

# ĐỀ SỐ 6: ĐỀ TỰ LUYỆN BỒI DƯỠNG HSG CẤP HUYỆN LỚP 8

NĂM HỌC: 2023-2024

Thời gian làm bài 120 phút

## I. Phần trắc nghiệm (8,0 điểm) Chọn một phương án đúng

**Câu 1.** Sau khi rút gọn biểu thức  $P = \frac{2x^3 - 7x^2 - 12x + 45}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$  với  $x \neq 3$  và  $x \neq \frac{1}{3}$  là:

A.  $P = \frac{2x + 5}{3x + 1}$

B.  $P = \frac{2x - 5}{3x - 1}$

C.  $P = \frac{2x - 5}{3x + 1}$

D.  $P = \frac{2x + 5}{3x - 1}$

**Câu 2:** Công thức đổi từ đơn vị độ C sang đơn vị độ F là:  $F = 1,8C + 32$ . Hỏi ở nhiệt độ 2 độ C sẽ có giá trị bằng bao nhiêu độ F?

A. 35,6

B. 33,8

C. 3,6

D. 34

**Câu 3.** Cho  $a + b = 7$  và  $a^2 + b^2 = 25$ . Giá trị của biểu thức  $A = a^4 + b^4$  là:

A. 335

B. 337

C. 339

D. Một số khác

**Câu 4:** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2}x + 3$  với trục tung là:

A. (0;3)

B. (0;-3)

C. (3;0)

D. (-3;0)

**Câu 5.** Bạn An gieo một con xúc xắc 50 lần và thống kê kết quả các lần gieo ở bảng sau:

| Mặt              | 1 chấm | 2 chấm | 3 chấm | 4 chấm | 5 chấm | 6 chấm |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Số lần xuất hiện | 10     | 8      | 6      | 12     | 4      | 10     |

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Gieo được mặt 4 chấm” là bao nhiêu % ?

A. 24%

B. 25%

C. 26%

D. 27%

**Câu 6.** Giá trị a,b sao cho  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$  chia hết cho đa thức  $g(x) = x^2 + x - 2$  là:

A.  $a=-2; b=-4$

B.  $a=-2; b=4$

C.  $a=2; b=4$

D.  $a=2; b=-4$

**Câu 7.** Cho đa thức  $f(x)$  biết:  $f(x)$  chia cho  $x-2$  dư 5;  $f(x)$  chia cho  $x-3$  dư 7; khi  $f(x)$  chia cho  $(x-2)(x-3)$  được thương là  $x^2 - 1$ , đa thức dư là:

A.  $2x-1$

B. 1

C.  $2x$

D.  $2x+1$

**Câu 8.** Cho đa thức  $P(x) = x^4 + x^3 + 6x^2 - 40x + m - 1979$ . Giá trị  $m$  sao cho  $P(x)$  chia hết cho  $x - 2$  là:

A. 1979

B. 2011

C. 2017

D. Một số khác

**Câu 9.** Một đa giác đều có tổng số đo tất cả các góc ngoài và một góc trong của đa giác bằng  $504^\circ$ . Đa giác có số cạnh là:

A. 8

B. 10

C. 12

D. Một kết quả khác

**Câu 10.** Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng  $54\text{cm}^2$  và  $96\text{cm}^2$ . Độ dài cạnh huyền đó là:

A. 16cm

B. 18cm

C. 25cm

D. 32cm

**Câu 11.** Một hình thang cân có đường chéo vuông góc với cạnh bên. Biết đáy nhỏ 14cm và đáy lớn 50 cm. Diện tích hình thang đó là:

A.  $248\text{cm}^2$ .

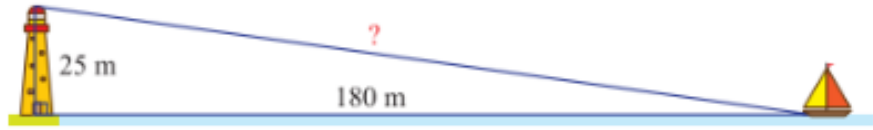
B.  $496\text{cm}^2$ .

