a + 200}$$

Với $a - 20 = 0 \Rightarrow a = 20\text{cm}$ thì k là hằng số đối với mọi x .

Vậy ảnh $A'B'$ có độ lớn không đổi bất chấp x với :

$a = 20\text{cm}$

CHÚ Ý : Cũng có thể lí luận dựa theo tính chất quang học như sau :

- Khi x thay đổi, B vạch tia sáng song song với trục chính, có tia ló qua tiêu điểm F' .
- Muốn ảnh $A'B'$ có độ lớn không đổi, bất chấp x , B' phải vạch tia ló song song với trục chính khi B di chuyển. Tia tới thấu kính ứng với tia ló này là tia qua tiêu điểm F' .
- Suy ra tia tới và tia phản xạ đối với gương phải cùng qua F' . Do đó gương phải đặt tại F' .

Vậy : $a = 20\text{cm}$.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

23.5 Điểm vật A nằm trên trục chính của một thấu kính hội tụ và cách quang tâm một đoạn $2f$. Sau thấu kính đặt gương phẳng (M) vuông góc với trục chính.

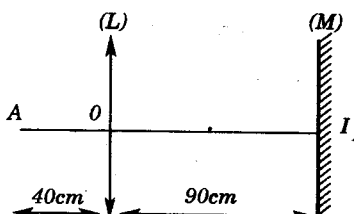
a) Định vị trí của (M) để chùm tia phản xạ sau khi xuyên qua thấu kính trở thành chùm tia song song.

b) A có vị trí bất kì. Có vị trí nào của (M) cho kết quả như trên không ?

ĐS : a) $\frac{3f}{2}$

b) $\frac{f(2d - f)}{2(d - f)}$ ($d > f$)

23.6 Một quang hệ có cấu tạo theo sơ đồ như hình 9.59. Thấu kính (L) có tiêu cự $f = 30\text{cm}$.



H.9.59

a) Xác định vị trí ảnh A' khi chưa đặt (M).

b) Xác định lại vị trí ảnh A' tạo bởi quang hệ trong hai trường hợp :

- (M) được đặt vuông góc với trục chính.

- (M) được đặt nghiêng 45° so với trục chính.

ĐS : a) Thật; 120cm

b) Thật; 60cm

Thật; cách trục chính 30cm

23.7 Thấu kính phân kì có $f = -10\text{cm}$. Thấu kính được ghép sát với gương phẳng (M).

a) Quang hệ có tác dụng như thế nào ?

b) Vật AB đặt vuông góc với trục chính và cách thấu kính 20cm. Xác định vị trí ảnh sau cùng của vật tạo bởi hệ.

ĐS : a) Tương đương gương cầu lõm tiêu cự $f' = \frac{f}{2}$

b) Ảo; cách 4cm ; $\frac{1}{5}$

23.8 Thấu kính hội tụ (O) có tiêu cự f đặt trước gương phẳng (M) cách gương đoạn l sao cho trục chính vuông góc với mặt gương và mặt phản xạ hướng vào thấu kính.

a) Vật phẳng nhỏ AB đặt trước thấu kính ở đúng tiêu điểm vật chính F và vuông góc trục chính. Vẽ ảnh $A'B'$ của AB. Nhận xét về ảnh. Chứng minh rằng ảnh $A'B'$ không phụ thuộc giá trị của l .

b) Cho (M) quay góc nhỏ α quanh trục (Δ) nằm trong mặt gương và vuông góc với trục chính thấu kính. Xác định

phương, chiều và giá trị độ dịch chuyển d của ảnh $A'B'$. Độ dịch chuyển này có phụ thuộc l không ?

ĐS : a) $A'B'$ đối xứng với AB qua trục chính.

b) $\Delta d' = 2fa$

23.9 Thấu kính hội tụ có tụ số 1dp. Trước thấu kính và cách 3m, đặt vật $AB = 3\text{cm}$ vuông góc với trục chính. Sau thấu kính, cách 50cm có một gương phẳng vuông góc với trục chính, mặt phản xạ hướng về thấu kính.

a) Vẽ đường đi của một chùm tia sáng từ B (điểm xa trục chính nhất của vật).

b) Xác định ảnh sau cùng tạo bởi hệ.

c) Định vị trí và tiêu cự của gương cầu thay thế được hệ trên để tạo được ảnh của AB ở cùng vị trí có cùng độ lớn.

ĐS : b) Thật; cách thấu kính 0,33m; ngược chiều; 1cm

c) $f' = 1\text{m}$; cách vật 4m

23.10 Thấu kính hội tụ phẳng - lõm (L) có bán kính mặt cầu $R = 1\text{m}$. Thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,5$. Trên trục chính của thấu kính có điểm sáng A cách quang tâm 2m.

a) Xác định vị trí ảnh của A tạo bởi thấu kính.

b) Sau thấu kính đặt gương phẳng (M) vuông góc với trục chính có mặt phản xạ quay về phía thấu kính và cách thấu kính 7m. Chứng tỏ ảnh cuối cùng của A tạo bởi quang hệ có vị trí trùng với A .

c) A và gương (M) giữ nguyên. Hỏi có vị trí nào khác của thấu kính (L) trong khoảng từ A đến gương để ảnh cuối cùng của A có vị trí trùng với chính nó ?

ĐS : a) Ở vô cực ($A = F$)

c) Cách vật 3m hoặc 6m

23.11 Một thấu kính hội tụ phẳng lõm, bán kính cong $R = 30\text{cm}$, chiết suất $n = 1,5$.

a) Tính tiêu cự và độ tụ của thấu kính.

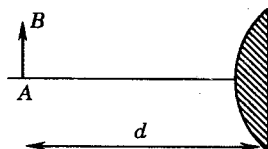
b) Vật AB đặt vuông góc với trục chính về phía mặt lồi ở vị trí cách thấu kính $d = 80\text{cm}$.

Xác định ảnh A_1B_1 của AB

tạo bởi thấu kính. Vẽ ảnh.

c) Tráng bạc mặt phẳng của thấu kính. Chứng minh rằng thấu kính tráng bạc như vậy tương đương với gương cầu lõm. Ứng dụng để xác định ảnh A_2B_2 của AB tạo bởi thấu kính tráng bạc như trên. Vẽ ảnh.

d) Xác định vị trí vật AB để các ảnh A_1B_1 (tạo bởi thấu kính ban đầu) và A_2B_2 (tạo bởi thấu kính tráng bạc) có vị trí trùng nhau.



H.9.60

ĐS : a) $f = 60\text{cm}$; $D = 1,67\text{dp}$

b) Thật; cách thấu kính 240cm ;
ngược chiều, bằng 3 lần vật.

d) $d = 40\text{cm}$

23.12 Thấu kính hội tụ có một mặt lồi ($R_1 = 7,5\text{cm}$) và một mặt lõm ($R_2 = 15\text{cm}$). Thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,5$.

a) Tính tiêu cự của thấu kính.

b) Một gương phẳng đặt sau thấu kính, vuông góc với trục chính, mặt phản xạ quay về phía thấu kính. Vật AB đặt trước thấu kính, vuông góc với trục chính và cách thấu kính 40cm . Định vị trí gương để ảnh sau cùng là ảnh thật, cùng chiều với vật, có độ lớn bằng 3 lần vật.

c) Vật AB và gương được đặt cố định cách nhau 160cm . Tìm các vị trí của thấu kính ở giữa vật và gương để ảnh

cuối cùng của vật tạo bởi hệ thấu kính và gương có vị trí trùng với vật.

ĐS : a) $f = 30\text{cm}$

b) Cách thấu kính 90cm

c) 40cm và 120cm

23.13 Một thấu kính mỏng có một mặt phẳng và một mặt cong.

a) Vật AB đặt vuông góc với trục chính (A trên trục chính) và cách quang tâm 6m . Ảnh A_1B_1 là ảnh thật cách thấu kính 3m . Thấu kính loại gì ? Tính tiêu cự, tụ số và bán kính mặt cong, cho biết thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,5$.

b) Mạ bạc mặt phẳng của thấu kính. Vật đặt trước thấu kính phía mặt cong. Khoảng cách d từ A đến quang tâm phải thỏa mãn điều kiện gì để ảnh cuối cùng là ảnh thật ?

ĐS : a) Hội tụ; 2m ; $0,5\text{ dp}$; 1m

b) $d \geq 1\text{m}$

23.14 Cho một thấu kính hội tụ (O) có tiêu cự $f = 12\text{cm}$ và một gương phẳng (G) đặt vuông góc với trục chính của (O) cách (O) một khoảng $a = 24\text{cm}$ sao cho mặt phản xạ của gương hướng vào (O). Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính của thấu kính, giữa thấu kính và gương.

a) Khoảng cách từ vật đến gương là 4cm . Chứng minh rằng, có thể tìm được hai vị trí đặt màn M để thu được ảnh rõ nét của vật trên màn. Xác định các vị trí và tỉ số độ lớn của hai ảnh tương ứng của vật AB.

b) Xác định vị trí của vật AB sao cho hai ảnh đó có tỉ số độ lớn bằng 3. Vẽ ảnh của vật trong trường hợp này.

ĐS : a) 30cm và 21cm ; $-\frac{3}{2}$ và $-\frac{3}{4}$

b) 6cm

23.15 Gương phẳng (G) được đặt vuông góc với trục chính của thấu kính hội tụ (O) có tiêu cự $f = 6\text{cm}$, cách thấu kính

một khoảng a , mặt phản xạ hướng về phía thấu kính. Điểm sáng S đặt trên trục chính của (O), trước gương và cách gương 1cm. Ta thấy có hai vị trí cách nhau 3cm có thể đặt một màn (E) để thu ảnh rõ nét của S .

a) Vẽ (giải thích đầy đủ) hai ảnh của S .

b) Xác định a và khoảng cách từ (O) tới hai ảnh nói trên.

c) Để giảm $1/5$ khoảng cách giữa hai ảnh, phải dịch chuyển điểm sáng bao nhiêu, theo chiều nào ? ((G) và (O) được giữ cố định).

ĐS : b) 11cm; 12cm; 15cm

c) 0,2cm lại gần (G)

23.16 Một thấu kính phẳng - lồi bằng thủy tinh có mặt phẳng được tráng một lớp bạc rất mỏng sao cho khi có một chùm tia sáng chiếu tới thì một phần chùm sáng phản xạ, một phần chùm sáng truyền qua.

Đặt một vật phẳng, nhỏ trước mặt phẳng của thấu kính vuông góc với trục chính, cách thấu kính 48cm. Ta thu được hai ảnh, một thật, một ảo, cùng kích thước và nằm trong cùng một mặt phẳng vuông góc với trục chính.

a) Xác định tiêu cự của thấu kính.

b) Một người nhìn ảnh của mình qua lớp bạc nói trên và điều chỉnh sao cho ảnh này cách mắt 32cm.

Tính khoảng cách giữa mắt và thấu kính và độ phóng đại của ảnh trong các trường hợp:

– mặt phẳng của thấu kính quay về phía người quan sát.

– mặt cầu của thấu kính quay về phía người quan sát.

ĐS : a) $f = 24\text{cm}$

b) 16cm; 1

8cm; 3

Bài toán 24

Quang hệ ghép gồm thấu kính và gương cầu

- Nội dung và nguyên tắc khảo sát quang hệ ghép này hoàn toàn tương tự trường hợp quang hệ ghép gồm thấu kính và gương phẳng.
 - Công thức về ảnh của thấu kính và gương cầu hoàn toàn giống nhau.
- Để ý điểm khác biệt về quy ước *vật thật, vật ảo* đối với thấu kính và đối với gương cầu.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

- 24.1 Một thấu kính hội tụ (L) tiêu cự 20cm đặt trước một gương cầu lõm (G) bán kính 30cm sao cho hai trục chính trùng nhau. Khoảng cách giữa thấu kính và gương là $l = 40\text{cm}$. Vật AB phẳng đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính, cách thấu kính 30cm.

Xác định và vẽ ảnh của vật tạo bởi hệ trong hai trường hợp :

- Vật đặt ở khoảng giữa thấu kính và gương
- Vật đặt ngoài khoảng nói trên.

GIẢI

a) Trường hợp 1

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(G)} A_1B_1 \xrightarrow{(L)} A'B'$$
$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

Ta lần lượt xét mỗi ảnh.

Với A_1B_1 : $d_1 = 40 - 30 = 10 \text{ (cm)}$;

$$\left[f_G = \frac{R}{2} = \frac{30}{2} = 15(\text{cm}) \right]$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_G}{d_1 - f_G} = \frac{10 \cdot 15}{10 - 15} = -30(\text{cm})$$

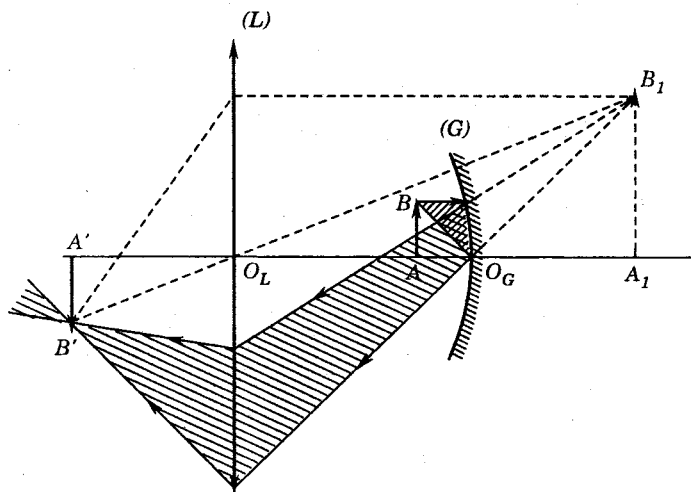
Với $A'B'$: $d_2 = l - d'_1 = 70\text{cm}$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_L}{d_2 - f_L} = \frac{70 \cdot 20}{70 - 20} = \boxed{28 \text{ (cm)}}$$

Ngoài ra :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_2 \cdot k_1 = \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) \cdot \left(-\frac{d'_1}{d_1} \right) = \boxed{-1,2}$$

Ảnh $A'B'$ là ảnh *thật*, cách thấu kính 28cm, ngược chiều và bằng 1,2 lần vật.



H.9.61

b) Trường hợp 2

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \xrightarrow{(G)} A_2B_2 \xrightarrow{(L)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}$$

Ta lần lượt xét mỗi ảnh.

Với A_1B_1 : $d_1 = 30(\text{cm})$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_L}{d_1 - f_L} = \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = 60(\text{cm})$$

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{60}{30} = -2$$

Với A_2B_2 : $d_2 = l - d'_1 = 40 - 60 = -20(\text{cm})$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{(-20) \cdot 15}{-20 - 15} = \frac{60}{7}(\text{cm})$$

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{\frac{60}{7}}{-20} = \frac{3}{7}$$

Với $A'B'$: $d_3 = l - d'_2 = 40 - \frac{60}{7} = \frac{220}{7}(\text{cm})$

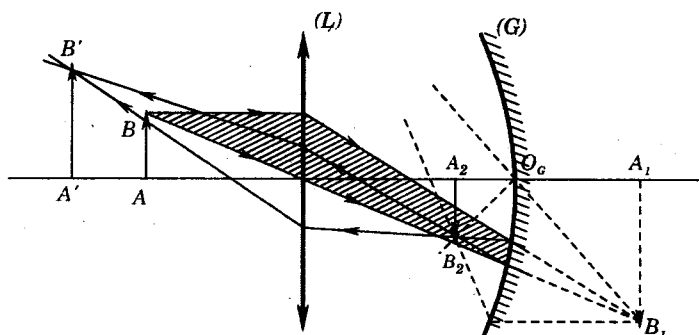
$$d'_3 = \frac{d_3 f_L}{d_3 - f_L} = \frac{\frac{220}{7} \cdot 20}{\frac{220}{7} - 20} = \boxed{55(\text{cm})}$$

$$k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{7}{4}$$

Ngoài ra ta có :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_3 \cdot k_2 \cdot k_1 \\ &= \left(-\frac{7}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) \cdot (-2) = \boxed{1,5} \end{aligned}$$

Ảnh sau cùng $A'B'$ là ảnh thật, cách thấu kính 55cm, cùng chiều và bằng 1,5 lần vật.



H.9.62

24.2 Vật phẳng AB đặt trên trục chính của một thấu kính hội tụ (L) và vuông góc với trục chính.

a) Thấu kính tạo ảnh trên màn đặt cách vật một khoảng 90 cm. Ảnh bằng hai lần vật. Tính tiêu cự của thấu kính.

b) Sau thấu kính, đặt thêm một gương cầu lõm (G) đồng trục. Ảnh của vật tạo bởi hệ hiện trên màn trước vật cách vật 30 cm. Ảnh này cùng chiều và bằng hai lần vật.

Tính tiêu cự của gương cầu và xác định vị trí đặt gương.

c) Thay vật AB bằng một điểm sáng S trên trục chính của hệ. Định vị trí của S để chùm tia ló ra khỏi thấu kính lần thứ hai :

- là chùm song song
- hội tụ ngay tại S.

GIẢI

a) Tiêu cự của thấu kính

$$\text{Theo đề : } \begin{cases} d' + d = 90\text{cm} \\ k = -2 \end{cases}$$

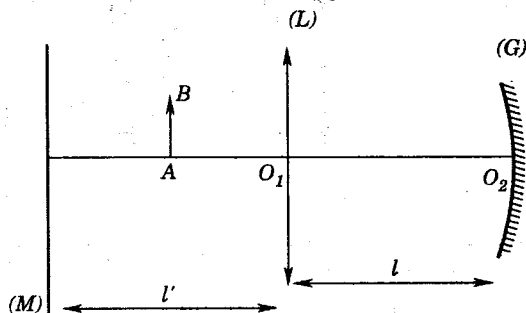
$$\text{Ta suy ra : } -\frac{d'}{d} = -2 \Rightarrow d' = 2d$$

$$\text{Do đó : } 3d = 90\text{ cm} \Rightarrow d = 30\text{ cm}$$

$$d' = 60\text{ cm}$$

$$\text{Vậy : } f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} = \boxed{20\text{ cm}}$$

b) Tiêu cự của gương - Vị trí gương



H.9.63

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[\begin{cases} d_1 \\ d'_1 \end{cases}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases}]{(G)} A_2B_2 \xrightarrow[\begin{cases} d_3 \\ d'_3 \end{cases}]{(L)} A'B'$$

Ta xét mỗi ảnh được tạo thành

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 = 30\text{cm}; d'_1 = 60\text{cm}$$

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -2$$

Với A'B' : $d'_3 = 30 + 30 = 60(\text{cm})$

$$d_3 = \frac{d'_3 f}{d'_3 - f} = \frac{60 \cdot 20}{60 - 20} = 30(\text{cm})$$

$$k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = -2$$

Với A₂B₂ : $d_2 = l - d'_1 = l - 60$

$$d'_2 = l - d_3 = l - 30$$

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{l - 30}{l - 60}$$

- Theo đề :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 2 \Rightarrow k_3 \cdot k_2 \cdot k_1 = 2$$

$$\Rightarrow (-2) \cdot \left(-\frac{l - 30}{l - 60}\right) \cdot (-2) = 2$$

$$\Rightarrow 2(l - 30) = 60 - l$$

$$3l = 120$$

$$l = \frac{120}{3} = \boxed{40\text{cm}}$$

Suy ra : $d_2 = -20\text{cm}$; $d'_2 = 10\text{cm}$

Vậy : $f' = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{(-20) \cdot 10}{-20 + 10} = \boxed{20\text{cm}}$

Gương cầu lõm có tiêu cự $f' = 20\text{cm}$ và được đặt sau thấu kính, cách thấu kính một khoảng $l = 40\text{cm}$.

c) Vị trí của S

* Trường hợp 1 :

Chùm tia ló sau cùng song song có thể coi là tạo ảnh S' ở vô cực.

Vậy sơ đồ tạo ảnh là :

$$S \xrightarrow{(L)} S_1 \xrightarrow{(G)} S_2 \xrightarrow{(L)} S' (\infty)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}$$

Ta có : $d'_3 \rightarrow \infty \Rightarrow d_3 = f$.

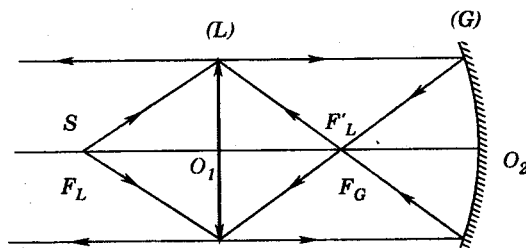
Do đó :

$$d'_2 = l - d_3 = 40 - 20 = 20(\text{cm}) = f'$$

$$\Rightarrow d_2 \rightarrow \infty \Rightarrow d'_1 = l - d_2 \rightarrow \infty$$

$$\Rightarrow d_1 = f = \boxed{20\text{cm}}$$

Điểm sáng S đặt tại tiêu điểm vật chính của thấu kính (H.9.64)



H.9.64

* Trường hợp 2 :

Lí luận tương tự với sơ đồ tạo ảnh như ở trường hợp 1 nhưng với $S' = S$ ta có :

$$d'_3 = d_1 \Rightarrow d_3 = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$\Rightarrow d'_2 = l - d_3 = 40 - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = \frac{20d_1 - 800}{d_1 - 20}$$

Mặt khác :

$$d'_1 = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$\Rightarrow d_2 = l - d'_1 = 40 - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = \frac{20d_1 - 800}{d_1 - 20} = d'_2$$

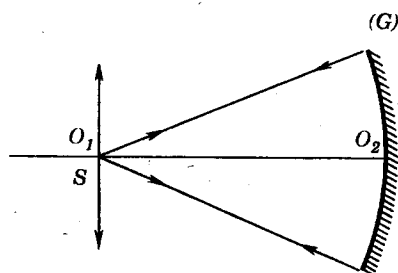
Suy ra :

$$\frac{d_2 f'}{d_2 - f'} = d_2$$

$$\Rightarrow d_2 = 2f' = 40\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_1 = \boxed{0}$$

$$(S_1 \equiv S_2 \equiv C_G)$$



H.9.65

Điểm sáng S được đặt tại quang tâm O_1 của thấu kính, tức tâm của gương cầu.

24.3 Một vật phẳng AB được đặt trước một thấu kính phân kì (L) tiêu cự $f_1 = -40\text{cm}$, vuông góc với trục chính của thấu kính.

a) Chứng tỏ rằng ảnh của vật tạo bởi thấu kính luôn luôn ảo, cùng chiều và nhỏ hơn vật.

b) Sau thấu kính và cách thấu kính một đoạn $l = 40\text{cm}$ người ta bố trí một gương cầu lõm (G) đồng trục với thấu kính, có mặt phản xạ hướng về phía thấu kính. Khi đó, tịnh tiến vật AB trước thấu kính, ta nhận thấy ảnh cuối cùng tạo bởi hệ luôn luôn thật.

Hãy tính tiêu cự của gương cầu.

GIẢI

a) Ảnh của vật tạo bởi thấu kính

Theo đề :
$$\begin{cases} d > 0 \\ f < 0 \end{cases}$$

Áp dụng công thức thấu kính ta có :

$$\frac{1}{d'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d} < 0 \Rightarrow d' < 0 : \text{ảnh ảo}$$

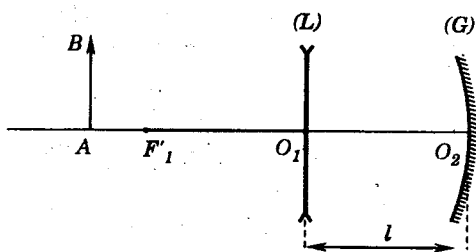
$$k = -\frac{d'}{d} > 0 : \text{ảnh cùng chiều với vật.}$$

$$|k| = \frac{|f|}{|f - d|} = \frac{|f|}{|f| + d} < 1 : \text{ảnh nhỏ hơn vật.}$$

b) Tiêu cự của gương cầu

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[\begin{cases} d_1 \\ d'_1 \end{cases}]{(L)} A_1B_1 \xrightarrow[\begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases}]{(G)} A_2B_2 \xrightarrow[\begin{cases} d_3 \\ d'_3 \end{cases}]{(L)} A'B'$$



H.9.66

Xét ảnh A_1B_1 của AB tạo bởi thấu kính (L).

Khi tịnh tiến AB từ vô cực đến sát thấu kính ta có :

$$\frac{1}{d_1} \geq 0$$

$$\Rightarrow f \leq d'_1 \leq 0$$

Ảnh A_1B_1 dịch chuyển trong đoạn $O_1F'_1$.

Xét ảnh $A'B'$ tạo bởi (L) sau khi ánh sáng phản xạ trên gương và truyền qua thấu kính theo chiều ngược lại (F'_1 trở thành *tiêu điểm vật chính*).

Nếu A'B' luôn luôn thật ta có :

$$\frac{1}{d'_3} > 0 \Rightarrow f \leq d_3 \leq 0$$

Vậy vật A_2B_2 đối với (L) dịch chuyển trong đoạn $O_1F'_1$.

- Xét sự tạo ảnh của gương cầu :

$$A_1B_1 \xrightarrow{(G)} A_2B_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

A_1B_1 là vật, A_2B_2 là ảnh. Trong điều kiện trên vật và ảnh đều thật và cùng chuyển động trong đoạn $O_1F'_1 = 40$ cm.

Lấy đạo hàm của d'_2 theo d_2 ta có :

$$d'_2 = \frac{d_2 f'}{d_2 - f'} \Rightarrow \frac{\delta d'_2}{\delta d_2} = - \frac{f'^2}{(d_2 - f')^2} < 0$$

(G) cố định, ảnh và vật chuyển động ngược chiều. Do đó khi tịnh tiến AB từ *vô cực đến sát thấu kính* thì A_1B_1 và A_2B_2 chuyển động *ngược chiều* đối với (G) và cùng vạch đoạn $O_1F'_1$.

Suy ra khi A_1B_1 ở F'_1 thì A_2B_2 ở O_1 .

$$\left\{ \begin{array}{l} d_2 = l + |f| = 80 \text{ cm} \\ d'_2 = l = 40 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$\text{Ta có : } f' = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{80 \cdot 40}{80 + 40} = \frac{80}{3}$$

$$\approx \boxed{26,7 \text{ (cm)}}$$

Ta cũng tìm thấy giá trị này của tiêu cự f' của gương cầu khi lí luận với A_1B_1 ở O_1 và A_2B_2 ở F'_1 .

CHÚ Ý : Cũng có thể sử dụng phương pháp *chận trên* và *chận dưới* cho giá trị của f' .

Thật vậy, lí luận như phần trên ta có :

$$f \leq d'_1 \leq 0 \Rightarrow -40 \text{ cm} \leq d'_1 \leq 0$$

$$d_2 = l - d'_1 = 40 - d'_1 \Rightarrow 40 \text{ cm} \leq d_2 \leq 80 \text{ cm}$$

Tương tự :

$$d'_3 \geq 0 \Rightarrow -40 \text{ cm} \leq d_3 \leq 0$$

$$d'_2 = l - d_3 = 40 - d_3 \Rightarrow 40 \text{ cm} \leq d'_2 \leq 80 \text{ cm}$$

Vì ánh và vật qua gương cầu chuyển động ngược chiều ta suy ra:

- Với $d_2 = (d_2)_{\min} = 40 \text{ cm}$ thì $d'_2 \leq 80 \text{ cm}$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{40f}{40 - f} \leq 80$$

$$\Rightarrow f \leq \frac{80}{3} \text{ cm} \approx 26,7 \text{ cm} \quad (1)$$

- Với $d_2 = (d_2)_{\max} = 80 \text{ cm}$ thì $d'_2 \leq 40 \text{ cm}$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{80f}{80 - f} \geq 40$$

$$\Rightarrow f' \geq \frac{80}{3} \text{ cm} \approx 26,7 \text{ cm} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $f \approx 26,7 \text{ cm}$

- 24.4** Một thấu kính phân kì (L) tiêu cự 20cm được đặt trước một gương cầu lõm (G) bán kính $R = 40 \text{ cm}$ sao cho hai trục chính trùng nhau. Thấu kính cách gương một khoảng l . Người ta nhận thấy một tia sáng song song với trục chính sau khi qua thấu kính, phản xạ trên gương lại đi qua thấu kính song song với trục chính.

a) Tính l .

b) Vật phẳng AB đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính ở trước thấu kính. Chứng tỏ hệ luôn luôn tạo một ảnh ảo bằng vật.

c) Tính khoảng cách từ gương tới ảnh của vật khi vật cách thấu kính 30 cm. Vẽ ảnh.

GIẢI

a) Khoảng cách giữa thấu kính và gương

Tia sáng song song với trục chính có thể coi như ứng với một điểm ở vô cực trên trục chính.

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{ccccccc} A & \xrightarrow{(L)} & A_1 & \xrightarrow{(G)} & A_2 & \xrightarrow{(L)} & A' \\ (\infty) & \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right. & (\infty) \end{array}$$

Theo đề ta có :

$$d_1 \rightarrow \infty \Rightarrow d'_1 = f_L = -20\text{cm}$$

$$d_2 = l - d'_1 = l + 20$$

$$d'_3 \Rightarrow \infty \Rightarrow d_3 = f_L = -20\text{cm}$$

$$d'_2 = l - d_3 = l + 20 = d_2$$

Vậy, đối với gương cầu :

$$d'_2 = d_2 \Rightarrow \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = d_2$$

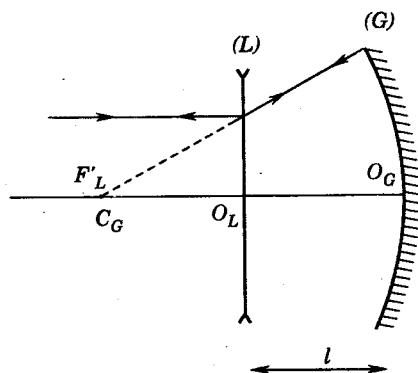
$$\Rightarrow d_2 = 2f_G = R$$

$$(A_1 \equiv A_2 \equiv C_G)$$

$$l + 20 = R$$

$$\Rightarrow l + 20 = 40$$

$$\text{hay } l = \boxed{20 \text{ (cm)}}$$



H.9.67

b) Chứng tỏ ảnh ảo và bằng vật

Sơ đồ tạo ảnh của vật AB :

$$AB \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \xrightarrow{(G)} A_2B_2 \xrightarrow{(L)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}$$

Ta lần lượt khảo sát mỗi ảnh.

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 ; d'_1 = \frac{d_1 f_L}{d_1 - f_L} = \frac{-20d_1}{d_1 + 20}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = l - d'_1 = 20 + \frac{20d_1}{d_1 + 20} = \frac{40(d_1 + 10)}{d_1 + 20}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{\frac{800(d_1 + 10)}{d_1 + 20}}{\frac{40(d_1 + 10)}{d_1 + 20} - 20} = \frac{40(d_1 + 10)}{d_1}$$

$$\text{Với } A'B' : d_3 = l - d'_2 = 20 - \frac{40(d_1 + 10)}{d_1} = -\frac{20(d_1 + 20)}{d_1}$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_L}{d_3 - f_L} = \frac{\frac{400(d_1 + 20)}{d_1}}{20 - \frac{20(d_1 + 20)}{d_1}} = \boxed{-(d_1 + 20)}$$

Vì $d_1 > 0 \Rightarrow d'_3 < 0$: Ảnh A'B' luôn luôn ảo.

Ngoài ra ta còn có :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = k_3 k_2 k_1 = \frac{f_L}{f_L - d_3} \cdot \frac{f_G}{f_G - d_2} \cdot \frac{f_L}{f_L - d_1}$$

$$= \frac{-20}{\frac{20(d_1 + 20)}{d_1} - 20} \cdot \frac{20}{20 - \frac{40(d_1 + 10)}{d_1 + 20}} \cdot \frac{-20}{-(d_1 + 20)}$$

$$= \frac{-d_1}{20} \cdot \frac{-(d_1 + 20)}{d_1} \cdot \frac{20}{(d_1 + 20)} = \boxed{+1}$$

Ảnh cùng chiều và bằng vật.

