

Người làm: Nguyễn Tiến Thịnh

Zalo: Thịnh Nguyễn

- số đt zalo: 0868697696

Email: thinhuyen7879@gmail.com

**CD1\_(301-330;331-360): TÌM ẢN CHƯA BIẾT\_NGUYỄN TIẾN THỊNH**

**Dạng 1. Tìm  $x$  thông thường**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Quốc Oai - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $2x - \frac{1}{5} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

**Lời giải**

$$2x - \frac{1}{5} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{4}{5}x = -\frac{3}{10} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{8}$$

Vậy  $x = -\frac{3}{8}$ .

**Câu 2. (HSG 7 huyện Hòa Bình 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{2} - x : \frac{3}{5} = 2$

**Lời giải**

$$\frac{1}{2} - x : \frac{3}{5} = 2$$

$$x : \frac{3}{5} = \frac{1}{2} - 2$$

$$x : \frac{3}{5} = -\frac{3}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5}$$

$$x = -\frac{9}{10}$$

Vậy  $x = -\frac{9}{10}$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Anh Sơn - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $3(x - 2) + \frac{2}{5} = 4$

**Lời giải**

$$3(x - 2) + \frac{2}{5} = 4$$

$$\Leftrightarrow 3(x - 2) = 4 - \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 3(x-2) = \frac{18}{5}$$

$$\Rightarrow x-2 = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow x = 3\frac{1}{5}$$

$$x = 3\frac{1}{5}$$

Vậy

**Câu 4. (HSG 7 trường Trục Tĩnh 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $2(x-1) - 3(2x+2) - 4(2x+3) = 16$

**Lời giải**

$$2(x-1) - 3(2x+2) - 4(2x+3) = 16$$

$$2x-2-6x-6-8x-12=16$$

$$-12x-20=16$$

$$\Rightarrow x = -3$$

Vậy  $x = -3$ .

**Câu 5. (HSG 7 huyện 2015 - 2016)**

Tìm  $x$ , biết:  $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

**Lời giải**

$$-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5}x + \frac{5}{4}x = \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{26}{20}x + \frac{5}{4}x = \frac{13}{14} \Rightarrow \frac{49}{20}x = \frac{13}{14} \Rightarrow x = \frac{130}{343}$$

$$x = \frac{130}{343}$$

Vậy

**Câu 6. (HSG 7 huyện Thái Thụy- 2015 - 2016)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{2} : 2x = -\frac{1}{3}$

**Lời giải**

$$\frac{1}{2} : 2x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{4}x = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

Vậy

**Câu 7. (HSG 7 huyện Phú Thiện 2015 - 2016)**

Tìm  $x$ , biết:  $2(x-1) - 3(2x+2) - 4(2x+3) = 16$

**Lời giải**

$$2(x-1) - 3(2x+2) - 4(2x+3) = 16$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 - 6x - 6 - 8x - 12 = 16$$

$$\Leftrightarrow -12x - 20 = 16$$

$$\Leftrightarrow -12x = 36 \Leftrightarrow x = -3$$

Vậy  $x = -3$ .

**Câu 8. (HSG 7 trường Ân Tường Đông 2014 - 2015)**

Tìm  $x$ , biết:

$$a) \frac{3}{4} + \frac{2}{5}x = \frac{29}{60}$$

$$b) \frac{2}{3}x - 0,6\frac{2}{3} = 1$$

**Lời giải**

$$a) \frac{3}{4} + \frac{2}{5}x = \frac{29}{60}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{5}x = \frac{29}{60} - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{15} : \frac{2}{5} = -\frac{2}{3}$$

Vậy  $x = -\frac{2}{3}$ .

$$b) \frac{2}{3}x - 0,6\frac{2}{3} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{6}{10}\frac{2}{3} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{3}{5} = \frac{17}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x = \frac{17}{5} + \frac{3}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 4 : \frac{2}{3} = \frac{12}{2} = 6$$

Vậy  $x = 6$ .

