

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(D): y = 2x - 1$.

- Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $3x^2 - 2x - 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$

Câu 3. (1 điểm). Một phi hành gia nặng 70kg khi còn ở Trái Đất. Khi bay vào không gian, cân nặng $f(h)$ của phi hành gia này khi cách Trái Đất một độ cao h mét, được tính theo hàm số có

công thức: $f(h) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + h} \right)^2$

- Cân nặng của phi hành gia là bao nhiêu khi cách Trái Đất 100 mét
- Ở độ cao 250m, cân nặng của phi hành gia này thay đổi bao nhiêu so với cân nặng có được ở mặt đất (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Câu 4. (1 điểm). Bạn Hùng mua bánh liên hoan cuối năm học cho lớp. Tại cửa hàng bánh A giá bánh Hùng muốn mua là 15000 đồng 1 cái bánh, nhưng nếu mua trên 10 cái bánh sẽ được cửa hàng bánh giảm 10% trên tổng số tiền mua bánh.

- Nếu bạn Hùng mua 44 cái bánh nói trên ở cửa hàng bánh A thì phải trả bao nhiêu tiền?
- Tại cửa hàng B (gần cửa hàng A) bán cùng loại bánh nói trên (chất lượng như nhau) đồng giá 15000 đồng 1 cái bánh nhưng nếu mua 3 cái bánh chỉ phải trả 40000 đồng. Bạn Hùng mua 44 cái bánh nói trên ở cửa hàng nào để tổng số tiền phải trả ít hơn?

Câu 5. (1 điểm). Một cái thùng có thể chứa được 14kg thanh long hoặc 21kg nhãn. Nếu chứa đầy thùng đó bằng cả thanh long và nhãn mà giá tiền của thanh long bằng giá tiền của nhãn thì số trái cây trong thùng là sẽ cân nặng 18kg và có giá trị là 480000 đồng. Tìm giá tiền 1kg thanh long, 1kg nhãn.

Câu 6. (1 điểm). Nước giải khát thường đựng trong lon nhôm và cỡ lon phổ biến chứa được khoảng 330ml chất lỏng, được thiết kế hình trụ với chiều cao khoảng 10,2cm (phần chứa chất lỏng), đường kính đáy khoảng 6,42cm. Nhưng hiện nay các nhà sản xuất có xu hướng tạo ra những lon nhôm với kiểu dáng cao thon hơn. Tuy chi phí sản xuất những chiếc lon cao này tốn kém hơn, nhưng nó lại dễ đánh lừa thị giác và được người tiêu dùng ưa chuộng hơn.



- a) Một lon nước ngọt cao $13,41\text{cm}$ (phần chứa chất lỏng), đường kính đáy là $5,6\text{cm}$. Hỏi lon nước ngọt cao này có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến không? Vì sao? Biết thể tích hình trụ: $V = \pi R^2 \cdot h$, với $\pi \approx 3,14$.
- b) Biết chi phí sản xuất một chiếc lon tỉ lệ thuận với diện tích toàn phần của lon. Hỏi chi phí sản xuất chiếc lon cao tăng bao nhiêu phần trăm so với chi phí sản xuất chiếc lon cỡ phổ biến? (làm tròn 1 chữ số thập phân). Biết diện tích xung quanh, diện tích toàn phần hình trụ được tính theo công thức: $S_{xq} = 2\pi R \cdot h$ và $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}}$

Câu 7. (1 điểm). Có hai hãng điện thoại cố định tính phí gọi cho các thuê bao như sau:

Hãng	Thuê bao (ngàn đồng)	Gọi nội hạt (ngàn đồng/30 phút)
Hãng A	10	6
Hãng B	15	5

Gọi y là giá tiền mà khách hàng phải trả sau x lần 30 phút ($x \in \mathbb{N}^*$). Biết cước phí hàng tháng bằng tổng tiền thuê bao và cước phí gọi nội hạt.