CHÚ Ý : Cũng có thể lí luận dựa vào tính chất quang học của thấu kính phân kì và gương cầu lõm.

c) Khoảng cách từ gương cầu tới ảnh

Thực hiện tính toán tương tự và theo sơ đồ tạo ảnh ở câu b ta có :

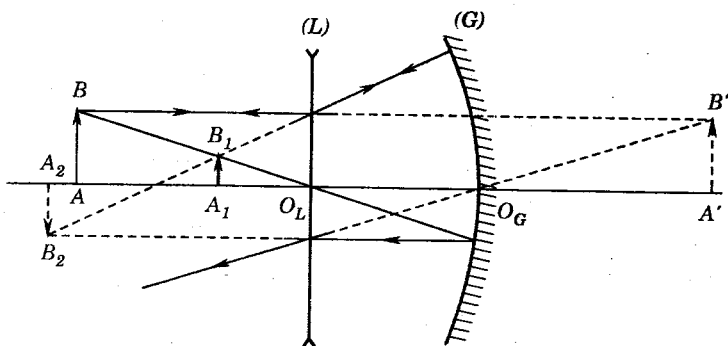
$$d'_3 = -50\text{cm} \Rightarrow O_L A' = 50\text{cm}$$

$$\text{Do đó : } O_G A' = O_L A' - O_L O_G = 50 - 20$$

$$= \boxed{30 \text{ cm}}$$

Ảnh ảo cách gương cầu 30 cm.

Vẽ ảnh :



H.9.68

24.5 Một gương cầu lõm và một thấu kính hội tụ cùng tiêu cự f được đặt đồng trục, cách nhau một khoảng $l = 2f$.

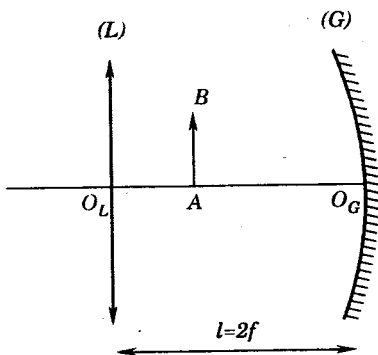
Vật phẳng, nhỏ AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính ở khoảng giữa gương và thấu kính.

a) Chứng tỏ rằng hệ trên luôn luôn cho hai ảnh của vật trong đó có một ảnh thật, ngược chiều và bằng vật.

b) Định vị trí vật để hai ảnh đều thật và cách nhau khoảng l' cho trước.

GIẢI

a) Tính chất của các ảnh



H.9.69

Quang hệ tạo hai ảnh của vật theo các sơ đồ sau :

$$AB \xrightarrow{(L)} A'_1B'_1 \quad \begin{cases} d_1 \\ d'_1 \end{cases}$$

$$AB \xrightarrow{(G)} A_2B_2 \xrightarrow{(L)} A'_2B'_2 \quad \begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases} \quad \begin{cases} d_3 \\ d'_3 \end{cases}$$

Lần lượt khảo sát mỗi ảnh.

Với $A'_1B'_1$: Đặt $O_LA = x \Rightarrow d_1 = x \quad (0 \leq d_1 \leq 2f)$

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{fx}{x - f}$$

Ta suy ra :

$$\begin{cases} d_1 - f > 0 \Rightarrow d'_1 > 0 \text{ với } f < d_1 \leq 2f \text{ hay } f < x \leq 2f \\ d_1 - f < 0 \Rightarrow d'_1 < 0 \text{ với } 0 < d_1 < f \text{ hay } 0 < x < f \end{cases}$$

Vậy ảnh $A'_1B'_1$ có thể thật hoặc ảo tùy vị trí vật.

Với A_2B_2 : $d_2 = l - x = 2f - x$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(2f - x)f}{f - x}$$

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = \frac{f}{x - f}$$

Với $A'_2B'_2$: $d_3 = l - d'_2 = 2f - \frac{(2f - x)f}{f - x} = \frac{-fx}{f - x}$

$$d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \boxed{x}$$

$$k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = \frac{f - x}{f}$$

Ta cũng có :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{A'_2B'_2}}{\overline{AB}} &= \frac{\overline{A'_2B'_2}}{\overline{A_2B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}} = k_3 k_2 \\ &= \left(\frac{f - x}{f} \right) \cdot \frac{f}{(x - f)} = \boxed{-1} \end{aligned}$$

Vậy ảnh $A'_2B'_2$ có $d'_3 = x > 0$ nên là *ảnh thật*,

có $k = k_3 k_2 = -1$ nên *ngược chiều và bằng vật*.

b) *Vị trí vật*

- Ảnh $A'_2B'_2$ luôn luôn thật. Để hai ảnh đều thật, chỉ cần ảnh $A'_1B'_1$ thật. Ta phải có :

$$d'_1 > 0 \Rightarrow d_1 - f > 0 \Rightarrow \boxed{d_1 = x > f}$$

- Ta còn phải có : $|d'_3 - d'_1| = l'$ (*)

Theo các kết quả ở câu a : $\frac{d'_3}{d'_1} = \frac{x-f}{f} = \frac{x}{f} - 1$

Vì $f < x \leq 2f$ ta có : $\frac{d'_3}{d'_1} \leq 1$

Vậy điều kiện (*) trở thành :

$$d'_1 - d'_3 = l' \Rightarrow \frac{fx}{x-f} - x = l'$$

$$\Rightarrow x^2 + (l' - 2f)x - fl' = 0$$

Ta có : $\Delta = (l' - 2f)^2 + 4fl' = l'^2 + 4f^2 > 0$

$$\Rightarrow x = \frac{(2f - l') + \sqrt{l'^2 + 4f^2}}{2}$$

Ta luôn tìm được x để hai ảnh đều thật và cách nhau khoảng l' cho trước bất kì.

24.6 Một thấu kính hội tụ (L) và một gương cầu lõm (G) cùng tiêu cự f được đặt đồng trục cách nhau một khoảng l . Vật phẳng, nhỏ AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính, về phía không có gương cầu.

a) Khi tịnh tiến vật trên trục chính, người ta nhận thấy ảnh tạo bởi hệ có độ lớn không phụ thuộc vị trí của vật (không dời vật tới vô cực). Xác định l .

b) Định vị trí vật để ảnh có vị trí trùng với vật. Vẽ ảnh.

GIẢI

a) Xác định l

- Xét tia tới từ B (giả sử A ở trên trục chính) song song với trục chính. Khi tịnh tiến vật trên trục chính, tia sáng nói trên không đổi. Có thể xem tia này là do điểm vật S ở vô cực.

Theo đề, ảnh sau cùng có độ lớn không phụ thuộc vị trí vật, nghĩa là có một tia ló không đổi song song với trục chính. Có thể xem tia ló này ứng với ảnh S' ở vô cực.

Suy ra sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{ccccccc} S & \xrightarrow{(L)} & S_1 & \xrightarrow{(G)} & S_2 & \xrightarrow{(L)} & S' \\ (\infty) & \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right. & (\infty) \end{array}$$

Lần lượt xét mỗi ảnh.

Với S_1 : $d_1 \rightarrow \infty \Rightarrow d'_1 = f$

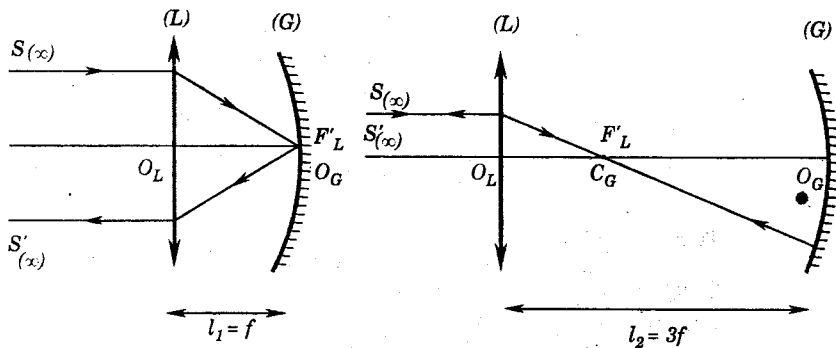
Với S' : $d'_3 \rightarrow \infty \Rightarrow d_3 = f$

Với S_2 : $\left. \begin{array}{l} d_2 = l - d'_1 = l - f \\ d'_2 = l - d_3 = l - f \end{array} \right\} \Rightarrow d'_2 = d_2$

Vậy : $\frac{d_2 f}{d_2 - f} = d_2 \Rightarrow d_2 \left[\frac{f}{d_2 - f} - 1 \right] = 0$

Suy ra : $\left\{ \begin{array}{l} d_{21} = 0 \Rightarrow l_1 - f = 0 \Rightarrow l_1 = \boxed{f} \\ d_{22} = 2f \Rightarrow l_2 - f = 2f \Rightarrow l_2 = \boxed{3f} \end{array} \right.$

- Ta có đường đi của tia sáng như sau :



H.9.70

CHÚ Ý : Sử dụng lý luận thuần túy đại số, có thể giải như sau theo sơ đồ tạo ảnh dưới đây :

$$AB \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \xrightarrow{(G)} A_2B_2 \xrightarrow{(L)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}$$

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 ; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} ; k_1 = \frac{f}{f - d_1}$$

$$\text{Với } A_2B_2 : d_2 = l - d'_1 = l - \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{(l - f)d_1 - lf}{d_1 - f}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(l - f)d_1 - lf^2}{(l - 2f)d_1 - lf + f^2}$$

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = \frac{f(f - d_1)}{(l - 2f)d_1 - lf + f^2}$$

$$\text{Với } A'B' : d_3 = l - d'_2 = l - \frac{(l - f)d_1 - lf^2}{(l - 2f)d_1 - lf + f^2}$$

$$= \frac{(l^2 - 3fl + f^2)d_1 + lf(2f - l)}{(l - 2f)d_1 + f(f - l)}$$

$$k_3 = \frac{f}{f - d_3} = \frac{f[(f - 2l)d_1 + f(f - l)]}{(-l^2 + 4fl - 3f^2)d_1 + f(l^2 - 3fl + f^2)}$$

$$\text{Ta suy ra : } \frac{A'B'}{AB} = k_3 k_2 k_1 = \frac{f^2}{(-l^2 + 4fl - 3f^2)d_1 + f(l^2 - 3fl + f^2)}$$

Nếu độ lớn của ảnh sau cùng $A'B'$ không phụ thuộc vị trí vật, ta có

$$-l^2 + 4fl - 3f^2 = 0 \Rightarrow \Delta' = 4f^2 - 3f^2 = f^2$$

Ta có hai nghiệm cho l : $l_1 = f$; $l_2 = 3f$

Cũng có thể lý luận dựa theo tính chất của các tia tới và tia ló song song với trục chính để đi tới kết luận như trên.

b) Vị trí vật

* Trường hợp $l_1 = f$

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \xrightarrow{(G)} A_2B_2 \xrightarrow{(L)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}$$

Xét lần lượt mỗi ảnh, ta có :

Với A_1B_1 : Đặt $O_L A = x$; $d_1 = x$

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{fx}{x - f}$$

Với A_2B_2 : $d_2 = l_1 - d'_1 = f - \frac{fx}{x - f} = -\frac{f^2}{x - f}$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{f^2}{x}$$

Với $A'B'$: $d_3 = l - d'_2 = f - \frac{f^2}{x} = \frac{f(x - f)}{x}$

$$d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = f - x$$

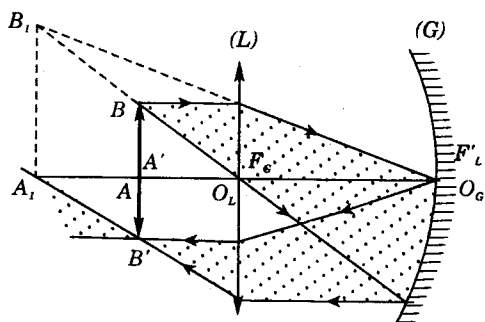
$$l_1 = f$$

Muốn ảnh sau cùng $A'B'$ có vị trí trùng vật ta phải có :

$$d'_3 = d_1$$

$$\Rightarrow f - x = x$$

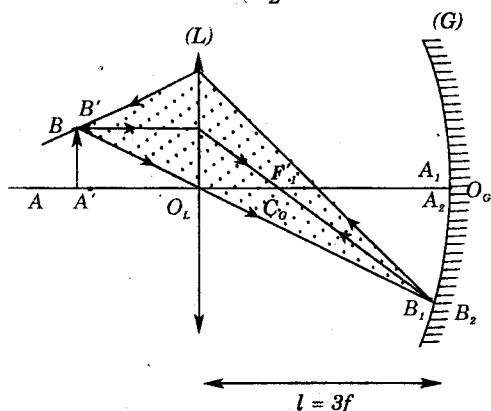
$$\Rightarrow x = \boxed{\frac{f}{2}}$$



Vẽ ảnh : hình 9.71

H.9.71

- Trường hợp $l_2 = 3f$



H.9.72

Chứng minh tương tự trường hợp thứ nhất ta có :

$$\begin{aligned} d'_3 &= d_1 \\ \Rightarrow 3f - x &= x \\ \Rightarrow x &= \frac{3f}{2} \end{aligned}$$

Vẽ ảnh : hình 9.72

CHÚ Ý : Có thể dựa vào tính chất quang học của tâm gương, đỉnh gương cũng như điểm $C(d_C = 2f)$ của thấu kính để tìm ra hai kết quả trên đây.

24.7 Một thấu kính hội tụ (L) tiêu cự f và một gương cầu lõm (G) bán kính R được đặt đồng trục cách nhau một khoảng l . Vật là một điểm sáng A đặt trên trục chính chung, trước thấu kính và cách thấu kính đoạn d_1 .

- Xác định d_1 để ảnh của A tạo bởi hệ trùng với chính nó.
- Để bài toán có nghiệm, l phải thỏa điều kiện gì ?

GIẢI

a) Xác định d_1

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{(L)} & A_1 & \xrightarrow{(G)} & A_2 & \xrightarrow{(L)} & A' \\ & \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right. & \end{array}$$

Xét lần lượt mỗi ảnh

Với A_1 : $d_1 ; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f}$

Với A' : vì $A' \equiv A \Rightarrow d'_3 = d_1$

$$\Rightarrow d_3 = d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f}$$

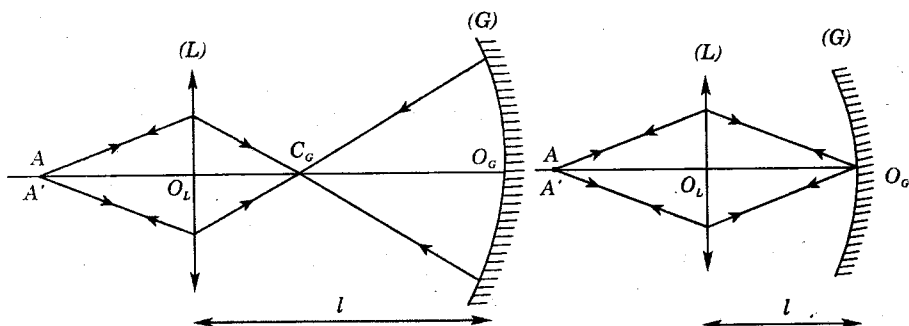
Đối với sự tạo ảnh bởi gương cầu, ta có :

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= l - d'_1 = l - \frac{d_1 f}{d_1 - f} \\ d'_2 &= l - d_3 = l - d'_1 = l - \frac{d_1 f}{d_1 - f} \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_2 = d'_2$$

Vậy : $\frac{d_2 \left(\frac{R}{2} \right)}{d_2 - \frac{R}{2}} = d_2 \Rightarrow d_2 \left[\frac{\frac{R}{2}}{d_2 - \frac{R}{2}} - 1 \right] = 0$

Suy ra nghiệm đối với d_2 :

• $d_{21} = 0 \Rightarrow l - \frac{d_1 f}{d_1 - f} = 0 \Rightarrow \boxed{d_{11} = \frac{lf}{l - f}} \quad (A_1 \equiv O_G)$



H.9.73

$$\bullet d_{22} = R \Rightarrow l - \frac{d_1 f}{d_1 - f} = R \Rightarrow \boxed{d_{12} = \frac{f(l - R)}{l - (f + R)}} \quad (A_1 \equiv C_G)$$

Ta có đường đi của các tia sáng qua quang hệ như hình 9.73.

b) Điều kiện về l

Theo các kết quả ở câu a ta suy ra :

$$\begin{cases} l > f \\ (l < R) \cup (l > f + R) \end{cases}$$

Vậy, điều kiện chung là :

$$(l > f) \cap [(l < R) \cup (l > f + R)] \Rightarrow \boxed{l > f + R}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

24.8 Một đèn pha gồm :

- Một gương cầu lõm (G) và một thấu kính hội tụ (L) đồng trục, mặt phản xạ của gương hướng về thấu kính.
- Một bóng đèn S công suất lớn có dây tóc coi như một điểm sáng đặt trên trục chính của hệ trong khoảng giữa gương và thấu kính.

Khoảng cách từ dây tóc đèn S đến gương là b , đến thấu kính là a ; a và b có thể thay đổi bằng cách dời thấu kính và gương.

a) Ban đầu $a = 15\text{cm}$; $b = 6\text{cm}$. Trên một màn (E) vuông góc với trục chính, cách thấu kính $22,5\text{ cm}$, ta thu được một chấm sáng ở tâm của một vùng sáng hình tròn. Dời màn một khoảng nhỏ ra trước hoặc sau thì đường kính vùng sáng không đổi còn chấm sáng to dần. Tính tiêu cự của thấu kính và của gương.

b) Phải điều chỉnh a , b như thế nào để thu được một chùm sáng song song duy nhất ?

Cho biết khoảng cách giữa S và thấu kính không thể nhỏ hơn 10 cm.

ĐS : a) 15 cm; 8 cm hoặc 9 cm; 4 cm

b) $a = 15$ cm; $b = 16$ cm

24.9 Một gương cầu lõm (G) có bán kính bằng tiêu cự của một thấu kính hội tụ (L). Gương và thấu kính được đặt đồng trục và cách nhau một khoảng l .

a) Vật là nguồn điểm thật S trên trục chính, trước thấu kính, cách thấu kính $d = 2f$. Ảnh của vật tạo bởi hệ trùng với vật. Xác định l .

b) Thay nguồn điểm S bằng vật phẳng, nhỏ AB đặt vuông góc với trục chính ở cùng vị trí với S. Xác định ảnh. Vẽ ảnh.

c) Vật AB được đặt ở giữa gương và thấu kính. Giải thích vì sao vật có hai ảnh. Xác định vị trí vật để:

- hai ảnh cùng thật

- một ảnh thật và một ảnh ảo.

ĐS : a) $l = 2f$; $l = f$

b) Trùng AB; đối xứng với AB qua trục chính.

c) $A \in [F_L O_G]$; $A \in [O_L F_L]$

24.10 Một thấu kính phân kì có tiêu cự 30 cm được đặt trước một gương cầu lõm (G), bán kính cong $R = 60$ cm, sao cho trục chính của chúng trùng nhau và sao cho một tia sáng song song với trục chính sau khi qua thấu kính, phản xạ trên gương, lại ló qua thấu kính song song với trục chính.

a) Tính khoảng cách l giữa thấu kính và gương.

b) Một vật phẳng nhỏ AB đặt vuông góc với trục chính, trước thấu kính và cách thấu kính một khoảng d . Vẽ ảnh của vật qua hệ và từ đó chứng minh rằng hệ luôn luôn cho một ảnh ảo lớn bằng vật.

Tính khoảng cách từ gương tới ảnh của vật khi $d = 40$ cm.

ĐS : a) $l = 30$ cm

b) $d' = d = 40$ cm

24.11 Một hệ gồm thấu kính phân kì (L) tiêu cự $f = -20$ cm và gương cầu lõm (G) đồng trục. Vật AB đặt vuông góc với trục chính trước thấu kính. Bất chấp vị trí của vật, ảnh tạo bởi hệ luôn luôn là ảnh ảo có độ lớn bằng vật.

a) Định vị trí tâm C của gương cầu.

b) Dời gương xa thấu kính đoạn 4 cm. Định vị trí vật để ảnh cuối cùng là ảnh thật, có độ lớn bằng vật.

c) Trong câu b nếu đặt vật tại vị trí của tiêu diện ảnh thấu kính thì ảnh cuối cùng là ảnh ảo gấp 2,5 lần vật. Tính khoảng cách từ thấu kính đến gương và tiêu cự của gương.

$$\text{ĐS : a) } C_G = F'_L$$

b) Cách thấu kính 80 cm.

c) 8 cm, 12 cm

24.12 Một gương cầu lõm (G) và một thấu kính hội tụ (L) cùng tiêu cự f được đặt cách nhau khoảng $3f$ sao cho trục chính trùng nhau và mặt phản xạ của gương hướng vào thấu kính. Một vật phẳng nhỏ đặt trên trục, vuông góc với trục, trong khoảng giữa thấu kính và gương.

a) Chứng minh rằng hệ gương và thấu kính trên luôn luôn cho hai ảnh của vật. Xác định vị trí của vật để :

* hai ảnh là thật cả,

* một ảnh là thật, một ảnh là ảo.

b) Xác định vị trí của vật để hai ảnh là thật cả và ở cách nhau một khoảng $2f$. Tính tỉ số độ lớn của hai ảnh và vẽ hai ảnh ấy.

c) Xác định vị trí của vật để hệ cho một ảnh thật cùng chiều với vật, lớn gấp 2 lần vật.

$$\text{ĐS : a) } \frac{3}{2}f < d < 2f; d > 2f; d < \frac{3}{2}f$$

$$\text{b) } d = \frac{4}{3}f; 1$$

$$\text{c) } d = \frac{5}{2}f.$$

24.13 Một gương cầu lõm (G) và một thấu kính hội tụ (O) cùng tiêu cự f được đặt cách nhau một khoảng $l = 2f$ sao cho trục chính trùng nhau và cho mặt phản xạ của gương hướng vào thấu kính. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trong khoảng giữa gương và thấu kính, cách gương một khoảng d .

a) Chứng minh rằng hệ gương và thấu kính luôn luôn cho hai ảnh của vật mà một là ảnh thật, bằng vật và ngược chiều với vật.

b) Xác định vị trí của vật để hai ảnh là thật cả và ở cách nhau một khoảng bằng $8f/3$.

$$\text{ĐS : b) } d = \frac{2f}{3} \text{ và } d = \frac{4f}{3}$$

24.14 Một quang hệ gồm thấu kính hội tụ (L) tiêu cự 10 cm được đặt đồng trục với một gương cầu lõm (G) bán kính 10cm. Mặt phản xạ của gương hướng về thấu kính, khoảng cách giữa thấu kính và gương là $l = 35\text{cm}$.

Trước thấu kính, có một điểm sáng S cách thấu kính đoạn 15cm.

a) Xác định ảnh sau cùng S' của S tạo bởi quang hệ. Vẽ đường đi của một chùm tia sáng.

b) Điểm sáng và thấu kính được giữ cố định, người ta dịch chuyển gương.

Tìm vị trí của gương để ảnh sau cùng S' của S tạo bởi quang hệ trùng với chính nó.

$$\text{ĐS : a) Thật; trùng } F_L .$$

$$\text{b) Cách thấu kính } 30\text{cm}$$

24.15 Một thấu kính phẳng - cầu có chiết suất n và bán kính mặt cong R. Người ta tráng bạc mặt cầu của thấu kính. Hãy xác định quang hệ tương đương với thấu kính tráng bạc này. Xét hai trường hợp :

- Mặt cầu lõm
- Mặt cầu lõm.

$$\text{ĐS : a) Gương cầu lõm } f = \frac{R}{2n}$$

$$\text{b) Gương cầu lõm } f = -\frac{R}{2n}$$

24.16 Một thấu kính phẳng - lõm, chiết suất $n = 1,5$, mặt lõm có bán kính $R = 30 \text{ cm}$.

a) Vật AB phẳng nhỏ đặt trước mặt phẳng của thấu kính cách mặt đó khoảng $d = 90 \text{ cm}$. Xác định ảnh A'B'.

b) Mặt lõm của thấu kính được mạ bạc. Hãy:

- Tìm trên trục chính của thấu kính điểm O sao cho các tia sáng đi từ O sau khi qua thấu kính, phản xạ rồi qua thấu kính lần thứ hai sẽ hội tụ ở O.

- Xác định ảnh A'B' tạo bởi hệ. Vật AB vẫn ở chỗ cũ.

ĐS : a) Thật; 180 cm; ngược chiều bằng 2 lần vật

b) 20cm; thật, 11,25cm; ngược chiều bằng $\frac{1}{8}$ vật

24.17 Một hệ gồm một thấu kính hội tụ (L) tiêu cự $f = 12 \text{ cm}$ đặt đồng trục trước một gương cầu lõm (G) có bán kính $R = 10 \text{ cm}$. Mặt phản xạ của gương hướng về thấu kính. Khoảng cách giữa gương và thấu kính là $a = 35 \text{ cm}$.

Một điểm sáng S được đặt trên trục chính, trước thấu kính và cách thấu kính đoạn $d_1 = 20 \text{ cm}$.

a) Xác định ảnh sau cùng của S. Vẽ đường đi của ánh sáng.

b) Giữ thấu kính và điểm sáng cố định, tịnh tiến gương. Tìm vị trí của gương để ảnh sau cùng của S trùng chính nó. Vẽ đường đi của ánh sáng. Nhận xét về các vị trí tìm được.

ĐS : a) Thật; ở tiêu điểm ảnh

b) 30cm; 40cm.

Bài toán 25

Các quang hệ ghép gồm thấu kính và lưỡng chất phẳng, bản mặt song song, lăng kính

- Áp dụng các công thức thích hợp liên quan đến mỗi phần tử của quang hệ ghép.

$$\text{Thấu kính : } \begin{cases} d' = \frac{df}{d - f} \\ k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f - d} \end{cases}$$

$$\text{Lưỡng chất phẳng : } \frac{d}{n_1} + \frac{d'}{n_2} = 0$$

$$\text{Bản mặt song song : } d + d' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$$

$$\text{Lăng kính : } D = (n - 1)A \text{ (góc nhỏ)}$$

- Để ý một số điểm sau :

- Ảnh tạo bởi lưỡng chất phẳng luôn có *bản chất trái ngược* với vật.
- Ảnh tạo bởi bản mặt song song luôn dời đi so với vật *theo chiều ánh sáng* ($n > 1$).
- Lăng kính chỉ có tính tương điểm gần đúng nếu góc chiết quang A nhỏ.

Trong điều kiện đó, ảnh và vật cũng có *bản chất trái ngược* nhau.

Ngoài ra, tia ló khỏi lăng kính luôn *lệch về đáy* ($n > 1$).

- Các quang hệ ghép nêu trên cũng có thể có thêm gương phẳng hoặc gương cầu.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

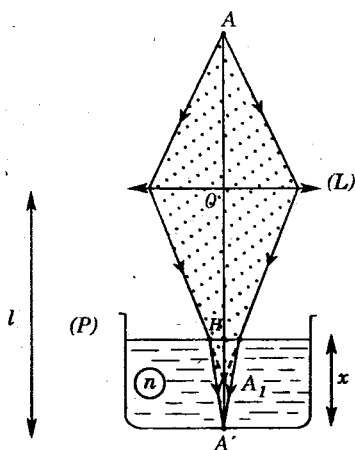
25.1 Một thấu kính (L) có độ tụ $D = +5\text{dp}$ được đặt nằm ngang, phía trên một chậu nước và cách đáy chậu 45cm . Phía trên thấu kính, cách 40cm có một điểm sáng A trên trục chính.

a) Phải đổ nước vào chậu đến độ cao nào để ảnh A' của A ở đúng đáy chậu? Cho biết chiết suất của nước là $n = 4/3$.

b) Thay nước bằng một chất lỏng khác cùng thể tích thì thấy rằng, muốn cho ảnh của điểm sáng vẫn ở đúng đáy chậu mà không dịch chuyển thấu kính thì phải đưa A ra xa thấu kính thêm 3cm . Tính chiết suất n' của chất lỏng.

GIẢI

a) Độ cao của nước



H.9.74

- Hệ gồm thấu kính (L) ghép với lưỡng chất phẳng (P).

Tiêu cự của thấu kính :

$$f = \frac{1}{D} = \frac{1}{5} = 0,2(\text{m})$$

$$= 20 (\text{cm})$$

Sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\}]{(L)} A_1 \xrightarrow[\left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}]{(P)} A'$$

- Lần lượt xét mỗi ảnh :

$$\text{Với } A_1 : d_1 = 40\text{cm} ; d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{40 \cdot 20}{40 - 20} = 40(\text{cm})$$

Với A' : Đặt x là độ cao của nước trong chậu.

$$d'_2 = \overline{HA'} = x ; \quad d_2 = \overline{HA_1}$$

$$d_2 = -\frac{d'_2}{n} = -\frac{x}{n}$$

$$\text{Ta có : } A_1A' = d'_2 + d_2 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)x$$

$$\Rightarrow \left(1 - \frac{1}{n}\right)x = l - d'_1$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy : } x &= \frac{l - d'_1}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{45 - 40}{1 - \frac{3}{4}} \\ &= \boxed{20 \text{ (cm)}} \end{aligned}$$

CHÚ Ý : Có thể coi A' là ảnh của A₁ tạo bởi bản mặt song song là lớp nước.

Ta có :

$$A_1A' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)x$$

b) *Chiết suất của chất lỏng*

Theo đề, độ cao của chất lỏng trong chậu vẫn như trước :

$$x = 20\text{cm}$$

Thực hiện tính toán như trường hợp đầu ta có :

$$A_1A' = \left(1 - \frac{1}{n'}\right)x = l - d'_1$$

$$\Rightarrow d'_1 = l - x\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d_1 f}{d_1 - f} = l - x\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$$

Do đó :

$$n' = \frac{1}{1 + \frac{d_1 f}{x(d_1 - f)} - \frac{l}{x}} = \frac{1}{1 + \frac{43 \cdot 20}{20(43 - 20)} - \frac{45}{20}}$$

$$\approx \boxed{1,61}$$

25.2 Một thấu kính (L) hai mặt lồi, cùng bán kính cong $R = 15\text{cm}$, làm bằng thủy tinh chiết suất n . Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính của thấu kính cách nó một khoảng không đổi $d = 30\text{cm}$ cho một ảnh thật A'B'. Một bản hai mặt song song (B) làm bằng cùng một thứ thủy tinh như thấu kính có độ dày e .

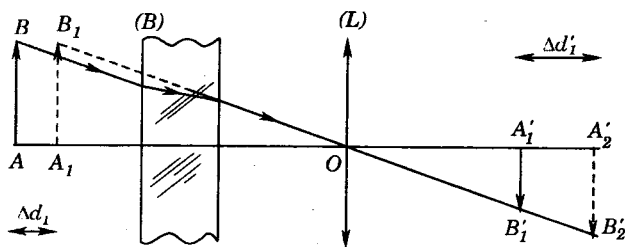
– Đặt bản giữa vật và thấu kính thì ảnh A'B' bị dịch chuyển (dọc theo trục chính) một đoạn bằng $3,75\text{cm}$.

– Đặt bản giữa thấu kính và ảnh A'B' thì ảnh bị dịch một đoạn bằng 3cm . Tính :

- Tiêu cự của thấu kính;
- Chiết suất của thủy tinh;
- Độ dày của bản.