**Dạng 2. Đưa về dạng tích bằng 0**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải 2016 - 2017; trường Hiền Quan 2015 - 2016; huyện Khoái Châu 2014 - 2015))**

Tìm  $x$ , biết:  $x - 3\sqrt{x} = 0$  ( $x \geq 0$ )

**Lời giải**

$$x - 3\sqrt{x} = 0 \quad (x \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 9 \end{cases}$$

Vậy  $x \in \{0; 9\}$ .

**Câu 2. (HSG 7 huyện Nga Sơn 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $x^2(x+2) + 4(x+2) = 0$

**Lời giải**

$$x^2(x+2) + 4(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 4)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \quad (\text{do } x^2 + 4 > 0 \text{ với mọi } x)$$

Vậy  $x = -2$ .

**Câu 3. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $(2x+1)^4 = (2x+1)^6$

**Lời giải**

$$(2x+1)^4 = (2x+1)^6$$

$$\Leftrightarrow (2x+1)^6 - (2x+1)^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+1)^4[(2x+1)^2 - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2x+1)^4 = 0 \\ (2x+1)^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 = 0 \\ 2x+1 = 1 \\ 2x+1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy  $x \in \{-\frac{1}{2}; 0; -1\}$ .

**Câu 4. (HSG 7 huyện Quốc Oai - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ :  $(x-3)^{x+2} - (x-3)^{x+8} = 0$

**Lời giải**

$$(x-3)^{x+2} - (x-3)^{x+8} = 0 \Leftrightarrow (x-3)^{x+2}[(x-3)^6 - 1] = 0$$

$$\begin{aligned} & \text{p } \begin{cases} x-3=0 \\ (x-3)^6=1 \end{cases} \quad \text{p } \begin{cases} x-3=1 \\ x-3=-1 \end{cases} \quad \text{p } \begin{cases} x=3 \\ x=4 \\ x=2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } x \in \{2; 3; 4\}$$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $(x+2)^{n+1} = (x+2)^{n+1}$  với  $n$  là số tự nhiên

**Lời giải**

$$(x+2)^{n+1} = (x+2)^{n+1}$$

$$\text{p } (x+2)^{n+1} - (x+2)^{n+1} = 0$$

$$\text{p } \begin{cases} (x+2)^{n+1} \\ (x+2)^{10} \end{cases} - \begin{cases} (x+2)^{10} \\ (x+2)^{10} \end{cases} = 0 \quad \text{p } \begin{cases} (x+2)^{n+1} \\ (x+2)^{10} \end{cases} = 0$$

$$\text{TH1: } (x+2)^{n+1} = 0 \text{ p } x = -2$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} 1 - (x+2)^{10} = 0 \\ (x+2)^{10} = 1 \end{cases} \text{ p } \begin{cases} x+2=1 \\ x+2=-1 \end{cases} \text{ p } \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{-2; -1; -3\}$$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Anh Sơn- 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $(2x-1)^7 = (2x-1)^5$

**Lời giải**

$$(2x-1)^7 = (2x-1)^5$$

$$\text{p } (2x-1)^5 \cdot \begin{cases} (2x-1)^2 \\ (2x-1)^2 \end{cases} - \begin{cases} (2x-1)^5 \\ (2x-1)^5 \end{cases} = 0$$

$$\text{p } \begin{cases} 2x-1=0 \\ 2x-1=1 \\ 2x-1=-1 \end{cases} \quad \text{p } \begin{cases} 2x-1=0 \\ 2x-1=1 \\ 2x-1=-1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{1}{2}; 0; 1 \right\}$$

**Câu 7. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2014 - 2015)**

Tìm  $x$ , biết:  $(x-5)^{x+1} - (x-5)^{x+13} = 0$

**Lời giải**

$$(x-5)^{x+1} - (x-5)^{x+13} = 0$$

$$P (x-5)^{x+1} \cdot (x-5)^{12} = 0$$

$$P (x-5)^{x+1} = 0$$

$$P (x-5)^{12} = 0$$

$$+ \text{ Với } (x-5)^{x+1} = 0 \begin{cases} x-5=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x=5$$

$$+ \text{ Với } (x-5)^{12} = 0 \Rightarrow (x-5)^{12} = 1 \begin{cases} x-5=1 \\ x-5=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{4; 5; 6\}$$