- a) Hãy biểu diễn y theo x của từng hãng.
- b) Hãy cho biết với cách tính phí như trên thì một khách hàng mỗi tháng gọi bình quân 6 giờ nên sử dụng mạng của hãng nào sẽ rẻ hơn?

Câu 8. (3 điểm) Cho $(O; R)$ và điểm P ở ngoài (O) . Một cát tuyến qua P cắt (O) tại M, N (PMN không qua tâm O). Hai tiếp tuyến tại M, N của (O) cắt nhau tại A . Vẽ AE vuông góc OP tại E .

- a) Chứng minh: A, M, E, O, N cùng thuộc 1 đường tròn.
- b) Tia AE cắt (O) tại I, K (I nằm giữa A và K). Chứng minh: $AM^2 = AI \cdot AK$ và

$$\frac{AI}{AK} = \frac{MI^2}{MK^2}$$

- c) Chứng minh: PI là tiếp tuyến của (O) .

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $P : y = x^2$ và đường thẳng $D : y = 2x - 1$.

a) Vẽ đồ thị P và D trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của P và D bằng phép tính.

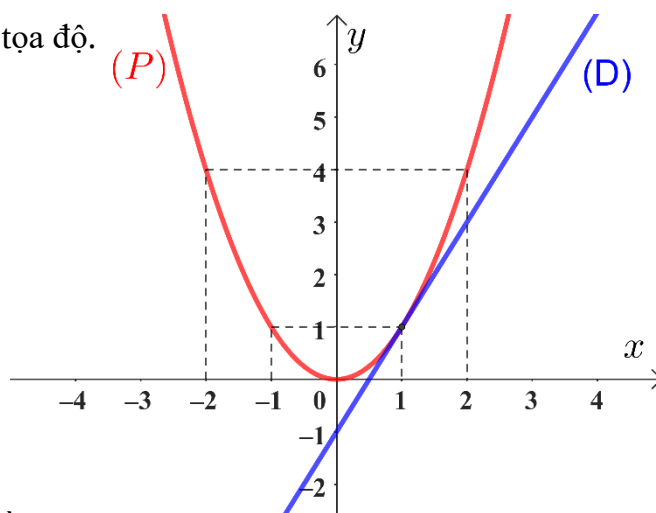
Lời giải

a) Vẽ đồ thị P và D trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	1
$y = 2x - 1$	-1	1



b) Tìm tọa độ giao điểm của P và D bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của P và D :

$$x^2 = 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Thay $x = 1$ vào $y = x^2$, ta được: $y = 1$.

Vậy $1; 1$ là giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $3x^2 - 2x - 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương

trình, hãy tính giá trị của biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$.

Lời giải

Vì $a.c = 3 \cdot -2 = -6 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2}{3} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Ta có: $D = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$

$$D = \frac{x_1 \cdot x_1 - 1}{x_2 - 1 \cdot x_1 - 1} + \frac{x_2 \cdot x_2 - 1}{x_2 - 1 \cdot x_1 - 1}$$

$$D = \frac{x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2}{x_1 x_2 - x_2 - x_1 + 1}$$

$$D = \frac{x_1^2 + x_2^2 - x_1 + x_2}{x_1 x_2 - x_1 + x_2 + 1}$$

$$D = \frac{x_1 + x_2^2 - 2x_1 x_2 - x_1 + x_2}{x_1 x_2 - x_1 + x_2 + 1}$$

$$D = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{2}{3}}{\left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{2}{3} + 1} = \frac{\frac{10}{9}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{10}{3}$$

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm) Một phi hành gia nặng $70kg$ khi còn ở Trái Đất. Khi bay vào không gian, cân nặng f của phi hành gia này khi cách Trái Đất một độ cao h mét, được tính theo hàm số

có công thức: $f(h) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + h} \right)^2$

- Cân nặng của phi hành gia là bao nhiêu khi cách Trái Đất 100 mét
- Ở độ cao $250m$, cân nặng của phi hành gia này thay đổi bao nhiêu so với cân nặng có được ở mặt đất (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

- a) Cân nặng của phi hành gia khi cách Trái Đất 100 mét là:

$$f(100) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + 100} \right)^2 = 66,6 \text{ kg}$$

Vậy cân nặng cần tìm là $66,6kg$.

