



Chương

Bài 2.

HÀM SỐ BẬC HAI



Lý thuyết

1. Hàm số bậc hai



Định nghĩa

Hàm số bậc hai là hàm số cho bởi công thức: $y = ax^2 + bx + c$,

Trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.

Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

Chú ý :

» Khi $a=0, b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.

» Khi $a=b=0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

2. Đồ thị của hàm số bậc hai



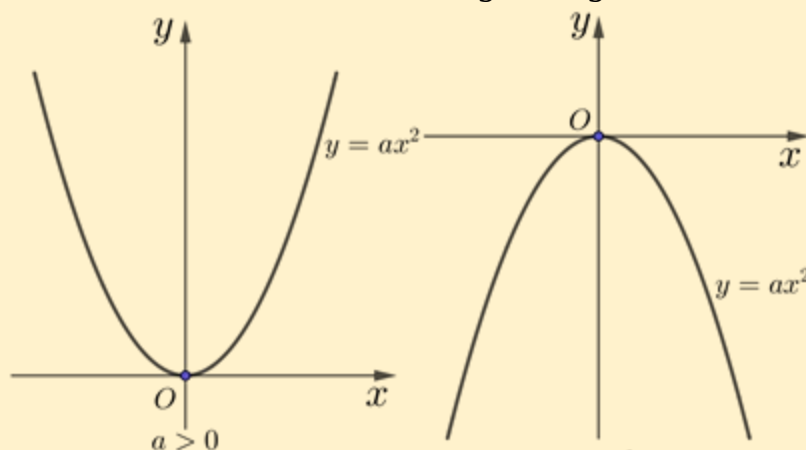
Đồ thị hàm số: $y = ax^2$

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ là các đặc điểm sau:

» Đỉnh là gốc $O(0;0)$.

» Có trục đối xứng là $x=0$.

» Hướng bề lõm lên trên khi $a > 0$ và hướng xuống khi $a < 0$.





Đồ thị hàm số:

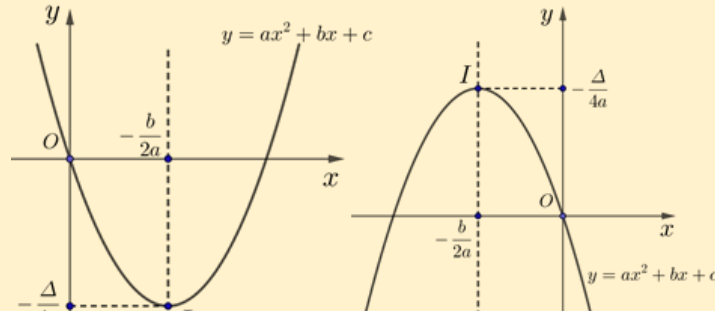
Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ là một đường Parabol có:

» Đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

» Có trục đối xứng: đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.

» $a > 0$: Bề lõm hướng lên trên.

» $a < 0$: Bề lõm hướng xuống dưới.



Cách vẽ:

1. Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$;

2. Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$;

3. Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có)

3. Chiều biến thiên của hàm số bậc hai



Cách vẽ:

► Nếu $a > 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$

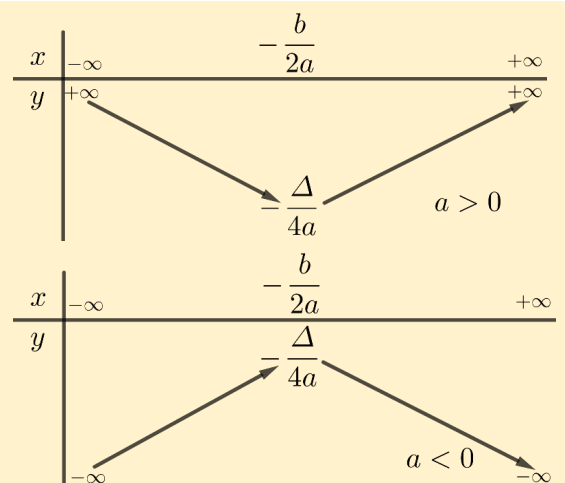
» Nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

» Đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

► Nếu $a < 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$

» Đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

» Nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.





Bảng biến thiên của hàm số: $y=ax^2+bx+c$



Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định hàm số bậc 2



Phương

Để xác định hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (xác định các tham số a, b, c)

Dựa vào giả thiết để lập nên các phương trình (hệ phương trình) ẩn là a, b, c .

Việc lập nên các phương trình nêu ở trên thường sử dụng đến các kết quả sau:

» Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

» Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = x_0 \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = x_0$.

$$I(x_I; y_I) \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = x_I \\ -\frac{D}{4a} = y_I \end{cases}$$

» Đồ thị hàm số có đỉnh là

» Trên $\mathbb{R}$, ta có:

1. $f(x)$ có giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow a < 0$. Lúc này giá trị lớn nhất $f(x)$ là $-\frac{D}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.



Ví dụ 1.1.

Xác định parabol

(1) $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết (P) qua $M(1; 5)$, có trục đối xứng là $x = -\frac{1}{4}$.

(2) $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết $I\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$ là đỉnh của (P) .

(3) $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) đi qua $A(1; -1)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -3)$

(4) $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết hoành độ đỉnh (P) bằng -3 và (P) qua

Lời giải

(1) $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết (P) qua $M(1; 5)$, có trục đối xứng là (P) .

Ta có:
$$\begin{cases} a + b + 2 = 5 \\ -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow (P): y = 2x^2 + x + 2$$

(2) $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết (P) là đỉnh của $(P): y = ax^2 + 2x + c$.



$$\text{Ta có: } \begin{cases} -\frac{2}{2a} = \frac{1}{2} \\ -\frac{4+8c}{-8} = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -2x^2 - 2x + 5$$

(3) $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết (P) đi qua (P) , (P) , $C(-1; -3)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = -1 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 3 \\ a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow (P): y = x^2 + x - 3$$

(4) $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết hoành độ đỉnh (P) bằng $\frac{2}{3}$ và (P) qua $M(-2; 1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} -\frac{-4}{2a} = \frac{2}{3} \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x - \frac{13}{3}$$



Ví dụ 1.2.

Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các tham số, biết rằng hàm số có trục đối xứng là $x = -\frac{2}{3}$ và đi qua điểm $M(1; -1)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Trên $\mathbb{R}$, do hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị lớn nhất nên $a < 0$.

$$\text{Do đó theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{3} \\ 4a - 2b + c = 5 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = -\frac{8}{3} \\ c = \frac{7}{3} \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{7}{3}$.



Ví dụ 1.3.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ ($m \neq 0$) đi qua điểm $I(1; -1)$.

Lời giải

Đỉnh của (P) là $I(1; -4m - 2)$.

Theo giả thiết, I thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$ nên $-4m - 2 = 3 \cdot 1 - 1 \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$.



▮ Dạng 2. Vẽ đồ thị hàm số bậc 2



Phương

Để vẽ đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ta thực hiện theo các bước sau:

» **Bước 1.** Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

» **Bước 2.** Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$.

» **Bước 3.** Lập bảng giá trị

x	x_1	x_2	$x = -\frac{b}{2a}$	x_3	x_4
y	$y(x_1)$	$y(x_2)$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$y(x_3)$	$y(x_4)$

» **Bước 4.** Vẽ Parabol

Lưu ý:

- Khi vẽ cần chú ý dấu của hệ số a (bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$)
- Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; c)$
- Đồ thị của hàm số cắt trục hoành (nếu có) tại điểm $(x_0; 0)$ với x_0 là nghiệm



Ví dụ 2.1.

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$.

Lời giải

Ta có $a=1, b=-2, c=3$. Suy ra tọa độ đỉnh là $I(1; -1)$.

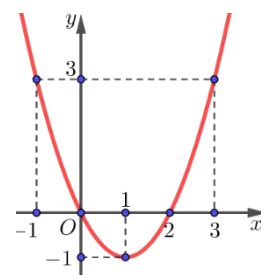
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Vẽ đồ thị: Ta có đỉnh là $I(1; -1)$ và trục đối xứng là $x=1$.
Bảng giá trị

x	-1	0	1	2	3
y	3	0	-1	0	3

Ta có đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$ là





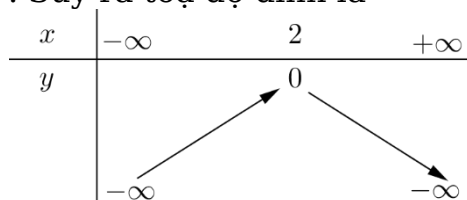
Ví dụ 2.2.

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

Liên hệ biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

Lời giải

Ta có $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$, $c = -2$. Suy ra tọa độ đỉnh là $I(2; 0)$.

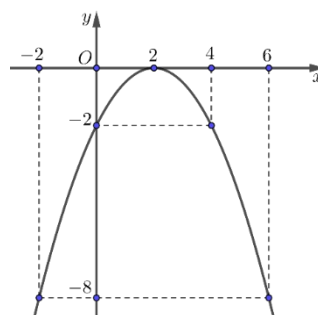


Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Vẽ đồ thị: Ta có đỉnh là $I(2; 0)$ và trục đối xứng là $x = 2$.
Bảng giá trị

x	-2	0	2	4	6
y	-8	-2	0	-2	-8

Ta có đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$ là



Ví dụ 2.3.

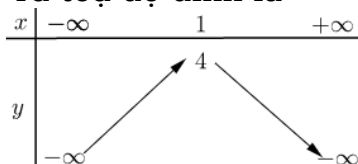
Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$.

- (1) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.
- (2) Tìm các giá trị của x để $y > 0$ và $y < 0$

Lời giải

- (1) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.