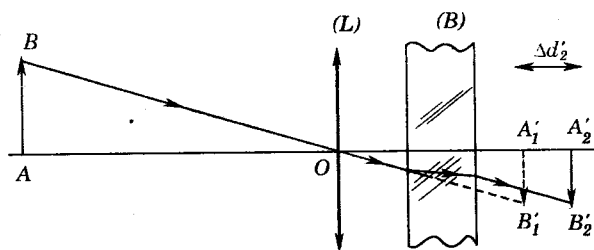
GIẢI

Theo đề ta có hai trường hợp sau :



H.9.75

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{(L)} \\
 AB \longrightarrow A'_1 B'_1 \\
 \left\{ \begin{array}{l} d \\ d' \end{array} \right\} \\
 \text{(B)} \quad \quad \quad \text{(L)} \\
 AB \longrightarrow A_1 B_1 \longrightarrow A'_2 B'_2 \\
 \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 |\Delta d_1| = d_1 + d'_1 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e \\
 \Delta d'_1 = d'_2 - d'
 \end{array}$$



H.9.76

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{(L)} \\
 AB \longrightarrow A'_1 B'_1 \\
 \left\{ \begin{array}{l} d \\ d' \end{array} \right\} \\
 \text{(L)} \quad \quad \quad \text{(B)} \\
 AB \longrightarrow A'_1 B'_1 \longrightarrow A'_2 B'_2 \\
 \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}
 \end{array} \right\} \Delta d'_2 = d'_2 + d_2 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$$

a) Tiêu cự của thấu kính

Trong cả hai trường hợp, khoảng cách vật - ảnh tạo bởi bản mặt song song là : $|\Delta d_1| = \Delta d'_2 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$

Theo đề ta có : $\Delta d_1 = -3\text{cm}$

Áp dụng công thức về ảnh của thấu kính, ta thiết lập được hệ thức liên lạc sau đây giữa độ dời vật và độ dời ảnh qua thấu kính (xem *Bài toán 20*) :

$$\frac{\Delta d'_1}{\Delta d_1} = - \frac{f^2}{(d-f)(d+\Delta d_1-f)}$$

$$\Rightarrow \frac{3,75}{-3} = - \frac{f^2}{(30-f)(27-f)}$$

$$\Rightarrow 5(30-f)(27-f) = 4f^2$$

$$\text{hay : } f^2 - 285f + 4050 = 0$$

$$\text{Ta có : } \Delta = 65025 ; \quad \sqrt{\Delta} = 255$$

Tiêu cự của thấu kính có giá trị :

$$\begin{cases} f_1 = 15\text{cm} \\ f_2 = 270\text{cm} \end{cases}$$

Vì ảnh tạo bởi thấu kính là ảnh thật với $d = 30\text{cm}$, ta chỉ lấy $f < d$.

$$\text{Vậy : } f = \boxed{15\text{cm}}$$

b) Chiết suất của thủy tinh

Công thức tính tiêu cự của thấu kính :

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{2}{R}$$

Ta suy ra :

$$\begin{aligned} n &= 1 + \frac{R}{2f} = 1 + \frac{15}{30} \\ &= \boxed{1,5} \end{aligned}$$

c) Độ dày của bản

$$\text{Ta có : } \left(1 - \frac{1}{n}\right)e = \Delta d'_2$$

$$\begin{aligned}\text{Do đó : } e &= \frac{\Delta d'_2}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{3}{1 - \frac{2}{3}} \\ &= \boxed{9 \text{ (cm)}}\end{aligned}$$

25.3 Một thấu kính phẳng - lồi (L) có chiết suất n , bán kính mặt cầu R. Hai mặt của thấu kính tiếp giáp với hai môi trường khác nhau :

- mặt phẳng tiếp giáp môi trường có chiết suất n_1
- mặt cầu tiếp giáp môi trường có chiết suất n_2

Hãy thiết lập công thức xác định vị trí ảnh tạo bởi thấu kính trong hai trường hợp :

- a) vật ở trên trục chính trong môi trường n_1 .
- b) vật ở trên trục chính trong môi trường n_2 .

GIẢI

a) Trường hợp 1

Dễ thấy rằng một bản mặt song song vô cùng mỏng không có ảnh hưởng trong sự tạo ảnh của quang hệ. Do đó, có thể xem là giữa mặt phẳng của thấu kính và môi trường chiết suất n_1 có một bản mặt song song vô cùng mỏng, chiết suất n_2 .

Quang hệ có thể coi là hệ ghép gồm :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{lưỡng chất phẳng (P) do hai môi trường } n_1 ; n_2 \\ \text{thấu kính (L) đặt trong môi trường } n_2 . \end{array} \right.$$

Sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow{(P)} A_1 \xrightarrow{(L)} A'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}$$

Lần lượt xét mỗi ảnh ta có :

$$\text{Với } A_1 : \frac{d_1}{n_1} = -\frac{d'_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow d'_1 = -\frac{n_2}{n_1} d_1$$

$$\text{Với } A' : d_2 = -d'_1 = \frac{n_2}{n_1} d_1$$

$$\frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_L} - \frac{1}{d_2}$$

$$\text{Với } \frac{1}{f_L} = \left(\frac{n}{n_2} - 1\right) \cdot \frac{1}{R} = \frac{n - n_2}{n_2 R} \text{ ta suy ra :}$$

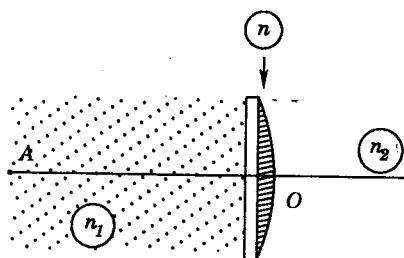
$$\frac{1}{d'_2} = \frac{n - n_2}{n_2 R} - \frac{n_1}{n_2 d_1}$$

Vậy, ta có công thức :

$$\frac{n_2}{d'_2} + \frac{n_1}{d_1} = \frac{n - n_2}{R}$$

hay :

$$\boxed{\frac{n_2}{d'} + \frac{n_1}{d} = \frac{n - n_2}{R}}$$



H.9.77

b) Trường hợp 2

Thực hiện khảo sát và tính toán như đối với trường hợp 1 ta có kết quả sau :

$$\frac{n_1}{d'} + \frac{n_2}{d} = \frac{n - n_2}{R}$$

25.4 Một thấu kính mỏng, phẳng - lồi (L), bán kính mặt cong 15cm, chiết suất n_1 , được ghép với một lăng kính có $A = 0,1\text{rd}$, chiết suất $n_2 = 1,5$.

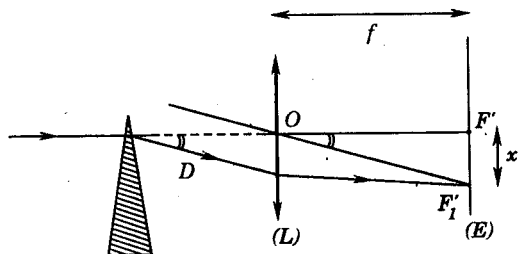
a) Một chùm tia sáng đơn sắc hẹp được chiếu tới lăng kính trùng với trục chính của thấu kính. Trên màn đặt vuông góc với trục chính tại F' , vệt sáng lệch trục chính 1,25cm. Tính n_1 .

b) Cho tia sáng tới gặp thấu kính trước. Chùm tia này phải có phương và vị trí ra sao để chùm tia ló khỏi lăng kính vẫn song song với trục chính.

GIẢI

a) Chiết suất n_1 của thấu kính

Theo đề bài ta có đường đi của tia sáng qua quang hệ như sau :



H.9.78

Góc lệch tạo bởi lăng kính góc nhỏ có giá trị không đổi là:

$$D = (n_2 - 1)A$$

Tia ló khỏi lăng kính song song với một trục phụ của thấu kính nên qua tiêu điểm ảnh phụ F'_1 ở trên màn và lệch so với trục chính đoạn $x = 1,25\text{cm}$.

Ta có : $x = f \cdot \tan D \approx fD = f(n_2 - 1)A$

Nhưng : $\frac{1}{f} = (n_1 - 1) \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow f = \frac{R}{n_1 - 1}$

Do đó : $x = \left(\frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} \right) RA$

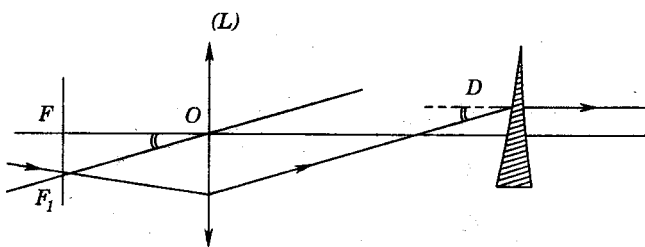
Vậy : $n_1 = 1 + \frac{(n_2 - 1)RA}{x}$

$$n_1 = 1 + \frac{(1,5 - 1) \cdot 15 \cdot 0,1}{1,25} = \boxed{1,6}$$

b) Phương và vị trí của chùm tia tới

Theo kết quả của câu a, áp dụng *tính thuận nghịch* của đường đi tia sáng ta suy ra :

Khi tia tới thấu kính đi qua tiêu điểm vật F_1 cách trục chính đoạn $x = 1,25\text{cm}$ về phía dưới thì :



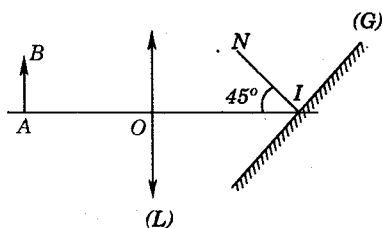
H.9.79

- Tia ló khỏi thấu kính sẽ song song với trục phụ, hướng từ dưới lên và lệch góc D so với trục chính.

- Tia ló khỏi lăng kính sẽ lệch về đáy góc D so với tia tới lăng kính do đó tia ló này song song với trục chính.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

25.5 Thấu kính (L) hai mặt lồi, cùng bán kính R , có $f = 15\text{cm}$. Thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$. Vật $AB = 1,2\text{cm}$ đặt trước thấu kính, vuông góc với trục chính. A ở trên trục và cách quang tâm O 60cm . Sau thấu kính, cách tâm O 10cm có gương phẳng (G) đặt sao cho pháp tuyến IN của mặt phản xạ hợp góc 45° với trục chính thấu kính.



H.9.80

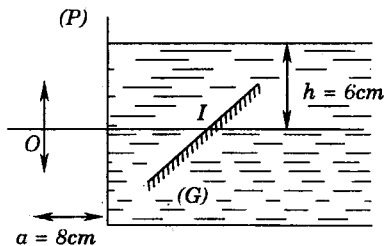
- Tính bán kính cong R của hai mặt thấu kính.
- Xác định ảnh $A'B'$ của AB tạo bởi hệ.
- Thay (G) bằng mặt huyền của một lăng kính phản xạ toàn phần đặt sao cho OI qua tâm I của mặt huyền. Hai cạnh góc vuông của lăng kính có độ dài $a = 6\text{cm}$. Thủy tinh làm lăng kính có chiết suất $n = 1,5$. Xác định ảnh của vật tạo bởi hệ lăng kính và thấu kính.

ĐS : a) $R = 15\text{cm}$

b) Thật, song song với trục chính, cách 10cm ; $A'B' = 0,4\text{cm}$

c) Như trên nhưng cách 12cm .

- 25.6** Thấu kính hội tụ (O) tiêu cự $f = 15\text{cm}$ đặt thẳng đứng trước thành (P) của một bể thủy tinh chứa nước cách thành đó đoạn $a = 8\text{cm}$. Trục chính thấu kính song song mặt nước, ở dưới mặt nước khoảng $h = 6\text{cm}$. Vật phẳng $AB = 1,2\text{cm}$ đặt trước thấu kính cách (O) đoạn $d = 60\text{cm}$.



H.9.81

a) Xác định ảnh $A'B'$ của AB . Vẽ ảnh.

b) Tại I trên trục chính và cách P đoạn 6cm, đặt gương phẳng (G) sao cho mặt phản xạ hợp với trục chính góc 45° và hướng lên trên. Xác định ảnh sau cùng $A'B'$ của AB .

c) Để ảnh $A'B'$ ở đúng mặt nước, phải dịch (G) bao nhiêu, theo chiều nào? (Cho biết chiết suất của nước là $n = 4/3$; bỏ qua bề dày thành bình).

ĐS : a) $A'B' = 0,4\text{cm}$; cách (P) 16cm

b) $A'B' = 0,4\text{cm}$; song song mặt nước và cách mặt nước 3cm

c) Xa 4cm

- 25.7** Một vật phẳng $AB = 2\text{cm}$ đặt trước một thấu kính hội tụ (L) cho một ảnh $A'B' = 6\text{cm}$ trên màn (M).

a) Đặt giữa thấu kính và màn một bản hai mặt song song (B) dày $e = 1,5\text{cm}$ thì phải dịch chuyển màn một khoảng $\Delta d' = 0,5\text{cm}$, ảnh mới trở lại rõ nét. Hỏi phải dịch màn theo chiều nào? Tính chiết suất của bản và kích thước của ảnh.

b) Đặt bản trên giữa vật và thấu kính, phải dịch chuyển màn một khoảng $\Delta d''$ kể từ vị trí đầu, ảnh mới trở lại rõ nét và có độ lớn $A''B'' = 18\text{cm}$. Hỏi phải dịch chuyển màn bao nhiêu, theo chiều nào và tiêu cự của thấu kính là bao nhiêu?

ĐS : a) Chiếu ánh sáng; $n = 1,5$

b) Chiếu ánh sáng; $13,5\text{cm}$; $f = 2,25\text{cm}$

25.8 Một vật phẳng AB đặt trước một màn (M). Giữa vật và màn có một thấu kính (O), và một bản hai mặt song song độ dày $e = 5,7\text{cm}$ bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$. Giữ vật và màn cố định, dịch chuyển thấu kính và bản thủy tinh, người ta tìm được một vị trí của thấu kính, mà dù đặt bản thủy tinh ở trước hay sau thấu kính thì ảnh vẫn rõ nét trên màn.

Khi bản thủy tinh ở trước thấu kính thì ảnh cao 10mm , còn khi bản thủy tinh ở sau thấu kính thì ảnh cao $8,1\text{mm}$.

Hãy tính :

- Tiêu cự của thấu kính.
- Độ lớn của vật.
- Khoảng cách từ vật đến thấu kính và đến màn.

ĐS : a) $f = 9\text{cm}$

b) $AB = 9\text{mm}$

c) $19\text{cm}; 38\text{cm}$

25.9 Cho một thấu kính phẳng - lồi (L) bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$, mặt lồi có bán kính cong $R = 4,5\text{cm}$.

Một vật phẳng nhỏ $AB = 2\text{mm}$ đặt trên trục chính, vuông góc với trục, cách mặt cong một khoảng $d = 12\text{cm}$.

a) Xác định vị trí và độ lớn của ảnh $A'B'$ của vật cho bởi thấu kính.

b) Người ta dán thêm vào mặt phẳng của thấu kính một tấm hai mặt song song bằng cùng một thứ thủy tinh, dày $e = 3\text{cm}$. Xác định vị trí và độ lớn của ảnh trong hai trường hợp :

- Vật vẫn đặt trước mặt cong, cách mặt đó 13cm .

- Vật đặt trước mặt phẳng (của thấu kính dày) và cũng cách mặt đó 13cm .

Ta có thể rút ra kết luận gì đối với một thấu kính phẳng - lồi, dày ?

ĐS : a) Thật; cách (L) 36cm; ngược chiều và bằng 3 lần vật

b) - Thật; cách (L) 30,25cm; ngược chiều
và bằng 2,25 lần vật

- Như câu a.

- Thấu kính mỏng ghép sát bản song song;
hai mặt không tương đương.

25.10 Đặt một vật phẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính của một thấu kính phẳng - lồi (L), làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$ ta thu được một ảnh thật cách thấu kính 5cm.

Núng toàn hệ vào nước có chiết suất $n' = \frac{4}{3}$, ta vẫn thu

được ảnh thật của vật nhưng cách vị trí ảnh cũ 25cm theo hướng xa thấu kính (khoảng cách vật - thấu kính không thay đổi).

a) Tính bán kính mặt cầu của thấu kính, tiêu cự của nó trong không khí và trong nước. Tính khoảng cách từ thấu kính đến vật.

b) Thấu kính vẫn ở trong nước nhưng nằm sát mặt nước, trục chính vuông góc với mặt nước. Khoảng cách vật - thấu kính vẫn như trước, vật ở trong không khí.

Xác định ảnh cuối cùng của vật.

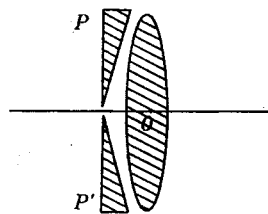
ĐS : a) $R = 2,25\text{cm}; 4,5\text{cm}; 18\text{cm}; d = 45\text{cm}$

b) Thật; 25,7cm; $-\frac{3}{7}$

25.11 Một thấu kính hội tụ mỏng (O) có độ tụ $D = 5$ điốp. Một điểm sáng S đặt trên trục chính, cách thấu kính một khoảng $d = 25\text{cm}$. Trên một màn (M) đặt sau (O) người ta thu được ảnh rõ nét của S.

a) Xác định khoảng cách từ thấu kính đến màn.

b) Đặt trước (O) và sát vào (O) hai lăng kính giống nhau P, P' cùng có góc chiết quang $A = 1^\circ 30'$ và cùng bằng thủy tinh chiết suất $n = 5/3$, cạnh khúc xạ của hai lăng kính đặt theo một đường kính của thấu kính và đáy hai lăng kính ở phía mép thấu kính (hình vẽ).



H.9.82

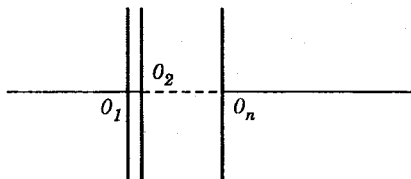
Hỏi ảnh S' của S trên màn bị ảnh hưởng thế nào? Nếu hai lăng kính chắn hai nửa không bằng nhau của thấu kính thì ảnh hưởng của hai lăng kính đối với ảnh S' so với trước có khác gì không?

ĐS : a) $d' = 100\text{cm}$

b) Tách làm 2 ảnh cách nhau 3,5cm; độ sáng khác nhau.

Bài toán 26

Hệ thấu kính ghép sát nhau



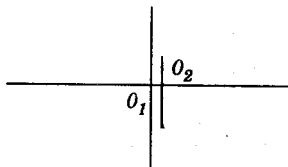
H.9.83

- Thay hệ thấu kính bởi thấu kính tương đương có tụ số tính bởi :

$$D = \sum D_i \quad (\text{định lí về tụ số})$$

(Có thể chứng minh lại kết quả này)

- Thực hiện các tính toán đối với thấu kính tương đương.
Suy ra kết quả cho các thấu kính thành phần, nếu cần.
- Đặc biệt, hệ hai thấu kính ghép sát có diện tích khác nhau coi như gồm hai thấu kính :



H.9.84

- phần vành là một thấu kính đơn.
- phần giữa có các diện tích đối diện là hai thấu kính ghép sát nhau.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

- 26.1 Một hệ gồm hai thấu kính mỏng ghép sát nhau, độ tụ lần lượt là D_1 , D_2 .

Chứng minh rằng hệ này tương đương với một thấu kính duy nhất có tụ số D cho bởi :

$$D = D_1 + D_2$$

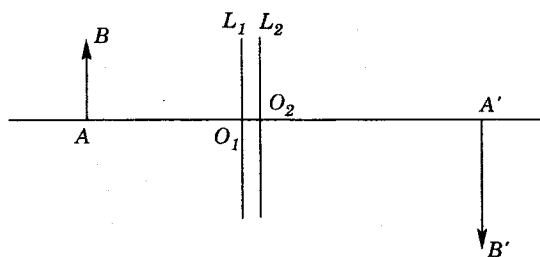
Suy rộng kết quả.

GIẢI

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}$$



H.9.85

Đối với sự tạo ảnh A_1B_1 :

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1} \quad (1)$$

Đối với sự tạo ảnh $A'B'$:

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_2} \quad (2)$$

Ta có : $d_2 = -d'_1$

Do đó (1) và (2) trở thành :

$$\begin{cases} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1} \\ -\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_2} \end{cases}$$

Suy ra : $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

Thấu kính tương đương với hệ có tiêu cự f thỏa hệ thức :

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f}$$

So sánh, ta được : $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

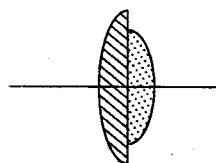
hay :

$$D = D_1 + D_2$$

Có thể lập lại chứng minh trên liên tiếp với hệ gồm n thấu kính ghép sát (nếu hệ vẫn còn có thể coi là mỏng). Do đó ta có :

$$D = D_1 + D_2 + \dots + D_n = \sum_1^n D_i$$

- 26.2** Có hai thấu kính phẳng - lồi mỏng cùng làm bằng thủy tinh chiết suất $n = 1,5$. Mặt lồi có cùng bán kính $R = 15\text{cm}$ nhưng một cái lớn gấp đôi cái kia. Dán hai mặt phẳng sao cho trục chính của chúng trùng nhau.



H.9.86

- a) Chứng tỏ một vật sáng đặt trước thấu kính ghép một đoạn d có hai ảnh phân biệt. Tìm điều kiện về d để hai ảnh đều thật và đều ảo. Chứng minh khi cả hai ảnh đều thật hay đều ảo độ lớn của chúng không thể bằng nhau.
- b) Xác định d sao cho hai ảnh của vật cho bởi thấu kính ghép có cùng độ lớn. Tính độ phóng đại của ảnh.

GIẢI

a) Hai ảnh phân biệt

- Mỗi thấu kính riêng rẽ có tiêu cự xác định bởi :

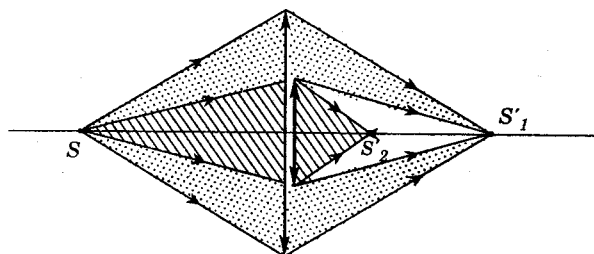
$$\frac{1}{f_1} = (n - 1) \cdot \frac{1}{R} = (1,5 - 1) \cdot \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow f_1 = 30\text{cm} .$$

Phần vành ngoài của hệ thấu kính là thấu kính hội tụ có tiêu cự f_1 . Phần giữa là hệ ghép sát gồm hai thấu kính giống

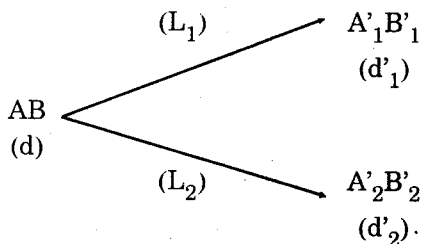
nhau, cùng tiêu cự f_1 ; thấu kính tương đương của phần này có tiêu cự f_2 xác định bởi :

$$\frac{1}{f_2} = \frac{2}{f_1} \Rightarrow f_2 = \frac{f_1}{2} = 15\text{cm}$$



H.9.87

- Sơ đồ tạo ảnh của vật AB :



Ta có : $d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1}$; $d'_2 = \frac{df_2}{d - f_2}$

Vì $f_1 \neq f_2$ ta suy ra : $d'_1 \neq d'_2$

Thật vậy, nếu có : $d'_2 = d'_1$

$$\Rightarrow \frac{f_2}{d - f_2} = \frac{f_1}{d - f_1} \Rightarrow df_2 = df_1$$

$$\Rightarrow d(f_2 - f_1) = 0 \Rightarrow f_2 = f_1 \text{ (trái giả thiết)}$$

Vậy, AB có hai ảnh riêng biệt.

- Vì AB là vật thật, ta suy ra :

• Điều kiện để hai ảnh đều thật là :

$$(d > f_1) \cap (d > f_2) \Rightarrow \boxed{d > 30 \text{ cm}}$$

• Điều kiện để hai ảnh đều ảo là :

$$(0 < d < f_1) \cap (0 < d < f_2) \Rightarrow \boxed{0 < d < 15 \text{ cm}}$$

- Khi các điều kiện trên đây được thỏa, độ lớn của các ảnh được xác định bởi :

$$|k_2| = \frac{|d'_2|}{d} \quad \text{và} \quad |k_1| = \frac{|d'_1|}{d}$$

Vì ta có $d'_2 \neq d'_1$ nên do đó :

$$\boxed{|k_2| \neq |k_1|}$$

b) Hai ảnh có cùng độ lớn

Từ kết quả câu trên, ta nhận thấy :

Nếu hai ảnh có cùng độ lớn thì một ảnh là thật, một ảnh là ảo.

Ta có : $k_2 = -k_1$

$$\Rightarrow \frac{f_2}{f_2 - d} = -\frac{f_1}{f_1 - d}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{30 - d} = \frac{1}{d - 15}$$

$$\Rightarrow 2d - 30 = 30 - d$$

$$d = \boxed{20(\text{cm})}$$

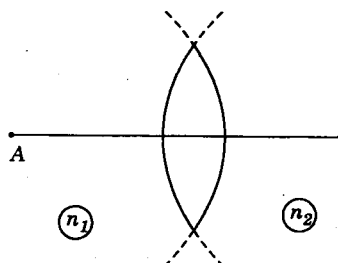
$$\text{Suy ra : } k_2 = \frac{f_2}{f_2 - d} = \frac{30}{30 - 20} = \boxed{3}$$

$$k_1 = \frac{f_1}{f_1 - d} = \frac{15}{15 - 20} = \boxed{-3}$$

- 26.3** Một thấu kính hai mặt lồi bán kính R được làm bằng chất trong suốt chiết suất n . Thấu kính được đặt tiếp giáp với hai môi trường có các chiết suất khác nhau n_1 và n_2 .

Vật là điểm sáng A trên trục chính của thấu kính và ở trong môi trường n_1 .

Hãy xác định vị trí ảnh A' của vật A tạo bởi thấu kính.



H.9.88

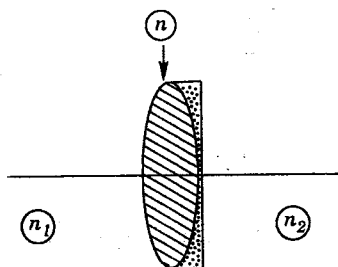
GIẢI

- Xét thấu kính đã cho đặt trong môi trường chiết suất n_1

Tụ số D_1 của thấu kính được tính bởi :

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right) \cdot \frac{2}{R} \\ &= \frac{2(n - n_1)}{n_1 R} \end{aligned}$$

- Có thể coi thấu kính đã cho ghép sát với thấu kính phẳng - lồi làm bằng chất trong suốt có chiết suất n_2 . Tụ số của thấu kính phẳng lồi (trong môi trường n_1) là :



H.9.89

$$D_2 = \frac{1}{f_2} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \frac{1}{-R}$$

$$= \frac{n_1 - n_2}{n_1 R}$$

Hệ ghép (tương đương với thấu kính (L)) có tụ số (trong môi trường n_1)

$$D = D_1 + D_2$$

$$= \frac{2(n - n_1)}{n_1 R} + \frac{n_1 - n_2}{n_1 R} = \frac{2n - (n_1 + n_2)}{n_1 R}$$

- Luôn có thể coi như có một lớp môi trường chiết suất n_1 vô cùng mỏng ngăn cách mặt phẳng của thấu kính phẳng - lồi tương đương nói trên với môi trường chiết suất n_2 .

Do đó sự tạo ảnh của vật AB có thể coi là do quang hệ ghép theo sơ đồ sau :

$$AB \xrightarrow{(L)} A_1B_1 \xrightarrow{LCP_{(n_1; n_2)}} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}$$

$$\text{Với } A_1B_1 : \frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{2n - (n_1 + n_2)}{n_1 R}$$

$$\frac{1}{d'_1} = \frac{2n - (n_1 + n_2)}{n_1 R} - \frac{1}{d_1}$$

$$\text{Với } A'B' : d_2 = -d'_1 ; \frac{n_1}{d_2} = -\frac{n_2}{d'_2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{d'_2} = \frac{n_1}{d'_1} = \frac{2n - (n_1 + n_2)}{R} - \frac{n_1}{d_1}$$

Vậy :
$$\frac{n_2}{d'_2} + \frac{n_1}{d_1} = \frac{2n - (n_1 + n_2)}{R}$$

hay tổng quát hơn :

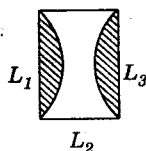
$$\boxed{\frac{n_2}{d'} + \frac{n_1}{d} = \frac{2n - (n_1 + n_2)}{R}}$$

$$\begin{cases} d' > 0 : A' \text{ là ảnh thật} \\ d' < 0 : A' \text{ là ảnh ảo} \end{cases}$$

LƯU Ý : Có thể áp dụng công thức lưỡng chất cầu

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

26.4 Có ba thấu kính (L_1), (L_2) và (L_3) có thể ghép sát để tạo thành một bản mặt song song như hình vẽ.



- Khi ghép sát (L_1) và (L_2) hệ có tiêu cự f' .

- Khi ghép sát (L_2) và (L_3) hệ có tiêu cự f'' .

H.9.90

Hãy tính theo f' và f'' các tiêu cự f_1 , f_2 , f_3 của ba thấu kính.

$$ĐS : f_1 = -f'' ; f_2 = \frac{f'f''}{f' + f''} ; f_3 = -f'$$

26.5 Một thấu kính phẳng - lõm làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = 1,5$ ghép sát với một thấu kính khác có tụ số 8dp.

Hệ thấu kính ghép tạo ảnh thật cách hệ một đoạn $66,7\text{cm} \approx 200/3\text{cm}$ khi vật thật đặt cách hệ 40cm .

a) Tính bán kính mặt lõm.

b) Đặt thấu kính phẳng - lõm nằm ngang. Đổ vào mặt lõm một chất lỏng trong suốt chiết suất n' .

Định n' để thấu kính chứa chất lỏng là thấu kính hội tụ.

ĐS : a) $R = 12,5\text{cm}$

b) $n' > 1,5$

26.6 Hai thấu kính phẳng - lõm giống nhau cùng tiêu cự $f = 40\text{cm}$ được ghép sát đồng trục sao cho hai mặt lõm tiếp xúc nhau.

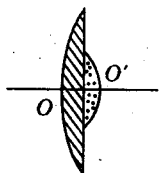
a) Vật là điểm sáng trên trục chính cách hệ thấu kính 40cm . Xác định ảnh.

b) Đổ một chất lỏng trong suốt vào khoảng trống giữa hai thấu kính ghép. Ảnh của điểm vật nói trên dời xa vị trí ban đầu một đoạn 80cm . Tính chiết suất của chất lỏng. Biết chiết suất của thủy tinh làm thấu kính là $n = 1,5$.

ĐS : a) Thật; 40cm

b) $n' = 1,17$

26.7 Hai thấu kính phẳng lõm (O) và (O') cùng bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$ có tiêu cự lần lượt là f và f' . Thấu kính



H.9.91

(O') nhỏ hơn (O) và mặt phẳng của hai thấu kính được dán với nhau sao cho trục chính của chúng trùng nhau. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chung, vuông góc với trục.

a) Tính bán kính cong R và R' của hai mặt lõm của (O) và (O').

b) Chứng minh rằng vật AB có hai ảnh. Tìm điều kiện để hai ảnh ấy là thật cả hoặc ảo cả.

c) Phải đặt vật ở cách hệ bao nhiêu để hai ảnh ấy là thật và ảnh nhỏ lớn gấp k lần ảnh kia.

Biện luận.

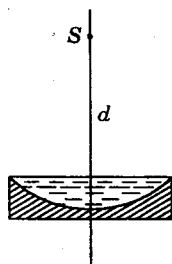
$$DS : a) R = \frac{f}{n-1} ; R' = \frac{f'}{n-1}$$

$$b) d > f ; d < \frac{ff'}{f+f'}$$

$$c) d = \frac{ff'(1-k)}{f+f'(1-k)}$$

26.8 Một thấu kính mỏng phẳng - lõm bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$. Mặt lõm có bán kính cong $R = 10\text{cm}$. Thấu kính được đặt sao cho trục chính thẳng đứng, mặt lõm hướng lên trên.