- b) Cân nặng của phi hành gia ở độ cao 250 mét là:

$$f(250) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + 250} \right)^2 = 61,9 \text{ kg}$$

Cân nặng của phi hành gia khi ở độ cao 250 mét nhẹ hơn so với cân nặng có được ở mặt đất là:

$$70 - 61,9 = 8,1 \text{ kg}$$

Vậy khi ở độ cao $250m$ thì cân nặng của phi hành gia nhẹ hơn $8,1kg$ so với ở mặt đất.

Câu 4. (1 điểm). Bạn Hùng mua bánh liên hoan cuối năm học cho lớp. Tại cửa hàng bánh A giá bánh Hùng muốn mua là 15000 đồng 1 cái bánh, nhưng nếu mua trên 10 cái bánh sẽ được cửa hàng bánh giảm 10% trên tổng số tiền mua bánh.

a) Nếu bạn Hùng mua 44 cái bánh nói trên ở cửa hàng bánh A thì phải trả bao nhiêu tiền?

b) Tại cửa hàng B (gần cửa hàng A) bán cùng loại bánh nói trên (chất lượng như nhau) đồng giá 15000 đồng 1 cái bánh nhưng nếu mua 3 cái bánh chỉ phải trả 40000 đồng.

Bạn Hùng mua 44 cái bánh nói trên ở cửa hàng nào để tổng số tiền phải trả ít hơn?

Lời giải

a) Số tiền bạn Hùng cần trả khi mua 44 cái bánh tại cửa hàng A là:

$$15\ 000 \cdot 44 \cdot 90\% = 594\ 000 \text{ đồng}$$

b) Số tiền bạn Hùng cần trả khi mua 44 cái bánh tại cửa hàng B là:

$$14 \cdot 40\ 000 + 2 \cdot 15\ 000 = 590\ 000 \text{ đồng}$$

Vậy bạn Hùng mua 44 cái bánh ở cửa hàng B thì tổng số tiền phải trả ít hơn.

Câu 5. (1 điểm) Một cái thùng có thể chứa được 14kg thanh long hoặc 21kg nhãn. Nếu chứa đầy thùng đó bằng cả thanh long và nhãn mà giá tiền của thanh long bằng giá tiền của nhãn thì số trái cây trong thùng là sẽ cân nặng 18kg và có giá trị là 480000 đồng. Tìm giá tiền 1kg thanh long, 1kg nhãn.

Lời giải

Gọi $x \text{ kg}$ là số thanh long có trong thùng $0 < x < 18$

$y \text{ kg}$ là số nhãn có trong thùng $0 < y < 18$

Vì tổng số thanh long và nhãn có trong thùng là 18kg nên ta có: $x + y = 18$

$x \text{ kg}$ thanh long chiếm $\frac{x}{14}$ thùng và $y \text{ kg}$ nhãn chiếm $\frac{y}{21}$ thùng

Cả thùng được chất đầy thanh long và nhãn nên ta có: $\frac{x}{14} + \frac{y}{21} = 1$

$$\text{Theo gt, ta có: } \begin{cases} x + y = 18 \\ \frac{x}{14} + \frac{y}{21} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 18 \\ 21x + 14y = 294 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ n} \\ y = 12 \text{ n} \end{cases}$$

Do số tiền của thanh long và nhãn bằng nhau nên giá tiền mỗi loại là:
 $480000 : 2 = 240000 \text{ đồng.}$