C.  $768\text{cm}^2$ .

D. Một số khác

**Câu 12:** Một con thuyền đang neo ở một điểm cách chân tháp hải đăng  $180m$ . Biết tháp hải đăng cao  $25m$ . Khoảng cách từ thuyền đến đỉnh tháp hải đăng bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười):

- A.  $181,7m$ ; B.  $205,7m$   
C.  $185,7m$ ; D.  $195,7m$



**Câu 13:** Tứ giác  $ABCD$  có  $A = 100^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh  $B$  bằng  $110^\circ$ ,  $C = 75^\circ$ . Số đo góc  $D$  bằng:

- A.  $110^\circ$ ; B.  $115^\circ$ ; C.  $120^\circ$ ; D.  $75^\circ$

**Câu 14:** Cho hình thang cân  $ABCD$  với  $AB \parallel CD$  có hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BD$  và  $AC$ . Biết rằng  $MD = 2MO$ , đáy lớn  $CD = 18 \text{ cm}$ . Khi đó, độ dài đoạn thẳng  $MN$  là:

- A.  $6 \text{ cm}$  B.  $9 \text{ cm}$  C.  $12 \text{ cm}$  D.  $27 \text{ cm}$

**Câu 15.** Cho hình bình hành  $ABCD$ .  $M$  là một điểm bất kì trên cạnh  $CD$ .  $AM$  cắt  $BD$  ở  $O$ . Ta có:

- A.  $S_{ABO} = S_{DMO} + S_{BMC}$  B.  $S_{ABC} = S_{DMO} + S_{BMC}$  C.  $S_{ABD} = S_{DMO} + S_{BMC}$  D.  $S_{ABC} = S_{DMO} + S_{MAC}$

**Câu 16:** Giá trị của một chiếc máy tính bảng sau khi sử dụng  $t$  năm được cho bởi công thức:  $V(t) = 9800000 - 1200000t$  (đồng). Một chiếc máy tính sau khi sử dụng được bốn năm thì giá trị của chiếc máy tính này còn bao nhiêu triệu đồng?

- A. 5 triệu đồng; B. 4,8 triệu đồng; C. 0,5 triệu đồng; D. 50 triệu đồng.

## II. Phần tự luận (12,0 điểm)

**Câu 1(3,5 điểm):**

- a. Chứng minh rằng:  $n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n : 384$  với  $\forall n$  chẵn,  $n \geq 4$   
b. Cho  $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + k(k+1)(k+2)$ . Chứng minh rằng  $4S + 1$  là số chính phương.

**Câu 2 (3,0 điểm):** a. Giải phương trình sau:  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

b. Cho đa thức:  $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

Biết  $P(1) = -1$ ;  $P(-2) = 5$ ;  $P(3) = 15$ ;  $P(-4) = 29$ ;  $P(5) = 47$ . Tính  $P(39)$

**Câu 3 (4,5 điểm):** Cho hình bình hành  $ABCD$ , lấy điểm  $M$  trên  $BD$  sao cho  $MB \neq MD$ . Đường thẳng qua  $M$  và song song với  $AB$  cắt  $AD$  và  $BC$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ . Đường thẳng qua  $M$  và song song với  $AD$  cắt  $AB$  và  $CD$  lần lượt tại  $K$  và  $H$

- a. Chứng minh  $KF \parallel EH$   
b. Chứng minh: các đường thẳng  $EK, HF, BD$  đồng quy  
c. Chứng minh:  $S_{MKA E} = S_{MHCF}$

**Câu 4 (1,0 điểm):** Chứng minh rằng trong mọi tam giác ta luôn có:  $\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \geq 2 \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ .

Trong đó:  $a, b, c$  là độ dài các cạnh,  $p$  là nửa chu vi của  $\Delta ABC$

---Hết---

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

### I. Phần trắc nghiệm (8,0 điểm) Mỗi câu đúng 0,5 điểm

|               |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <b>Câu</b>    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| <b>Đáp án</b> | D  | A  | B  | A  | A  | C  | D  | B  | B  | C  |
| <b>Câu</b>    | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| <b>Đáp án</b> | C  | A  | A  | A  | A  | A  |    |    |    |    |

### HƯỚNG DẪN CHẤM

**Câu 1:** Cho biểu thức  $B = \frac{2x^3 - 7x^2 - 12x + 45}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

Rút gọn B

***Giải***

a) Phân tích mẫu:  $3x^3 - 19x^2 + 33x - 9 = (3x^3 - 9x^2) - (10x^2 - 30x) + (3x - 9)$   
 $= (x - 3)(3x^2 - 10x + 3) = (x - 3)[(3x^2 - 9x) - (x - 3)] = (x - 3)^2(3x - 1)$