Một điểm sáng S ở trên trục chính, trên thấu kính và cách thấu kính đoạn d .



H.9.92

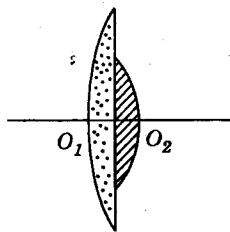
a) Ảnh S' của S tạo bởi thấu kính cách thấu kính 12cm . Tính d .

b) Giữ S và thấu kính cố định. Đổ một chất lỏng trong suốt vào mặt lõm. Bây giờ ảnh S' của S cách thấu kính 20cm . Tính chiết suất n' của chất lỏng. Biết rằng $n' < 2$

$$DS : a) d = 30\text{cm}$$

$$b) n' = 1,33$$

26.9 Một thấu kính mỏng phẳng - lồi (O_1) tiêu cự $f_1 = 60\text{cm}$ được ghép sát với một thấu kính mỏng phẳng - lõm (O_2) tiêu cự $f_2 = 30\text{cm}$, mặt phẳng của hai thấu kính sát nhau, hai trục chính trùng nhau. Thấu kính (O_1) có đường kính rìa lớn gấp đôi đường kính rìa của thấu kính (O_2). Một



H.9.93

điểm sáng S nằm trên trục chính của hệ, trước (O_1).

a) Chứng minh rằng qua hệ ghép này ta thu được hai ảnh của S.

b) Tìm điều kiện về vị trí của S để hai ảnh đều thật và để hai ảnh đều ảo.

c) Bây giờ hai thấu kính vẫn được ghép sát nhưng quang tâm của chúng lệch nhau 0,7cm. Điểm sáng S ở trên trục chính của (O_1), trước O_1 và cách O_1 90cm.

Xác định vị trí các ảnh của S tạo bởi hệ hai thấu kính này.

ĐS : b) $d > 60\text{cm}$; $d < 20\text{cm}$

c) Ảnh thật; cách O_1 180cm

Ảnh thật; cách O_2 25,7 cách trục chính 0,1cm

26.10 Một thấu kính mỏng lồi – lõm có chiết suất $n = 1,5$ được đặt cho trục chính thẳng đứng, mặt lõm hướng lên trên. Điểm sáng thật S trên trục chính, cách thấu kính $d = 1,5\text{m}$, có hai ảnh : S'_1 do phản xạ ở mặt lõm và S'_2 do khúc xạ qua thấu kính.

a) Khoảng cách từ thấu kính đến S'_1 và S'_2 lần lượt là 0,75m và 1,5m. Tính bán kính các mặt cong.

b) Đổ đầy mặt lõm một chất lỏng trong suốt có chiết suất n' thì ảnh S'_1 biến mất, ảnh S'_2 chỉ cách thấu kính 1m.

Giải thích tại sao ảnh S'_1 biến mất và tính n' .

ĐS : a) 100cm; 27,3cm

b) $n' = 1,33$

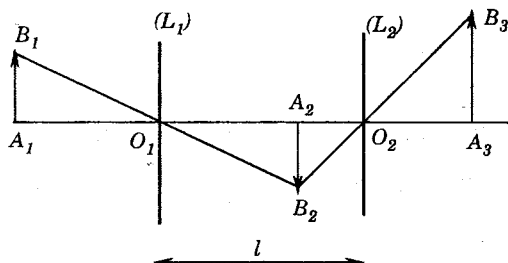
- Đối với mỗi thấu kính, áp dụng các công thức về ảnh :

$$d' = \frac{df}{d-f} ; k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f-d}$$

- Trong quá trình tạo ảnh liên tiếp, ta có mối liên hệ giữa vị trí ảnh đối với thấu kính trước và vị trí vật đối với thấu kính kế tiếp như sau :

$$d_2 = l - d'_1$$

(l : khoảng cách giữa hai thấu kính liên tiếp).



H.9.94

- Độ phóng đại của ảnh sau cùng so với vật :

$$\begin{aligned} \frac{A'B'}{AB} &= \frac{A'B'}{A_n B_n} \cdot \frac{A_n B_n}{A_{n-1} B_{n-1}} \dots \frac{A_1 B_1}{AB} \\ &= k_n \cdot k_{n-1} \dots k_1 = \prod_{i=1}^n k_i \end{aligned}$$

- Một số nội dung thường gặp :

- Xác định ảnh sau cùng tạo bởi hệ.
- Định cấu tạo của hệ hay điều kiện của vật để ảnh có những đặc điểm cho trước.
- Thiết lập hệ thức liên lạc giữa cấu tạo của hệ và đặc điểm của vật thỏa một tính chất của ảnh.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

27.1 Trước thấu kính hội tụ (L_1) (tiêu cự $f_1 = 10\text{cm}$), có vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính, cách thấu kính khoảng $d_1 = 4\text{m}$.

a) Xác định ảnh A_1B_1 của AB tạo bởi (L_1). Vẽ đường đi của một chùm tia sáng từ B.

b) Sau (L_1) và cách (L_1) đoạn $a = 4\text{cm}$, đặt thêm thấu kính phân kì (L_2) có tụ số $D_2 = -10\text{dp}$ sao cho hai trục chính trùng nhau.

Xác định ảnh $A'B'$ của vật tạo bởi hệ hai thấu kính.

c) Bây giờ AB ở rất xa hệ hai thấu kính. Người ta muốn thay hệ hai thấu kính (L_1, L_2) bằng một thấu kính hội tụ (L) sao cho ảnh của AB tạo bởi hệ (L_1, L_2) và bởi (L) có vị trí trùng nhau, độ lớn bằng nhau.

Tính tiêu cự của (L) và định vị trí của (L) đối với L_2 .

GIẢI

a) Xác định ảnh A_1B_1

- Ta có : $d_1 = 400\text{cm} \gg f_1 = 10\text{cm}$

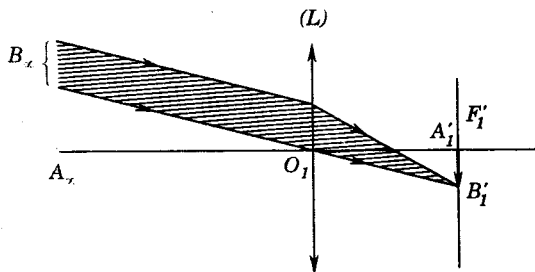
Có thể coi là vật AB ở vô cực đối với (L_1). Ảnh A_1B_1 được tạo ra tại tiêu diện ảnh.

$$d'_1 \approx 10\text{cm}$$

$$\text{Do đó : } k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{1}{40} \approx -0,025$$

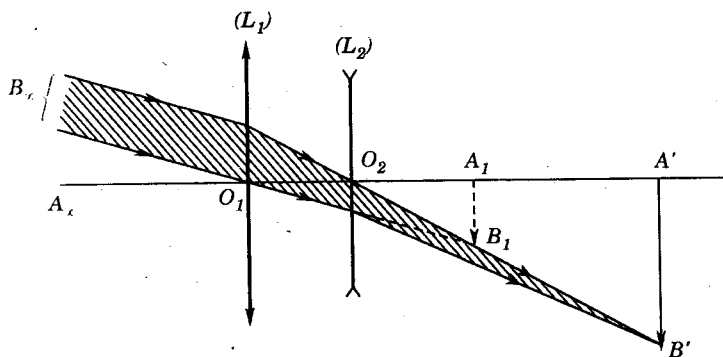
Ảnh thật, ngược chiều bằng $\frac{1}{40}$ vật và cách thấu kính 10cm.

- Đường đi của chùm tia sáng từ B :



H.9.95

b) Xác định ảnh A'B'



H.9.96

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{c}
 AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B' \\
 \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.
 \end{array}$$

- Theo trên ta có :

$$d'_1 = 10\text{cm}$$

Do đó :

$$d_2 = a - d'_1 = -6\text{cm} ;$$

$$f_2 = \frac{1}{D_2} = -0,1\text{m} = -10\text{cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-6)(-10)}{-6 + 10} = \frac{60}{4} = 15(\text{cm}).$$

Ảnh A'B' là ảnh thật, cách thấu kính L_2 đoạn 15cm.

Ta cũng có :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_2 \cdot k_1 \\ &= \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) \cdot \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) = \left(\frac{15}{-6}\right) \cdot \frac{10}{400} = -\frac{1}{16} \end{aligned}$$

Ảnh ngược chiều với vật và bằng $\frac{1}{16}$ lần vật.

c) Tiêu cự và vị trí của thấu kính tương đương

- Ta có : $AB \xrightarrow{(L)} A''B''$

Vì $\overline{A''B''} = \overline{A'B'}$ nên $A''B''$ cũng ngược chiều với vật. (L) phải là thấu kính hội tụ.

Vì AB ở rất xa, ta có :

$$A''B'' = f \cdot \text{tg} \alpha \approx f \alpha \quad (\alpha : \text{góc trông của AB})$$

- Đối với hệ $(L_1 + L_2)$:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = |k_2| = \left| \frac{d'_2}{d_2} \right| ; \quad \overline{A_1B_1} = f_1 \cdot \text{tg} \alpha \approx f_1 \alpha .$$

$$\Rightarrow \overline{A'B'} = \left| \frac{d'_2}{d_2} \right| \cdot f_1 \cdot \alpha$$

Theo đề ta suy ra:

$$f = \left| \frac{d'_2}{d_2} \right| \cdot f_1 = \frac{15}{6} \cdot 10 = \boxed{25 \text{ (cm)}}$$

- Vị trí của (L) được xác định bởi :

$$O_2O = f - d'_2 = 25 - 15 = \boxed{10 \text{ (cm)}}$$

27.2 Một điểm sáng S được đặt trên trục chính của một thấu kính hội tụ (L_1) có tiêu cự $f_1 = 25\text{cm}$. Người ta hứng được ảnh S' trên màn (E) đặt vuông góc với trục chính.

a) Xác định vị trí của vật, màn đối với thấu kính để khoảng cách vật - màn là nhỏ nhất.

b) Vị trí vật, thấu kính, màn ở câu a được giữ cố định. Đặt sau (L_1) một thấu kính (L_2) đồng trục với (L_1) và cách (L_1) một khoảng 20cm. Trên màn xuất hiện một vết sáng. Hãy tính tiêu cự f_2 của thấu kính (L_2) trong các điều kiện sau :

- Vết sáng trên màn có đường kính không đổi khi tịnh tiến màn.

- Vết sáng trên màn có đường kính tăng gấp đôi khi tịnh tiến màn ra xa thêm 10cm.

- Vết sáng trên màn có đường kính giảm phân nửa khi tịnh tiến màn ra xa thêm 10cm.

GIẢI

a) Vị trí vật và màn

Khi hứng ảnh của vật trên màn, khoảng cách vật - màn là khoảng cách L giữa vật thật và ảnh thật.

Ta chứng minh được (xem bài 18.5) :

$$L_{\min} = 4f = 100\text{cm}.$$

Khi đó :

$$d = d' = 2f = \boxed{50\text{cm}}$$

Vị trí của vật và màn đối xứng nhau qua thấu kính.

b) Tính tiêu cự f_2

• Trường hợp 1 :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$S \xrightarrow{(L_1)} S' \xrightarrow{(L_2)} S''$$

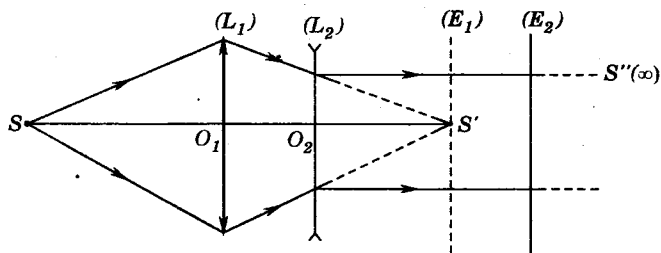
$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}$$

Nếu vết sáng trên màn có đường kính không đổi khi tịnh tiến màn, chùm tia ló tạo bởi thấu kính (L_2) là chùm tia song song với trục chính.

$$\Rightarrow d'_2 \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2}$$

$$\Rightarrow f_2 = d_2 = \overline{O_2S'} = \boxed{-30\text{cm}}$$

(L_2) là thấu kính phân kì.



H.9.97

• Trường hợp 2 :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$S \xrightarrow{(L_1)} S' \xrightarrow{(L_2)} S''$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}$$

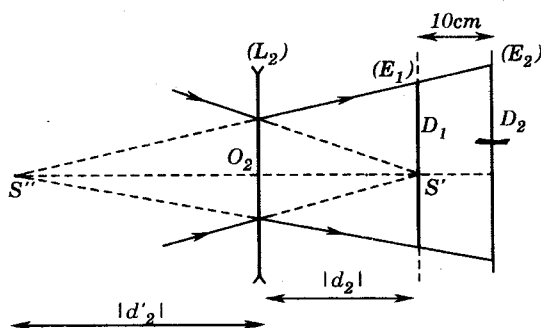
Theo đề bài, chùm tia ló tạo bởi (L_2) có thể là chùm tia phân kì hay chùm tia hội tụ.

Nếu chùm tia ló là chùm tia phân kì (S'' ảo), ta có :

$$\frac{D_2}{D_1} = 2 \Rightarrow \frac{|d_2| + |d'_2| + 10}{|d_2| + |d'_2|} = 2 \quad (H.9.98)$$

$$\Rightarrow \frac{40 - d'_2}{30 - d'_2} = 2$$

$$\Rightarrow d'_2 = 20\text{cm} : \quad \text{vô lí}$$



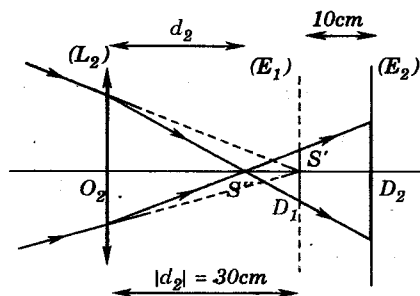
H.9.98

Vậy chùm tia ló tạo bởi (L_2) là chùm tia hội tụ (S'' thật).

Ta có hai trường hợp :

$$* \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{40 - d'_2}{30 - d'_2} = 2 \quad (H.9.99)$$

$$\Rightarrow d'_2 = 20\text{cm}$$



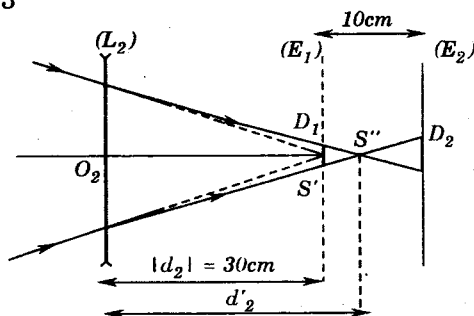
H.9.99

Vậy : $f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{(-30) \cdot 20}{-30 + 20} = \boxed{60 \text{ (cm)}}$

(L_2) là thấu kính hội tụ.

$$* \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{40 - d'_2}{d'_2 - 30} = 2 \quad (H.9.100)$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{100}{3} \text{ cm}$$



H.9.100

$$\text{Vậy : } f_2 = \frac{(-30) \cdot \frac{100}{3}}{-30 + \frac{100}{3}} = \boxed{-300 \text{ (cm)}}$$

• Trường hợp 3 :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$S \xrightarrow{(L_1)} S' \xrightarrow{(L_2)} S''$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}$$

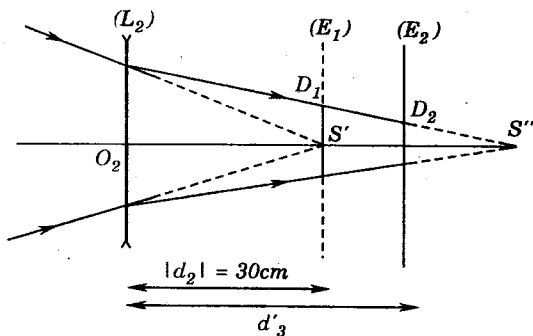
Theo đề bài, chùm tia ló tạo bởi (L_2) là chùm tia hội tụ (S'' thật).

Ta cũng có hai trường hợp :

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{d'_2 - 40}{d'_2 - 30} = \frac{1}{2} \quad (H.9.101) \Rightarrow d'_2 = 110 \text{ cm}$$

$$\text{Vậy : } f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{(-30) \cdot 110}{-30 + 110}$$

$$= \boxed{-41,25 \text{ (cm)}}$$

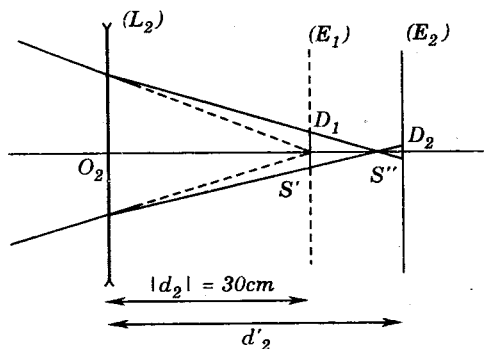


H.9.101

(L_2) là thấu kính phân kì

$$* \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{40 - d'_2}{d'_2 - 30} = \frac{1}{2} \quad (H.9.102)$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{110}{3}$$



H.9.102

Vậy :

$$f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{(-30) \cdot \frac{110}{3}}{-30 + \frac{110}{3}} = \boxed{-165 \text{ (cm)}}$$

(L_2) cũng là thấu kính phân kì.

- 27.3** Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính của một thấu kính hội tụ (O_2) có tiêu cự $f_2 = 15\text{cm}$ và cách thấu kính 49cm. Đặt xen vào giữa vật và thấu kính (O_2) một thấu kính (O_1). Khi khoảng cách giữa hai thấu kính là 28cm, người ta thu được một ảnh cuối cùng gấp 3 lần vật.

a) Định tiêu cự f_1 của thấu kính (O_1)

b) Vẽ đường đi của chùm tia sáng từ một điểm vật qua hệ hai thấu kính.

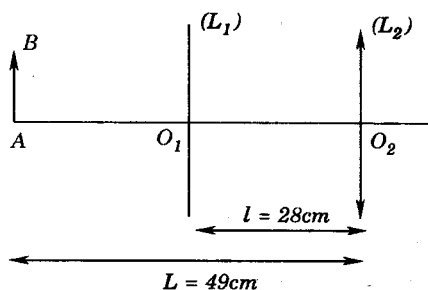
GIẢI

a) Tiêu cự f_1 :

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}$$



H.9.103

Xét lần lượt mỗi ảnh, ta có :

Với A_1B_1 : $d_1 = 49 - 28 = 21 \text{ (cm)}$

$$d'_1 = \frac{21f_1}{21 - f_1}$$

$$k_1 = \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \frac{f_1}{f_1 - 21}$$

$$\text{Với } A'B' : d_2 = l - d'_1 = 28 - \frac{21f_1}{21 - f_1}$$

$$= \frac{588 - 49f_1}{21 - f_1}$$

$$k_2 = \frac{f_2}{f_2 - d_2} = \frac{15}{15 - \frac{588 - 49f_1}{21 - f_1}}$$

$$= \frac{15(21 - f_1)}{34f_1 - 273}$$

– Theo đề :

$$\begin{aligned} \frac{A'B'}{AB} &= \frac{A'B'}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1B_1}{AB} \\ &= |k_2| \cdot |k_1| = 3 \end{aligned}$$

Suy ra :

$$\frac{15|f_1|}{|34f_1 - 273|} = 3$$

$$\Rightarrow 5|f_1| = |34f_1 - 273|$$

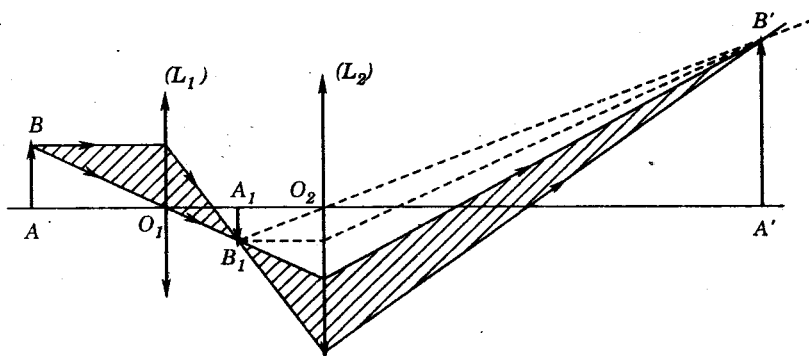
Ta có hai trường hợp :

$$\left\{ \begin{array}{l} * 5f_{11} = 273 - 34f_{11} \Rightarrow f_{11} = \frac{273}{39} = \boxed{7(\text{cm})} \\ * 5f_{12} = 34f_{12} - 273 \Rightarrow f_{12} = \frac{273}{29} \approx \boxed{9,4(\text{cm})} \end{array} \right.$$

Vậy (O_1) là thấu kính hội tụ có tiêu cự 7cm hoặc 9,4 cm.

b) Đường đi của chùm tia sáng

- Trường hợp $f_1 = 7\text{cm}$



H.9.104

- Trường hợp $f_2 = 9,4\text{cm}$

(Ta cũng thực hiện cách vẽ tương tự)

27.4 Cho thấu kính hội tụ (L_2) có tiêu cự $f_2 = 24\text{cm}$ và vật AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính và cách thấu kính đoạn không đổi $l = 44\text{cm}$. Thấu kính phân kì (L_1) có tiêu cự $f_1 = -15\text{cm}$ được đặt giữa vật AB và (L_2), cách (L_2) khoảng a sao cho hai trục chính trùng nhau.

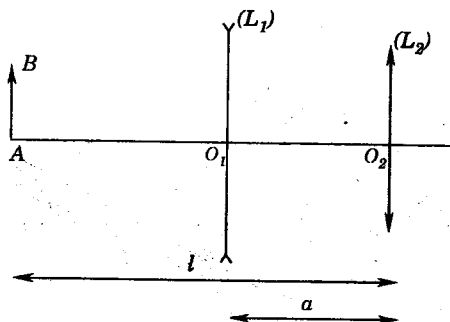
a) Muốn cho ảnh A'B' của vật qua hệ là ảnh thật thì a phải thỏa mãn điều kiện gì ?

b) Xác định vị trí và độ phóng đại k của ảnh A'B' trong trường hợp $a = 34\text{cm}$.

c) Xác định a để ảnh A'B' là ảnh ảo và có độ phóng đại $k = 8/5$.

GIẢI

a) Điều kiện mà khoảng cách a phải thỏa mãn



H.9.105

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

Với ảnh A_1B_1 :

$$d_1 \geq 0 \Rightarrow f_1 \leq d'_1 \leq 0$$

Do đó, đối với (L_2) vị trí của vật A_1B_1 được xác định bởi :

$$d_2 = a - d'_1 \geq 0 : \text{ vật thật.}$$

Muốn cho ảnh $A'B'$ là ảnh thật, phải có điều kiện :

$$d_2 > f_2 \Rightarrow a - d'_1 > f_2$$

- Theo đề :

$$d_1 = (44 - a) \Rightarrow d'_1 = \frac{-15(44 - a)}{59 - a}$$

$$a - d'_1 = a + \frac{15(44 - a)}{59 - a} = \frac{-a^2 + 44a + 660}{59 - a}$$

Vậy, điều kiện trên trở thành :

$$\frac{-a^2 + 44a + 660}{59 - a} > 24$$

Vì $0 \leq a \leq 44 \Rightarrow (59 - a) > 0$ nên ta có :

$$-a^2 + 68a - 756 > 0$$

hay :

$$a^2 - 68a + 756 < 0$$

Giải phương trình $a^2 - 68a + 756 = 0$ ta có hai nghiệm :

$$a_1 = 14\text{cm} ; a_2 = 54\text{cm}$$

Vậy điều kiện phải tìm cho a là :

$14\text{cm} < a \leq 44 \text{ cm}$

GHI CHÚ :

- Có thể chứng minh vật thật luôn có ảnh ảo qua thấu kính phân kì, ảnh ở trong khoảng F'_1O_1 .

Thật vậy :

$$\frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{d_1}$$

$$\frac{1}{f} < 0; -\frac{1}{d_1} \leq 0 \Rightarrow d'_1 \leq 0$$

$$\text{Ngoài ra : } \frac{1}{d'_1} \leq \frac{1}{f_1} \Rightarrow d'_1 \geq f_1$$

$$\text{Do đó : } \left. \begin{array}{l} f_1 < 0 \\ d_1 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f_1 \leq d'_1 \leq 0$$

- Tương tự, cũng có thể tìm điều kiện để vật thật có ảnh thật qua thấu kính hội tụ như sau :

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} > 0$$

Với $\begin{cases} d_2 > 0 \\ f_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow d_2 - f_2 > 0 \Rightarrow d_2 > f_2$

b) Xác định ảnh với $a = 34\text{cm}$

Ta có :

$$d_1 = 10\text{cm} \Rightarrow d'_1 = \frac{10(-15)}{10 + 15} = -6(\text{cm})$$

$$d_2 = a - d'_1 = 40\text{cm}$$

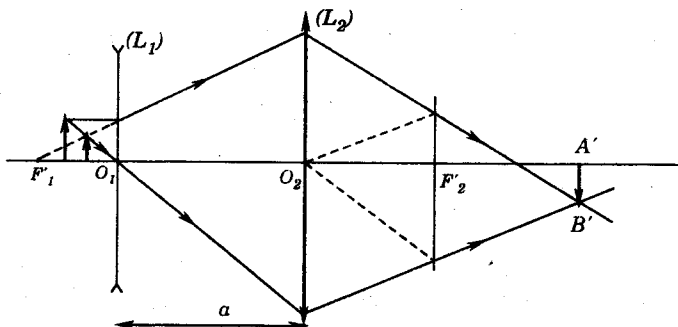
$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{40 \cdot 24}{40 - 24} = 60(\text{cm})$$

Ảnh A'B' là ảnh thật, cách thấu kính 60cm.

Ta cũng có :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) \cdot \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \\ &= \frac{60}{40} \cdot \frac{-6}{10} = \boxed{-\frac{9}{10}} \end{aligned}$$

Ảnh ngược chiều và bằng $\frac{9}{10}$ lần vật.



H.9.106

c) Xác định a

Muốn cho $A'B'$ là ảnh ảo, ta phải có :

$$a < 14 \text{ cm} \quad (*)$$

Ngoài ra theo đề ta còn phải có :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_2 \cdot k_1 = \frac{8}{5}$$

Nhưng :

$$\begin{cases} k_1 = \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \frac{-15}{a - 59} \\ k_2 = \frac{f_2}{f_2 - d_2} = \frac{24}{24 + \frac{a^2 - 44a - 660}{59 - a}} = \frac{24(59 - a)}{a^2 - 68a + 756} \end{cases}$$

Do đó hệ thức trên trở thành :

$$\frac{15 \cdot 24}{a^2 - 68a + 756} = \frac{8}{5} \Rightarrow a^2 - 68a + 531 = 0$$

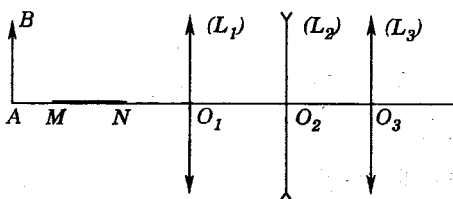
Giải ta được :

$$a_1 = 9 \text{ cm} ; \quad a_2 = 59 \text{ cm}$$

Theo (*) ta suy ra kết quả :

$$a = \boxed{9 \text{ cm}}$$

- 27.5 Cho hệ 3 thấu kính (L_1) , (L_2) , (L_3) cùng trục chính, được sắp xếp như hình vẽ. Vật sáng AB vuông góc với trục chính, ở trước (L_1) và chỉ tịnh tiến dọc theo trục chính. Hai thấu kính (L_1) và (L_3) được giữ cố định tại hai vị trí O_1 và O_3 cách nhau 70cm. Thấu kính (L_2) chỉ tịnh tiến trong khoảng O_1O_3 . Các khoảng $O_1M = 45\text{cm}$, $O_1N = 24\text{cm}$.



H.9.107

a) Đầu tiên vật AB nằm trên điểm M, thấu kính (L_2) đặt tại vị trí cách (L_1) khoảng $O_1O_2 = 36\text{cm}$, khi có ảnh cuối của vật AB cho bởi hệ ở sau (L_3)

và cách (L_3) một khoảng bằng 255cm . Trong trường hợp này nếu bỏ (L_2) đi thì ảnh cuối không có gì thay đổi và vẫn ở vị trí cũ. Nếu không bỏ (L_2) mà dịch nó từ vị trí đã cho sang phải 10cm , thì ảnh cuối ra vô cực. Tìm các tiêu cự f_1, f_2, f_3 của các thấu kính.

b) Tìm các vị trí của (L_2) trong khoảng O_1O_3 mà khi đặt (L_2) cố định tại các vị trí đó thì ảnh cuối có độ lớn luôn luôn không thay đổi khi ta tịnh tiến vật AB ở trước (L_1) .

c) Bỏ (L_3) đi. Để (L_2) sau (L_1) , cách (L_1) một khoảng bằng 9cm . Bây giờ giả sử tiêu cự của (L_1) có thể được lựa chọn. Hỏi cần phải chọn tiêu cự của (L_1) như thế nào để khi vật AB chỉ tịnh tiến trong khoảng MN thì ảnh cuối cho bởi hệ (L_1) và (L_2) luôn luôn là ảnh thật ?

GIẢI

a) Tính các tiêu cự f_1, f_2, f_3

Theo đề ta có :

- Sơ đồ tạo ảnh với hệ ba thấu kính :

$$\begin{array}{ccccccc}
 AB & \xrightarrow{(L_1)} & A_1B_1 & \xrightarrow{(L_2)} & A_2B_2 & \xrightarrow{(L_3)} & A'_1B'_1 \\
 \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. & & & \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right. & & \left\{ \begin{array}{l} d_{31} \\ d'_{31} \end{array} \right. &
 \end{array}$$

- Sơ đồ tạo ảnh với hệ hai thấu kính :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A_2B_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_{32} \\ d'_{32} \end{array} \right\}$$

Vì $\left\{ \begin{array}{l} \overline{A_2B_2} = \overline{A_1B_1} \\ d'_{32} = d'_{31} \end{array} \right.$ ta suy ra : $d_{32} = d_{31}$

$$\Rightarrow d'_2 = d_2 = 0$$

Vậy :

$$d_2 = l_1 - d'_1 = 0 \Rightarrow d'_1 = l_1 = O_1O_2 = 36\text{cm}$$

$$d_3 = l_2 - d'_2 \Rightarrow d_3 = l_2 = O_2O_3 = 34\text{cm}$$

Do đó ta có :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{45 \cdot 36}{45 + 36} = \boxed{20 \text{ (cm)}} \\ f_3 = \frac{d_3 d'_3}{d_3 + d'_3} = \frac{34 \cdot 255}{34 + 255} = \boxed{30 \text{ (cm)}} \end{array} \right.$$

Khi dịch (L_2) , theo đề, ta có sơ đồ tạo ảnh bởi (L_2) (vị trí mới) và (L_3) như sau :

$$A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A_2B_2 \xrightarrow{(L_3)} A_3B_3 (\infty)$$

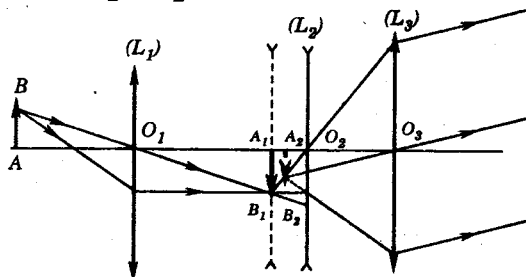
$$\left\{ \begin{array}{l} d_{22} \\ d'_{22} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_{33} \\ d'_{33} \end{array} \right\}$$

Vì $d'_{33} \rightarrow \infty \Rightarrow d_{33} = f_3 \Rightarrow l'_2 - d'_2 = f_3$

Vậy : $\left\{ \begin{array}{l} d'_2 = l'_2 - f_3 = 24 - 30 = -6(\text{cm}) \\ d_2 = l'_1 - d'_1 = 46 - 36 = 10(\text{cm}) \end{array} \right.$

Do đó :

$$f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{10(-6)}{10 - 6} = \boxed{-15 \text{ (cm)}}$$



H.9.108

CHÚ Ý : Có thể chứng minh kết quả khi có (L_2) và lấy (L_2) đi nêu ở phần trên như sau :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Theo đề : } \overline{A_2 B'_2} = \overline{A'_1 B'_1} \\ d'_{32} = d'_{31} \end{array} \right\} \Rightarrow d_{32} = d_{31} \quad (1)$$

Nhưng :

$$* \quad d_{31} = l_2 - d'_2 = l_2 - \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$$

$$d_2 = l_1 - d'_1$$

$$\Rightarrow d_{31} = l_2 - \frac{(l_1 - d'_1) f_2}{l_1 - (d'_1 + f_2)}$$

$$* \quad d_{32} = (l_1 + l_2) - d'_1$$

Theo (1) ta có :

$$l_1 - d'_1 = - \frac{(l_1 - d'_1) f_2}{l_1 - (d'_1 + f_2)}$$

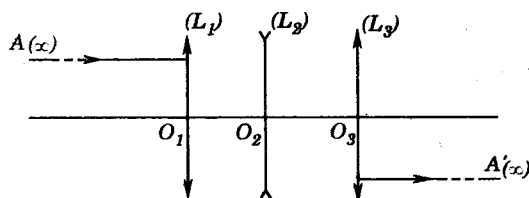
$$\Rightarrow (l_1 - d'_1) \left[1 + \frac{f_2}{l_1 - (d'_1 + f_2)} \right] = 0$$

$$\Rightarrow (l_1 - d'_1) = 0 \Rightarrow d'_1 = l_1$$

b) Vị trí của L_2

- Khi tịnh tiến vật trước (L_1), tia tới từ B song song với trục chính không đổi. Có thể coi là tia này do một điểm vật ở vô cực trên trục chính phát ra.