Ta có $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$. Suy ra tọa độ đỉnh là $I(1; 4)$.

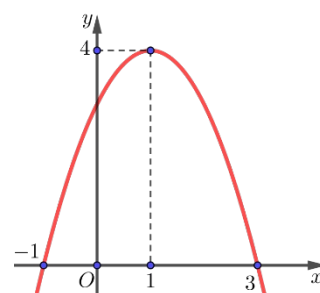


Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Vẽ đồ thị: Ta có đỉnh là $I(1; 4)$ và trục đối xứng là $x = 1$.
Bảng giá trị

x	-1	0	1	2	3
y	0	3	4	3	0

Ta có đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ là





(2) Tìm các giá trị của $y > 0$ để $y < 0$ và $y < 0$.

Từ đồ thị ta thấy để $y > 0$ thì $x \in (-1; 3)$ và $y < 0$ thì $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.



▮ Dạng 3. Tìm tham số để hàm số bậc 2 đơn điệu



Phương

» Trường hợp $a=0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b>0 \end{cases}$.

» Trường hợp $a>0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ (m;n) \subset \left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right) \end{cases}$.

» Trường hợp $a<0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ (m;n) \subset \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right) \end{cases}$.

Lưu ý:

» Việc tìm điều kiện để hàm số $y=ax^2+bx+c$ nghịch biến trên khoảng $(m;n)$ được làm tương tự.



Ví dụ 3.1.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

(1) $y=-x^2+2mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;3)$.

(2) $y=-4x^2+4mx-m^2+2$ nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

Lời giải

(1) $y=-x^2+2mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;3)$.

Ta có $a=-1<0$, $-\frac{b}{2a}=m$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;m)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} \geq 3 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Kết luận: $m \geq 3$.

(2) $y=-4x^2+4mx-m^2+2$ nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

Ta có $a=-4<0$; $-\frac{b}{2a}=\frac{m}{2}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\frac{m}{2};+\infty\right)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \frac{m}{2} \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -4$.

Kết luận: $m \leq -4$.



Ví dụ 3.2.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

(1) $y=(m^2+1)x^2-4mx+1$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

(2) $y=mx^2-(m^2+1)x+3$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải



(1) $y = (m^2 + 1)x^2 - 4mx + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Ta có $a = m^2 + 1 > 0$, $-\frac{b}{2a} = \frac{2m}{m^2 + 1}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{2m}{m^2 + 1}\right)$.

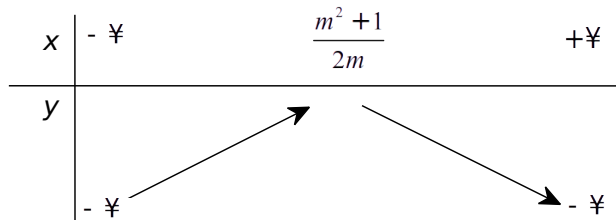
Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \frac{2m}{m^2 + 1} \geq 1 \Leftrightarrow (m-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m=1$.
Kết luận: $m=1$.

(2) $(1; +\infty)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Ta có $a=m$, $-\frac{b}{2a} = \frac{m^2 + 1}{2m}$ với $m \neq 0$.

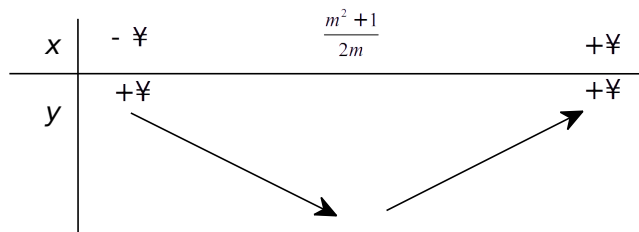
» Trường hợp $m=0$: $y = -x + 3$, là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên loại $m=0$.

» Trường hợp $m < 0$: $a = m < 0$ nên hàm số có BBT như sau:



Dựa vào BBT thấy hàm số không thể đồng biến trên $(1; +\infty)$. Tức $m < 0$ bị loại.

» Trường hợp $m > 0$: Ta có $a = m > 0$ nên hàm số có BBT như sau:



Dựa vào BBT thấy yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \frac{1+m^2}{2m} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1+m^2 \leq 2m \end{cases} \Leftrightarrow m=1$.

Tóm lại: $m=1$.



Ví dụ 3.3.

Tìm các giá trị của tham số m để hàm số

$$y = mx^2 + 2(m-1)x + 2m+1 \text{ nghịch biến trên } (-1; 2).$$

Lời giải

Ta có $a=m$, $-\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$ với $m \neq 0$.

» Trường hợp $m=0$: Hàm số đã cho trở thành $y = -2x + 1$, là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên cũng nghịch biến trên $(-1; 2)$. Tức $m=0$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.



» Trường hợp $m < 0$: Ta có $a = m < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1-m}{m}; +\infty\right)$

Do vậy yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \frac{1-m}{m} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq 0$, đúng với $m < 0$.

» Trường hợp $m > 0$: Ta có $a = m > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{1-m}{m}\right)$.

Do vậy yêu cầu của bài toán $\frac{1-m}{m} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{1-3m}{m} \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{3}$.

Tóm lại: $m \leq \frac{1}{3}$.



Ví dụ 3.4.

Tìm các giá trị của tham số để hàm số

$$y = (m-2)x^2 - 2mx + m + 2025 \text{ nghịch biến trên } (-\infty; 3).$$

Lời giải

» Trường hợp $m = 2 \Rightarrow y = -4x + 2019$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên nghịch biến trên $(-\infty; 3)$. Tức $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

» Trường hợp $m \neq 2$: Dựa vào sự biến thiên hàm bậc hai ta thấy

$$f(x) \text{ nghịch biến trên khoảng } (-\infty; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ \frac{m}{m-2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Từ các trường hợp trên, suy ra: $2 \leq m \leq 3$

Vậy $2 \leq m \leq 3$.



▮ Dạng 4. Các yếu tố liên quan đồ thị hàm số bậc hai



Phương

Loại 1:

Cho parabol: $(P): y = ax^2 + bx + c$.

- » Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của (P) .
- » Tương giao của (P) với trục Ox .
- » Tìm điều kiện để các giao điểm của (P) và trục Ox thỏa mãn điều kiện nào đó.

Thường dùng đến các kết quả sau:

Đường thẳng $x = \frac{-b}{2a}$ là trục đối xứng của (P) , điểm $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-D}{4a}\right)$ là đỉnh của (P) .

Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ là hoành độ giao điểm của (P) và Ox .

» Giả sử $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm của (P) và trục Ox . Khi đó:

□ A, B **cùng ở bên trái** đối với trục Oy $\Leftrightarrow \begin{cases} D \geq 0 \\ x_A + x_B < 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$.

□ A, B **cùng ở bên phải** đối với trục Oy $\Leftrightarrow \begin{cases} D \geq 0 \\ x_A + x_B > 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$.

□ A, B **cùng ở một bên** đối với trục Oy $\Leftrightarrow \begin{cases} D \geq 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$.

□ A, B **không ở cùng một bên** đối với trục Oy $\Leftrightarrow x_A \cdot x_B < 0$.

Loại 2:

Cho parabol: $(P): y = ax^2 + bx + c$ và đường thẳng $d: y = mx + n$

- » Biện luận số điểm chung của (P) và trục hoành.

(D)



Ví dụ 4.1.

Cho parabol $(P): y = x^2 + 5x - 6$. Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của parabol (P) tọa độ giao điểm của parabol (P) với trục hoành

➤ Lời giải

Ta có $-\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2}$, $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{49}{4}$, do vậy:



(P) có trục đối xứng là $x = -\frac{5}{2}$;

(P) có đỉnh là $I\left(-\frac{5}{2}; -\frac{49}{4}\right)$.

Hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành là nghiệm của

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) với trục hoành là $(1; 0), (-6; 0)$.



Ví dụ 4.2.

Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$. Xét dấu của D, b, c biết rằng (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

Lời giải

$$(P) \text{ cắt } Ox \text{ tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm} \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0 \\ \frac{-b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$



Ví dụ 4.3.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol (P): $y = x^2 - 2x + m - 1$ và trục Ox không có điểm chung.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (*)

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2$. Vậy $m > 2$.



Ví dụ 4.4.

Cho parabol (P): $y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để d tiếp xúc với (P)

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm (P); d là: $x^2 + x + 2 = ax + 1$
 $\Leftrightarrow x^2 + (1 - a)x + 1 = 0$ (1)

d tiếp xúc với (1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow (1 - a)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$.
 Vậy $a \in \{-1; 3\}$.





▮ Dạng 5. Sự tương giao



Phương

Loại 1: Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ biện luận theo tham số m số nghiệm của $f(x) = g(m)$

» Vẽ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$.

» Tùy vào giá trị của để chỉ ra số giao điểm của $d: y = g(m)$ và (C) .

» Số giao điểm của d và (C) cũng chính là số nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$.

Lưu ý: $d: y = g(m)$ là đường thẳng có phương ngang và cắt Oy tại điểm có tung độ $g(m)$.

Loại 2: Sự tương giao của đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai

Cho đồ thị (P) của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ và đồ thị d của hàm số $y = kx + m$.

Toạ độ giao điểm của hai đồ thị (P) và d là nghiệm của
$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = kx + m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$ax^2 + bx + c = kx + m \Leftrightarrow ax^2 + (b - k)x + c - m = 0 \quad (2)$$

Nhận xét:

1. Số giao điểm của (P) và d bằng số nghiệm của hệ phương trình và cũng bằng số nghiệm của phương trình (2) .



Ví dụ 5.1.