Đkxđ:  $(x - 3)^2(3x - 1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3 \text{ và } x \neq \frac{1}{3}$

b) Phân tích tử, ta có:

$2x^3 - 7x^2 - 12x + 45 = (2x^3 - 6x^2) - (x^2 - 3x) - (15x - 45) = (x - 3)(2x^2 - x - 15)$   
 $= (x - 3)[(2x^2 - 6x) + (5x - 15)] = (x - 3)^2(2x + 5)$

Với  $x \neq 3$  và  $x \neq \frac{1}{3}$

Thì  $B = \frac{2x^3 - 7x^2 - 12x + 45}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9} = \frac{(x - 3)^2(2x + 5)}{(x - 3)^2(3x - 1)} = \frac{2x + 5}{3x - 1}$

**Câu 2:** Tính  $C = 1.4 + 2.5 + 3.6 + 4.7 + \dots + 2017.2020$

***Lời giải***

Ta thấy:  $1.4 = 1.(1 + 3)$

$2.5 = 2.(2 + 3)$

$3.6 = 3.(3 + 3)$

$4.7 = 4.(4 + 3)$

.....

$n(n + 3) = n(n + 1) + 2n$

Vậy  $C = 1.2 + 2.1 + 2.3 + 2.2 + 3.4 + 2.3 + \dots + n(n + 1) + 2n$

$= 1.2 + 2 + 2.3 + 4 + 3.4 + 6 + \dots + n(n + 1) + 2n$

$= [1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1)] + (2 + 4 + 6 + \dots + 2n)$

$$\begin{aligned}
3C &= 3.[1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1)] + 3.(2 + 4 + 6 + \dots + 2n) = \\
&= 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + n(n+1).3 + 3.(2 + 4 + 6 + \dots + 2n) = \\
&= n(n+1)(n+2) + \frac{3(2n+2)n}{2} \Rightarrow C = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} + \frac{3(2n+2)n}{2} = \frac{n(n+1)(n+5)}{3}
\end{aligned}$$

**Câu 3.** Cho  $a + b = 7$  và  $a^2 + b^2 = 25$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = a^4 + b^4$

$$\begin{aligned}
\text{Ta có } a + b = 7 &\Rightarrow (a + b)^2 = 49 \\
&\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 49 \\
&\Rightarrow 25 + 2ab = 49 \text{ (vì } a^2 + b^2 = 25) \\
&\Rightarrow 2ab = 24 \\
&\Rightarrow ab = 12 \\
\text{Mà } A = a^4 + b^4 &= (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 \\
&\Rightarrow A = 25^2 - 2.12^2 \\
&= 625 - 288 \\
&= 337
\end{aligned}$$

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{x}{2} + \frac{3-2x}{5} \geq \frac{3x-5}{6}$  là:

$$\begin{aligned}
&* \frac{x}{2} + \frac{3-2x}{5} \geq \frac{3x-5}{6} \\
&\Leftrightarrow 15x + 18 - 12x \geq 15x - 30 \Leftrightarrow -12x \geq -48 \\
&\hspace{25em} (2) \\
&\Leftrightarrow x \leq 4
\end{aligned}$$

**Câu 5.** Tổng các nghiệm của pt  $|x-2010| + |x-2011| = 2012$  (1)

Nếu  $x \leq 2010$  từ (1) suy ra :  $2010 - x + 2011 - x = 2012 \Rightarrow x = 2009 : 2$  (lấy)  
 Nếu  $2010 < x < 2011$  từ (1) suy ra :  $x - 2010 + 2011 - x = 2012$  hay  $1 = 2012$  (loại)  
 Nếu  $x \geq 2011$  từ (1) suy ra :  $x - 2010 + x - 2011 = 2012 \Rightarrow x = 6033 : 2$  (lấy)  
 Vậy giá trị  $x$  là :  $2009 : 2$  hoặc  $6033 : 2$

**Câu 6.** Tìm  $a, b$  sao cho  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$  chia hết cho đa thức  $g(x) = x^2 + x - 2$

Ta có :  $g(x) = x^2 + x - 2 = (x-1)(x-2)$  Vì  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$  chia hết cho đa thức  $g(x) = x^2 + x - 2$  .Nên tồn tại một đa thức  $q(x)$  sao cho  $f(x) = g(x).q(x)$

$$\rightarrow ax^3 + bx^2 + 10x - 4 = (x-2).(x-1).q(x)$$

$$\text{Với } x=1 \rightarrow a+b+6=0 \rightarrow b=-a-6(1)$$

$$\text{Với } x=-2 \rightarrow 2a-b+6=0(2)$$

Thay (1) vào (2) . Ta có :  $a=2$  &  $b=4$

**Câu 7:** Tìm đa thức  $f(x)$  biết:  $f(x)$  chia cho  $x-2$  dư 5;  $f(x)$  chia cho  $x-3$  dư 7;  $f(x)$  chia cho  $(x-2)(x-3)$  được thương là  $x^2-1$  và đa thức dư bậc nhất đối với  $x$  .