Nếu ảnh sau cùng có độ lớn không đổi, ta có một tia ló ra khỏi (L_3) song song với trục chính cố định. Có thể coi tia này tạo điểm ảnh ở vô cực trên trục chính. Hai tia này tương ứng với nhau qua hệ thấu kính.



H.9.109

Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow{(L_1)} A_1 \xrightarrow{(L_2)} A_2 \xrightarrow{(L_3)} A'$$

$$^{(\infty)} \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right.$$

$$d_1 \rightarrow \infty \Rightarrow d'_1 = f_1$$

$$d'_3 \rightarrow \infty \Rightarrow d_3 = f_3$$

$$\text{Suy ra : } \left\{ \begin{array}{l} d_2 = x - d'_1 = x - f_1 = x - 20 \\ d'_2 = (70 - x) - d_3 = 40 - x \end{array} \right. \quad (x = O_1O_2)$$

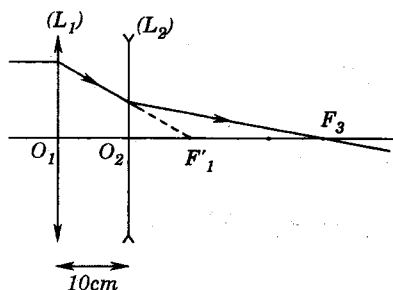
- Vậy trong sự tạo ảnh bởi (L_2) ta có :

$$f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} \Rightarrow \frac{(x - 20)(40 - x)}{x - 20 + 40 - x} = -15 \Rightarrow x^2 - 60x + 500 = 0$$

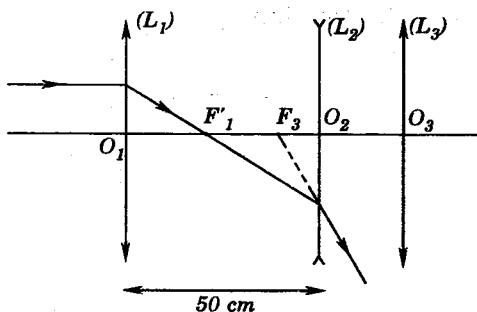
Giải ta có :

$$\begin{cases} x_1 = 10 \text{ cm} \\ x_2 = 50 \text{ cm} \end{cases}$$

Hai nghiệm này ứng với hai trường hợp sau về đường đi của tia sáng.



H.9.110



H.9.111

CHÚ Ý : Cũng có thể thiết lập phương trình tìm khoảng cách $x = O_1O_2$ như sau :

Ta phải có :

$$k = \frac{AB'}{AB} = k_3 k_2 k_1 = \text{const} (\forall d_1)$$

Suy ra :

$$\frac{f_3}{f_3 - d_3} \cdot \frac{f_2}{f_2 - d_2} \cdot \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \text{const} (\forall d_1)$$

Lần lượt xác định :

$$d_1 ; d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$d_2 = x - d'_1; \quad d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$$

$$d_3 = (70 - x) - d'_2$$

Biểu thức trên trở thành :

$$k = k_3 k_2 k_1 = - \frac{9 \cdot 10^3}{[x^2 - 60x + 500]d_1 - 20x^2 + 800x + 21000}$$

Muốn $k = \text{const}$ ($\forall d_1$) ta phải có :

$$x^2 - 60x + 500 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 10\text{cm}; \quad x_2 = 50\text{cm}$$

c) Tiêu cự f_1

Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'_2B'_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

Lần lượt xét mỗi ảnh ta có :

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1; d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$\text{Với } A'_2B'_2 : d_2 = l - d'_1 = 9 - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{9d_1 - (9 + d_1)f_1}{d_1 - f_1}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{15[d_1(f_1 - 9) + 9f_1]}{d_1(24 - f_1) - 24f_1} \quad (f_1 \neq d_1)$$

Muốn ảnh $A'_2B'_2$ là ảnh thật, phải có :

$$d'_2 \geq 0; \quad (\forall d_1 \in [24\text{cm}; 45\text{cm}])$$

$$\bullet \text{ Với } d_{11} = 24\text{cm} : d'_{21} = \frac{15[33f_1 - 216]}{48[12 - f_1]}$$

$$d'_{21} \geq 0 \Rightarrow \frac{33f_1 - 216}{12 - f_1} \geq 0$$

$$\Rightarrow 6,5\text{cm} \leq f_1 \leq 12\text{cm}$$

$$\bullet \text{ Với } d_{12} = 45\text{cm} : d'_{22} = \frac{15[54f_1 - 405]}{1080 - 69f_1}$$

$$d'_{22} \geq 0 \Rightarrow \frac{54f_1 - 405}{1080 - 69f_1} \geq 0$$

$$\Rightarrow 7,5\text{cm} \leq f_1 \leq 15,7\text{cm}$$

Kết hợp cả hai trường hợp ta có :

$$7,5\text{cm} \leq f_1 \leq 12\text{cm}$$

27.6 Hai thấu kính mỏng (O_1) , (O_2) đồng trục, đặt cách nhau đoạn l . Vật AB đặt trên và vuông góc với trục chính, trước (O_1) . Ảnh sau cùng $A'_1B'_1$ có độ phóng đại k .

Giữ nguyên vật ở vị trí ban đầu nhưng hoán vị hai thấu kính cho nhau. Ảnh sau cùng $A'_2B'_2$ có độ phóng đại k' .

Hãy thiết lập hệ thức liên lạc giữa k , k' , l và các độ tụ D_1 , D_2 .

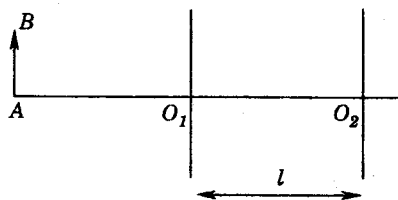
GIẢI

- Sự tạo ảnh lần thứ nhất

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(O_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(O_2)} A'_1B'_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$



H.9.112

Ta có :

$$\frac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = k_2 \cdot k_1 = k$$

Nhưng :

$$k_1 = \frac{f_1}{f_1 - d_1} ; \quad k_2 = \frac{f_2}{f_2 - d_2}$$

Với $d_2 = l - d'_1 = l - \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$ ta suy ra :

$$k_2 = \frac{f_2}{f_2 + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} - l} = \frac{f_2(d_1 - f_1)}{d_1(f_1 + f_2 - l) + l f_1 - f_1 f_2}$$

Vậy ta có :

$$k = k_2 k_1 = \frac{f_1 f_2}{f_1 f_2 - l f_1 - d_1(f_1 + f_2 - l)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k} = 1 - \frac{l}{f_2} - d_1 \left(\frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1} - \frac{l}{f_1 f_2} \right)$$

$$= 1 - D_2 l - d_1(D_2 + D_1 - l D_1 D_2) \quad (1)$$

- Sự tạo ảnh lần thứ hai :

Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(O_2)} A_2 B_2 \xrightarrow{(O_1)} A'_2 B'_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_3 \\ d'_3 \end{array} \right\}$$

Lý luận và thực hiện tính toán tương tự ta có kết quả :

$$\frac{1}{k'} = 1 - D_1 l - d_1(D_2 + D_1 - l D_1 D_2) \quad (2)$$

- Từ hai kết quả (1) và (2) ta suy ra :

$$D_2 l + \frac{1}{k} = D_1 l + \frac{1}{k'}$$

$$\Rightarrow (D_1 - D_2)l = \frac{1}{k} - \frac{1}{k'}$$

hay :

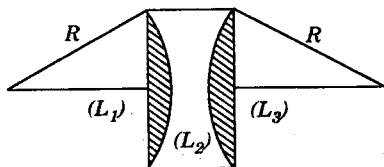
$$D_1 - D_2 = \frac{k' - k}{lk'k}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

27.7 Một khối thủy tinh hình trụ, chiết suất $n = 1,5$. Cắt khối này bằng các mặt cầu có cùng bán kính $R = 10\text{cm}$ để có được ba thấu kính (L_1) , (L_2) , (L_3) đồng trục như hình vẽ.

a) Tính tiêu cự và tụ số của các thấu kính.

b) (L_1) và (L_2) được ghép sát, dời (L_3) ra xa đoạn $l = 40\text{cm}$ sao cho các trục chính vẫn trùng nhau. Vật là điểm sáng A trên trục chính, được đặt tại tiêu điểm F_1 của (L_1) . Các



H.9.113

thấu kính (L_1) và (L_3) được giữ nguyên vị trí. Tịnh tiến (L_2) từ vị trí sát (L_1) cho tới sát (L_3) . Xác định vị trí của (L_2) để chùm tia ló khỏi hệ :

- hội tụ.
- phân kì.

$$DS : a) f_1 = f_3 = 20\text{cm} ; f_2 = -10\text{cm}$$

$$b) 0 \leq x \leq 30\text{cm} : \text{hội tụ}$$

$$30\text{cm} < x \leq 40\text{cm} : \text{phân kì}$$

$$(x = O_1O_2)$$

27.8 Một hệ gồm hai thấu kính (O_1) và (O_2) đồng trục có tiêu điểm ảnh chính của (O_1) trùng với tiêu điểm vật chính của (O_2). Chiếu một chùm tia sáng song song tới (O_1) theo phương bất kì.

a) Chứng minh chùm tia ló ra khỏi (O_2) cũng là chùm tia song song.

b) Vẽ đường đi của chùm tia sáng ứng với các trường hợp :

* (O_1) và (O_2) đều là thấu kính hội tụ.

* (O_1) là thấu kính hội tụ; (O_2) là thấu kính phân kì.

* (O_1) là thấu kính phân kì; (O_2) là thấu kính hội tụ.

c) Đặt một vật phẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính trước (O_1), cách (O_1) một khoảng d_1 . Tính độ phóng đại k của ảnh sau cùng của vật.

$$DS : a) d_2 = f_2$$

$$c) k = -\frac{f_2}{f_1}$$

27.9 Trước thấu kính hội tụ (L_1) đặt vật sáng AB vuông góc với trục chính (A ở trên trục chính).

a) Biết rằng ảnh A_1B_1 của AB là thật, lớn gấp 3 lần vật và cách vật 160cm. Xác định khoảng cách từ AB đến thấu kính và tiêu cự thấu kính.

b) Giữa AB và (L_1) đặt thêm thấu kính (L_2) giống hệt (L_1) có cùng trục chính với (L_1). Khoảng cách từ AB đến

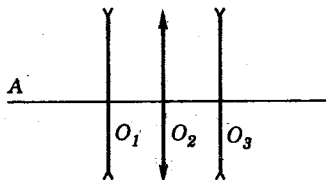
(L_2) là 10cm. Vẽ và xác định ảnh cuối cùng của AB cho bởi hệ hai thấu kính.

ĐS : a) 40cm ; $f_1 = 30$ cm

b) Thật; cách (L_1) 90cm,

ngược chiều và bằng 3 lần vật

- 27.10** Cho hệ ba thấu kính đồng trục (L_1), (L_2), (L_3) lần lượt có tiêu cự $f_1 = -20$ cm; $f_2 = 10$ cm; $f_3 = -20$ cm. Khoảng cách giữa các quang tâm là $O_1O_2 = O_2O_3 = 5$ cm.



H.9.114

Đặt điểm sáng A trên trục chính, bên trái của hệ với $O_1A = d_1 = 60$ cm.

a) Xác định ảnh sau cùng của A tạo bởi hệ.

b) Vẽ đường đi của một chùm tia sáng bất kì từ A.

ĐS : a) Thật; cách (L_3) 60cm.

(đối xứng với vật qua O_2)

- 27.11** Vật sáng AB được đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ (L_1). Ảnh A_1B_1 cho bởi (L_1) là ảnh thật, cách AB 90cm và cao gấp đôi AB. Đặt thêm thấu kính phân kì (L_2) trong khoảng giữa AB và (L_1) sao cho hai trục chính trùng nhau, hai quang tâm cách nhau 10cm. Ảnh cuối cùng của AB cho bởi hệ hai thấu kính ở vô cùng.

a) Xác định các tiêu cự của (L_1) và (L_2).

b) Giữ nguyên vị trí của AB, đổi chỗ hai thấu kính (L_2) và (L_1). Vẽ xác định vị trí và tính độ phóng đại của ảnh sau cùng.

ĐS : a) $f_1 = 20$ cm ; $f_2 = -20$ cm

b) Thật; cách (L_1) 20cm; cùng chiều và bằng vật

27.12 Vật AB đặt trước thấu kính (O_1) cách một khoảng $d_1 = 60\text{cm}$ có ảnh $A'_1B'_1$. Nếu đặt sau (O_1), sát vào (O_1), đồng trục với (O_1) một thấu kính (O_2) mà độ tụ có cùng giá trị tuyệt đối với độ tụ của (O_1) thì ảnh $A'_2B'_2$ của AB tạo bởi hệ ghép có cùng độ lớn với $A'_1B'_1$.

- Các thấu kính (O_1), (O_2) là thấu kính gì? Tính tiêu cự.
- Giữ AB và (O_1) cố định. Tịnh tiến (O_2) ra xa dần (O_1). Độ lớn, chiều và bản chất của ảnh $A'_2B'_2$ thay đổi thế nào?

ĐS : a) Hội tụ; $f = 90\text{cm}$

b) Độ lớn giảm; ngược chiều vật; thật.

27.13 Một thấu kính hội tụ (O_1) có tiêu cự $f_1 = 15\text{cm}$ và một thấu kính phân kì (O_2) có tiêu cự $f_2 = -20\text{cm}$ được đặt cách nhau $l = 7,5\text{cm}$.

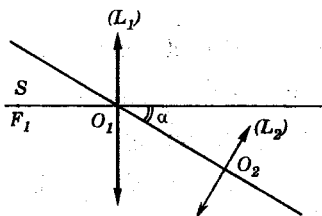
- Trục chính hai thấu kính trùng nhau. Điểm sáng S trên trục chính trước (O_1) và cách (O_1) đoạn $d_1 = 45\text{cm}$. Xác định ảnh S' của S tạo bởi hệ.
- Trục chính của hai thấu kính không còn trùng nhau nhưng vẫn song song và cách nhau 5mm. Điểm sáng S vẫn ở trên trục chính của (O_1). Xác định độ dịch chuyển của S' so với vị trí ban đầu. Vẽ đường đi của chùm tia sáng qua hệ hai thấu kính.

ĐS : a) Thật; cách O_2 60cm

b) Dịch chuyển ngược chiều với O_2 đoạn 10mm.

27.14 S là điểm sáng vật được đặt trước hệ gồm hai thấu kính hội tụ bố trí như hình vẽ (9.115). Hai thấu kính đều có cùng tiêu cự f . Cho $O_1O_2 = 2f$; $S \equiv F_1$.

- Vẽ ảnh S' của S cho bởi hệ.

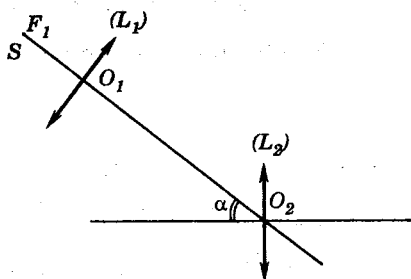


H.9.115

b) Tính khoảng cách SS' .

$$ĐS : b) SS' = f \sqrt{4\sin^2 \alpha + \left(1 + 2\cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}\right)^2}$$

- 27.15** Hai thấu kính (O_1); (O_2) giống hệt nhau có tiêu cự f , được đặt sao cho trục chính của chúng làm với nhau góc α và trục chính của (O_1) đi qua quang tâm của (O_2).



H.9.116

Trên trục chính của (O_1) và trước (O_1) có điểm sáng S với $SO_1 = f$. Đặt $O_1O_2 = l$.

a) Vẽ đường đi của một tia sáng bất kì từ S qua hệ.

Vẽ ảnh của S .

b) Tính khoảng cách từ S đến ảnh cuối cùng qua hệ. Vị trí ảnh cuối cùng này thay đổi như thế nào nếu giữ S và (O_1) cố định và quay (O_2) quanh O_2 để làm thay đổi α một lượng rất nhỏ $\Delta \alpha$.

$$ĐS : b) SS' = 1 + f \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha}\right)$$

- 27.16** Hai thấu kính hội tụ có các tiêu cự lần lượt là $f_1 = 10\text{cm}$ và $f_2 = 20\text{cm}$ được đặt đồng trục và cách nhau $l = 30\text{cm}$.

a) Vật sáng AB được đặt vuông góc với trục chính trước (L_1) cách quang tâm O_1 một đoạn 12cm . Xác định ảnh của vật cho bởi hệ. Vẽ đường đi của một chùm tia sáng.

- b) Chứng tỏ độ lớn của ảnh không phụ thuộc vị trí của vật.
 c) Suy rộng cho hai thấu kính hội tụ có tiêu cự f_1, f_2 tổng quát. Hệ thấu kính này gọi là hệ gì ?

ĐS : a) Thật; cách O_2 12cm; $k = -2$

b) $k = \text{const}$ ($\forall d_1$)

c) Hệ vô tiêu.

27.17 Hai thấu kính, một hội tụ ($f_1 = 20\text{cm}$) một phân kì ($f_2 = -10\text{cm}$), có cùng trục chính. Khoảng cách hai quang tâm là 10cm. Vật AB vuông góc với trục chính được đặt bên trái (L_1) và cách (L_1) đoạn d_1 .

a) Cho $d_1 = 80\text{cm}$, hãy vẽ, xác định vị trí và tính độ phóng đại của ảnh cuối cùng cho bởi hệ hai thấu kính.

b) Cho d_1 thay đổi, chứng minh k không phụ thuộc d_1 .

ĐS : a) Ảo; cách (L_2) 25cm; $k = \frac{1}{2}$

b) $k = \frac{1}{2} = \text{const}$ ($\forall d_1$)

27.18 Vật phẳng, nhỏ AB = 6cm đặt trước một thấu kính phân kì (L_1) trên trục chính của thấu kính và vuông góc với trục chính. Ảnh $A'_1B'_1$ cách vật 4cm và cao 3cm.

a) Xác định vị trí và tiêu cự của (L_1) :

- bằng phép vẽ

- bằng phép tính

b) Đặt thêm sau (L_1) một thấu kính hội tụ (L_2) có tiêu cự $f_2 = 15\text{cm}$ sao cho hai trục chính trùng nhau. Xác định vị trí của thấu kính (L_2) để ảnh sau cùng của vật tạo bởi hệ hai thấu kính ở đúng vị trí của vật. Tính độ phóng đại của ảnh này.

ĐS : a) $f_1 = -8\text{cm}$

b) 20cm ; 5/6

27.19 Hai thấu kính hội tụ (L_1) và (L_2) có các quang tâm O_1 , O_2 được đặt đồng trục. Các tiêu cự là $f_1 = 1\text{cm}$; $f_2 = 4\text{cm}$. Khoảng cách giữa các quang tâm là $l = O_1O_2 = 3,5\text{cm}$. Vật $AB = 1,5\text{mm}$ đặt trước (L_1) trên trục chính và vuông góc với trục chính, cách O_1 đoạn d_1 .

a) Cho $d_1 = 0,5\text{cm}$. Xác định ảnh của AB tạo bởi hệ thấu kính.

b) Để tăng độ phóng đại của ảnh sau cùng mà vẫn giữ O_2 cố định, người ta thực hiện lần lượt hai cách sau :

- Giữ (L_1) cố định và dời vật. Xác định chiều phải dời vật.
- Giữ vật cố định và dời (L_1). Xác định chiều phải dời thấu kính.

Trong hai cách nêu trên, cách nào làm độ lớn của ảnh tăng nhiều hơn ?

c) Giữ (L_1) cố định và dời vật. Khoảng dời vật phải thỏa điều kiện nào để bản chất của ảnh không thay đổi ?

ĐS : a) Thật; 36cm; 24cm, ngược chiều

b) Dời vật

c) $0,33\text{cm} < d_1 < 1\text{cm}$

27.20 Cho một hệ gồm hai thấu kính (O_1) và (O_2) đồng trục. Các tiêu cự lần lượt là : $f_1 = 20\text{cm}$; $f_2 = -10\text{cm}$. Khoảng cách giữa hai quang tâm là $O_1O_2 = a = 30\text{cm}$.

Vật phẳng, nhỏ AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính trước (O_1) cách $O_1 = 20\text{cm}$.

a) Xác định ảnh sau cùng của vật. Vẽ ảnh.

b) Tìm vị trí phải đặt vật và vị trí của ảnh sau cùng biết rằng ảnh này ảo và bằng 2 lần vật.

ĐS : a) Ảo; 10cm; cùng chiều bằng $\frac{1}{2}$ vật

b) 35cm ; - 25cm

27.21 Quang hệ gồm thấu kính phân kì (L_1) ($f_1 = -20\text{cm}$) và thấu kính hội tụ (L_2) ($f_2 = 40\text{cm}$) đặt cách nhau khoảng $l = 45\text{cm}$. Vật thật $AB = 2\text{cm}$ đặt trước (L_1) vuông góc với trục chính và cách (L_1) 60cm .

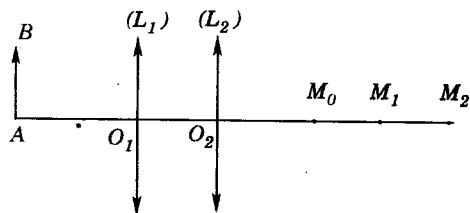
- Xác định ảnh của vật qua quang hệ. Vẽ ảnh.
- Dời (L_2) ra xa (L_1). Xác định chiều di chuyển của ảnh sau cùng so với AB .
- Giữ (L_2) cách (L_1) 45cm . Sau (L_2) đặt thấu kính phân kì (L_3) ($f_3 = f_1$) cách (L_2) đoạn $l = 45\text{cm}$. Chứng tỏ ảnh sau cùng của AB qua hệ luôn là ảnh ảo, cùng chiều với vật.

DS : a) Thật; cách (L_2) 120cm ; ngược chiều bằng $\frac{1}{2}$ vật

b) Dời về phía AB cho tới khoảng cách 205cm ,
rồi dời xa AB

$$\text{c) } f_3 > d_3 \Rightarrow d'_3 < 0; k > 0$$

27.22 Hai thấu kính (O_1) và (O_2) được đặt đồng trục. Vật phẳng nhỏ AB đặt trước thấu kính (O_1) và vuông góc với trục chính cho ảnh rõ nét cao $4,5\text{cm}$ trên màn (M) đặt tại điểm M_0 sau thấu kính (O_2). Nếu giữ cố định vật AB và thấu kính (O_1) mà bỏ (O_2) đi thì phải đặt màn ở điểm M_1 xa M_0 hơn thì mới thu được ảnh của vật và ảnh cao 9cm ; nếu



H.9.117

giữ cố định vật AB và thấu kính (O_2) mà bỏ (O_1) đi thì phải đặt màn ở điểm M_2 xa M_0 hơn thì mới thu được ảnh của vật và ảnh cao 1/2cm. Biết các khoảng cách M_0M_1 và M_0M_2 lần lượt là 6cm và 8cm.

Hãy xác định tiêu cự của hai thấu kính và độ cao của vật AB.

$$ĐS : f_1 = 18\text{cm}; f_2 = 12\text{cm}; AB = 3\text{cm}$$

27.23 Vật AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính hội tụ (L_1) cho ảnh rõ trên màn cách vật 125cm và cách thấu kính 100cm. Giữ nguyên vị trí của thấu kính và màn, dời vật xa thấu kính thêm 5cm thì ảnh trên màn không còn rõ nữa. Nếu xen thấu kính (L_2) tại một vị trí thích hợp giữa (L_1) và màn thì ảnh trên màn lại trở thành rõ và lớn gấp 6 lần AB. Xác định :

a) Tiêu cự của (L_2) .

b) Vị trí đặt (L_2) .

$$ĐS : a) f_2 = -30\text{cm} \text{ hay } 7,5 \text{ cm.}$$

$$b) \text{ Cách } (L_1) \text{ đoạn } 40\text{cm} \text{ hay } 70\text{cm.}$$

27.24 Thấu kính phân kì (L_1) có tiêu cự $f_1 = -10\text{cm}$ và thấu kính hội tụ (L_2) có tiêu cự $f_2 = 20\text{cm}$ được đặt đồng trục, (L_1) trước (L_2) .

a) Chùm tia sáng song song trục chính được chiếu tới (L_1). Hỏi phải đặt (L_2) ở đâu để chùm tia ló ra khỏi (L_2) cũng song song ? Vẽ đường đi của chùm tia sáng.

b) Tìm khoảng cách (L_1L_2) để chùm tia ló ứng với chùm tia tới nói trên hội tụ tại điểm cách (L_1) đoạn 80cm. Vẽ đường đi của chùm tia này.

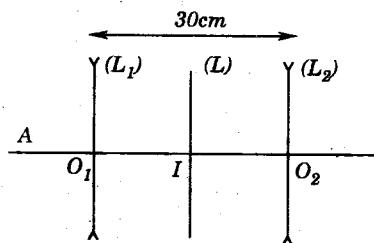
c) Chùm tia tới vẫn song song trục chính. Đặt (L_2) trước (L_1). Định khoảng cách (L_2L_1) để chùm tia ló vẫn hội tụ tại điểm cách (L_1) 80cm.

ĐS : a) Cách (L_1) 10cm

b) 16,7cm

c) 11,1cm

- 27.25** Một hệ hai thấu kính phân kì được bố trí như hình vẽ. Cho các tiêu cự $f_1 = f_2 = -15\text{cm}$; I là trung điểm của O_1O_2 . Xác định loại thấu kính và tiêu cự của thấu kính (L) phải đặt ở I để vật thật có ảnh thật qua hệ.



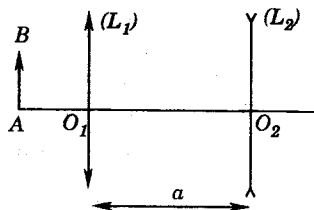
H.9.118

ĐS : (L) hội tụ ; $f = 15\text{cm}$

- 27.26** Cho hệ quang học như hình vẽ : $f_1 = 30\text{cm}$; $f_2 = -10\text{cm}$; $O_1O_2 = a$.

a) Cho $AO_1 = 36\text{cm}$ hãy :

- Xác định ảnh cuối cùng A'B' của AB tạo bởi hệ với $a = 70\text{cm}$.
- Định giá trị của a để A'B' là ảnh thật.



H.9.119

- b) Với giá trị nào của a thì độ phóng đại của ảnh cuối cùng A'B' tạo bởi hệ thấu kính không phụ thuộc vị trí của vật.

ĐS : a) Ảo; cách (L_2) 11cm; cùng chiều bằng $\frac{1}{2}$ vật;

$170\text{cm} \leq a \leq 180\text{cm}$

b) $a = 20\text{cm}$

- 27.27** Hai thấu kính (L_1) hội tụ và (L_2) phân kì có các tiêu cự lần lượt là $f_1 = 30\text{cm}$; $f_2 = -10\text{cm}$ đặt đồng trục cách nhau 40cm.

a) Vật AB được đặt trước (L_1) và cách một đoạn 60cm. Xác định ảnh của AB tạo bởi hệ hai thấu kính.

b) Vật AB vẫn ở vị trí cũ. Hoán vị hai thấu kính. Xác định ảnh của AB trong trường hợp này.

c) Định vị trí của vật AB để khi hoán vị hai thấu kính như ở câu b thì hai ảnh trước và sau khi hoán vị thấu kính có vị trí trùng nhau.

ĐS : a) Ảo; cách (L_2) 20cm; cùng chiều, bằng vật

b) Thật; cách (L_1) 78cm; ngược chiều, bằng 0,23 vật.

c) $d = 11,7 \text{ cm}$

27.28 Cho hai thấu kính cùng trục chính đặt cách nhau một khoảng $l = 48\text{cm}$; thấu kính thứ nhất (O_1) có tiêu cự $f_1 = 30\text{cm}$, thấu kính thứ hai (O_2) có tiêu cự $f_2 = -15\text{cm}$.

a) Một vật phẳng nhỏ đặt trước (O_1), cách (O_1) một khoảng

d. Tìm điều kiện mà d phải thỏa mãn để ảnh của vật cho bởi hệ là ảnh thật.

b) Vẽ, xác định vị trí và độ phóng đại của ảnh trong trường hợp $d = 70\text{cm}$.

c) Xác định vị trí của vật sao cho khi giữ vật cố định và hoán vị hai thấu kính, vị trí của ảnh vẫn không đổi. So sánh độ phóng đại của ảnh ở hai vị trí ấy.

ĐS : a) $57,3\text{cm} \leq d \leq 80\text{cm}$

b) 6,4cm; -1,07

c) 60cm; -5 và $-\frac{1}{5}$

27.29 Hai thấu kính hội tụ (L_1) và (L_2) cùng tiêu cự $f_1 = f_2 = 30\text{cm}$ được đặt đồng trục.

a) (L_2) ghép sát (L_1). Vật đặt trên trục chính vuông góc với trục chính ở trước (L_1). Định vị trí vật để ảnh cho bởi hệ là ảnh thật bằng vật.

b) Giữ vật cố định, tách (L_2) ra xa (L_1) sao cho hai trục chính vẫn trùng nhau. Chứng tỏ khoảng cách từ ảnh cuối cùng đến (L_2) và độ lớn của nó không tùy thuộc khoảng cách ($L_1 L_2$).

c) Thay (L_1) bằng thấu kính phân kì (L_3) có cùng $|f|$. Định vị trí của (L_2) để ảnh cuối cùng của vật bằng vật.

ĐS : a) $d = 30\text{cm}$

b) $d'_2 = f_2 = 30\text{cm}$; $A'B' = AB$

c) Cách (L_3) đoạn $l = 30\text{cm}$

27.30 Một thấu kính hội tụ (O) có tiêu cự $f = 40\text{cm}$ đặt trước màn (M), cách màn một đoạn không đổi $a = 2\text{m}$.

Trước (O) có một thấu kính hội tụ (O') tiêu cự $f' = 10\text{cm}$ đặt cách (O) đoạn l sao cho hai thấu kính đồng trục.