### Dạng 3. Sử dụng tính chất lũy thừa

#### A. Trắc nghiệm (nếu có)

##### Câu 1. (HSG 7 huyện Lâm Thao - 2016- 2017)

Giá trị của  $x$  trong biểu thức  $(\sqrt{x}-1)^2 = 0,25$  là

A.  $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

B.  $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$

C.  $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$

D.  $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

Lời giải

**Chọn A**

$$(\sqrt{x}-1)^2 = 0,25$$

Điều kiện:  $x \geq 0$

$$\begin{cases} \sqrt{x}-1=0,5 \\ \sqrt{x}-1=-0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1,5 \\ \sqrt{x}=0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{9}{4} \\ x=\frac{1}{4} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{9}{4}; \frac{1}{4} \right\}$$

##### Câu 2. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)

Nếu  $3^x \cdot 3^{x+2} \cdot 3^{x+3} = 81 \cdot 3^{16}$  thì giá trị của  $x$  là

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Lời giải

**Chọn C**

$$3^x \cdot 3^{x+2} \cdot 3^{x+3} = 81 \cdot 3^{16}$$

$$3^{x+(x+2)+(x+3)} = 3^4 \cdot 3^{16}$$

$$3^{3x+5} = 3^{20}$$

$$\Rightarrow 3x+5=20$$

$$\Rightarrow x=5$$

Vậy  $x = 5$ .

## B. Tự luận

### Câu 1. (HSG 7 huyện Nga Sơn 2016 - 2017)

Tìm  $x$ , biết:  $3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} = 6^6$

**Lời giải**

$$3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} = 6^6$$

$$\Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot (3^3 + 4 \cdot 3^2 + 1) = 2^6 \cdot 3^6$$

$$\Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 64 = 2^6 \cdot 3^6 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^6 \Leftrightarrow x = 7$$

Vậy  $x = 7$ .

### Câu 2. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2016 - 2017)

Tìm  $x$ , biết:  $(2x - 1)^4 = 16$

**Lời giải**

$$(2x - 1)^4 = 16$$

$$(2x - 1)^4 = 2^4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 \\ 2x - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = -0,5 \end{cases}$$

Vậy  $x \in \{1,5; -0,5\}$

### Câu 3. (HSG 7 trường Nguyễn Du 2016 - 2017)

Tìm  $x$  thỏa mãn một trong các điều kiện sau:  $3^{x+2} + 3^x = 810$

**Lời giải**

$$3^{x+2} + 3^x = 810 \Leftrightarrow 3^x \cdot (3^2 + 1) = 810$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 81 \Leftrightarrow x = 4$$

Vậy  $x = 4$

### Câu 4. (HSG 7 huyện Hòa Bình 2016 - 2017)

Tìm  $x$  biết:  $2^{x+\frac{1}{2}} = 8$

**Lời giải**

$$2^{x+\frac{1}{2}} = 8$$

$$2^{x+\frac{1}{2}} = 2^3 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = 3 \Leftrightarrow x = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Vậy  $x = \frac{5}{2}$ .

### Câu 5. (HSG 7 huyện Việt Yên 2016 - 2017)

$$\frac{2^x}{2^2} + \frac{2^{x+4}}{2^2} = 17$$
 Tìm  $x$  sao cho :

**Lời giải**

$$\frac{2^x}{2^2} + \frac{2^{x+4}}{2^2} = \frac{1}{17}$$

$$\Rightarrow \frac{2^x}{2^2} + \frac{2^x}{2^2} \cdot \frac{2^4}{2^2} = 17$$

$$\Rightarrow \frac{2^x}{2^2} \cdot \frac{2^4}{2^2} + 1 \cdot \frac{2^x}{2^2} = 17$$

$$\Rightarrow \frac{17}{16} \cdot \frac{2^x}{2^2} = 17$$

$$\Rightarrow \frac{2^x}{2^2} = 16 \Rightarrow 2^{-x} = 2^4 \Rightarrow x = -4$$

Vậy  $x = -4$ .