Gọi dư trong phép chia  $f(x)$  cho  $x^2 - 1$  là  $ax + b$

Ta có :  $f(x) = (x - 2)(x - 3)(x^2 - 1) + ax + b$

Theo bài ra :  $f(2) = 5$  nên ta có  $2a + b = 5$  ;  $f(3) = 7$  nên  $3a + b = 7$

HS tính được  $a = 2$  ;  $b = 1$

Vậy đa thức cần tìm là :  $f(x) = (x - 2)(x - 3)(x^2 - 1) + 2x + 1$

**Câu 8.** Cho đa thức  $P(x) = x^4 + x^3 + 6x^2 - 40x + m - 1979$ .

a) Tìm  $m$  sao cho  $P(x)$  chia hết cho  $x - 2$ .

$$P(x) = (x - 2)(x^3 + 3x^2 + 12x - 16) + m - 2011$$

Do đó  $P(x)$  chia hết cho  $(x - 2) \Leftrightarrow m - 2011 = 0$

$$\Leftrightarrow m = 2011$$

**Câu 9.** Một đa giác đều có tổng số đo tất cả các góc ngoài và một góc trong của đa giác bằng  $504^\circ$ . Hỏi đa giác có mấy cạnh

- Gọi đa giác cần tìm có  $n$  cạnh

- Tổng số đo các góc của tam giác đó là  $(n - 2).180^\circ$

$\Rightarrow$  số đo một góc trong của tam giác đó là:  $\frac{(n - 2).180^\circ}{n}$

- Do tổng số đo các góc ngoài của một tam giác là  $360^\circ$  nên ta có  $360^\circ + \frac{(n - 2).180^\circ}{n} =$

$$504^\circ \Rightarrow n = 10$$

- Vậy đa giác cần tìm là thập giác đều.

**Câu 10.** Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng  $54\text{cm}^2$  và  $96\text{cm}^2$ . Độ dài cạnh huyền đó là:  $25\text{cm}$  (Bồi dưỡng HSG toán Hình học 8 Trang 123)

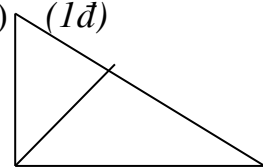
**Câu 11.** Một hình thang cân có đường chéo vuông góc với cạnh bên. Biết đáy nhỏ  $14\text{cm}$  và đáy lớn  $50\text{cm}$ . Diện tích hình thang đó là:  $768\text{cm}^2$  (Bồi dưỡng HSG hình học 9 Trang 18)

**Câu 12.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Phân giác góc A cắt cạnh huyền BC tại D. Đường thẳng vuông góc với BC tại D cắt AC tại E. Chứng minh :  $DB = DE$ .

$$\triangle ABC \quad \triangle DEC \quad (2 \triangle \text{ vuông có góc } C \text{ chung}) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DC} \quad (1) \quad (1đ)$$

$$\triangle ABC \text{ có AD là phân giác} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} \quad (2) \quad (1đ)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $DB = DE$ .  $(1đ)$



**Câu 13.** Cho hình thang cân ABCD có góc  $ACD = 60^\circ$ , O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của OA, OD, BC. Tam giác EFG là tam giác gì? Vì sao?

- Hình vẽ

- Chứng minh:  $\triangle ACD = \triangle BDC$  (c.g.c)

$\Rightarrow \angle ACD = \angle BDC$  và  $\angle ACD = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle OCD$  là các tam giác đều.