Trước (O') có một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính và cách (O') đoạn d . Ảnh của vật hiện rõ nét trên màn.

a) Tìm hệ thức liên lạc giữa d và l . Biện luận.

b) Cho $l = 20\text{cm}$. Xác định vị trí vật và độ phóng đại của ảnh. Vẽ ảnh.

$$\text{ĐS : a) } d = \frac{10(l - 50)}{l - 60}$$

$$\text{b) } d = 7,5\text{cm}; -8$$

27.31 Một thấu kính hội tụ (O_1) có tiêu cự $f_1 = 40\text{cm}$ đặt trước một màn ảnh (M) cách màn một khoảng không đổi bằng $1,5\text{m}$.

Giữa (O_1) và (M) có một thấu kính hội tụ (O_2) có tiêu cự $f_2 = 100\text{cm}$ đặt cách (O_1) một khoảng l sao cho trục chính của hai thấu kính trùng nhau.

Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục của hai thấu kính cách (O_1) một khoảng d được hệ tạo một ảnh rõ nét trên màn.

a) Tìm hệ thức giữa l và d .

b) Cho $l = 1\text{m}$, tính d và độ phóng đại của ảnh. Vẽ ảnh.

$$\text{ĐS : a) } d = \frac{4l^2 - 6l + 6}{10l^2 - 19l + 17}$$

$$\text{b) } d = 50\text{cm}; -2$$

27.32 Vật AB đặt song song trước gương phẳng (G) cách gương đoạn s . Người ta nhận thấy trong khoảng giữa vật và gương có hai vị trí của thấu kính hội tụ (L_1) làm cho ảnh tạo bởi hệ trùng với vật AB: vị trí thứ nhất cách vật 30cm, vị trí thứ hai cách vật 150cm.

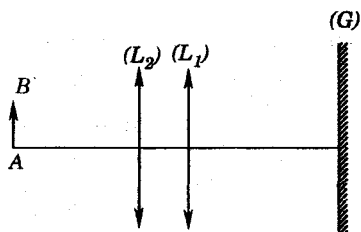
a) Tính khoảng cách s và tiêu cự f_1 của thấu kính hội tụ (L_1).

b) Tính tiến gương tới cách vật AB 132cm. Sau (L_1) đặt thêm thấu kính hội tụ (L_2) có tiêu cự $f_2 = 15\text{cm}$

đồng trục với (L_1), cách (L_1) khoảng cố định 90cm để tạo thành hai thấu kính gắn chặt, trục chính của hệ hai thấu kính luôn đi qua A và vuông góc với gương.

Hãy xác định vị trí của hai thấu kính gắn chặt (đối với AB) để ảnh cho bởi hệ hai thấu kính và gương trùng với vật AB.

c) Hỏi phải tịnh tiến (G) dọc theo trục chính, về phía nào, một đoạn bao nhiêu để trong khoảng giữa vật AB và gương chỉ tồn tại một vị trí duy nhất của hai thấu kính gắn chặt làm cho ảnh cuối cùng tạo bởi hệ hai thấu kính và (G) lại trùng AB ?



H.9.120

$$\text{ĐS : a) } s = 180\text{cm}; f_1 = 25\text{cm}$$

$$\text{b) } (L_1) \text{ cách AB } 30\text{cm}$$

$$\text{c) Xa vật } 30\text{cm}$$

CHƯƠNG 3

CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC

- * Máy ảnh – Mắt
- * Kính lúp
- * Kính hiển vi
- * Kính thiên văn

§10. MÁY ẢNH – MẮT

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Máy ảnh

– *Công dụng* : tạo ảnh thật của vật, nhỏ hơn vật và ghi lại ảnh trên phim.

– *Bộ phận chính*

Vật kính :

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Thấu kính hội tụ hoặc} \\ \text{Hệ thấu kính ghép tác dụng như thấu kính hội tụ} \end{array} \right.$

– *Công thức máy ảnh* :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$$

;

$$k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f-d} = \frac{f-d'}{f}$$

(Công thức thấu kính hội tụ)

II. Mắt

1. Sự điều tiết

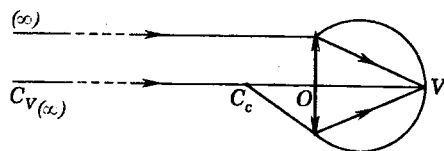
Thay đổi độ cong của thủy tinh thể (do đó thay đổi tiêu cự) để làm cho ảnh của vật cần quan sát hiện trên võng mạc.

Ta có :

– *Điểm cực viễn (C_v)* :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ mắt không điều tiết} \\ \bullet f_{\max} \\ \bullet C_v \Rightarrow \infty \text{ (mắt bình thường)} \end{array} \right.$$

- mắt điều tiết tối đa
 - $f_{\min}$
 - $OC_c = D$: giá trị thay đổi từ 10cm $\rightarrow$ 25cm
- Điểm cực cận (C_c) :
- Giới hạn nhìn rõ (khoảng thấy rõ ngắn nhất);
- $$l = C_c C_v$$



H.10.1

2. Năng suất phân li của mắt

Điều kiện để mắt nhìn thấy vật AB :

$$\begin{cases} A \in [C_c ; C_v] \\ \alpha_{AB} \geq \alpha_{\min} \end{cases}$$

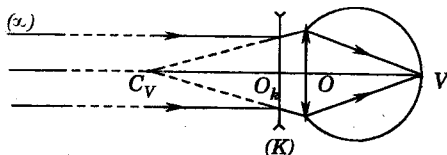
(α_{AB} : góc trông của vật AB)

$$\alpha_{\min} \approx 1' \approx \frac{1}{3500} \text{ rad (năng suất phân li)}$$

III. Các tật của mắt - Cách sửa

1. Mắt cận thị

- Đặc điểm cấu tạo : $f_{\max} < OV \Rightarrow OC_v$ hữu hạn.



H.10.2

- Cách sửa : Mang thấu kính phân kì.

$$f_k = -O_k C_v$$

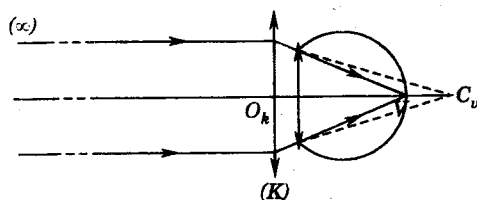
(Thấy được vật ở vô cực không phải điều tiết)

2. Viễn thị

- Đặc điểm cấu tạo : $f_{\max} > OV \Rightarrow C_v$ là điểm ảo.
- Cách sửa : Mang thấu kính hội tụ

$$f_k = O_k C_v$$

(Thấy được vật ở vô cực không phải điều tiết)



H.10.3

GHI CHÚ : Thực ra đối với mắt viễn thị, người ta thường mang kính sửa để nhìn thấy các vật ở gần có khoảng cách giống như với mắt bình thường.

3. Mắt già

- Khi lớn tuổi, khả năng điều tiết giảm. Do đó điểm cực cận C_c ở xa mắt hơn lúc trẻ. Đó là *tật già*.
- Mắt già có điểm cực viễn C_v như lúc trẻ vì vị trí điểm này do cấu tạo bẩm sinh, không thay đổi.

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 28

Tính toán về máy ảnh

- Áp dụng các công thức liên quan đến sự tạo ảnh bởi *thấu kính hội tụ* hay *hệ thấu kính ghép*.
- Để ý các điểm sau :
 - Ảnh của vật do máy ảnh tạo ra luôn là *ảnh thật*.
 - Độ nhòe của ảnh là do *độ dời* của vật trong thời gian mở vật kính.
- *Vật ở trong nước* : kết hợp các công thức của thấu kính với công thức của lưỡng chất phẳng hoặc bản mặt song song.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

28.1 Vật kính của một máy ảnh có tiêu cự là $f = 10\text{cm}$.

a) Vật cách máy 60cm. Phim phải đặt ở đâu ?

b) Phim chỉ dịch chuyển trong đoạn cách vật kính từ 10cm đến 12,5cm. Tính chiều sâu của trường.

GIẢI

a) *Vị trí đặt phim*

Vị trí đặt phim là vị trí ảnh của vật tạo bởi vật kính máy ảnh.

Ta có :

$$d = 60\text{cm}; d' = \frac{df}{d - f} = \frac{60 \cdot 10}{60 - 10} = \boxed{12 \text{ (cm)}}$$

Phim phải đặt cách vật kính 12cm.

b) Chiều sâu của trường

Chiều sâu của trường là khoảng cách giữa các vị trí vật có ảnh ghi được trên phim.

Theo đề ta có :

$$d'_1 = 10\text{cm} = f \Rightarrow d_1 \rightarrow \infty$$

$$d'_2 = 12,5\text{cm} ; d_2 = \frac{d'_2 f}{d'_2 - f} = \frac{12,5 \cdot 10}{12,5 - 10} = 50 \text{ (cm)}$$

Chiều sâu của trường là khoảng cách từ 50cm so với vật kính đến vô cực.

28.2

Vật kính của một máy ảnh là một thấu kính hội tụ có tiêu cự 10cm, bán kính mở 0,5cm. Máy được dùng để chụp ảnh của một vật cách máy 10,1m.

a) Định vị trí đặt phim để có ảnh rõ của vật.

b) Giả sử ngay lúc điều chỉnh được vị trí phim đúng như trên thì vật chuyển động hướng về phía máy với vận tốc 1,5m/s.

Hỏi người chụp có thể bấm máy chậm nhất là bao nhiêu lâu để ảnh trên phim còn có thể coi là rõ ?

Ảnh của một điểm vật được coi là rõ nếu giới hạn trong vòng tròn bán kính không quá $\frac{1}{20}$ mm (thời gian mở màn chắn được coi là tức thời).

GIẢI

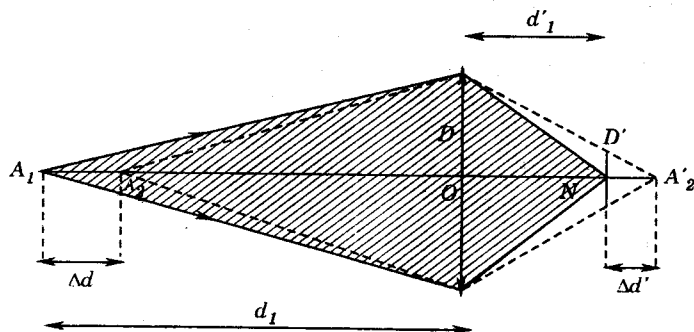
a) Vị trí đặt phim

Ta có : $d = 1010\text{cm}$

$$\Rightarrow d' = \frac{df}{d - f} = \frac{1010 \cdot 10}{1010 - 10} = \boxed{10,1 \text{ (cm)}}$$

Phim phải đặt cách vật kính 10,1cm để ghi ảnh rõ của vật.

b) Khoảng thời gian bấm máy



H.10.4

Phim được đặt cố định, nếu vật di chuyển thì ảnh sẽ di chuyển cùng chiều.

Xét chùm tia sáng của một điểm vật trên trục chính. Khi điểm vật di chuyển vạch đoạn $A_1A_2 = |\Delta d|$ thì ảnh di chuyển và vạch đoạn $A'_1A'_2 = \Delta d'$.

Ta có :

$$\frac{D}{D'} = \frac{d'_1 + \Delta d'}{\Delta d'} = \left(\frac{d'_1}{\Delta d'} + 1 \right) \Rightarrow D' = \frac{D}{\left(\frac{d'_1}{\Delta d'} + 1 \right)}$$

Đặt $D'_0 = \frac{1}{10} \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}$ là giới hạn để ảnh còn có thể coi là rõ theo đề bài. Ta phải có :

$$D' \leq D'_0$$

$$\Rightarrow \frac{D}{\frac{d'_1}{\Delta d'} + 1} \leq D'_0 \Rightarrow \frac{d'_1}{\Delta d'} + 1 \geq \frac{D}{D'_0} \Rightarrow \Delta d' \leq \frac{d'_1}{\left(\frac{D}{D'_0} - 1 \right)}$$

Nhưng, ta có thể thiết lập được hệ thức liên lạc sau đây giữa các độ dời của vật và ảnh :

$$\Delta d' = -f^2 \cdot \frac{\Delta d}{(d_1 - f)(d_2 - f)}$$

$$\Delta d' = -10^{-2} \frac{\Delta d}{10 \cdot (10 + \Delta d)} = - \frac{\Delta d}{10^3(10 + \Delta d)}$$

Do đó :

$$\frac{\Delta d}{10^3(10 + \Delta d)} \geq \frac{d'_1}{\left(1 - \frac{D}{D'_0}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta d}{10 + \Delta d} \geq \frac{10^3 d'_1}{\left(1 - \frac{D}{D'_0}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta d}{10 + \Delta d} \geq - \frac{101}{99} \approx -1,02$$

$$\Rightarrow \Delta d \geq - \frac{10,2}{2,02} \approx -5,05\text{m}$$

Suy ra quãng đường vật di chuyển phải thỏa điều kiện :

$$A_1 A_2 = \Delta s = |\Delta d| \leq 5,05\text{m}$$

Thời gian Δt để bấm máy phải thỏa điều kiện sau :

$$|\Delta d| = v \cdot \Delta t \leq 5,05\text{m}$$

$$\Rightarrow \Delta t \leq \frac{5,05}{1,5} \approx 3,37(\text{s})$$

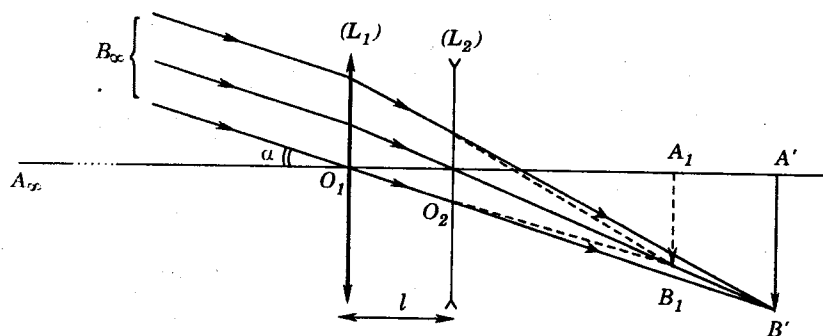
Vậy, muốn phim ghi được ảnh còn có thể coi là rõ, phải bấm máy không trễ hơn 3,37s sau khi chỉnh nét.

28.3 Vật kính của một máy ảnh có cấu tạo gồm một thấu kính hội tụ (L_1) tiêu cự $f_1 = 7\text{cm}$ đặt trước và đồng trục với một thấu kính phân kì (L_2) tiêu cự $f_2 = -10\text{ cm}$, cách nhau 2cm . Máy được hướng để chụp ảnh một vật ở rất xa.

- Tính khoảng cách từ thấu kính phân kì đến phim.
- Biết góc trông của vật là 3° . Tính chiều cao của ảnh trên phim.
- Nếu thay vật kính nói trên bằng một thấu kính hội tụ duy nhất (L') sao cho ảnh thu được có cùng kích thước như trên thì thấu kính này phải có tiêu cự bao nhiêu ? Phim phải đặt cách thấu kính một khoảng bao nhiêu ?

GIẢI

a) Khoảng cách từ thấu kính phân kì đến phim



H.10.5

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{c}
 \text{AB} \xrightarrow{(L_1)} \text{A}_1\text{B}_1 \xrightarrow{(L_2)} \text{A}'\text{B}' \\
 (\infty) \quad \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Ta xét lần lượt mỗi ảnh được tạo thành :

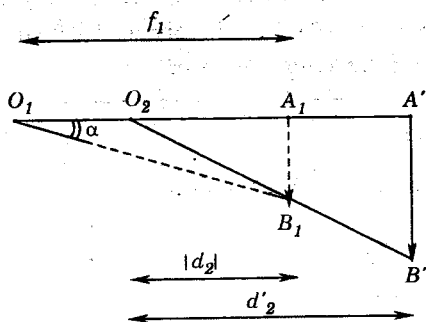
Với A_1B_1 : $d_1 \rightarrow \infty$; $d'_1 = f_1 = 7\text{cm}$

Với $A'B'$: $d_2 = l - d'_1 = 2 - 7 = -5(\text{cm})$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-5) \cdot (-10)}{-5 + 10} = \boxed{10 \text{ (cm)}}$$

Phim hứng ảnh sau cùng $A'B'$ phải đặt cách thấu kính phân kì 10cm.

b) Chiều cao của ảnh



H.10.6

Ta có :

$$\frac{A'B'}{A_1B_1} = \frac{d'_2}{|d_2|}$$

$$\Rightarrow A'B' = \frac{d'_2}{|d_2|} \cdot A_1B_1$$

Nhưng :

$$A_1B_1 = f_1 \cdot \tan \alpha \approx f_1 \alpha$$

Do đó :

$$A'B' = \frac{d'_2}{|d_2|} \cdot f_1 \alpha = \frac{10}{5} \cdot 7 \cdot \frac{\pi}{60} = \frac{7\pi}{30} \approx \boxed{0,73 \text{ (cm)}}$$

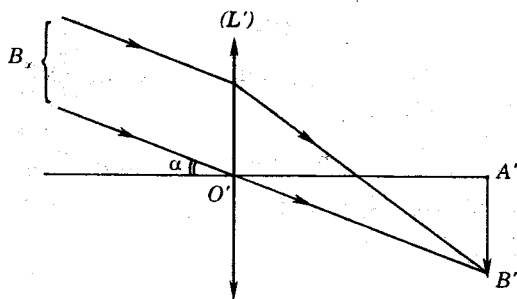
c) Tiêu cự - Khoảng cách

- Đặt f là tiêu cự của thấu kính hội tụ (L') tương đương.

Ta có : $A'B' = f \tan \alpha \approx f \alpha$

$$\text{Suy ra : } f \alpha = \frac{d'_2}{|d_2|} \cdot f_1 \cdot \alpha$$

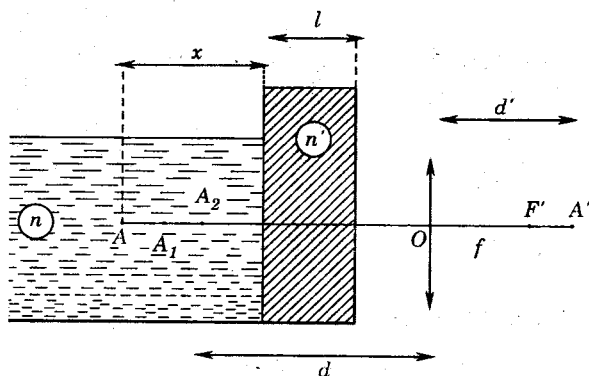
$$\Rightarrow f = \frac{d'_2}{|d_2|} \cdot f_1 = 2f_1 = \boxed{14 \text{ cm}}$$



H.10.7

- Vật ở vô cực, ảnh được tạo ra ở tiêu diện ảnh. Vậy phim phải đặt cách thấu kính một đoạn $f' = 14$ cm.

- 28.4 Một bể cá bằng thủy tinh chiết suất $n' = 1,5$, thành dày $l = 0,9$ cm. Một người dùng máy ảnh có tiêu cự $f = 2,5$ cm để chụp ảnh cá trong bể. Vật kính máy đặt cách thành bể 3 cm. Phải đặt phim cách xa tiêu diện của vật kính một khoảng 0,5 cm mới thu được ảnh. Hãy tính khoảng cách từ con cá đến thành trong của bể và độ phóng đại của ảnh. (Chiết suất của nước là $n = 4/3$).



H.10.8

GIẢI

Có thể xem giữa nước và thành bể bằng thủy tinh tồn tại một lớp không khí vô cùng mỏng.

Quang hệ khi đó gồm hai bản song song (B_1) , (B_2) và thấu kính (L) (vật kính của máy ảnh).

Sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow{(B_1)} A_1 \xrightarrow{(B_2)} A_2 \xrightarrow{(L)} A' \begin{cases} d \\ d' \end{cases}$$

Ảnh tạo bởi (B_1) và (B_2) đều là ảo, dời theo chiều ánh sáng các đoạn AA_1 ; A_1A_2 và bằng vật.

$$\text{Ta có : } AA_1 = x \left(1 - \frac{1}{n}\right) = x \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{x}{4}$$

$$A_1A_2 = l \left(1 - \frac{1}{n'}\right) = l \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{l}{3}$$

Khoảng cách từ cá đến quang tâm của vật kính là :

$$OA = (x + l + 3) = d + AA_1 + A_1A_2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{x}{4}\right) + \left(l - \frac{l}{3}\right) = d - 3$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{4} + \frac{2l}{3} = d - 3$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{4} = d - 3 - 0,6 = d - 3,6$$

Mặt khác, theo đề ta có :

$$d' = f + 0,5 = 3,0 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{3,0 \cdot 2,5}{3,0 - 2,5} = 15(\text{cm})$$

Vậy :

$$x = \frac{4}{3} (15 - 3,6) = \boxed{15,2 \text{ (cm)}}$$

Khi chụp ảnh, cá cách thành bên trong của bể 15,2cm. Độ phóng đại của ảnh là :

$$k = -\frac{d'}{d} = -\frac{3,0}{15} = -\frac{1}{5} = \boxed{-0,2}$$

Ảnh ghi được trên phim ngược chiều và bằng $\frac{1}{5}$ vật.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

28.5 Vật kính của một máy ảnh có $f = 50\text{mm}$. Phim có kích thước $24\text{mm} \times 36\text{mm}$.

a) Muốn chụp ảnh một tòa nhà dài 50m, phải đặt máy cách vật ít nhất là bao nhiêu ?

b) Suy ra mối liên hệ giữa bề rộng của trường và tiêu cự.

ĐS : a) 69,5m

b) Trường rộng thì f phải ngắn.

28.6 Vật kính của một máy ảnh có tiêu cự $f = 10\text{cm}$.

a) Vật kính này là một thấu kính phẳng lồi, có bán kính mặt cầu 5cm. Tính chiết suất của thấu kính.

b) Máy được dùng để chụp ảnh của một người cao 1,5m đứng cách máy 5m. Tính chiều cao của ảnh trên phim.

c) Người nói trên đi xe đạp theo phương vuông góc với quang trục của máy với vận tốc 9km/h. Tính thời gian mở màn chắn để ảnh trên phim có độ nhòe không quá 0,2mm.

ĐS : a) 1,5

b) 3,06cm

c) $t \leq 0,04\text{s}$

28.7 Vật kính của một máy ảnh được coi là một thấu kính hội tụ mỏng (O_1) có tiêu cự $f_1 = 10\text{cm}$.

a) Dùng máy để chụp ảnh một máy bay dài 20m cách máy 5km. Tính độ dài của ảnh.

b) Để có ảnh lớn hơn, ta đặt giữa vật kính và phim thấu kính phân kì (O_2) có tiêu cự $f_2 = -2\text{cm}$. Để ảnh rõ nét, phải đưa phim xa vật kính thêm 6,4cm so với trước. Tính khoảng cách giữa hai thấu kính và độ lớn của ảnh.

c) Thay hệ (O_1O_2) bằng thấu kính (O_3). Để được ảnh của máy bay trên đây cùng độ lớn thì tiêu cự của (O_3) phải là bao nhiêu ?

ĐS : a) 0,4 mm

b) 8,4 cm; 2mm

c) 50 cm

28.8 Người ta muốn chụp ảnh một vật ở cách xa 1km để có một ảnh kích thước bằng 1/1000 kích thước vật.

a) Nếu vật kính của máy ảnh là một thấu kính hội tụ mỏng thì tiêu cự của nó là bao nhiêu ? Phim phải đặt cách vật kính bao nhiêu ?

b) Để phim không phải đặt quá xa vật kính, người ta dùng một hệ hai thấu kính để làm vật kính: thấu kính hội tụ (O_1) tiêu cự $f_1 = 10\text{cm}$ và thấu kính phân kì (O_2) tiêu cự $f_2 = -1,2\text{cm}$ đặt sau (O_1). Hỏi phải đặt hai thấu kính này cách nhau bao nhiêu ? Phim phải bố trí cách (O_1) bao nhiêu ?

ĐS : a) $f \approx 1\text{m}$; cách 1m

b) $l = 8,9\text{ cm}$; 19,7 cm.

28.9 Vật kính của một máy ảnh coi như một thấu kính hội tụ mỏng (O) có tiêu cự $f = 12\text{cm}$. Khoảng cách từ vật kính tới phim có thể biến thiên liên tục từ 12cm đến 12,5cm.

a) Máy có thể chụp được ảnh của những vật đặt cách vật kính trong khoảng nào ?

b) Để chụp được ảnh của một vật cách vật kính 1,2m người ta gắn thêm vào trước vật kính một thấu kính mỏng (O') sát vào vật kính. Hỏi (O') là thấu kính gì, có độ tụ ít nhất là bao nhiêu ?

ĐS : a) Từ 3m đến ∞

b) Hội tụ; 0,5 dp.

28.10 Vật kính của một máy ảnh có thể coi là một thấu kính hội tụ mỏng tiêu cự $f = 10\text{cm}$.

a) Máy được điều chỉnh để chụp ảnh của một vật đặt cách vật kính 2,6m. Phim phải đặt cách vật bao nhiêu ? Biết ảnh có độ cao 0,4cm, tính độ cao vật. $\hat{A}$ /
kính

b) Giữ nguyên sự điều chỉnh trên. Người ta dùng máy để chụp ảnh một con cá ở độ sâu 1,2m so với mặt nước và trên phương trục chính của máy. Hỏi phải đặt máy cách mặt nước bao nhiêu ? Ảnh của cá dài 6,4mm, tính chiều dài của cá. Cho biết chiết suất của nước là $n = 4/3$.

ĐS : a) 10,4 cm; AB = 10cm

b) 1,7m; AB = 16cm

28.11 Dùng một máy ảnh mà vật kính có tiêu cự $f = 6\text{cm}$ để chụp ảnh một con cá đang bơi ngang, cách mặt nước 40cm.

Trục chính của máy nằm theo đường thẳng đứng đi qua cá. Vật kính ở phía trên và cách mặt nước 30cm. Chiết suất của nước là $n = \frac{4}{3}$.

a) Tính khoảng cách giữa phim và vật kính.

b) Cá bơi với vận tốc 0,01m/s. Tính thời gian tối đa mở cửa sập của máy để độ nhòe trên phim không quá 0,1 mm (mỗi điểm trên ảnh vạch một vết có chiều dài không quá 0,1 mm).

ĐS : a) 6,67 cm

b) 0,09s

Bài toán 29

Các đặc điểm quang học của mắt.
Sửa tật của mắt.

- Khi thực hiện tính toán liên quan đến các đặc điểm của mắt, để ý rằng :

- Mắt quan sát vật ở C_v : không điều tiết; $f_{\max}$

- Mắt quan sát vật ở C_c : điều tiết tối đa; $f_{\min}$

- Mắt $\left\{ \begin{array}{l} \text{bình thường có điểm } C_v \text{ ở vô cực} \\ \text{cận thị có điểm } C_v \text{ cách mắt hữu hạn} \\ \text{viễn thị có điểm } C_v \text{ là điểm ảo (sau mắt)} \end{array} \right.$

- Sửa mắt cận thị

- Tiêu cự của thấu kính : $f_k = -O_k C_v$

- Điểm gần nhất mà mắt đeo kính nhìn thấy có vị trí xác định bởi :

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{O_k C_c} = \frac{1}{f_k}$$

- Sửa mắt viễn thị :

- Tiêu cự của thấu kính : $f_k = O_k C_v$

- Điểm gần nhất mà mắt đeo kính nhìn thấy có vị trí xác định bởi :

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{O_k C_c} = \frac{1}{f_k}$$

- Có thể đưa bài toán sửa tật của mắt về dạng bài toán hệ thấu kính ghép trong đó một thấu kính là thủy tinh thể của mắt.

Để ý ảnh sau cùng của vật tạo bởi hệ ghép ở tại điểm vàng V trên võng mạc.

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

29.1 Mắt của một người có điểm cực viễn C_v cách mắt 50cm.

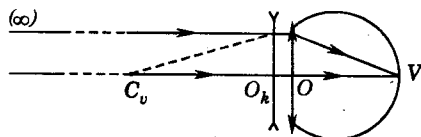
- Mắt người này bị tật gì ?
- Muốn nhìn thấy vật ở vô cực không điều tiết người đó phải đeo kính có tụ số bao nhiêu ? (Kính đeo sát mắt).
- Điểm C_c cách mắt 10cm. Khi đeo kính mắt nhìn thấy điểm gần nhất cách mắt bao nhiêu ?

GIẢI

a) Tật của mắt

Điểm cực viễn C_v cách mắt một khoảng hữu hạn. Vậy mắt người này bị tật cận thị.

b) Tụ số của kính



H.10.9

Ta có : $f_k = -OC_v = -50\text{cm} = -0,5\text{m}$

Tụ số của kính là : $D_k = \frac{1}{f_k} = \frac{1}{-0,5} = \boxed{-2 \text{ (dp)}}$

CHÚ Ý : Có thể lí luận như sau.

Sơ đồ tạo ảnh

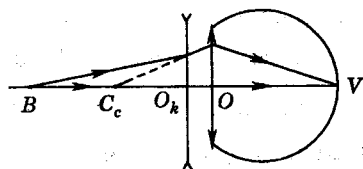
$$A \xrightarrow{(L)} A_1 \xrightarrow{(M)} V$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right\}$$

$$d_1 \rightarrow \infty \Rightarrow d'_1 = f_k ; d'_2 = OV \Rightarrow d_2 = OC_v \text{ (không điều tiết)}$$

$$d_2 = l - d'_1 \Rightarrow f_k = -OC_v \quad (l: \text{khoảng cách kính - mắt})$$

c) Điểm gần nhất mà mắt đeo kính nhìn thấy



H.10.10

Điểm B gần nhất mà mắt đeo kính thấy được có vị trí xác định bởi :

$$\frac{1}{d_B} + \frac{1}{d'_B} = \frac{1}{f_k} \Rightarrow \frac{1}{d_B} - \frac{1}{O_k C_c} = \frac{1}{f_k}$$

$$\frac{1}{d_B} = \frac{1}{f_k} + \frac{1}{O_k C_c} = \frac{1}{10} - \frac{1}{50} = \frac{4}{50}$$

$$\Rightarrow d_B = \frac{50}{4} = \boxed{12,5(\text{cm})}$$

29.2 Người ta cắt một bản thủy tinh có hai mặt song song bằng hai mặt cầu cùng bán kính $R = 100\text{cm}$ để tạo một thấu kính phân kì có tụ số -1 dp.

a) Tính chiết suất của thủy tinh làm thấu kính. ^(b) Một mắt cận thị đeo thấu kính vừa chế tạo sát mắt thì thấy rõ các vật ở vô cực không cần điều tiết. Khi điều tiết tối đa (vẫn mang kính sát mắt) thì mắt chỉ nhìn rõ các vật cách mắt 25cm .

♥ Hỏi nếu mắt đó bỏ thấu kính nói trên ra và mang thấu kính phân kì khác (sát mắt) có tụ số $-0,5$ dp thì có thể thấy rõ các vật trong giới hạn nào ?

c) Tỷ số của mắt biến thiên trong giới hạn nào ? Cho biết khoảng cách từ quang tâm của mắt tới võng mạc là 16mm.