Vậy giá tiền 1kg thanh long là: $240000 : 6 = 40000 \text{ đồng.}$

Giá tiền 1kg nhãn là: $240000 : 12 = 20\ 000 \text{ đồng.}$

Câu 6. (1 điểm) Nước giải khát thường đựng trong lon nhôm và cỡ lon phổ biến chứa được khoảng 330ml chất lỏng, được thiết kế hình trụ với chiều cao khoảng 10,2cm (phần chứa chất lỏng), đường kính đáy khoảng 6,42cm. Nhưng hiện nay các nhà sản xuất có xu hướng tạo ra những lon nhôm với kiểu dáng cao thon hơn. Tuy chi phí sản xuất những chiếc lon cao này tốn kém hơn, nhưng nó lại dễ đánh lừa thị giác và được người tiêu dùng ưa chuộng hơn.



a) Một lon nước ngọt cao 13,41cm (phần chứa chất lỏng), đường kính đáy là 5,6cm. Hỏi lon nước ngọt cao này có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến không? Vì sao? Biết thể tích hình trụ: $V = \pi R^2 \cdot h$, với $\pi \approx 3,14$.

b) Biết chi phí sản xuất một chiếc lon tỉ lệ thuận với diện tích toàn phần của lon. Hỏi chi phí sản xuất chiếc lon cao tăng bao nhiêu phần trăm so với chi phí sản xuất chiếc lon cỡ phổ biến? (làm tròn 1 chữ số thập phân). Biết diện tích xung quanh, diện tích toàn phần hình trụ được tính theo công thức: $S_{xq} = 2\pi R \cdot h$ và $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}}$

Lời giải

a) Thể tích lon nước ngọt cao này chứa được:

$$V = \pi R^2 \cdot h = 3,14 \cdot 2,8^2 \cdot 13,41 = 330,1ml$$

Vậy lon nước ngọt cao đã cho có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon cỡ phổ biến.

b) Diện tích toàn phần của chiếc lon cỡ phổ biến là:

$$\begin{aligned} S_{tp1} &= S_{xq1} + 2S_{\text{đáy}1} = 2\pi R_1 \cdot h_1 + 2\pi R_1^2 \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 3,21 \cdot 10,2 + 2 \cdot 3,14 \cdot 3,21^2 \\ &= 270,3cm^2 \end{aligned}$$

Diện tích toàn phần của chiếc lon cao là:

$$\begin{aligned} S_{tp2} &= S_{xq2} + 2S_{\text{đáy}2} = 2\pi R_2 \cdot h_2 + 2\pi R_2^2 \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 2,8 \cdot 13,41 + 2 \cdot 3,14 \cdot 2,8^2 \\ &= 285cm^2 \end{aligned}$$

Chi phí sản xuất chiếc lon cao tăng so với chi phí sản xuất chiếc lon cỡ phổ biến là:

$$\frac{285}{270,3} \cdot 100\% - 100\% = 5,4\%$$

Vậy chi phí sản xuất tăng 5,4%

Câu 7. (1 điểm) Có hai hãng điện thoại cố định tính phí gọi cho các thuê bao như sau:

Hãng	Thuê bao (ngàn đồng)	Gọi nội hạt (ngàn đồng/ phút)
Hãng A	10	6
Hãng B	15	5

Gọi y là giá tiền mà khách hàng phải trả sau x lần 30 phút $x \in \mathbb{N}^*$. Biết cước phí hàng tháng bằng tổng tiền thuê bao và cước phí gọi nội hạt.

- Hãy biểu diễn y theo x của từng hãng.
- Hãy cho biết với cách tính phí như trên thì một khách hàng mỗi tháng gọi bình quân 6 giờ nên sử dụng mạng của hãng nào sẽ rẻ hơn?

Lời giải

- Hãy biểu diễn y theo x của từng hãng.

Hãng A: $y = 10 + 6x$

Hãng B: $y = 15 + 5x$

- Mỗi tháng gọi bình quân 6 giờ $\Leftrightarrow 12$ lần 30 phút

Chi phí phải trả cho thời gian sử dụng nêu trên là:

Hãng A: $y = 10 + 6 \cdot 12 = 82$ ngàn đồng.