Tìm toạ độ giao điểm của Parabol $(P): y = -x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng d .

🔗 **Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm

Với $x = -1 \Rightarrow y = 4$; $x = -2 \Rightarrow y = 5$.

Toạ độ giao điểm của (P) và d là $A(-1; 4), B(-2; 5)$.

$$-x^2 - 4x + 1 = -x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$



Ví dụ 5.2.

Cho Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$. Tìm m để d tiếp xúc với (P) . Tìm toạ độ tiếp điểm khi đó

🔗 **Lời giải**



Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 3x + 2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - (3+m)x = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=m+3 \end{cases}$.

Để d tiếp xúc với (P) thì $m+3=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Tọa độ tiếp điểm khi đó là $M(0;2)$.

Nhận xét: Từ phương trình (1) ta tính $D'=(m+3)^2$. Để d tiếp xúc với (P) thì (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow D'=0 \Leftrightarrow m=-3$.



Ví dụ 5.3.

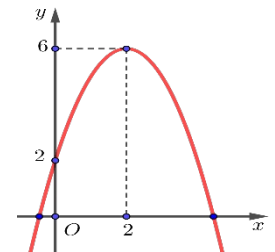
Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị tìm các giá trị của tham số m để phương trình $-x^2 + 4x + 2 = m$ có 2 nghiệm phân

Lời giải

$-x^2 + 4x + 2 = m$ (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (P) của $y = -x^2 + 4x + 2$ và $d: y = m$.

Số nghiệm phương trình (1) bằng số giao điểm của (P) và (d) .

Dựa vào đồ thị ta thấy, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m < 6$.
 Vậy $m < 6$.



Ví dụ 5.4.

Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 5$ có đồ thị (P) như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị, tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $2x^2 - 12x + 6m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt dương.

Lời giải

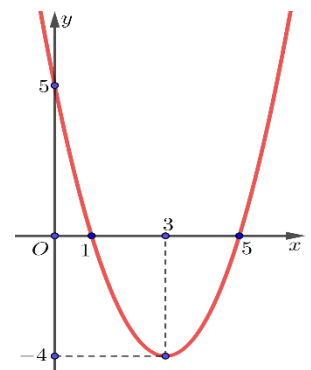
Phương trình: $2x^2 - 12x + 6m - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = -3m + \frac{11}{2}$ (1)

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của (P) $y = x^2 - 6x + 5$ và đường thẳng $(d) y = -3m + \frac{11}{2}$.

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của (P) và (d) .

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -4 < -3m + \frac{11}{2} < 5 \Leftrightarrow \frac{1}{6} < m < \frac{19}{6}$.

Vậy $\frac{1}{6} < m < \frac{19}{6}$.





▮ Dạng 6. Giá trị lớn nhất - Giá trị nhỏ nhất



Phương

Loại 1: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên 1 tập cho trước

- » Lập bảng biến thiên
- » Xác định tập bài toán yêu cầu
- » Kết luận.

Loại 2: Tìm điều kiện để hàm số bậc hai đạt giá trị lớn nhất/nhỏ nhất.

Cho hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

» Nếu $a > 0$ thì $\min y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{D}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_I = -\frac{b}{2a}$.

» Nếu $a < 0$ thì $\max y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{D}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_I = -\frac{b}{2a}$.

Trường hợp tập xác định khác $\mathbb{R}$, ta kẻ bảng biến thiên của hàm số trên tập đó để có được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.



Ví dụ 6.1.

Cho hàm số $y = x^2 - 4x - 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên

🔗 Lời giải

Ta có: $\frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \cdot 1} = 2$; $\frac{-D}{4a} = \frac{(-4)^2 - 4 \cdot (-3)}{4 \cdot 1} = \frac{-28}{4} = -7$.

Vì $a = 1 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$,
đồng biến trên $(2; +\infty)$.

x	-3	2	5
y	18	-7	2

Dựa vào bảng biến thiên, vậy $\min y = y(2) = -7$ và $\max y = y(-3) = 18$.



Ví dụ 6.2.

Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 7]$

🔗 Lời giải

Ta có: $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-2)} = 1$; $\frac{-D}{4a} = -\frac{4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3}{4 \cdot (-2)} = 5$

Vì $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$,
nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

x	2	7
y	3	-67

Dựa vào bảng biến thiên, vậy $\min y = y(7) = -67$ và $\max y = y(2) = 3$.



Ví dụ 6.3.

Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1$, suy ra $y_I = -4m - 2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -4m - 2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$. (Thỏa mãn)



Ví dụ 6.4.

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$. Tính abc .

Lời giải

Để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$ và chỉ khi

$$\begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ f(1) = 2 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ 2a + b = 0 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow abc = 1 \cdot (-2) \cdot 3 = -6$$



Ví dụ 6.5.

Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m}$, suy ra $y_I = m \left(\frac{1}{m} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{m} \right) - m - 1 = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$

» **Trường hợp 1:** Khi $m < 0$ thì $\max y = y_I = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$ tại điểm $x_I = \frac{1}{m}$.

$$y_I = f\left(\frac{1}{m}\right) = \frac{-m^2 - m - 1}{m} - 1 + 1 = \frac{-m^2 - 2m - 1}{m} + 1 = \frac{-(m+1)^2}{m} + 1 \geq 0 + 1 = 1$$

Vậy $\min y_I = 1$ tại điểm $m = -1$.

» **Trường hợp 2:** Khi $m > 0$ thì hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất, chỉ có giá trị nhỏ nhất.

» **Trường hợp 3:** Khi $m = 0$ thì hàm số $y = -2x - 1$ đã cho là hàm số bậc nhất, không có giá trị lớn nhất.

Kết luận: $m = -1$.



▮ Dạng 7. Bài toán thực tế



Phương

Bài toán: Các bài toán thực tế mà mô hình thực tiễn chưa chuyển về mô hình toán học. Các bước làm như sau:

- » **Bước 1:** Dựa vào giả thiết của đề bài, xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức diễn tả dưới “*dạng ngôn ngữ toán học*” cho mô hình mô phỏng thực tiễn. Căn cứ vào các yếu tố bài ra ta chọn biến số, tìm điều kiện tồn tại, đơn vị.
- » **Bước 2:** Dựa vào các mối liên hệ ràng buộc giữa biến số với các giả thiết của đề bài cũng như các kiến thức liên quan đến thực tế, ta thiết lập hàm số bậc hai. Chuyển yêu cầu đặt ra đối với bài toán thực tiễn thành yêu cầu bài toán hàm số bậc hai.
- » **Bước 3:** Dùng tính chất hàm số bậc hai để giải quyết bài toán hình thành ở **bước 2**. Lưu ý kiểm tra điều kiện, và kết quả thu được có phù hợp với bài toán thực tế đã cho chưa.



Ví dụ 7.1.

Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$).

(1) Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.

🔗 Lời giải

(1) Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.

Ta có: $h(t) = -t^2 + 2t + 3 \Leftrightarrow h(t) = -(t-1)^2 + 4 \Rightarrow \max h(t) = h(1) = 4$.

Vậy quả bóng đạt chiều cao lớn nhất bằng 4 m tại thời điểm $t=1$ giây.

(2) Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất ?

Ta có: $-t^2 + 2t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ (loại) hoặc $t = 3$ (nhận).

Vậy sau 3 giây quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất.



Ví dụ 7.2.

Độ cao của quả bóng golf tính theo thời gian có thể được xác định bằng một hàm bậc hai. Với các thông số cho trong bảng sau, hãy xác định độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây ?

Thời gian (giây)	0	0,5	1	2
Độ cao (mét)	0	28	48	64

🔗 Lời giải

Độ cao của quả bóng tính theo thời gian được xác định bởi hàm số $h(t) = at^2 + bt + c$ (tính bằng mét), t : giây, $t \geq 0$.

Với các thông số cho bởi bảng trên ta có:



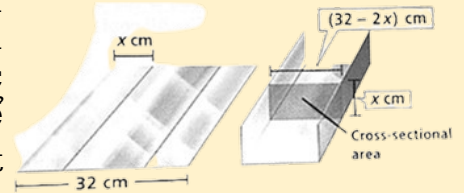
$$\begin{cases} c=0 \\ \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c = 28 \\ a + b + c = 48 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -16 \\ b = 64 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow h(t) = -16t^2 + 64t \Rightarrow h(3) = 48$$

Vậy độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây là 48 m.



Ví dụ 7.3.

Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?



Lời giải

Gọi $S(x)$ là diện tích mặt ngang ứng với bề ngang x (cm) của phần gấp hai bên, ta có:

$$S(x) = x(32 - 2x), \text{ với } 0 < x < 16.$$

Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 16)$.

$$S(x) = -2x^2 + 32x = -2(x - 8)^2 + 128 \leq 128, \forall x \in (0; 16)$$

Ta có:

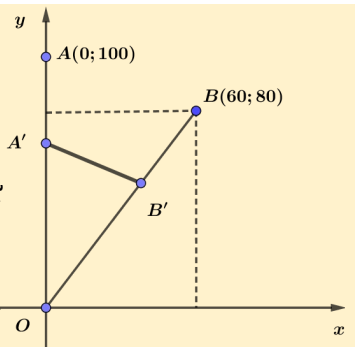
$$\Rightarrow \max S(x) = S(8) = 128$$

Vậy $x = 8$ cm thì diện tích mặt ngang lớn nhất.



Ví dụ 7.4.