GIAI

a) Chiết suất

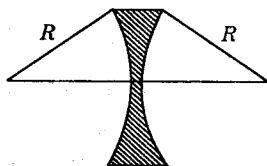
Ta có : $f = \frac{1}{D} = -\frac{1}{1} = -1(\text{m}) = -100(\text{cm})$

Vậy :

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \frac{2}{-R}$$

$$\Rightarrow n - 1 = -\frac{R}{2f} \Rightarrow n = 1 - \frac{R}{2f}$$

$$\Rightarrow n = 1 - \frac{100}{-200} = \boxed{1,5}$$



H.10.11

b) Giới hạn nhìn rõ của mắt đeo kính

- Khi mắt đeo kính sát vào mắt, hệ có tỷ số :

$$D_{\text{hệ}} = \frac{1}{f_L} + \frac{1}{f_m}$$

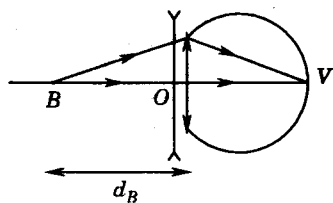
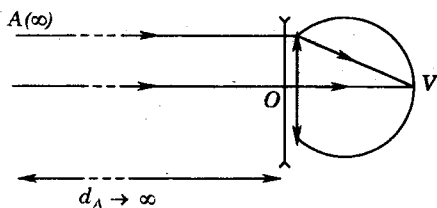
Đặt OV là khoảng cách từ quang tâm mắt đến điểm vàng trên võng mạc.

Khi mắt đeo kính - 1 dp, theo đề ta có :

$$\begin{cases} \frac{1}{d_A} + \frac{1}{OV} = \frac{1}{f_L} + \frac{1}{(f_m)_1} & (1) \\ \frac{1}{d_B} + \frac{1}{OV} = \frac{1}{f_L} + \frac{1}{(f_m)_2} & (2) \end{cases}$$

(A,B lần lượt là điểm xa nhất và gần nhất mà mắt đeo kính này thấy được).

- Khi mắt đeo kính -0,5 dp, ta xác định các điểm M, N thỏa các phương trình sau :



H.10.12

$$\begin{cases} \frac{1}{d_M} + \frac{1}{OV} = \frac{1}{f'_L} + \frac{1}{(f_m)_1} & (1') \\ \frac{1}{d_N} + \frac{1}{OV} = \frac{1}{f'_L} + \frac{1}{(f_m)_2} & (2') \end{cases}$$

(M, N lần lượt là điểm xa nhất và gần nhất mà mắt đeo kính này thấy được).

Suy ra : (1') - (1) : $\frac{1}{d_M} - \frac{1}{d_A} = \frac{1}{f'_L} - \frac{1}{f_L}$

Với $d_A \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{d_A} \rightarrow 0$ và $f'_L = \frac{1}{-0,5} = -2(\text{m}) = -200(\text{cm})$

ta có : $\frac{1}{d_M} = \frac{-1}{200} + \frac{1}{100} = \frac{1}{200}$

$\Rightarrow d_M = 200\text{cm} = 2\text{m}$

(2') - (2) : $\frac{1}{d_N} - \frac{1}{d_B} = \frac{1}{f'_L} - \frac{1}{f_L}$

$\frac{1}{d_N} = \frac{1}{d_B} + \frac{1}{f'_L} - \frac{1}{f_L} = \frac{1}{25} + \frac{1}{200} = \frac{9}{200}$

$\Rightarrow d_N = \frac{200}{9} \approx 22,2(\text{cm})$

Vậy, giới hạn nhìn rõ của mắt khi đeo kính - 0,5 dp là :

$22,2 \text{ cm} \leq d \leq 200 \text{ cm}$

c) Khoảng biến thiên của tụ số của mắt

Từ (1) ta có :

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{1}{(f_m)_1} = \frac{1}{d_A} + \frac{1}{OV} - \frac{1}{f_L} \\ &= \frac{1}{16 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1} = \frac{1000}{16} + 1 = 63,5 \text{ (dp)} \end{aligned}$$

Tương tự, từ (2) ta có :

$$\begin{aligned} D_2 &= \frac{1}{(f_m)_2} = \frac{1}{d_B} + \frac{1}{OV} - \frac{1}{f_L} \\ &= \frac{1}{0,25} + D_1 = 4 + 63,5 = 67,5 \text{ (dp)} \end{aligned}$$

Vậy :

$$63,5 \text{ dp} \leq D_m \leq 67,5 \text{ dp}$$

29.3 Một người nhìn thấy rõ được những vật cách mắt từ 15cm đến 50cm.

a) Mắt người này bị tật gì ? Tính độ tụ của kính mà người này phải đeo sát mắt để nhìn thấy vật ở xa vô cùng không điều tiết.

b) Người này không đeo kính, soi gương cầu lõm để quan sát mặt của mình. Gương có bán kính $R = 120\text{cm}$. Hỏi phải đặt gương trong khoảng nào trước mắt để mắt người ấy nhìn thấy ảnh cùng chiều qua gương.

Khi đó, góc trông của ảnh lớn nhất ứng với vị trí nào của gương ?

GIẢI

a) Tập của mắt

- Điểm cực viễn C_v ở trước mắt và cách mắt một khoảng hữu hạn. Suy ra mắt của người này bị cận thị.

- Khi đeo kính sát mắt để nhìn thấy vật ở vô cực không điều tiết ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$A(\infty) \xrightarrow{(L)} A' \xrightarrow{(M)} V$$

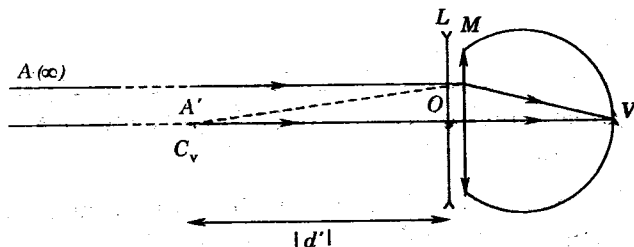
$$\begin{cases} d_1 \rightarrow \infty \\ d'_1 = f_L \end{cases} \quad \begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases}$$

$$d'_2 = OV \Rightarrow d_2 = OC_v \Rightarrow d'_1 = -OC_v$$

$$d_1 \rightarrow \infty \Rightarrow d'_1 = f_k = -OC_v$$

Tỷ số của kính là :

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,5} = \boxed{-2 \text{ (dp)}}$$



H.10.13

b) Khoảng đặt gương

Ta có :

$$AB \xrightarrow{(G)} A'B'$$

$$\begin{cases} d \\ d' \end{cases}$$

- Ảnh của vật thật cùng chiều với vật là ảnh ảo.

Vậy phải có : $d' = \frac{df}{d-f} < 0 \Leftrightarrow d - f < 0$

hay : $0 < d < f$

$$f = \frac{R}{2} = \frac{120}{2} = 60\text{cm}$$

$$\Rightarrow 0 < d < 60\text{cm}$$

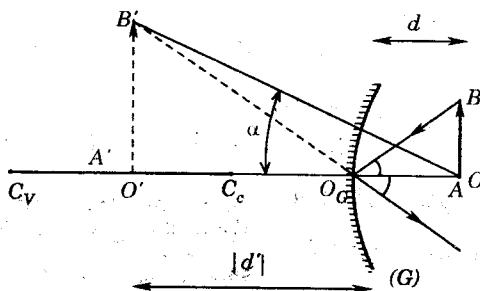
- Mặt khác, ảnh O' của mắt phải nằm trong khoảng $(C_c; C_v)$.

Ta phải có :

$$OC_c \leq OO' \leq OC_v$$

$$\Rightarrow 15\text{cm} \leq d + |d'| \leq 50\text{cm}$$

$$\Rightarrow 15 \leq d - d' \leq 50$$



H.10.14

Với $d' = \frac{df}{d-f} = \frac{60d}{d-60}$ ta suy ra :

$$* \quad d - \frac{60d}{d-60} \geq 15 \Rightarrow \frac{d^2 - 120d}{d-60} - 15 \geq 0$$

Theo trên : $d - 60 < 0$, ta có :

$$d^2 - 135d + 900 \leq 0$$

$$\Rightarrow 7 \text{ cm} \leq d \leq 60 \text{ cm.}$$

(1)

$$* \quad d - \frac{60d}{d-60} \leq 50 \Rightarrow \frac{d^2 - 120d}{d-60} - 50 \leq 0$$

Ta cũng suy ra : $d^2 - 170d + 3000 \geq 0$

$$\Rightarrow d \leq 20\text{cm} \vee d \geq 150\text{cm (loại)} \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta có :

$$7\text{cm} \leq d \leq 20\text{cm}.$$

- Khi mắt nhìn thấy ảnh của mặt trong gương, góc trông của ảnh được xác định bởi :

$$\text{tg}\alpha = \frac{A'B'}{d + |d'|} = \frac{|k|AB}{d - \frac{df}{d-f}} = \frac{|k|(d-f) \cdot AB}{d^2 - 2df}$$

Nhưng : $|k| = \frac{f}{|f-d|}$

Do đó : $\text{tg}\alpha = \frac{f \cdot AB}{2df - d^2}$

Biểu thức $2df - d^2$ có đạo hàm theo d là $2(f-d)$.

Đạo hàm này triệt tiêu với $d = f$.

Ta suy ra bảng biến thiên sau :

d	0	7cm	20cm	60cm
$f-d$			+	
$2df - d^2$				
$\text{tg}\alpha$				

Vậy góc trông của ảnh lớn nhất khi gương cách mặt khoảng $d = 7\text{cm}$.

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

29.4 Một mắt có tiêu cự của thủy tinh thể là 18mm khi không điều tiết.

a) Khoảng cách từ quang tâm mắt đến võng mạc là 15mm. Mắt bị tật gì ?

b) Định tiêu cự và tụ số của thấu kính phải mang để mắt thấy vật ở vô cực không điều tiết (kính ghép sát mắt).

ĐS : a) Viễn thị

b) 9cm; 11,1 dp

29.5 Một mắt có quang tâm cách võng mạc khoảng $d' = 1,52\text{cm}$. Tiêu cự thủy tinh thể thay đổi giữa hai giá trị $f_1 = 1,500\text{cm}$ và $f_2 = 1,415\text{cm}$.

a) Xác định giới hạn nhìn rõ.

b) Tính tiêu cự và tụ số của thấu kính phải ghép sát vào mắt để mắt nhìn thấy vật ở vô cực.

c) Khi đeo kính mắt nhìn thấy điểm gần nhất cách mắt bao nhiêu ?

ĐS : a) 114cm; 20,5cm

b) -114cm; -0,88dp

c) 25cm

29.6 Mắt của một người có điểm cực viễn và điểm cực cận cách mắt lần lượt 0,5m và 0,15m.

a) Người này bị tật gì về mắt ?

b) Phải ghép sát vào mắt thấu kính có tụ số bao nhiêu để nhìn thấy vật đặt cách mắt 20m không điều tiết.

c) Người này quan sát một vật cao 4cm cách mắt 0,5m.

Tính góc trông của vật qua mắt thường và mắt mang kính nói ở câu b.

ĐS : a) Cận thị

b) -1,95dp

c) 0,08rad

29.7 Một mắt thường về già khi điều tiết tối đa thì tăng tụ số của thủy tinh thể thêm 1 dp.

a) Xác định điểm cực cận và cực viễn.

b) Tính tụ số của thấu kính phải mang (cách mắt 2cm) để mắt thấy một vật cách mắt 25cm không điều tiết.

ĐS : a) 100 cm; ∞

b) $D = 4,35$ dp

29.8 Một mắt cận thị về già có các điểm C_v và C_c cách mắt lần lượt 100cm và 40cm.

a) Tính tụ số của thấu kính phải ghép sát vào mắt để có thể nhìn thấy vật ở vô cực không điều tiết.

b) Để có thể dùng kính (L_1) nói trên khi đọc sách người ta ghép sát vào phần dưới của (L_1) thấu kính (L_2) sao cho khi mắt nhìn qua hệ thấu kính ghép này có điểm cực cận cách mắt 20cm. Tính tiêu cự của (L_2).

c) (L_2) là một thấu kính mỏng, có hai mặt cầu cùng bán kính R. Thủy tinh làm thấu kính có chiết suất $n = 1,5$. Tính R.

ĐS : a) -1 dp

b) $f_2 \approx 28,6$ cm

c) $R = f_2 \approx 28,6$ cm

29.9 Một mắt cận thị có điểm C_v cách mắt 50cm.

a) Xác định loại và độ tụ của thấu kính mà người cận thị phải đeo lần lượt để có thể nhìn rõ không điều tiết một vật.

* ở vô cực

* cách mắt 10cm.

b) Khi đeo cả hai kính trên đây ghép sát nhau, người cận thị này đọc được một trang sách đặt cách mắt ít nhất là

10cm. Tính khoảng thấy rõ gần nhất của mắt cận thị này. Khi đeo cả hai kính thì người này đọc được sách đặt cách mắt xa nhất là bao nhiêu ? (Quang tâm của mắt và kính trùng nhau)

ĐS : a) $-2dp$; $8dp$

b) 25cm; 12,5cm

29.10 Mắt của một người cận thị có điểm C_v cách mắt 20 cm.

a) Để sửa tật này, người đó phải đeo kính gì, tụ số bao nhiêu để nhìn rõ các vật ở xa vô cùng ?

b) Người này muốn đọc một thông báo cách mắt 40cm nhưng không có kính cận mà lại sử dụng một thấu kính phân kì có tiêu cự 15cm. Để đọc được thông báo trên mà không phải điều tiết thì phải đặt thấu kính phân kì cách mắt bao nhiêu ?

ĐS : a) Phân kì; $-5dp$

b) 10cm

29.11 Một người cận thị phải đeo kính có độ tụ $D = -2dp$ mới nhìn rõ được các vật ở xa. Người này soi gương với gương cầu lõm có tiêu cự $f = 10cm$.

a) Khi không đeo kính, để có thể nhìn rõ ảnh cùng chiều trong gương, người đó phải đặt gương cách mặt mình bao nhiêu ?

b) Từ vị trí trên đây, người đó đưa gương xa dần. Đến một vị trí xác định người đó lại nhìn thấy rõ ảnh của mình ngược chiều, nhỏ hơn trong gương. Giải thích. Tính khoảng cách từ mặt người đó đến gương lúc sau.

ĐS : a) $\approx 8\text{ cm}$

b) $\approx 62\text{ cm}$

29.12 Một người cận thị phải đeo kính có tụ số $-4dp$ mới nhìn rõ các vật ở xa vô cùng. Khi đeo kính, người đó chỉ đọc được trang sách cách mắt ít nhất là 25 cm.

a) Xác định giới hạn nhìn rõ của mắt người cận thị này.

b) Người này không đeo kính nhưng muốn quan sát các chi tiết của một hình vẽ ở đáy chậu. Mắt chỉ có thể đặt cách đáy chậu ít nhất 16cm. Phải đổ nước tới độ cao nào trong chậu để người này quan sát được hình vẽ với góc trông lớn nhất ?

ĐS : a) $12,5 \text{ cm} \leq d \leq 25 \text{ cm}$

b) 14cm

29.13 Thấu kính (O_1) có tiêu cự $f_1 = -2 \text{ cm}$ và thấu kính (O_2) có tiêu cự $f_2 = 6 \text{ cm}$ đặt đồng trục cách nhau $l = 4 \text{ cm}$.

a) Chứng tỏ rằng một vật phẳng, nhỏ AB, đặt trên trục chính, vuông góc với trục chính, trước (O_1), luôn luôn có ảnh sau cùng tạo bởi hệ là ảnh ảo.

b) Cho khoảng cách $O_1A = d_1 = 48 \text{ cm}$. Xác định ảnh A'B' của AB tạo bởi hệ. Có nhận xét gì về độ phóng đại k của ảnh ?

c) Đặt mắt sau (O_2) để quan sát ảnh A'B' trong điều kiện câu b. Tính góc trông α' của ảnh và góc trông α của vật.

Tính tỉ số $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

Có vị trí nào của vật để $G = k$?

ĐS : a) $0 < d_2 < f_2$

b) ảo; cách (O_2) 4,44m;

cùng chiều và bằng 3 lần vật. $k = 3 = \text{const}$

c) $G < 1$.

§11. KÍNH LÚP - KÍNH HIỂN VI - KÍNH THIÊN VĂN

A - TÓM TẮT GIÁO KHOA

I - Ngắm chừng các quang cụ

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{\text{(Quang cụ)}} A'B' \quad \left\{ \begin{array}{l} d \\ d' \end{array} \right.$$

- *Ngắm chừng* : Thay đổi d sao cho $A' \in [C_c ; C_v]$

- *Phạm vi ngắm chừng* :

$$\Delta d : A' \in [C_c C_v]$$

II - Độ bội giác

1. Trường hợp tổng quát

$$G = \frac{\alpha}{\alpha_0} \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_0} = |k| \cdot \frac{D}{|d'| + l}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \alpha & : \text{góc trông của ảnh tạo bởi quang cụ} \\ \alpha_0 & : \text{góc trông của vật tại điểm cực cận } C_c \\ D & : \text{khoảng cực cận } OC_c \\ l & : \text{khoảng cách mắt - kính} \end{array} \right.$$

2. Trường hợp ngắm chừng ở vô cực

- Kính lúp :

$$G_{\infty} = \frac{D}{f}$$

- Kính hiển vi :

$$G_{\infty} = |k_1| \cdot G_2 = \frac{\delta D}{f_1 f_2}$$

- $\left\{ \begin{array}{l} \delta : \text{độ dài quang học của kính} \\ f_1 ; f_2 : \text{tiêu cự của vật kính và thị kính.} \\ k_1 : \text{độ phóng đại của ảnh tạo bởi vật kính} \end{array} \right.$

- Kính thiên văn :

$$G_{\infty} = \frac{f_1}{f_2}$$

($f_1 ; f_2$: tiêu cự của vật kính và thị kính)

Bài toán 30

Khảo sát kính lúp, kính hiển vi, kính thiên văn

- Áp dụng bài toán xác định ảnh tạo bởi thấu kính và hệ thấu kính để xác định ảnh tạo bởi quang cụ.
- Phạm vi ngắm chừng của quang cụ :
 - Xác định vị trí các điểm vật có ảnh là C_v, C_c

$$M \xrightarrow{\text{(Quang cụ)}} C_v ; N \xrightarrow{\text{(Quang cụ)}} C_c$$

$$\begin{cases} d_M \\ d'_M = -O_k C_v \end{cases} \quad \begin{cases} d_N \\ d'_N = -O_k C_v \end{cases}$$

- Tính phạm vi ngắm chừng :

$$\Delta d = d_M - d_N$$

- Độ bội giác của quang cụ :

Áp dụng công thức tổng quát hay công thức của trường hợp đặc biệt.

Để ý các giá trị cho trong đề bài về :

- khoảng cách mắt - kính
- các đặc điểm của mắt: khoảng cực cận D; khoảng cực viễn; năng suất phân li,...
- độ bội giác G_∞ ghi trên vành quang cụ

■ BÀI TẬP THÍ DỤ

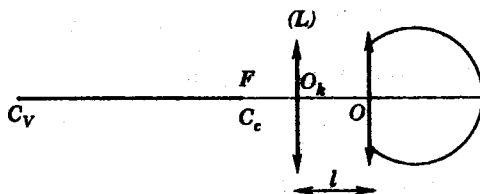
- 30.1 Một người cận thị có khoảng nhìn rõ ngắn nhất $D = 15\text{cm}$ và giới hạn nhìn rõ (khoảng cách từ điểm cực cận đến điểm cực viễn) là 35cm .

Người này quan sát một vật nhỏ qua kính lúp có tiêu cự 5cm . Mắt đặt cách kính 10cm .

- Phải đặt vật trong khoảng nào trước kính ?
- Tính độ bội giác của ảnh trong các trường hợp người này ngắm chừng ở điểm cực viễn và ở điểm cực cận.
- Năng suất phân li của mắt người này là $1'$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm trên vật mà mắt người này còn phân biệt được khi quan sát qua kính.

GIẢI

a) Khoảng đặt vật



H.11.1

Khoảng phải đặt vật là MN sao cho ảnh của M, N qua kính lúp lần lượt là các điểm C_v , C_c .

Ta có :

$$d'_M = -O_k C_v = -40 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d_M = \frac{d'_M f}{d'_M - f} = \frac{(-40) \cdot 5}{-40 - 5} = 4,44 (\text{cm})$$

$$d'_N = -O_k C_c = -5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d_N = \frac{d'_N f}{d'_N - f} = \frac{(-5) \cdot 5}{-5 - 5} = 2,50 (\text{cm})$$

Khoảng phải đặt vật là khoảng giới hạn bởi :

$$2,50 \text{ cm} \leq d \leq 4,44 \text{ cm}$$

b) Độ bội giác

Ta có công thức

$$G = k \cdot \frac{D}{|d'| + l}$$

- Ngắm chừng ở điểm cực viễn :

$$|d'_M| + l = OC_v = 50\text{cm}$$

$$k_v = - \frac{-40}{\frac{40}{9}} = 9$$

$$D = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Vậy : } G_v = \frac{9 \cdot 15}{50} = \boxed{2,7}$$

- Ngắm chừng ở điểm cực cận :

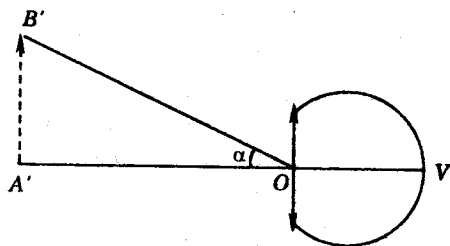
$$|d'_N| + l = OC_c = D$$

$$\text{Vậy : } G_c = k_c = - \frac{-5}{2,5} = \boxed{2}$$

c) Khoảng cách ngắn nhất

Quan sát vật qua kính nhĩa là quan sát ảnh của vật tạo bởi kính.

Phải có : $\alpha \geq \alpha_{\min}$



H.11.2

Ta phân biệt hai trường hợp :

- Ngắm chừng ở điểm cực viễn :

$$A' \equiv C_v$$

$$\text{Ta có : } \alpha \approx \text{tg}\alpha = \frac{A'B'}{OC_v}$$

$$\text{Vậy : } \frac{A'B'}{OC_v} \geq \alpha_{\min} \Rightarrow A'B' \geq OC_v \cdot \alpha_{\min}$$

Do đó, khoảng cách ngắn nhất trên vật còn phân biệt được là :

$$k_v \cdot AB \geq OC_v \cdot \alpha_{\min}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow AB_{\min} &= \frac{OC_v}{k_v} \alpha_{\min} = \frac{50}{9} \cdot \frac{1}{3500} \\ &= \frac{1}{630} \text{ cm} \approx \boxed{15,9\mu\text{m}} \end{aligned}$$

- Ngắm chừng ở điểm cực cận :

$$A' \equiv C_c$$

Lí luận tương tự trường hợp trên đây, ta có :

$$k_c \cdot AB \geq OC_c \cdot \alpha_{\min}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow AB_{\min} &= \frac{OC_c}{k_c} \cdot \alpha_{\min} = \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{3500} \\ &= \frac{3}{1400} \text{ cm} \approx \boxed{21,4\mu\text{m}} \end{aligned}$$

- 30.2** a) Quan sát một điểm sáng A qua một tấm kính trong suốt, theo phương vuông góc với mặt tấm kính. Tấm kính có bề dày l và chiết suất n .

Chứng minh ảnh của A là ảnh ảo, dịch lại gần mắt một khoảng $a = l(1 - \frac{1}{n})$.

Áp dụng số : $l = 6\text{mm}; n = 1,5$

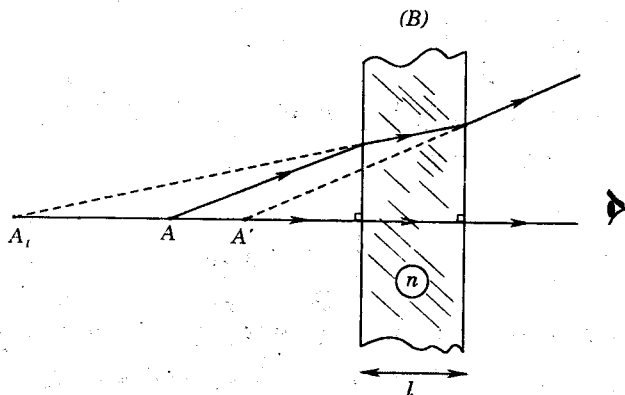
- b) Đặt tấm kính lên một dòng chữ nhỏ và quan sát dòng chữ bằng một kính lúp trên vành có ghi x 5. Trục chính của kính vuông góc với mặt tấm kính.

Ảnh có độ bội giác là 6. Tính độ phóng đại của ảnh và khoảng cách từ dòng chữ đến kính lúp. Cho biết người quan sát có khoảng nhìn rõ ngắn nhất là 25cm và đặt mắt sát sau kính lúp.

GIẢI

a) Ảnh tạo bởi tấm kính

- Theo đề, các tia sáng tạo ảnh đều có góc tới rất nhỏ. Tấm thủy tinh là một bản mặt song song (B). Tia vuông góc với bản truyền thẳng. Tia xiên góc giới hạn chùm sáng tạo ảnh bị dôi ngang nhưng có tia ló song song với tia tới. Chùm tia ló *phân kì*. Do đó ảnh là *ảnh ảo*.



H.11.3

- Ảnh tạo bởi bản song song có thể coi là ảnh tạo bởi hệ ghép gồm hai lưỡng chất phẳng song song.

$$A \xrightarrow{(P_1)} A_1 \xrightarrow{(P_2)} A'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

Ta có :

$$d_1 + \frac{d'_1}{n} = 0 \Rightarrow d'_1 = -nd_1$$

$$d_2 = l - d'_1 = l + nd_1$$

$$\frac{d_2}{n} + d'_2 = 0 \Rightarrow d'_2 = -\frac{d_2}{n} = -\left(\frac{l}{n} + d_1\right)$$

Vậy độ dịch chuyển của ảnh so với vật là :

$$a = \overline{AA'} = -(d'_2 + d_1) + l = l - \frac{l}{n}$$

(chiều dương là chiều ánh sáng)

$$= \boxed{l\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

vì $n > 1 \Rightarrow \overline{AA'} > 0$: Ảnh dịch chuyển so với vật theo chiều ánh sáng nghĩa là lại gần mắt.

Áp dụng số :

$$a = 6\left(1 - \frac{2}{3}\right) = 2(\text{mm}) .$$

b) Độ phóng đại của ảnh - Khoảng cách từ vật tới kính lúp

Số bội trên vành kính lúp là độ bội giác khi ngắm chừng ảnh ở vô cực với $D = 25\text{cm}$.

Vậy, ta có :

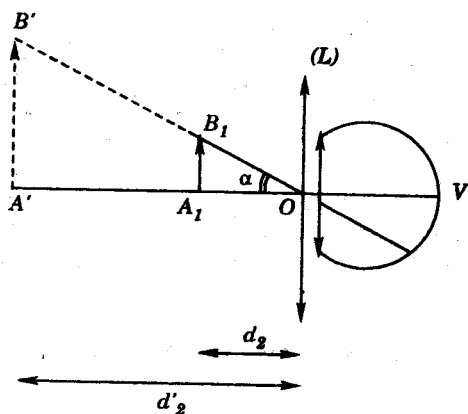
$$G_\infty = \frac{D}{f} \Rightarrow f = \frac{D}{G_\infty} = \frac{25}{5} = 5(\text{cm})$$

- Theo đề bài, ta có sơ đồ tạo ảnh sau đây đối với việc quan sát dòng chữ :

$$AB \xrightarrow{(B)} A_1B_1 \xrightarrow{(L)} A'B' \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

Ảnh A_1B_1 dời đi so với vật theo chiều ánh sáng một đoạn $AA_1 = 2\text{mm}$ và ảnh này bằng vật.

Xét sự tạo ảnh bởi kính lúp (L), ta có :



H.11.4

$$G \approx \frac{\text{tg}\alpha}{\text{tg}\alpha_0}; \text{tg}\alpha = \frac{A_1B_1}{d_2} = \frac{AB}{d_2} = \frac{A'B'}{d'_2}; \text{tg}\alpha_0 = \frac{AB}{D}$$

$$\text{Vậy : } G = \frac{D}{d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{D}{G} = \frac{25}{6} \text{ cm}$$

$$\text{Do đó : } d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{\frac{25}{6} \cdot 5}{\frac{25}{6} - 5} = -25(\text{cm}) .$$

Ta suy ra :

- độ phóng đại của ảnh :

$$k = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{-25}{\frac{25}{6}} = \boxed{6}$$

- Khoảng cách từ vật đến kính lúp :

$$d_2 + a = \frac{250}{6} + 2 \approx 43,7 \text{ (mm)}$$

$$\approx \boxed{4,37 \text{ cm}}$$

30.3 Vật kính của một kính hiển vi có tiêu cự $f_1 = 0,6\text{cm}$, thị kính có tiêu cự $f_2 = 3,4\text{cm}$. Hai kính cách nhau $l = 16\text{cm}$.

a) Học sinh A mắt không có tật với khoảng nhìn rõ ngắn nhất $D = 25\text{cm}$, dùng kính hiển vi này để quan sát một vết mờ mỏng trên mặt một tấm kính ở trạng thái ngắm chừng ở vô cực.

Tính khoảng cách giữa vật và vật kính. Tính độ bội giác của ảnh.

b) Học sinh B mắt cũng không có tật, cũng quan sát vết mờ qua ngắm chừng ở vô cực nhưng đã lật ngược tấm kính cho vết mờ xuống phía dưới. Hỏi B phải dịch chuyển ống kính một khoảng là bao nhiêu ? theo chiều nào ?

Cho biết tấm kính dày $e = 1,5 \text{ mm}$ và có chiết suất $n = 1,5$.

GIẢI

a) *Khoảng cách vật - vật kính. Độ bội giác của ảnh*

Học sinh A quan sát trực tiếp vết mờ qua kính hiển vi.

Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{c} \text{AB} \xrightarrow{(L_1)} \text{A}_1\text{B}_1 \xrightarrow{(L_2)} \text{A'B'} \\ (\infty) \left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right. \end{array}$$

Xét mỗi ảnh được tạo ra, ta có :

$$\text{- Với A'B' : } d'_2 \rightarrow \infty \Rightarrow d_2 = f_2 = 3,4\text{cm}$$

- Với A_1B_1 : $d'_1 = l - d_2 = 16 - 3,4 = 12,6(\text{cm})$

$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{12,6 \cdot 0,6}{12,6 - 0,6}$$

$$= \boxed{0,63 \text{ (cm)}}$$

Vật phải đặt cách vật kính 0,63 cm.

Độ bội giác của ảnh được tính bởi :

$$G_\infty = \frac{\delta D}{f_1 f_2} = \frac{(16 - 4) \cdot 25}{3,4 \cdot 0,6} = \boxed{147}$$

b) *Chiều và khoảng dời ống kính*

Tấm kính là một bản mặt song song (B).

Sơ đồ tạo ảnh trong trường hợp này là:

$$AB \xrightarrow[\begin{cases} d \\ d' \end{cases}]{(B)} A_1B_1 \xrightarrow[\begin{cases} d_1 \\ d'_1 \end{cases}]{(L_1)} A'_1B'_1 \xrightarrow[\begin{cases} d_2 \\ d'_2 \end{cases}]{(L_2)} A'B'$$

Mắt học sinh B không có tật nên muốn quan sát ảnh qua kính hiển vi ở vô cực, học sinh này phải điều chỉnh để vẫn có khoảng cách d_1 như cũ :

$$d_1 = 0,63 \text{ cm.}$$

- Khi lật bản thủy tinh lại, vật bị *dời xa* vật kính một đoạn bằng bề dày e của bản.

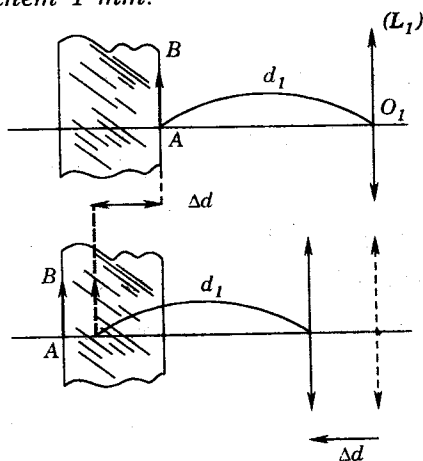
- Tác dụng của bản là làm ảnh A_1B_1 dời so với vật, *theo chiều ánh sáng* tức là *dời lại* gần vật kính đoạn :

$$e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = e\left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{e}{3}$$

Tổng cộng, đối với vật kính, lần này vật bị dời xa một đoạn là :

$$e - \frac{e}{3} = \frac{2e}{3} = \frac{2 \cdot 1,5}{3} = 1(\text{mm})$$

Để giữ nguyên giá trị cho d_1 , học sinh B phải dời ống kính xuống gần vật thêm 1 mm.