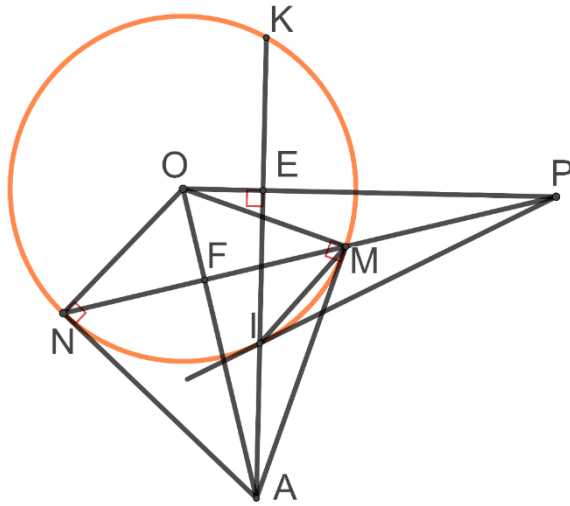
Hãng B: $y = 15 + 5 \cdot 12 = 75$ ngàn đồng.

Vậy khách hàng nên sử dụng mạng của hãng B sẽ rẻ hơn.

Câu 8. (3 điểm) Cho $(O; R)$ và điểm P ở ngoài (O) . Một cát tuyến qua P cắt (O) tại M, N (PMN không qua tâm O). Hai tiếp tuyến tại M, N của (O) cắt nhau tại A. Vẽ AE vuông góc OP tại E.

- Chứng minh: A, M, E, O, N cùng thuộc 1 đường tròn.
- Tia AE cắt (O) tại I, K (I nằm giữa A và K). Chứng minh: $AM^2 = AI \cdot AK$ và $\frac{AI}{AK} = \frac{MI^2}{MK^2}$
- Chứng minh: PI là tiếp tuyến của (O) .

Lời giải



a) Ta có:

$$\angle ONA = 90^\circ$$

$$\angle OMA = 90^\circ$$

$$\angle OEA = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ 3 góc này đều nhìn OA dưới một góc là 90°

$\Rightarrow O, E, A, M, N$ cùng thuộc đường tròn đường kính OA .

b) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle AKM$ ta có:

$$\begin{cases} \text{A chung} \\ \angle AKM = \angle AMI \quad (\text{cùng chắn } IM) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle AMI \sim \triangle AKM \quad g.g$$

$$\Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AM}{AK} \Rightarrow AM^2 = AI \cdot AK$$

$$\frac{AI}{AM} = \frac{IM}{MK} \quad \triangle AMI \sim \triangle AKM$$

$$\Rightarrow \frac{AI^2}{AM^2} = \frac{IM^2}{MK^2} \quad \text{mà } AM^2 = AI \cdot AK$$

$$\Rightarrow \frac{AI^2}{AI \cdot AK} = \frac{IM^2}{MK^2} \Leftrightarrow \frac{AI}{AK} = \frac{MI^2}{MK^2}$$

c) Gọi $F = AO \cap MN$

$$\angle OMA \text{ vuông tại } M \Rightarrow OA \cdot OF = OM^2 \quad (\text{hệ thức lượng})$$

Ta thấy $OEMA$ là tứ giác nội tiếp (do $\angle OEA = \angle OMA = 90^\circ$)

$$\Rightarrow \angle OEM + \angle ONM = 180^\circ$$

$$\angle OMP + \angle OMN = 180^\circ$$

Mà $\triangle OMN$ cân tại $O \Rightarrow ONM = OMN$

$$\Rightarrow OMP = OEM$$

$$\Rightarrow \triangle OMP \sim \triangle OEM \text{ (g.g)} \Rightarrow OE.OP = OM^2$$

$$\Rightarrow OE.OP = OA.OF$$

$$\Rightarrow \triangle POI \sim \triangle IEO \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow OIP = OEI = 90^\circ$$

$\Rightarrow PI$ là tiếp tuyến của O

----**HẾT**----