- Trong  $\triangle OCD$  cân tại C có CF là trung tuyến

$\Rightarrow \triangle BFC$  vuông tại F

- Xét  $\triangle BFC$  vuông tại F có:

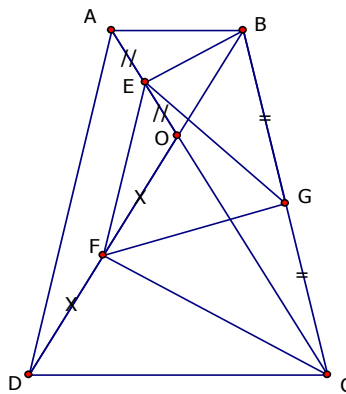
$BG = GC \Rightarrow FG = \frac{1}{2} BC$

- Chứng minh tương tự:  $EG = \frac{1}{2} BC$

- Xét  $\triangle AOD$  có:  $AE = EO$  và  $DF = FO$  (gt)

$\Rightarrow EF$  là đường trung bình của  $\triangle AOD \Rightarrow EF = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} BC$

- Suy ra  $EF = EG = FG$  nên  $\triangle EFG$  đều

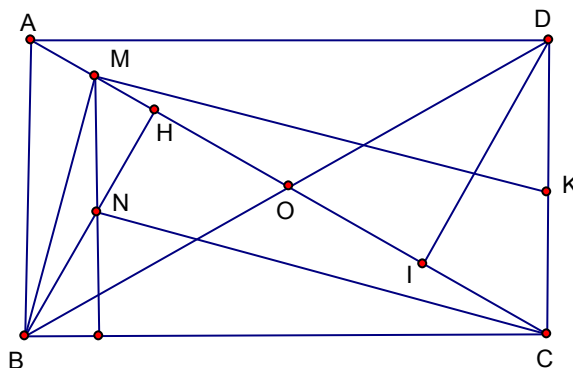


**Câu 14.** Cho hình chữ nhật ABCD, H và I lần lượt là hình chiếu của B và D trên AC, gọi M, O, K lần lượt là trung điểm của AH, HI và CD.

a) Chứng minh: B và D đối xứng qua O

b) Chứng minh:  $BM \perp MK$

Vẽ hình đúng cho câu a)



a)-Chứng minh tứ giác BHDI là hình bình hành

-có O là trung điểm của HI (gt)  $\Rightarrow$  O là trung điểm của BC

$\Rightarrow$  B và D đối xứng qua O

b) Qua M, kẻ đường thẳng song song với AB cắt BH tại N

$\Rightarrow MN \perp BC$ , và N là trung điểm của BH

$\Rightarrow MN$  là đường trung bình của tam giác AHB

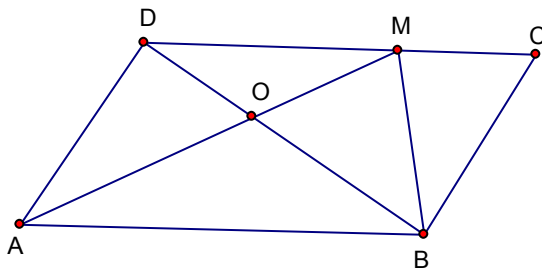
$\Rightarrow MN \parallel AB$  và  $MN = \frac{1}{2} AB$

\* Chứng minh tứ giác MNCK là hình bình hành  $\Rightarrow CN \parallel KM$  <sup>(1)</sup>

\* Tam giác BMC có N là trực tâm  $\Rightarrow CN \perp BM$  <sup>(2)</sup>

Từ (1) và (2) suy ra  $BM \perp MK$

**Câu 15.** Cho hình bình hành ABCD. M là một điểm bất kì trên cạnh CD. AM cắt BD ở O. Chứng minh rằng:  $S_{ABO} = S_{DMO} + S_{BMC}$



-Chứng minh:  $S_{ADB} = S_{AMB} \Rightarrow S_{ADO} = S_{BOM}$  (1)

-Chứng minh:  $S_{ADB} = S_{BCD}$

$\Rightarrow S_{DAO} + S_{AOB} = S_{DOM} + S_{BOM} + S_{BMC}$  (2)

Từ (1) và (2) Suy ra  $S_{ABO} = S_{DOM} + S_{BMC}$

**Câu 16:** Trong một hội nghị có 100 người tham dự, trong đó có 10 người không biết tiếng Nga và tiếng Anh, có 75 người biết tiếng Nga và 83 người biết Tiếng Anh. Hỏi trong hội nghị có bao nhiêu người biết cả 2 thứ tiếng Nga và Anh?

**Bài giải:**

**Cách 1 :** Số người biết ít nhất 1 trong 2 thứ tiếng Nga và Anh là :

$100 - 10 = 90$  (người).