Hai con chuồn chuồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm. Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm $A(0; 100)$ đến điểm $O(0; 0)$ với vận tốc 5 m/s. Con còn lại bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ $B(60; 80)$ đến $O(0; 0)$ với vận tốc 10 m/s. Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là



Lời giải

Xét tại thời điểm t (giây), $t \in [0; 10]$, con chuồn chuồn bay từ A về O có tọa độ là $A'(0; 100 - 5t)$.

Con chuồn chuồn bay từ $B(60; 80)$ về $O(0; 0)$ trên quỹ đạo là đường thẳng có hệ

số góc là $k = \tan a = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos a = \frac{3}{5}, \sin a = \frac{4}{5}$.



Do đó tại thời điểm t , nó có tọa độ là $\begin{cases} x=60-10t.\cos\alpha \\ y=80-10t.\sin\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=60-6t \\ y=80-8t \end{cases}$
 $\Rightarrow B(60-6t; 80-8t)$

Ta có: $\overline{AB'} = (60-6t; -20-3t)$

Khi đó, khoảng cách giữa hai con chuồn chuồn là:

$$d = \overline{AB'} = \sqrt{(60-6t)^2 + (-20-3t)^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{45t^2 - 600t + 4000}$$

d nhỏ nhất khi hàm số $f(t) = 45t^2 - 600t + 4000$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0; 10]$.

Ta có: $f(t) = 45(3t-20)^2 + 2000 \geq 2000, \forall t \in [0; 10]$

$$\Rightarrow \min_{t \in [0; 10]} f(t) = f\left(\frac{20}{3}\right) = 2000$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất của hai con chuồn chuồn trong quá trình bay là $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}$ m.



Ví dụ 7.5.

Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

Lời giải

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoan Hùng (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bán được là:

$$40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$$

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$$

Lợi nhuận thu được lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[30000; 50000]$

$$f(x) = -\left(\frac{1}{10}x - 4200\right)^2 + 1440000 \leq 1440000, \forall x \in [30000; 50000]$$

Ta có:

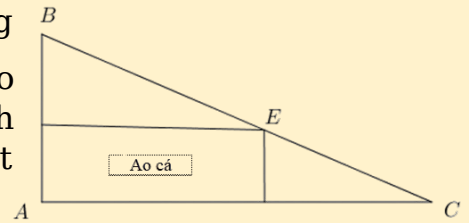
$$\Rightarrow \max_{x \in [30000; 50000]} f(x) = f(42000) = 1440000$$

Vậy với giá bán 42000 đồng mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

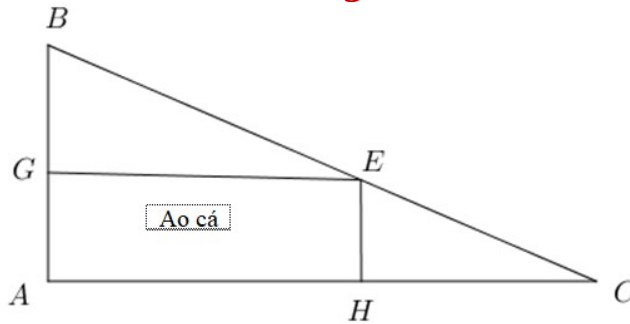


Ví dụ 7.6.

Ông Tiến có một mảnh đất hình tam giác vuông ABC có diện tích $125m^2$. Ông Tiến có ý định đào ao thả cá có dạng hình chữ nhật trên khu đất của mình (như hình vẽ). Hỏi rằng ông Tiến có thể đào một cái ao với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?



Lời giải



Giả sử ao cá hình chữ nhật $AHEG$ như hình vẽ.
Diện tích ao là $S = AH \cdot HE$.

Đặt $x = \frac{BE}{BC}$, ($0 < x < 1$)

Theo Talet ta có $\frac{AH}{AC} = \frac{BE}{BC} = x \Rightarrow AH = x \cdot AC$

và $\frac{HE}{AB} = \frac{CE}{BC} = \frac{BC - BE}{BC} = 1 - x \Rightarrow HE = (1 - x) \cdot AB$

khi đó $S = AH \cdot HE = x(1 - x)AB \cdot AC = -250x^2 + 250x$,

Ta xét hàm số $S = -250x^2 + 250x$ với $x \in (0; 1)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	0	62,5	0	$-\infty$

Vậy ông Tiến có thể đào ao thả cá với diện tích lớn nhất là $62,5m^2$ khi đỉnh E là trung điểm của cạnh huyền BC .



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Hàm số bậc hai có $a = 2 > 0$; $-\frac{b}{2a} = 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

» Câu 2. Điểm $I(-2; 1)$ là đỉnh của Parabol nào sau đây?

- A. $y = x^2 + 4x + 5$. B. $y = 2x^2 + 4x + 1$. C. $y = x^2 + 4x - 5$. D. $y = -x^2 - 4x + 3$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Hoành độ đỉnh là $x_I = -\frac{b}{2a} = -2$. Từ đó loại câu B.

Thay hoành độ $x_I = -2$ vào phương trình Parabol ở các câu A, C, D, ta thấy chỉ có câu A thỏa điều kiện $y_I = 1$.

» Câu 3. Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1; 0)$ và có đỉnh $I(1; 2)$. Tính $a + b + c$.

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Theo giả thiết ta có hệ:
$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \text{ với } a \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ b = -2a \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm bậc hai cần tìm là $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

» Câu 4. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $y = -x^2 + 3x + 2$. B. $y = -x^2 - 3x - 2$. C. $y = x^2 - 3x + 2$. D. $y = -x^2 + 3x - 2$.

👉 **Lời giải**

Chọn D



Do đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b + 4c = 1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $y = -x^2 + 3x - 2$

- » **Câu 5.** Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a+b+c$, biết (P) đi qua điểm $A(0;3)$ và có đỉnh $I(-1;2)$.
- A.** $a+b+c=6$ **B.** $a+b+c=5$ **C.** $a+b+c=4$ **D.** $a+b+c=3$

👉 **Lời giải**

Chọn A

(P) đi qua điểm $A(0;3) \Rightarrow c=3$.

(P) có đỉnh $I(-1;2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ a - b + 3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ a - 2a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=6$.

- » **Câu 6.** Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là
- A.** $y = x^2 + x + 2$ **B.** $y = 2x^2 + x + 2$ **C.** $y = 2x^2 + 2x + 2$ **D.** $y = x^2 + 2x$

👉 **Lời giải**

Chọn B

Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 2 \\ 8 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = 2x^2 + x + 2$.

- » **Câu 7.** Cho $(P): y = x^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(-1;3)$. Khi đó
- A.** $b = -1$. **B.** $b = 1$. **C.** $b = 3$. **D.** $b = -2$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Thay tọa độ $A(-1;3)$ vào $(P): y = x^2 + bx + 1$.

Ta được: $3 = (-1)^2 - b + 1 \Leftrightarrow b = -1$.

- » **Câu 8.** Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$. Khi đó tích abc bằng
- A.** -10368 . **B.** 10368 . **C.** 6912 . **D.** -6912 .

👉 **Lời giải**

Chọn A

Điều kiện $a \neq 0$.



$$\begin{cases} 64a+8b+c=0 \\ 36a+6b+c=-12 \\ -\frac{b}{2a}=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-36 \\ c=96 \end{cases} \Rightarrow abc=-10368.$$

Từ giả thiết ta có hệ

» **Câu 9.** Cho parabol $y=ax^2+bx+4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=\frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$. Tổng giá trị $a+2b$ là

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -1.

👉 **Lời giải**

Chọn B

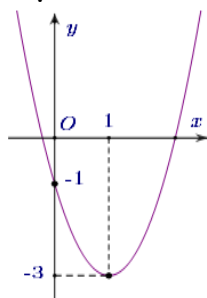
Vì parabol $y=ax^2+bx+4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=\frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$

$$\begin{cases} a+b+4=3 \\ -\frac{b}{2a}=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-1 \\ 2a+3b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=2 \end{cases}$$

nên ta có

$$\text{Do đó } a+2b=-3+4=1.$$

» **Câu 10.** Cho parabol $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

A. $y=-x^2+x-1$.

B. $y=2x^2+4x-1$.

C. $y=x^2-2x-1$.

D. $y=2x^2-4x-1$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

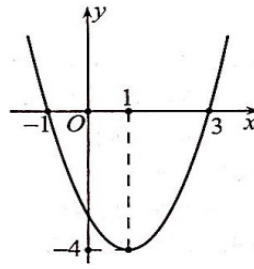
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c=-1$.

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a}=1 \\ a(1)^2+b(1)-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là: $y=2x^2-4x-1$.

» **Câu 11.** Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên dưới.



Khi đó $2a+b+2c$ có giá trị là:

A. -9.

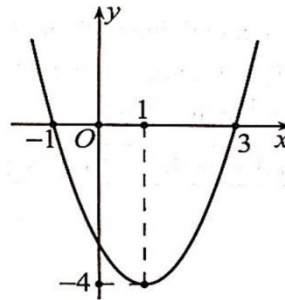
B. 9.

C. -6.

D. 6.

👉 **Lời giải**

Chọn C



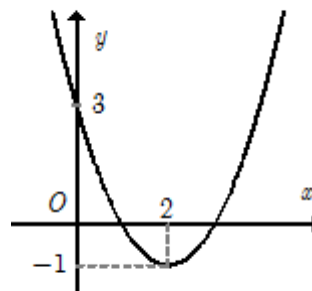
Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0), B(1; -4), C(3; 0)$

$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

Do đó ta có hệ phương trình:

Khi đó: $2a + b + 2c = 2 \cdot 1 - 2 + 2(-3) = -6$.

» **Câu 12.** Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.