H.11.5

30.4 Vật kính của một kính thiên văn là một thấu kính hội tụ có tiêu cự lớn; thị kính là một thấu kính hội tụ có tiêu cự ngắn.

a) Một người, mắt không có tật, dùng kính thiên văn này để quan sát Mặt Trăng ở trạng thái không điều tiết. Khi đó khoảng cách giữa vật kính và thị kính là 90 cm. Độ bội giác của ảnh là 17. Tính các tiêu cự của vật kính và thị kính.

b) Góc trông của Mặt Trăng từ Trái Đất là $3'$

($1' = \frac{1}{3500}$ rad). Tính đường kính của ảnh Mặt Trăng tạo bởi vật kính và góc trông của ảnh Mặt Trăng qua thị kính.

c) Một người cận thị có điểm cực viễn C_v cách mắt 50cm, không đeo kính cận, quan sát Mặt Trăng qua kính thiên văn nói trên. Mắt đặt sát thị kính.

Người này phải dịch chuyển thị kính như thế nào để khi quan sát, mắt không phải điều tiết ? Tính độ bội giác của ảnh lúc đó.

GIẢI

a) Các tiêu cự

Nếu mắt không có tật quan sát ảnh ở trạng thái không điều tiết thì ảnh này ở vô cực (ngắm chừng ở vô cực).

- Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \\ d'_1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

Lần lượt xét ảnh $A'B'$ và A_1B_1 ta có :

$$\text{Với } A'B' : d'_2 \rightarrow \infty \Rightarrow d_2 = f_2$$

$$\text{Với } A_1B_1 : d_1 \rightarrow \infty \Rightarrow d'_1 = f_1$$

Ta suy ra :

$$d_2 = l - d'_1 \Rightarrow l = f_1 + f_2$$

Vậy, theo đề ta có :

$$f_1 + f_2 = 90\text{cm} \quad (1)$$

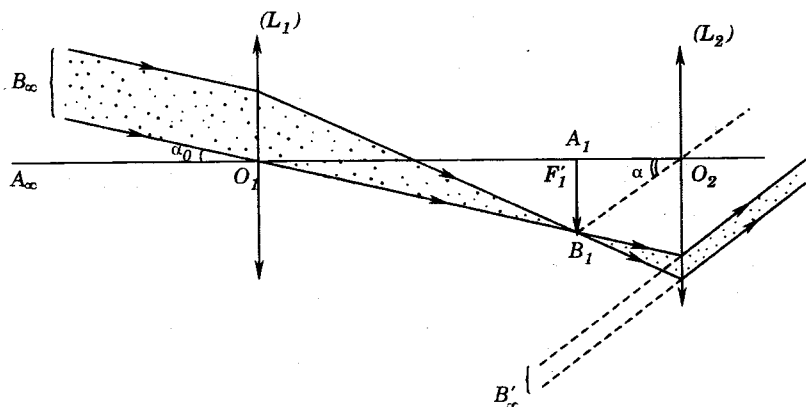
- Mặt khác độ bội giác của ảnh khi ngắm chừng ở vô cực được tính bởi :

$$G_x = \frac{f_1}{f_2} = 17 \quad (2)$$

Giải (1) và (2) ta tìm được :

$$f_1 = 85\text{cm} ; f_2 = 5\text{cm}$$

b) Đường kính và góc trông của ảnh Mặt Trăng



(Hình không theo tỉ xích)

H.11.6

- Ảnh của Mặt Trăng tạo bởi vật kính có đường kính chính là độ lớn A_1B_1 . Ta có :

$$A_1B_1 = f_1 \cdot \text{tg}\alpha_0 \approx f_1 \alpha_0$$

$$= 85 \cdot \frac{3}{3500} \approx \boxed{0,073 \text{ (cm)}}$$

- Góc trông của ảnh Mặt Trăng tạo bởi thị kính cũng là góc của ảnh Mặt Trăng tạo bởi kính thiên văn. Ta có :

$$G_\infty = \frac{\alpha}{\alpha_0}$$

$$\Rightarrow \alpha = G_{\infty} \cdot \alpha_0 = 17.3' = \boxed{51'}$$

$$\approx \frac{51}{3500} = \boxed{14,6 \cdot 10^{-3} \text{ (rad)}}$$

c) *Độ dịch chuyển thị kính - Độ bội giác*

- Khi người cận thị quan sát ảnh của Mặt Trăng mà không điều tiết thì ảnh này ở tại điểm cực viễn của mắt.

Xét sơ đồ tạo ảnh của thị kính ta có :

$$A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B' \quad \left\{ \begin{array}{l} d_2 \\ d'_2 \end{array} \right.$$

$$d'_2 = -OC_v = -50\text{cm}$$

$$d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-50) \cdot 5}{-50 - 5} \approx 4,54(\text{cm})$$

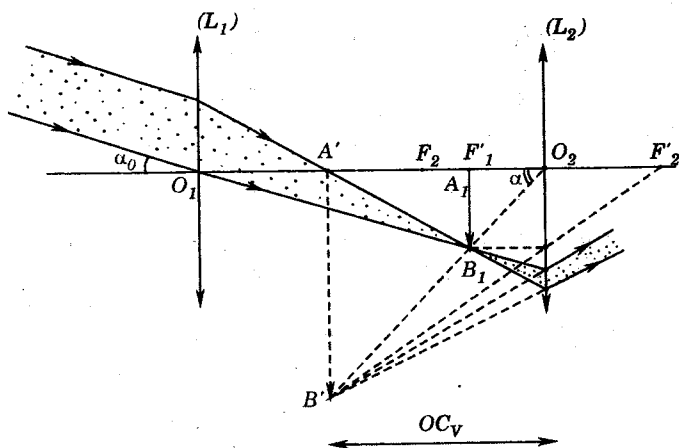
Ảnh trung gian A_1B_1 tạo bởi vật kính cố định. Khoảng cách d_2 từ thị kính đến A_1B_1 giảm.

$$|\Delta d_2| = 5 - 4,54 = \boxed{0,46 \text{ (cm)}}$$

Người cận thị phải dịch chuyển thị kính lại gần vật kính một đoạn 0,46cm.

- Độ bội giác của ảnh lần này là :

$$G = \frac{\alpha}{\alpha_0} \approx \frac{\text{tg}\alpha}{\text{tg}\alpha_0} = \frac{\frac{A_1B_1}{d_2}}{\frac{A_1B_1}{f_1}} = \frac{f_1}{d_2} = \frac{85 \cdot 55}{250} = \frac{85 \cdot 11}{50} \approx \boxed{18,7}$$



H.11.7

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

• Kính lúp

30.5 Một kính lúp là thấu kính hội tụ có độ tụ + 10 dp.

a) Tính độ bội giác của kính khi ngắm chừng ở vô cực.

b) Tính độ bội giác của kính và độ phóng đại của ảnh khi người quan sát ngắm chừng ở điểm cực cận. Cho biết $OC_c = 25\text{cm}$. Mắt đặt sát kính.

ĐS : a) 2,5

b) $G = |k| = 3,5$

30.6 Một người cận thị có các điểm C_c , C_v cách mắt lần lượt 10cm và 50cm. Người này dùng kính lúp có độ tụ + 10dp để quan sát một vật nhỏ. Mắt đặt sát kính.

a) Vật phải đặt trong khoảng nào trước kính ?

b) Tính độ bội giác của kính và độ phóng đại của ảnh trong các trường hợp sau :

- Ngắm chừng ở C_v .

- Ngắm chừng ở C_c .

ĐS : a) $5 \text{ cm} \leq d \leq 8,3 \text{ cm}$

b) 6; 1,2 và 2

30.7 a) Vật có kích thước 0,3mm được quan sát qua kính lúp có tiêu cự 2 cm, mắt đặt tại F' . Tính góc trông của ảnh và so sánh với góc trông khi không dùng kính. Trong cả hai trường hợp, mắt đều quan sát ở điểm cực cận ($D = 25 \text{ cm}$).

b) Mắt có $\varepsilon = 1'$ và có khoảng cực cận $D = 25 \text{ cm}$ dùng kính lúp có độ bội giác 12,5 để quan sát. Tính kích thước vật nhỏ nhất mà mắt sử dụng kính có thể nhìn rõ.

ĐS : a) 0,015rad và 0,0012rad

b) $6 \mu\text{m}$

30.8 Kính lúp có $f = 4 \text{ cm}$. Mắt người quan sát có giới hạn nhìn rõ từ 11 cm đến 65cm. Mắt đặt cách kính 5cm.

a) Xác định phạm vi ngắm chừng

b) Tính độ bội giác của kính ứng với trường hợp mắt không điều tiết.

ĐS : a) 2,4cm - 3,75cm

b) 2,7

30.9 Hai thấu kính hội tụ giống hệt nhau cùng có tiêu cự 30mm đặt đồng trục sao cho hai quang tâm cách nhau 20 mm.

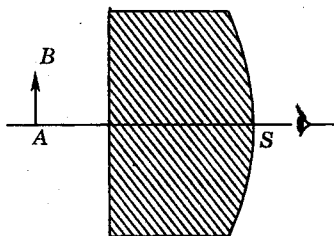
a) Vẽ ảnh của một vật ở vô cực, trên trục chính, cho bởi hệ.

b) Tính khoảng cách từ ảnh đến thấu kính gần nhất.

c) Vật có góc trông 0,1 rad khi nhìn bằng mắt thường. Tính độ lớn của ảnh.

d) Hệ được dùng làm kính lúp để quan sát một vật nhỏ. Phải đặt vật ở đâu để ảnh ở vô cực ?

- 30.10** Một kính lúp có dạng thấu kính phẳng - lõm bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$, bán kính mặt cong $R = 2\text{cm}$; khoảng cách giữa mặt phẳng và đỉnh S của mặt cong là 3cm . Khi sử dụng, vật AB được đặt trước mặt phẳng, mắt người quan sát đặt sát S. Người quan sát có giới hạn nhìn rõ từ điểm cách mắt 26cm tới vô cực.



H.11.8

- Để nhìn rõ ảnh, vật phải đặt cách mặt phẳng của thấu kính ít nhất và nhiều nhất là bao nhiêu ?
- Vật được đặt cách mặt phẳng của thấu kính $1,6\text{cm}$. Tính độ bội giác G mà người quan sát thu được.

ĐS : a) $1,47\text{ cm} \leq d \leq 2\text{cm}$

b) 7,2 lần

- 30.11** Một người đứng tuổi khi nhìn những vật ở xa thì không phải đeo kính nhưng khi đeo kính có tụ số 1dp thì đọc được trang sách đặt cách mắt gần nhất là 25cm .

- Xác định vị trí của các điểm cực viễn và cực cận của mắt người này.
- Xác định độ biến thiên của độ tụ mắt người này từ trạng thái không điều tiết đến điều tiết tối đa.
- Người này bỏ kính ra và dùng một kính lúp trên vành có ghi x 8 để quan sát một vật nhỏ (lấy $D = 25\text{cm}$). Mắt cách kính 30 cm .

Phải đặt vật trong khoảng nào trước kính ? Xác định phạm vi biến thiên của độ bội giác ảnh.

ĐS : a) ∞ ; 33,3cm

b) $\Delta D = 3dp$

c) $1,61\text{cm} \leq d \leq 3,13 \text{ cm}$

$2,07 \leq G \leq 10,67$

30.12 Một người cận thị có điểm cực viễn cách mắt 50 cm.

a) Xác định độ tụ của kính mà người này phải đeo để có thể nhìn rõ một vật ở xa vô cùng không điều tiết.

b) Khi đeo kính, người này có thể đọc được trang sách cách mắt gần nhất là 20cm.

Hỏi điểm cực cận của mắt cách mắt bao xa ?

c) Để đọc được những dòng chữ nhỏ mà không phải điều tiết, người này bỏ kính ra và dùng một kính lúp có tiêu cự 5 cm đặt sát mắt.

Khi đó phải đặt trang sách cách kính lúp bao nhiêu ? Tính độ bội giác của ảnh.

ĐS : a) $D = -2 \text{ dp}$

b) $OC_c = 14,3 \text{ cm}$

c) Cách 4,54 cm; $G = 3,14$

• Kính hiển vi

30.13 Vật kính và thị kính của một kính hiển vi có các tiêu cự lần lượt là $f_1 = 1\text{cm}$; $f_2 = 4\text{cm}$. Hai kính cách nhau 17cm.

a) Tính độ bội giác của kính khi ngắm chừng ở vô cực.

(Cho $D = 25\text{cm}$)

b) Tính độ bội giác của kính và độ phóng đại của ảnh khi ngắm chừng ở điểm cực cận.

ĐS : a) 75

b) 91

30.14 Vật kính và thị kính của một kính hiển vi có các tiêu cự lần lượt là $f_1 = 1\text{cm}$; $f_2 = 4\text{cm}$.

Độ dài quang học của kính là $\delta = 15\text{cm}$.

Người quan sát có điểm C_c cách mắt 20cm và điểm C_v ở vô cực.

Hỏi phải đặt vật trong khoảng nào trước kính ?

$$\text{ĐS : } \Delta d = 0,03\text{mm}$$

30.15 Mặt kính hiển vi có các đặc điểm :

- Đường kính vật kính : 5mm
- Khoảng cách vật kính - thị kính : 20 cm
- Tiêu cự thị kính : 4cm

a) Muốn cho toàn bộ chùm tia sáng ra khỏi kính đều lọt qua con người thì con người phải đặt ở đâu và phải có bán kính góc mở bao nhiêu ?

b) Cho tiêu cự vật kính là 4mm . Tính độ bội giác kính khi ngắm chừng ở vô cực

$$\text{ĐS : a) Cách thị kính } 50\text{mm}; 1,25\text{mm}$$

b) 250 .

30.16 Vật kính và thị kính của một kính hiển vi có tiêu cự lần lượt là 4mm và 25mm . Các quang tâm cách nhau 160mm .

a) Định vị trí vật để ảnh sau cùng ở vô cực.

b) Phải dời toàn bộ kính theo chiều nào, bao nhiêu, để có thể tạo được ảnh của vật lên màn đặt cách thị kính 25cm ?

Tính độ lớn của ảnh biết rằng độ lớn của vật là 1mm .

$$\text{ĐS : a) Cách vật kính } 4,122\text{mm}$$

b) Lùi $2,7\text{ }\mu\text{m}$; 288mm

30.17 Một kính hiển vi được cấu tạo bởi hai thấu kính (L_1) và (L_2) lần lượt có tiêu cự 3mm và tụ số 25dp .

a) Thấu kính nào là vật kính ?

b) Một người cận thị có điểm cực cận cách mắt 14cm dùng kính để quan sát vật AB có độ cao 1/100mm.

Mắt đặt tại F'_2 và quan sát ảnh sau cùng điều tiết tối đa.

Chiều dài của kính lúc đó là 20cm.

Hãy tính :

- Khoảng cách từ ảnh trung gian đến thị kính
- Khoảng cách từ AB đến vật kính
- Độ bội giác của kính.

ĐS : a) (L_1)

b) 2,86 cm; 3,1 mm, 197

30.18 Vật kính và thị kính của một kính hiển vi coi như hai thấu kính mỏng đồng trục cách nhau $l = 15,5\text{cm}$.

Một người quan sát một vật nhỏ đặt trước vật kính một khoảng $d_1 = 0,52\text{cm}$. Độ bội giác khi đó là $G = 250$.

a) Người quan sát đã điều chỉnh để ngắm chừng ở vô cực và có khoảng thấy rõ gần nhất là $D = 25\text{cm}$. Tính tiêu cự của vật kính và thị kính.

b) Để ảnh cuối cùng ở tại điểm C_c phải dịch chuyển vật bao nhiêu, theo chiều nào ? Độ bội giác khi đó là bao nhiêu. Về ảnh.

(Mắt đặt tại tiêu điểm ảnh F'_2 của thị kính).

ĐS : a) $f_1 = 0,5\text{cm}$; $f_2 = 2,5\text{cm}$

b) Tối gần vật kính $3\mu\text{m}$; 280.

30.19 Một kính hiển vi được sử dụng lần lượt bởi một người có mắt bình thường và một người cận thị có các chỉ tiết sau:

- Độ lớn vật: $ab = 0,01\text{mm}$
- Tiêu cự của vật kính : $f_2 = 5\text{mm}$

- Tiêu cự của thị kính : $f_2 = 2\text{cm}$

- Độ dài quang học : $\delta = 18\text{cm}$

a) Người có mắt bình thường quan sát ảnh sau cùng ở vô cực. Vẽ đường đi của một chùm tia sáng từ b và lọt vào mắt. Tính góc trông β của ảnh sau cùng.

b) Người cận thị quan sát ảnh sau cùng ở khoảng cực viễn $D_v = OC_v = 11\text{cm}$. Mắt đặt cách thị kính 1cm . Người này phải nhắm chừng lại.

Hãy xác định :

- Độ dời và chiều phải dời kính.

- Độ lớn và góc trông của ảnh sau cùng.

$$\text{ĐS : a) } \beta = 2,57 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \approx 0,148' = 90''$$

b) $3\mu\text{m}$ lại gần vật; $1^\circ 17'$

30.20 Vật kính của một kính hiển vi có tiêu cự $f_1 = 5\text{mm}$, thị kính có tiêu cự $f_2 = 25\text{mm}$, khoảng cách giữa chúng là 18cm .

a) Một người dùng kính này để quan sát một vật nhỏ dài $2\mu\text{m}$ và điều chỉnh kính để nhìn rõ ảnh của vật mà mắt không phải điều tiết.

Biết giới hạn nhìn rõ của người này là từ 25cm đến vô cùng.

Tính khoảng cách từ vật đến vật kính, độ bội giác và góc trông ảnh.

b) Một người thứ hai có giới hạn nhìn rõ từ 20cm đến 1m quan sát tiếp theo người thứ nhất.

Hỏi người này phải dịch chuyển vật bao nhiêu, theo chiều nào để nhìn rõ ảnh của vật không cần điều tiết ?

Độ bội giác của ảnh này bằng bao nhiêu và góc trông của ảnh là bao nhiêu ?

Hãy tính độ phóng đại của ảnh trong trường hợp này và so sánh với độ bội giác. Giải thích.

ĐS : a) 5,1666 mm; 300; 8'

b) $0,6\mu\text{m}$; 246; $2,46 \cdot 10^{-3}$ rad; 1230; gấp 5 lần.

30.21 Kính hiển vi có vật kính O_1 tiêu cự $f_1 = 0,8\text{cm}$ và thị kính O_2 tiêu cự $f_2 = 2\text{cm}$.

Khoảng cách giữa hai kính là $l = 16\text{cm}$.

a) Kính được ngắm chừng ở vô cực. Tính khoảng cách từ vật đến vật kính và độ bội giác.

Biết người quan sát có mắt bình thường với khoảng nhìn rõ ngắn nhất là $D = 25\text{cm}$.

b) Giữ nguyên vị trí vật và vật kính, ta dịch thị kính một khoảng nhỏ để thu được ảnh của vật trên màn đặt cách thị kính (ở vị trí sau) 30cm .

Tính độ dịch chuyển của thị kính, xác định chiều dịch chuyển. Tính độ phóng đại của ảnh.

ĐS : a) $d_1 = 0,848\text{ cm}$; $G_x = 206$

b) Dời ra xa vật kính đoạn $0,143\text{cm}$;

$k = 231$

30.22 Vật kính và thị kính của một kính hiển vi học sinh có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 2,4\text{cm}$ và $f_2 = 4\text{cm}$; $l = O_1O_2 = 16\text{cm}$.

a) Học sinh (1), mắt không có tật, điều chỉnh để quan sát ảnh của vật mà không phải điều tiết. Tính khoảng cách từ vật đến vật kính và độ bội giác của kính. Khoảng nhìn rõ ngắn nhất của học sinh (1) là 24cm .

b) Học sinh (2) có điểm C_v cách mắt 36cm , quan sát tiếp theo học sinh (1) và vẫn muốn không điều tiết mắt. Học sinh (2) phải dời vật bao nhiêu ? theo chiều nào ?

c) Sau cùng, thấy giá chiếu ảnh của vật lên màn. Ảnh có độ phóng đại $|k| = 40$. Phải đặt vật cách vật kính bao nhiêu và màn cách thị kính bao nhiêu ?

ĐS : a) 3 cm; $G_1 = 24\text{cm}$

b) Tối gần vật kính 0,24 mm

c) 3,025cm; 15,7cm

30.23 Vật kính của một kính hiển vi có tiêu cự $f_1 = 1\text{cm}$; thị kính có tiêu cự $f_2 = 4\text{cm}$. Độ dài quang học của kính là 16cm.

Người quan sát có mắt không bị tật và có khoảng nhìn rõ ngắn nhất là 20cm.

a) Phải đặt vật trong khoảng nào trước vật kính để người quan sát có thể nhìn thấy ảnh của vật qua kính ?

b) Tính độ bội giác của ảnh trong các trường hợp ngắm chừng ở vô cực và ở điểm cực cận.

c) Năng suất phân li của mắt người quan sát là $2'$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm trên vật mà người quan sát còn phân biệt được ảnh qua kính khi ngắm chừng ở vô cực.

ĐS : a) $1,0600\text{ cm} \leq d \leq 1,0625\text{cm}$

b) 80; 100

c) $1,43\mu\text{m}$

• Kính thiên văn

30.24 Vật kính của một kính thiên văn học sinh có tiêu cự $f_1 = 1,2\text{m}$

Thị kính là một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f_2 = 4\text{cm}$.

a) Tính khoảng cách giữa hai kính và độ bội giác của kính thiên văn khi ngắm chừng ở vô cực.

b) Một học sinh dùng kính thiên văn nói trên để quan sát Mặt Trăng. Điểm cực viễn của học sinh này cách mắt 50cm.

Tính khoảng cách giữa hai kính và độ bội giác của kính khi học sinh đó quan sát không điều tiết mắt.

ĐS : a) 124cm; 30

b) 123.7cm; 32,4.

30.25 Cho hai thấu kính hội tụ (O_1) và (O_2) đồng trục, có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 30\text{cm}$ và $f_2 = 2\text{cm}$. Vật sáng phẳng AB được đặt vuông góc với trục chính của hệ, trước (O_1). Ảnh cuối cùng tạo bởi hệ là $A'B'_2$.

a) Tìm khoảng cách giữa hai thấu kính để độ phóng đại của ảnh sau cùng không phụ thuộc vị trí vật AB trước hệ.

b) Hệ hai thấu kính được giữ nguyên như ở câu trên, vật AB được đưa ra rất xa (O_1) (A ở trên trục chính). Vẽ đường đi của một chùm tia sáng từ B. Hệ thấu kính này được sử dụng cho công dụng gì ?

c) Một người đặt mắt (không có tật) sát sau thấu kính (O_2) để quan sát ảnh của vật AB trong điều kiện của câu

b. Tính độ bội giác của ảnh. Có nhận xét gì về mối liên hệ giữa độ phóng đại và độ bội giác của ảnh ?

ĐS : a) $O_1O_2 = f_1 + f_2 = 32\text{cm}$

b) Làm kính thiên văn

c) $G_x = 15$; $G_x = \frac{1}{|k|}$

PHỤ LỤC

Thuật ngữ Việt – Anh (Vietnamese – English Terminology)

– Ảnh	: Image
Ảnh ảo	: Virtual image
Ảnh ngược chiều (với vật)	: Inverted image
Ảnh thật	: Real image
Ảnh thuận chiều (với vật)	: Erect image
– Bán kính	: Radius
Bán kính độ cong	: Radius of curvature
Bán kính độ mở	: Radius of aperture
(Bán kính khẩu độ)	:
– Cận thị	: Near – sighted (myopic)
Chiết suất	: Index of refraction
Chiết suất tuyệt đối	: Absolute index of refraction
Chiết suất tỉ đối	: Relative index of refraction
Chùm tia sáng	: Light beam
Chùm tia hội tụ	: Convergent beam
Chùm tia phân kì	: Divergent beam
Chùm tia song song	: Parallel beam
Con ngươi	: Pupil
– Điểm cực cận	: Near point
Điểm cực viễn	: Far point
Điốp	: diopter
Điều tiết	: Accommodation
Độ bội giác	: Angular magnification (Magnifying power)

Độ phóng đại	: Linear magnification
Độ tụ	: Lens power
- Góc	: Angle
Góc chiết quang	: Refracting angle
Góc giới hạn	: Critical angle
Góc khúc xạ	: Angle of refraction
Góc lệch	: Deviation
Góc lệch cực tiểu	: Minimum deviation
Góc phản xạ	: Angle of reflection
Góc tới	: Angle of incidence
Góc trông	: Apparent size
Gương	: Mirror
Gương cầu	: Spherical mirror
Gương lồi	: Convex mirror
Gương lõm	: Concave mirror
Gương phẳng	: Plane mirror
- Khoảng nhìn rõ nhất	: Distance of most distinct vision
Khúc xạ	: Refraction
Kính lúp	: Magnifying glass; magnifier
Kính hiển vi	: Microscope
Kính thiên văn	: Astronomical telescope
- Lăng kính	: Prism
Lăng kính phản xạ toàn phần	: Prism of total reflection
Lõm	: Concave
Lồi	: Convex
- Phản xạ	: Reflection
Phản xạ một phần	: Partial reflection

Phản xạ toàn phần	: Total reflection
Pháp tuyến	: Normal
- Quang cụ	: Optical instruments
Quang hệ	: Optical system
Quang học	: Optics
Quang hình học	: Geometrical Optics
Quang lí học	: Physical Optics
Quang tâm	: Optica center
Quang trục	: Optical axis
- Cận thị	: Near - sightedness; myopia
Tật già	: Presbyopia
Tật viễn thị	: Far - sightedness; hyperopia
Thấu kính	: Lens
Thấu kính hai mặt lồi	: Double convex lens
Thấu kính hai mặt lõm	: Double concave lens
Thấu kính hội tụ	: Converging lens (Positive lens)
Thấu kính lồi - lõm	: Convexo - concave lens
Thấu kính mỏng	: Thin lens
Thấu kính phẳng - lõm	: Plano - concave lens
Thấu kính phẳng - lồi	: Plano - convex lesn
Thấu kính phân kì	: Diverging lens (Negative lens)
Thị kính	: Ocular ; eyepiece
Thủy tinh thể	: Crystalline lens
Tia sáng	: Light ray
Tia khúc xạ	: Refracted ray
Tia phản xạ	: Reflected ray
Tia tới	: Incident ray
Tiêu cự	: Focal length

Tiêu diện	: Focal plane
Tiêu điểm	: Focal point; focus
Tiêu điểm ảnh	: Second focal point
Tiêu điểm chính	: Principal focal point
Tiêu điểm phụ	: Secondary focal point
Tiêu điểm vật	: First focal point
Tính thuận nghịch	: Reversibility
Tính tương điểm	: Stigmatism
Trục chính	: Principal axis
Trục phụ	: Secondary axis
Tụ số (độ tụ)	: Lens power
- Vật	: Object
Vật ảo	: Virtual object
Vật kính	: Objective
Vật thật	: Real object
Vẽ ảnh	: Draw ray diagram
Viễn thị	: Far - sighted; hyperopic

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu

3

CHƯƠNG 1 – CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ SỞ CỦA QUANG HÌNH

§1. Sự truyền thẳng và sự phản xạ của ánh sáng

Bài toán 1: Tính các đại lượng liên quan đến hiện tượng truyền thẳng và hiện tượng phản xạ: góc, độ dài

7

§2. Sự khúc xạ ánh sáng

Bài toán 2: Tính các đại lượng liên quan đến hiện tượng khúc xạ : góc, khoảng cách, chiết suất

23

§3. Sự phản xạ toàn phần

Bài toán 3: Tính toán liên quan đến hiện tượng phản xạ toàn phần: điều kiện để sự phản xạ toàn phần xảy ra hoặc không xảy ra, các đại lượng hình học có liên quan

40

CHƯƠNG 2 – CÁC QUANG HỆ CƠ BẢN VÀ QUANG HỆ GHEP

§4. Gương phẳng

Bài toán 4: Xác định ảnh tạo bởi gương phẳng
Tính các khoảng cách, các góc

58

Bài toán 5: G ghép gương phẳng

62

§5. Gương cầu

Bài toán 6: Xác định tính chất, đặc điểm của ảnh và mối tương quan giữa vật và ảnh tạo bởi gương cầu

70

Bài toán 7: Vệt sáng tạo bởi chùm tia phản xạ trên màn.
Thị trường của gương cầu lồi

89

Bài toán 8: Dời vật hoặc dời gương theo phương của trục chính

98

Bài toán 9: Toán về đối với gương cầu

103

Bài toán 10: Quang hệ ghép gồm gương cầu với gương phẳng hoặc hai gương cầu

112

405

§6. Lăng chất phẳng

Bài toán 11: Tính các đại lượng liên quan đến sự tạo ảnh bởi lăng chất phẳng 129

Bài toán 12: Lăng chất phẳng ghép với gương phẳng hay gương cầu 135

§7. Bản mặt song song

Bài toán 13: Tính các đại lượng liên quan đến sự truyền ánh sáng qua bản mặt song song và sự tạo ảnh bởi bản mặt song song 143

Bài toán 14: Bản mặt song song ghép với gương phẳng hay gương cầu 147

§8. Lăng kính

Bài toán 15: Tính toán liên quan đến đường đi của tia sáng qua lăng kính 157

Bài toán 16: Quang hệ gồm lăng kính ghép với gương phẳng hay lăng kính khác 166

§9. Thấu kính

Bài toán 17: Tính tiêu cự và tụ số của thấu kính theo chiết suất và các đặc trưng hình học. 173

Bài toán 18: Xác định tính chất, đặc điểm của ảnh và mối tương quan giữa vật và ảnh 177

Bài toán 19: Khảo sát diện tích của vùng sáng trên màn tạo bởi thấu kính 203

Bài toán 20: Dời vật, dời thấu kính theo phương trục chính 209

Bài toán 21: Ảnh của hai vật đặt hai bên thấu kính.
Ảnh của một vật đặt giữa hai thấu kính 223

Bài toán 22: Toán vẽ đối với thấu kính 229

Bài toán 23: Quang hệ ghép gồm thấu kính và gương phẳng 237

Bài toán 24: Quang hệ ghép gồm thấu kính và gương cầu 256

Bài toán 25: Các quang hệ ghép gồm thấu kính và lăng chất phẳng bản mặt song song, lăng kính 283

Bài toán 26: Hệ thấu kính ghép sát nhau 297

Bài toán 27: Hệ thấu kính ghép cách quãng nhau 309

CHƯƠNG 3 - CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC

§10. Máy ảnh. Mắt

Bài toán 28: Tính toán về máy ảnh 351

Bài toán 29: Các đặc điểm quang học của mắt. Sửa tật của mắt 362

§11. Kính lúp. Kính hiển vi. Kính thiên văn

Bài toán 30: Khảo sát kính lúp, kính hiển vi, kính thiên văn 376

PHỤ LỤC

THUẬT NGỮ VIỆT - ANH 401

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI

Tổng biên tập VŨ DƯƠNG THỤY

Biên tập :

PHAN XUÂN KHÁNH

Biên tập tái bản :

NGUYỄN DUY HIỀN

Trình bày bìa :

NGUYỄN THU YÊN

Sửa bản in :

THANH BÌNH

GIẢI TOÁN VẬT LÝ 11 – TẬP HAI

In 10.000 cuốn, khổ 14,3 x 20,3 cm, tại Xí nghiệp in II – Công ty in Ba Đình
Số 258 Nguyễn Trãi -Q1-Tp. HCM. Số in 0137/HĐGC. Số XB : 1302/284-02.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 3 năm 2003.

Mã số : TYL07t3