Số người chỉ biết tiếng Anh là :

$90 - 75 = 15$  (người)

Số người biết cả tiếng Nga và tiếng Anh là :

$83 - 15 = 68$  (người)

**Cách 2 :** Số người biết ít nhất một trong 2 thứ tiếng là :

$100 - 10 = 90$  (người).

Số người chỉ biết tiếng Nga là :

$90 - 83 = 7$  (người).

Số người chỉ biết tiếng Anh là :

$90 - 75 = 15$  (người).

Số người biết cả 2 thứ tiếng Nga và Anh là :

$90 - (7 + 15) = 68$  (người)

## II. Phần tự luận (12,0 điểm)

**Câu 1(3,0 điểm):** a. CMR:  $n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n : 384$  với  $\forall n$  chẵn,  $n \geq 4$

**Giải**

Vì  $n$  chẵn,  $n \geq 4$  ta đặt  $n = 2k$ ,  $k \geq 2$

Ta có  $n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n = 16k^4 - 32k^3 - 16k^2 + 32k$

$=$  đặt  $16k(k^3 - 2k^2 - k + 2)$

$=$  đặt  $16k(k - 2)(k - 1)(k + 1)$

Với  $k \geq 2$  nên  $k - 2$ ,  $k - 1$ ,  $k + 1$ ,  $k$  là 4 số tự nhiên liên tiếp nên trong 4 số đó có 1 số chia hết cho 2 và 1 số chia hết cho 4.  $\Rightarrow (k - 2)(k - 1)(k + 1)k : 8$

Mà  $(k - 2)(k - 1)k : 3$  ;  $(3, 8) = 1$

$$\Rightarrow (k-2)(k-1)(k+1)k : 24$$

$$\Rightarrow 16(k-2)(k-1)(k+1)k : (16, 24)$$

$$\text{Vậy } n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n : 384 \text{ với } \forall n \text{ chẵn, } n \geq 4$$

b. Cho  $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + k(k+1)(k+2)$

Chứng minh rằng  $4S + 1$  là số chính phương.

$$\text{Ta có } k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4} k(k+1)(k+2).4 = \frac{1}{4} k(k+1)(k+2).[(k+3) - (k-1)]$$

$$= \frac{1}{4} k(k+1)(k+2)(k+3) - \frac{1}{4} k(k+1)(k+2)(k-1)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{4} .1.2.3.4 - \frac{1}{4} .0.1.2.3 + \frac{1}{4} .2.3.4.5 - \frac{1}{4} .1.2.3.4 + \dots + \frac{1}{4} k(k+1)(k+2)(k+3) - \frac{1}{4}$$

$$k(k+1)(k+2)(k-1) = \frac{1}{4} k(k+1)(k+2)(k+3)$$

$$4S + 1 = k(k+1)(k+2)(k+3) + 1$$

Theo kết quả  $\Rightarrow k(k+1)(k+2)(k+3) + 1$  là số chính phương.

**Câu 2 (3,0 điểm):** a. Giải phương trình sau:  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x^3 + 2x^2) - (x + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+2) - (x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ hay } x = 1 \text{ hay } x = -1$$

b. Cho đa thức:  $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

Biết  $P(1) = -1; P(-2) = 5; P(3) = 15; P(-4) = 29; P(5) = 47$ . Tính  $P(39)$

### Hướng dẫn

Dự đoán

$$P(1) = -1 = 2 \cdot 1^2 - 3; P(-2) = 5 = 2 \cdot (-2)^2 - 3; P(3) = 15 = 2 \cdot 3^2 - 3$$