A. 0.

B. 26.

C. 8.

D. 20.

👉 **Lời giải**

Chọn B

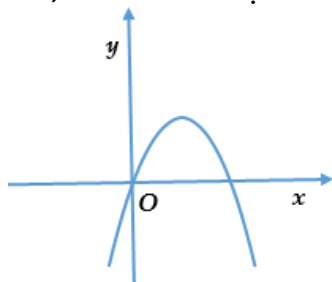
Do đồ thị hàm số có đỉnh là $I(2; -1) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ f(2) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases} \quad (1)$

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 3) \Rightarrow f(0) = 3 \Leftrightarrow c = 3 \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow T = 26$



» Câu 13. Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có hệ số a là



A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a = 1$.

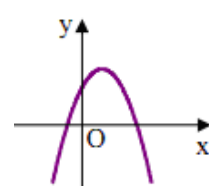
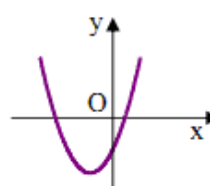
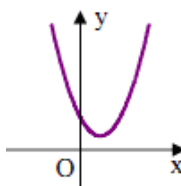
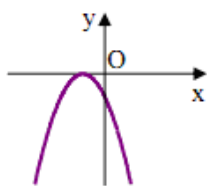
D. $a = 2$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Bề lõm hướng xuống $a < 0$.

» Câu 14. Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a > 0, b > 0$ và $c < 0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng



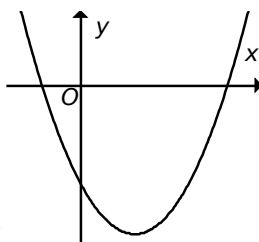
👉 **Lời giải**

Chọn C

Do $a > 0$ nên Parabol quay bề lõm lên trên, suy ra loại phương án A, D.

Mặt khác do $a > 0, b > 0$ nên đỉnh Parabol có hoành độ $x = -\frac{b}{2a} < 0$ nên loại phương án B. Vậy chọn C.

» Câu 15. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a > 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

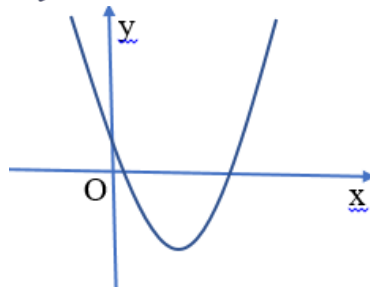
👉 **Lời giải**

Chọn A

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại D.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, C.

» Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a > 0, b = 0, c > 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$. C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.
 📌 **Lời giải**

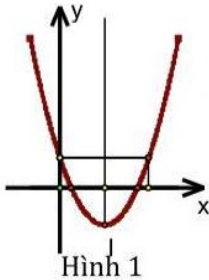
Chọn C

Từ dáng đồ thị ta có $a > 0$.

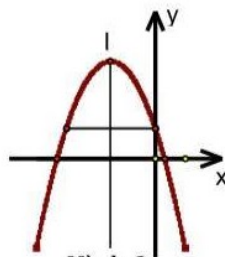
Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} > 0$ mà $a > 0$ suy ra $b < 0$.

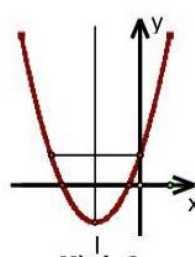
- » **Câu 17.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0; b < 0; c > 0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



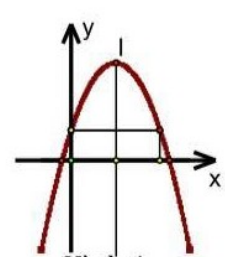
Hình 1
(4)



Hình 2
(3)



Hình 3
(2)



Hình 4
(1)

- A. hình (4). B. hình (3). C. hình (2). D. hình (1).
 📌 **Lời giải**

Chọn C

Vì $a < 0$ nên đồ thị có bề lõm hướng xuống dưới $\Rightarrow$ loại hình, hình.

$a < 0; b < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0$ nên trục đối xứng của (P) nằm bên trái trục tung. Vậy hình thỏa mãn nên chọn đáp án **C**.

- » **Câu 18.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$		-4		$+\infty$

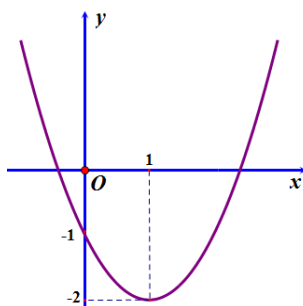
- A. $y = x^2 - 4x$. B. $y = x^2 + 4x$. C. $y = -x^2 + 4x$. D. $y = -x^2 - 4x$.
 📌 **Lời giải**

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hệ số $a > 0$. Loại **C, D**

Toạ độ đỉnh $I = (2; -4)$ loại **B**

- » **Câu 19.** Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A; B; C; D sau đây?



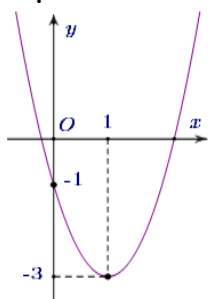
- A. $y = x^2 + 2x - 1$. B. $y = x^2 + 2x - 2$. C. $y = 2x^2 - 4x - 2$. D. $y = x^2 - 2x - 1$.
👉 **Lời giải**

Chọn D

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên loại **B** và **C**

Hoành độ của đỉnh là $x_l = -\frac{b}{2a} = 1$ nên ta loại A

» **Câu 20.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 1$. C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.
👉 **Lời giải**

Chọn D

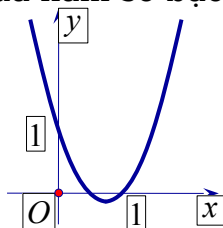
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh $I(1; -3)$, ta có phương trình:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a(1)^2 + b(1) - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

» **Câu 21.** Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



- A. $y = x^2 - 3x + 1$. B. $y = 2x^2 - 3x + 1$. C. $y = -x^2 + 3x - 1$. D. $y = -2x^2 + 3x - 1$.
👉 **Lời giải**

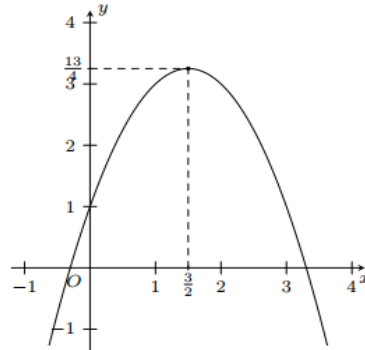
Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có hàm số bậc hai có hệ số $a > 0$ nên ta loại đáp án C, D.



Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(1;0)$, mà điểm $(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số $y=2x^2-3x+1$ và không thuộc đồ thị hàm số $y=x^2-3x+1$ nên ta Chọn B

» **Câu 22.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

- A.** $y=x^2+3x-1$. **B.** $y=x^2-3x-1$. **C.** $y=-x^2-3x-1$. **D.** $y=-x^2+3x+1$.

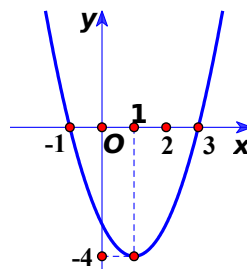
👉 **Lời giải**

Chọn D

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số $a < 0$. Loại đáp án A,B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án C.

» **Câu 23.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



- A.** -9 . **B.** 9 . **C.** -6 . **D.** 6 .

👉 **Lời giải**

Chọn C

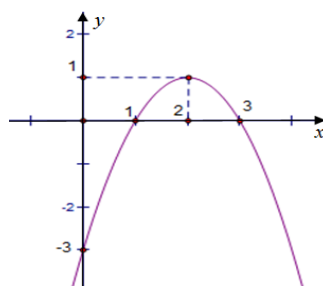
Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0)$, $B(1; -4)$, $C(3; 0)$

$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

nên có hệ phương trình:

$$\text{Khi đó: } 2a + b + 2c = 2 \cdot 1 - 2 + 2(-3) = -6$$

» **Câu 24.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới



- A. $y = -x^2 + 2x - 3$. B. $y = -x^2 + 4x - 3$. C. $y = x^2 - 4x + 3$. D. $y = x^2 - 2x - 3$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Đồ thị trên là của hàm số bậc hai với hệ số $a < 0$ và có tọa độ đỉnh là $I(2;1)$. Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$.

» **Câu 25.** Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

- A. $y = -x^2 + 4x$. B. $y = -x^2 + 4x - 9$. C. $y = x^2 - 4x - 1$. D. $y = x^2 - 4x - 5$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Parabol cần tìm phải có hệ số $a > 0$ và đồ thị hàm số phải đi qua điểm $(2; -5)$. Đáp án C thỏa mãn.

» **Câu 26.** Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$-\infty$	-4	$-\infty$

- A. $y = x^2 + 4x$. B. $y = -x^2 - 4x - 8$. C. $y = -x^2 - 4x + 8$. D. $y = -x^2 - 4x$.

👉 **Lời giải**

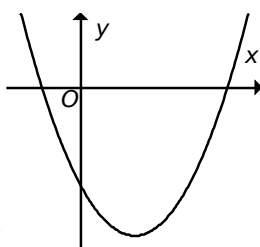
Chọn B

Dựa vào BBT ta thấy:

Parabol có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a < 0 \Rightarrow$ Loại A.

Parabol có đỉnh $I(-2; -4)$ nên thay $x = -2; y = -4$ vào các đáp án B, C, D. Nhận thấy chỉ có đáp án B thỏa mãn.

» **Câu 27.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?





A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

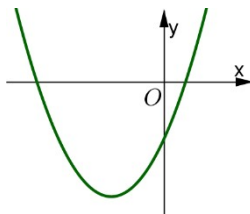
👉 **Lời giải**

Chọn A

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại D.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, C. Chọn A

» **Câu 28.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. $a > 0; b > 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b < 0; c > 0$. **C.** $a > 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a > 0; b > 0; c < 0$.

👉 **Lời giải**

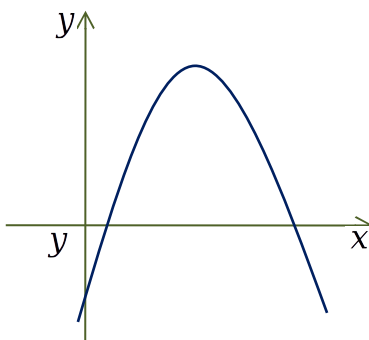
Chọn D

Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c < 0$.

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\frac{b}{2a} < 0$, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$.

» **Câu 29.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta có:

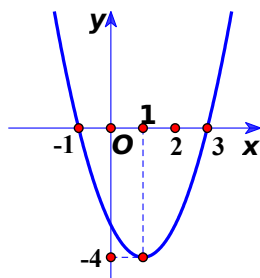
• Bề lõm hướng xuống $\Rightarrow a < 0$.

• Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

• Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Do đó: $a < 0, b > 0, c < 0$.

» **Câu 30.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



- A. -9. B. 9. C. -6. D. 6.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0)$, $B(1; -4)$, $C(3; 0)$

$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

nên có hệ phương trình:

$$\text{Khi đó: } 2a + b + 2c = 2 \cdot 1 - 2 + 2(-3) = -6$$

» **Câu 31.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x + 3$ đạt được tại

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$

Dấu bằng xảy ra khi $x = -1$ nên chọn đáp án B.

» **Câu 32.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng:

- A. $\frac{11}{8}$ B. $\frac{11}{4}$ C. $\frac{4}{11}$ D. $\frac{8}{11}$

👉 **Lời giải**

Chọn D

Hàm số $y = x^2 - 5x + 9$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{11}{4} > 0$.

Suy ra hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ có giá trị lớn nhất là $\frac{2}{\frac{11}{4}} = \frac{8}{11}$.

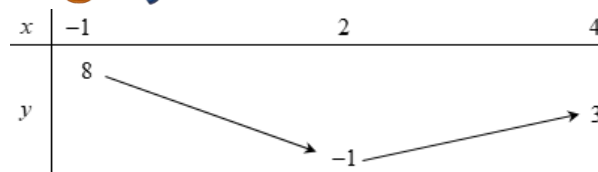
» **Câu 33.** Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ trên miền $[-1; 4]$ là

- A. -1. B. 2. C. 7. D. 8.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Xét trên miền $[-1; 4]$ thì hàm số có bảng biến thiên là



Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 nên tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $8 + (-1) = 7$.

» Câu 34. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4|x| + 3$ là:

A. -1

B. 1

C. 4

D. 3

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có $x^2 \geq 0 \forall x, |x| \geq 0 \forall x$.

Suy ra $x^2 + 4|x| + 3 \geq 3 \forall x$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 3.

» Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = 3$.

B. $T = \frac{1}{2}$.

C. $T = \frac{9}{2}$.

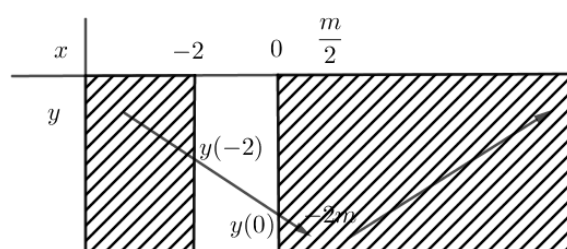
D. $T = -\frac{3}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có đỉnh $I\left(\frac{m}{2}; -2m\right)$.

Do $m > 0$ nên $\frac{m}{2} > 0$. Khi đó đỉnh $I \notin [-2; 0]$.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ là $y(0) = 3$ tại $x = 0$.

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ m_2 = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow S = \{3\}.$$

» Câu 36. Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1 - x$ với $(P): y = x^2 - 2x + 1$ là

A. $x = 0; x = 1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0; x = 2$.

D. $x = 0$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm



$$1 - x = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

» **Câu 37.** Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x - 5$. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số ⁽¹⁾ cắt đường thẳng $y = 4x + m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 + 7$ là

A. -10.

B. 10.

C. -6.

D. 9.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 - 3x - 5 = 4x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 5 - m = 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-m - 5) > 0$

$$\Leftrightarrow 8m + 89 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{89}{8}$$

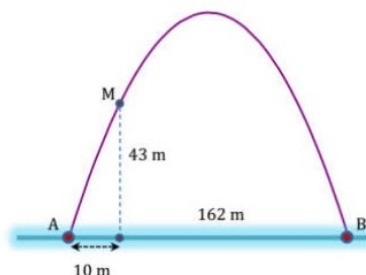
Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của nên theo Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{-5-m}{2} \end{cases}$$

$$2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 + 7 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 - 7x_1x_2 - 7 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 7 \cdot \left(\frac{-5-m}{2}\right) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 70 + 7m = 0 \Leftrightarrow m = -10$$

Vậy $m = -10$ là giá trị cần tìm.

» **Câu 38.** Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.



A. 175,6m.

B. 197,5m.

C. 210m.

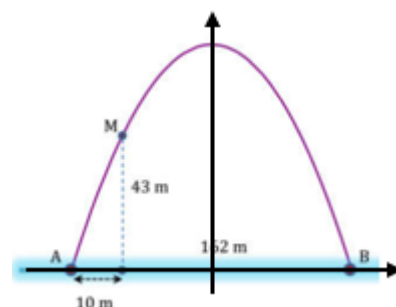
D. 185,6m.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Gắn hệ tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ trùng với trung điểm của AB, tia AB là chiều dương của trục hoành.

Parabol có phương trình $y = ax^2 + c$, đi qua các điểm: $B(81; 0)$ và $M(-71; 43)$ nên ta có hệ





$$\begin{cases} 81^2 a + c = 0 \\ 71^2 a + c = 43 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{81^2 \cdot 43}{81^2 - 71^2} \approx 185.6$$

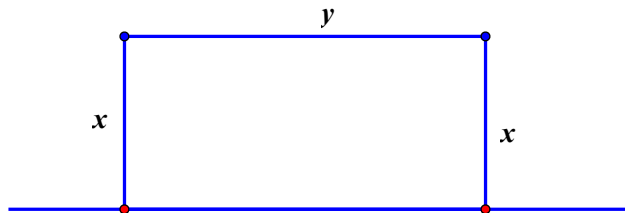
Suy ra chiều cao của cổng là $c \approx 185,6$ m.

» **Câu 39.** Cô Tình có $60m$ lưới muốn rào một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hệ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

- A.** $400m^2$. **B.** $450m^2$. **C.** $350m^2$. **D.** $425m^2$.

👉 **Lời giải**

Chọn B



Gọi hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là x, y ; $0 < x, y < 60$.

Ta có $2x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$.

Diện tích hình chữ nhật là $S = xy = x(60 - 2x) = \frac{1}{2} \cdot 2x(60 - 2x) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2x + 60 - 2x}{x} \right) = 450$.

Vậy diện tích hình chữ nhật lớn nhất là $450(m^2)$, đạt được khi $x = 15, y = 30$.

» **Câu 40.** Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$). Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được?

- A.** $h = 1m$. **B.** $h = 4m$. **C.** $h = 2m$. **D.** $h = 3m$.

👉 **Lời giải**

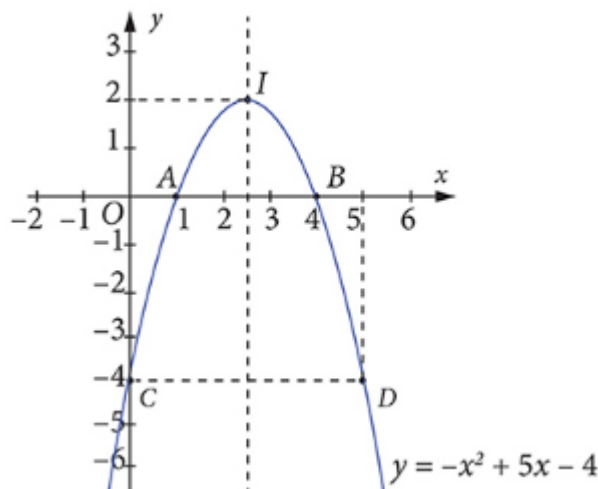
Chọn B

Ta có: $h(t) = -t^2 + 2t + 3 \Leftrightarrow h(t) = -(t - 1)^2 + 4 \Rightarrow \max h(t) = h(1) = 4$.

Vậy quả bóng đạt chiều cao lớn nhất bằng $4m$ tại thời điểm $t = 1$ giây.

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

» **Câu 41.** Xét đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$. Khi đó:





	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$		
(b)	trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$		
(c)	giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$		
(d)	giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(3; 0)$		

🔍 **Lời giải**

(a) có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$

Ta có $a = -1 < 0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới, có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$
» **Chọn ĐÚNG.**

(b) trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.

Và trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.
» **Chọn ĐÚNG.**

(c) giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(3; 0)$.

Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(1; 0)$ và $B(4; 0)$.
» **Chọn SAI.**

» **Câu 42.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + 3$ đi qua điểm $A(2; 15); B(-1; 0)$.

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Trục đối xứng của parabol là $x = -2$.		
(b)	Tọa độ đỉnh của parabol là $I(-2; 3)$.		
(c)	Hệ số $a = 1$ và $b = 4$.		
(d)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.		