$$P(-4) = 29 = 2 \cdot (-4)^2 - 3; P(5) = 47 = 2 \cdot 5^2 - 3$$

$$\text{Xét đa thức } P'(x) = P(x) - (2x^2 - 3)$$

$$\text{Dễ thấy } P'(1) = P'(-2) = P'(3) = P'(-4) = P'(5) = 0$$

Suy ra  $1; -2; 3; -4; 5$  là nghiệm của đa thức  $P'(x)$

Vì hệ số của  $x^5$  là 1 nên  $P'(x)$  được xác định như sau

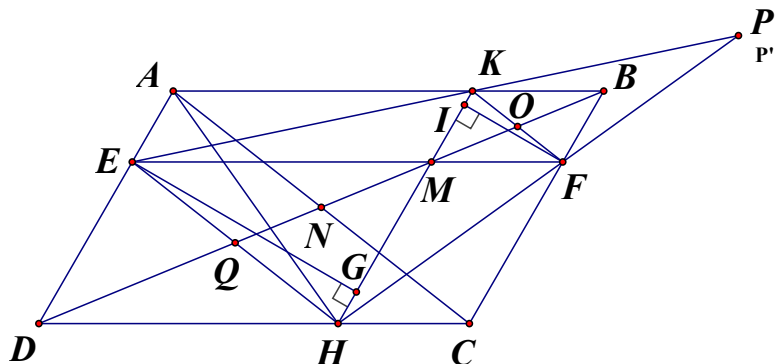
$$P'(x) = (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)(x-5)$$

$$\text{Vì vậy } P(x) = (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)(x-5) + 2x^2 - 3$$

$$\text{Từ đó ta tính được } P(39) = 38.41.36.43.34 + 2.39^2 - 3 = \mathbf{82003695}$$

**Câu 3 (4,5 điểm):**

Cho hình bình hành  $ABCD$ , lấy điểm  $M$  trên  $BD$  sao cho  $MB \neq MD$ . Đường thẳng qua  $M$  và song song với  $AB$  cắt  $AD$  và  $BC$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ . Đường thẳng qua  $M$  và song song với  $AD$  cắt  $AB$  và  $CD$  lần lượt tại



$K$  và  $H$

1. Chứng minh  $KF \parallel EH$

2. Chứng minh: các đường thẳng  $EK, HF, BD$  đồng quy

3. Chứng minh:  $S_{MKAE} = S_{MHCF}$

### Lời giải

1) Chứng minh được:  $\frac{MF}{ME} = \frac{BF}{DE} = \frac{BF}{FC}$  (hệ quả định lí Ta – lét )

Chứng minh được:  $\frac{BK}{AK} = \frac{MB}{MD} = \frac{MF}{ME}$  (định lí Ta – lét )

Suy ra  $\frac{BK}{AK} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow KF \parallel AC$  (định lí Ta – lét đảo)

Chứng minh tương tự ta có:  $EH \parallel AC$

Kết luận  $KF \parallel EH$

2) Gọi giao điểm của  $BD$  với  $KF$  và  $HE$  lần lượt là  $O$  và  $Q$ .  $N$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Chứng minh được  $\frac{OK}{OF} = \frac{QE}{QH} = 1$

Gọi giao điểm của đường thẳng  $EK$  và  $HF$  là  $P$ , giao điểm của đường thẳng  $EK$  và  $DB$  là  $P'$ .

Chứng minh được  $P$  và  $P'$  trùng nhau.

Kết luận các đường thẳng  $EK, HF, BD$  đồng quy tại  $P$ .

3) Kẻ  $EG$  và  $FI$  vuông góc với  $HK$ ,  $I$  và  $G$  thuộc  $HK$ .

Chỉ ra được:  $S_{MKAE} = MK.EG$ ;  $S_{MHCF} = MH.FI$

Chứng minh được:  $\frac{MK}{MH} = \frac{KB}{HD}$

Suy ra  $\frac{MK}{MH} = \frac{MF}{ME}$

Chứng minh được:  $\frac{MF}{ME} = \frac{FI}{EG}$

Suy ra  $\frac{MK}{MH} = \frac{FI}{EG}$ , suy ra  $MK.EG = MH.FI$

Suy ra  $S_{MKAE} = S_{MHCF}$  (đpcm).

**Câu 4 (1,0 điểm):** Chứng minh rằng trong mọi tam giác ta luôn có :  $\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \geq 2 \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$

Trong đó: a, b, c là độ dài các cạnh, p là nửa chu vi của  $\Delta ABC$

\* *Giải:*

+ Ta có: 
$$\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} \geq \frac{4}{(p-a) + (p-b)} = \frac{4}{c} \quad <1>$$

$$\frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \geq \frac{4}{(p-b) + (p-c)} = \frac{4}{a} \quad <2>$$

$$\frac{1}{p-c} + \frac{1}{p-a} \geq \frac{4}{(p-c) + (p-a)} = \frac{4}{b} \quad <3>$$

+ Cộng từng vế <1>, <2>, <3> ta đ-ợc:

$$2 \cdot \left( \frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \right) \geq 4 \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \right) \geq 2 \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

- Dấu đẳng thức xảy ra khi : a = b = c, tức là  $\Delta ABC$  đều.

---Hết---