🔍 **Lời giải**



Vì parabol $y = ax^2 + bx + 3$ đi qua $A(2;15); B(-1;0)$ nên ta có:
$$\begin{cases} 4a + 2b + 3 = 15 \\ a - b + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy parabol là $(P): y = x^2 + 4x + 3$.

(a) Trục đối xứng của parabol là $x = -2$.

Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 3$ có trục đối xứng là $x = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$.
» Chọn ĐÚNG.

(b) Toạ độ đỉnh của parabol là $I(-2;3)$.

Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 3$ có toạ độ đỉnh là $I(-2; -1)$.
» Chọn SAI.

(c) Hệ số $a=1$ và $b=4$.

Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 3$ có hệ số $a=1$ và $b=4$.
» Chọn ĐÚNG.

(d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
» Chọn ĐÚNG.

» Câu 43. Cho parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = x - 1$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Parabol (P) cắt đường thẳng d hai điểm phân biệt.		
(b)	Giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là $(1;0)$.		
(c)	Parabol (P) cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.		
(d)	Parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 .		

» Lời giải

(a) Parabol (P) cắt đường thẳng d hai điểm phân biệt.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d :

$$x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Suy ra parabol (P) cắt đường thẳng d hai điểm phân biệt.

» Chọn ĐÚNG.

(b) Giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là $(1;0)$.

Giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là $(1;0)$.

» Chọn ĐÚNG.



(c) Parabol (P) cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra parabol (P) cắt trục hoành tại hai điểm.

» **Chọn SAI.**

(d) Parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

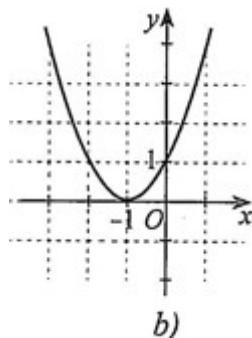
Giao điểm của (P) và trục hoành là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = x^2 - 3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Suy ra parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 44.** Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình:



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$c = 1$		
(b)	$a = 1$		
(c)	$b = 2$		
(d)	$y = x^2 + 2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ bên trên		

» **Lời giải**

(a) $c = 1$

Parabol đi qua điểm $A(0; 1)$ nên suy ra $c = 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $a = 1$

Vì parabol có đỉnh $I(-1; 0)$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 0 \\ a - b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Nên ta có hệ phương trình:

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) $b=2$

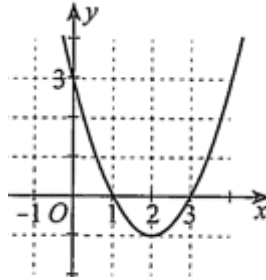
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $y=x^2+2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ bên trên

Vậy hàm số cần tìm là $y=x^2+2x+1$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 45.** Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ ở hình dưới đây



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a > 0;$		
(b)	Toạ độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x=2$		
(c)	Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$		
(d)	x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$		

» **Lời giải**

(a) $a > 0;$

Nhánh cuối của đồ thị đi lên nên $a > 0;$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Toạ độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x=2;$

Toạ độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x=2;$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

Đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$; Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$;

» **Chọn SAI.**

(d) x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$

x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 46.** Cho hàm số $y=x^2+4x-5$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$y \geq 0$ khi $x \in [-5; 1]$.		



(b)	$y \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.		
(c)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -9 .		
(d)	Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$		

👉 **Lời giải**

(a) $y \geq 0$ khi $x \in [-5; 1]$.

$y \geq 0 \Rightarrow y = x^2 + 4x - 5 \geq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

» **Chọn SAI.**

(b) $y \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

$y \leq 0 \Rightarrow y = x^2 + 4x - 5 \leq 0$ khi $x \in [-5; 1]$.

» **Chọn SAI.**

(c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -9 .

Xét hàm số $y = f(x) = x^2 + 4x - 5$, có $a > 0$

Nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ là $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = (-2) = -9$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$

Phương trình hoành độ giao điểm của $d: y = 4x - m$ và đồ thị (P) là:

$$x^2 + 4x - 5 = 4x - m \Leftrightarrow x^2 = 5 - m \quad (*)$$

Xét vế trái của $(*)$ là: $y = f(x) = x^2$, có $a > 0$ suy ra $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = (0) = 0$ là giá trị nhỏ nhất. Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt x_1, x_2 khi $5 - m > 0 \Leftrightarrow m < 5$

Áp dụng hệ thức Viète cho phương trình $(*)$, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 5 \end{cases}$.

Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$. Suy ra $0^2 - 2(m - 5) = 5 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$ (thoả mãn $m < 5$).

Vậy với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 47.** Cho đồ thị hàm số $y = x^2 + 4x + 3$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ đỉnh $I(-2; -1)$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng xuống.		
(c)	Parabol cắt Ox tại các điểm $B(-1;0), C(-3;0)$.		
(d)	Đồ thị parabol như hình bên 		

🔑 **Lời giải**

(a) Tọa độ đỉnh $I(-2; -1)$.

$$y = x^2 + 4x + 3; \quad (a=1, b=4, c=3)$$

Tọa độ đỉnh I của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2, y_I = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 3 = -1$ hay $I(-2; -1)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bề lõm parabol hướng xuống.

Phương trình trục đối xứng parabol: $x = -2$.

Vì $a=1 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

» **Chọn SAI.**

(c) Parabol cắt Ox tại các điểm $B(-1;0), C(-3;0)$.

Parabol cắt Oy tại điểm A với $x_A = 0 \Rightarrow y_A = 3$ hay $A(0;3)$.

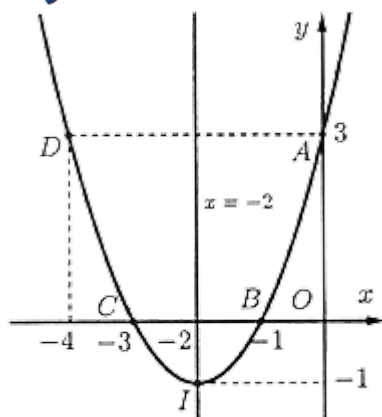
Parabol cắt Ox tại các điểm B, C có hoành độ thỏa $x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$ hay $B(-1;0), C(-3;0)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Đồ thị parabol như hình bên

Lấy điểm D đối xứng với $A(0;3)$ qua đường thẳng $x = -2 \Rightarrow D(-4;3)$.

Qua năm điểm I, A, B, C, D , ta vẽ được parabol như hình bên.



» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 48.** Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ đỉnh $I(2;3)$.		
(b)	Phương trình trục đối xứng parabol: $x=3$.		
(c)	Bề lõm parabol hướng lên.		
(d)	Đồ thị parabol như hình bên 		

👉 **Lời giải**

(a) Tọa độ đỉnh $I(2;3)$.

$$y = x^2 - 4x + 1; \quad (a=1, b=-4, c=1)$$

Tọa độ đỉnh I của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2, y_I = (2)^2 - 4 \cdot 2 + 1 = -3$ hay $I(2; -3)$

» **Chọn SAI.**

(b) Phương trình trục đối xứng parabol: $x=3$.

Phương trình trục đối xứng parabol: $x=2$.

» **Chọn SAI.**

(c) Bề lõm parabol hướng lên.

Vì $a=1 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Đồ thị parabol như hình bên

Nếu ta tìm giao điểm giữa parabol với Ox , tức là giải phương trình

$x^2 - 4x + 1 = 0$ trước, tuy nhiên phương trình này cho ta hai nghiệm vô tỉ (không

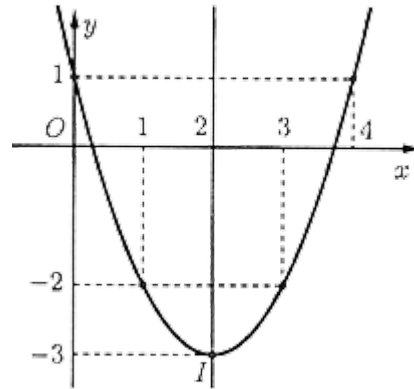


đẹp). Chính vì thế nên ta chọn giải pháp lập bảng giá trị để tìm ra năm cặp $(x; y)$ thỏa mãn hàm số với đỉnh I làm tâm của bảng giá trị đó.

Bảng giá trị

x	0	1	2	3	4
y	1	-2	-3	-2	1

$x = 2$



» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 49.** Cho hàm số $y = -x^2 + 3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ đỉnh I của parabol $I(0;3)$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng lên.		
(c)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$		
(d)	Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$.		

👉 **Lời giải**

(a) Tọa độ đỉnh I của parabol $I(0;3)$.
 $y = -x^2 + 3; (a = -1, b = 0, c = 3)$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Tọa độ đỉnh I của parabol:

$$x_I = -\frac{b}{2a} = 0, y_I = -0^2 + 3 = 3 \quad \text{hay} \quad I(0;3).$$

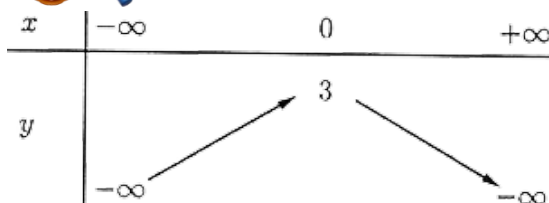
» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bề lõm parabol hướng lên.

Định hướng cho bảng biến thiên: Do $a = -1 < 0$ nên bề lõm parabol hướng xuống.

» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
Bảng biến thiên:



Kết luận:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

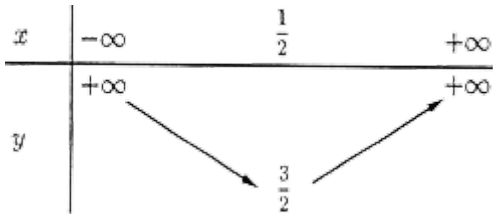
» **Chọn SAI.**

(d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$.

Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$. (Hàm số không có giá trị nhỏ nhất)

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 50.** Cho hàm số $y = 2x^2 - 2x + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng lên		
(c)	Bảng biến thiên: 		
(d)	Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$.		

» **Lời giải**

(a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y = 2x^2 - 2x + 3; (a=2, b=-2, c=3)$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bề lõm parabol hướng lên

$$x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}, y_I = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \text{ hay } I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

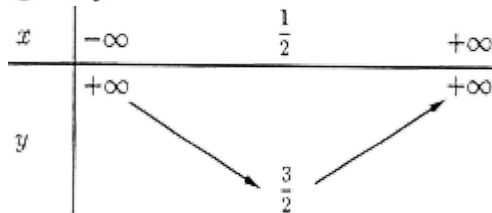
Tọa độ đỉnh I của parabol:

Do $a=2 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Bảng biến thiên:

Bảng biến thiên:



» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y_{\min} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$. (Hàm số không có giá trị lớn nhất).

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 51.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0; 2)$ và có đỉnh $I(2; -1)$. Tính tổng $b + c$

📖 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(0; 2)$ suy ra $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$.

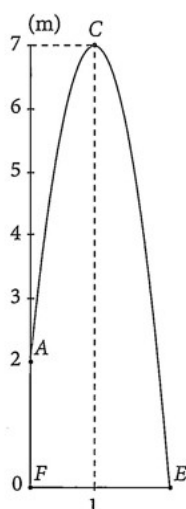
Mặt khác, đỉnh I của parabol có tọa độ là $I(2; -1)$ nên:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$.

Khi đó $b + c = -3 + 2 = -1$

» **Câu 52.** Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F là bao nhiêu mét? Biết rằng vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.*



🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2,2**

Giả sử gốc tọa độ tại điểm F .

Hàm số của đồ thị biểu diễn đường đi của viên bi có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Theo hình vẽ ta có: đồ thị có đỉnh là $C(1; 7)$ và đi qua điểm $A(0; 2)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 7 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b + 2 = 7 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \\ c = 2 \end{cases}$$

Do đó, đồ thị hàm số biểu diễn đường đi của viên bi là $y = -5x^2 + 10x + 2$.

Điểm E là giao điểm của đồ thị với trục hoành nên hoành độ của điểm E là nghiệm

của phương trình $-5x^2 + 10x + 2 = 0$ phương trình này và kết hợp với điều kiện

$$x_E > 0 \text{ ta nhận } x_1 = \frac{5 + \sqrt{35}}{5}.$$

Vậy khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F là $\frac{5 + \sqrt{35}}{5}$ mét.

» **Câu 53.** Cho hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 ; biết (P) đi qua điểm $A(-1; 7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1 . Khi đó có bao nhiêu hàm số parabol thỏa yêu cầu bài toán?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$(P) \text{ đi qua hai điểm } A(-1; 7) \text{ và } B(0; 1) \text{ nên } \begin{cases} a - b + c = 7 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 6 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 6 \\ c = 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } y_{\min} = -\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{4a - b^2}{4a} = -1 \Rightarrow 4a - b^2 = -4a \Rightarrow b^2 - 8a = 0$$



$$b^2 - 8(b+6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=12 \\ b=-4 \end{cases}$$

Thay (1) vào (2):

Với $b=12$ thì $a=18 > 0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y=18x^2+12x+1$.

Với $b=-4$ thì $a=2 > 0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y=2x^2-4x+1$.

» **Câu 54.** Cho parabol $(P): y=3x^2-2x+1$. Điểm $I(a;b)$ là đỉnh của (P) . Giá trị của $S=a+b$ bằng bao nhiêu?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Ta có: hoành độ đỉnh của $(P): y=3x^2-2x+1$ là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$

$$I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Suy ra

$$S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

Vậy

» **Câu 55.** Cho hàm số $y=mx^2-2x-m-1$. Giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m}$, suy ra $y_I = m\left(\frac{1}{m}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{m}\right) - m - 1 = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$

» **Trường hợp 1:** Khi $m < 0$ Hàm số đã cho có đồ thị là Parabol có

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m}$, suy ra $y_I = m\left(\frac{1}{m}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{m}\right) - m - 1 = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$

Khi đó $\max y = y_I = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$ tại điểm $x_I = \frac{1}{m}$.

$$y_I = f(m) = \frac{-m^2 - m - 1}{m} - 1 + 1 = \frac{-m^2 - 2m - 1}{m} + 1 = \frac{-(m+1)^2}{m} + 1 \geq 0 + 1 = 1$$

Vậy $\min y_I = 1$ khi $m = -1$.

» **Trường hợp 2:** Khi $m > 0$ thì hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất, chỉ có giá trị nhỏ nhất.

» **Trường hợp 3:** Khi $m = 0$ thì hàm số $y = -2x - 1$ đã cho là hàm số bậc nhất, không có giá trị lớn nhất.

Vậy $m = -1$.

» **Câu 56.** Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $x\%$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có



tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là $5\%/$ năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan là bao nhiêu triệu đồng? Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

👉 **Lời giải**

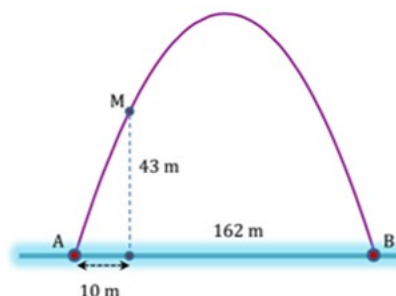
✓ **Trả lời: 55,1**

Nếu gửi ở ngân hàng có lãi suất $5\%/$ năm thì sau 2 năm số tiền cả vốn lẫn lãi

$$50 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2 = 55,125$$

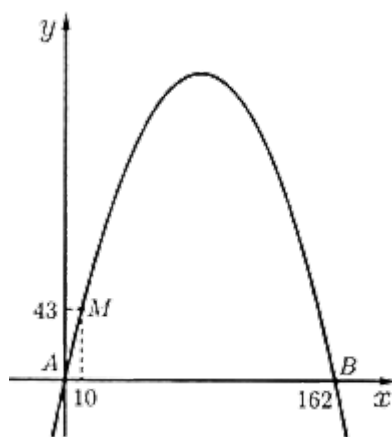
thu được là: (triệu đồng).

» **Câu 57.** Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Độ cao của cổng Arch có kết quả gần đúng dạng $abc,6$ (m) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Với $a;b;c$ là các số tự nhiên. Tính $S=a+b+c$.



👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 14**



Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ

Và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là: $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

Vì parabol qua ba điểm $A(0;0), B(162;0), M(10;43)$ nên

$$\begin{cases} c=0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$

Do vậy ta xác định được hàm số là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.



Đỉnh I của parabol có tọa độ: $x_I = -\frac{b}{2a} = 81, y_I \approx 185,6$.
Vậy, chiều cao của cổng gần bằng $185,6m$.

$$\begin{cases} a=1 \\ b=8 \Rightarrow S=a+b+c=14 \\ c=5 \end{cases}$$

Khi đó

» **Câu 58.** Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là $x^2 - 2x + m - 1 = 0$. (1)

Để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} D' = 2 - m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ p = m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2$$

(1) có hai nghiệm phân biệt dương
Khi đó không tồn tại giá trị nguyên của m .

» **Câu 59.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $(x+1)(x-3) + \sqrt{8+2x-x^2} = 2m$ có nghiệm.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

Điều kiện $-2 \leq x \leq 4$.

Đặt $t = \sqrt{8+2x-x^2} = \sqrt{9-(x-1)^2} \leq 3 \Rightarrow t \in [0; 3]$.

Phương trình đã cho trở thành $-t^2 + t + 5 = 2m$ (1).

Phương trình đã cho có nghiệm khi (1) có nghiệm $t \in [0; 3]$.

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + t + 5$ trên đoạn $[0; 3]$.

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{2}$	3
$f(t)$	5	$\frac{21}{4}$	-1

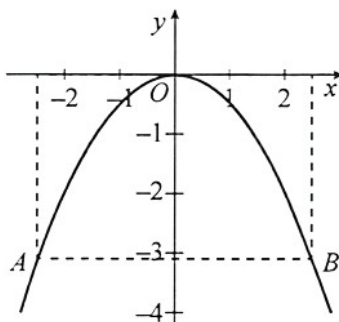
Phương trình $f(t) = 2m$ có nghiệm khi $-1 \leq 2m \leq \frac{21}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{21}{8}$

Vậy $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{21}{8}$.

Khi đó có 3 giá trị nguyên của tham số m

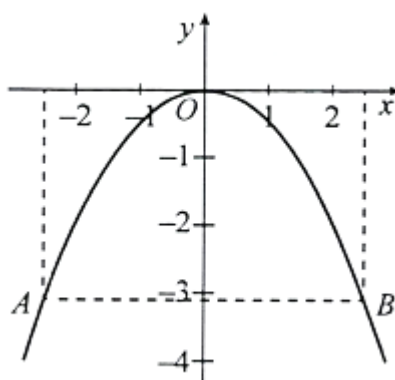


- » **Câu 60.** Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d=5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.



Lời giải

✓ **Trả lời: 3,1**



Gọi A và B là hai điểm ứng với hai chân cổng như hình vẽ.

Vì cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$ và có chiều rộng $d=5$ mét

Nên $AB=5$ và $A\left(-\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right); B\left(\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right)$.

Vậy chiều cao của cổng là: $\left| -\frac{25}{8} \right| = \frac{25}{8} = 3,125$ mét.

----- Hết -----