**Câu 6. (HSG 7 Tỉnh Bắc Giang 2012 - 2013)**

Tìm  $x$ , biết:  $2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$

**Lời giải**

Ta có:  $2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$

$$\Rightarrow 2^x \cdot 2^2 \cdot 3^x \cdot 3 \cdot 5^x = 10800$$

$$\Rightarrow (2 \cdot 3 \cdot 5)^x = 900$$

$$\Rightarrow 30^x = 30^2 \Rightarrow x = 2$$

Vậy  $x = 2$  là kết quả cần tìm

**Câu 7. (HSG 7 trường Hiền Quan 2015 - 2016)**

Tìm các số  $x$  biết:  $(x-1)^3 = -8$

**Lời giải**

$$(x-1)^3 = -8$$

$$\Rightarrow (x-1)^3 = (-2)^3$$

$$\Rightarrow x-1 = -2 \Rightarrow x = -1$$

Vậy  $x = -1$ .

**Câu 8. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)**

Tìm các số tự nhiên  $x, y$  thỏa mãn:  $5^x + 5^y = 3250$  với  $x < y$

**Lời giải**

Biến đổi  $5^x \cdot (5^{y-x} + 1) = 5^3 \cdot 26$   $\begin{cases} 5^x = 5^3 \\ 5^{y-x} + 1 = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

Vậy  $x = 3; y = 5$ .

**Câu 9. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2015 - 2016)**

Tìm số tự nhiên  $x$  thỏa mãn  $3^x + 4^x = 5^x$

**Lời giải**

+ Với  $x = 0$  thay vào ta được:  $3^0 + 4^0 = 5^0 \Rightarrow 1 + 1 = 1$  (vô lý)

+ Với  $x = 1$  thay vào ta được:  $3^1 + 4^1 = 5^1 \Rightarrow 3 + 4 = 5$  (vô lý)

+ Với  $x = 2$  thay vào ta được  $3^2 + 4^2 = 5^2$  (luôn đúng), vậy  $x = 2$  thỏa mãn

+ Với  $x > 2$ , ta có:  $3^x + 4^x = 5^x \Rightarrow \frac{3^x}{5^x} + \frac{4^x}{5^x} = 1$

Do  $x > 2$  nên:  $\frac{3^x}{5^x} < \frac{3^2}{5^2}$ ;  $\frac{4^x}{5^x} < \frac{4^2}{5^2}$

$$\Rightarrow \frac{3^x}{5^x} + \frac{4^x}{5^x} < \frac{3^2}{5^2} + \frac{4^2}{5^2} = 1$$

$\Rightarrow x > 2$  không thỏa mãn

Vậy  $x = 2$ .

**Câu 10. (HSG 7 huyện Thanh Oai 2014 - 2015)**

Tìm  $x$  biết:  $2^x - \frac{1}{2^5} = \frac{1}{243}$

**Lời giải**

$$2^x - \frac{1}{2^5} = \frac{1}{243}$$

$$2^x - \frac{1}{2^5} = \frac{1}{3^5}$$

$$\Rightarrow 2^x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2^x = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{6}$$

**Câu 11. (HSG 7 trường Ân Tường Đông 2014 - 2015)**

Tìm  $x$  biết:  $2^{x+\frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$

**Lời giải**

$$\frac{5x+1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{5x+1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$5x + \frac{1}{2} = 3 \quad \text{p} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Vậy

#### Dạng 4. Tìm ẩn dạng phân thức

**Câu 1.** (HSG 7 trường Hồng Đà; trường Bồ Lý 2015 - 2016)

$$\text{Tìm } x: \frac{x+4}{2012} + \frac{x+3}{2013} = \frac{x+2}{2014} + \frac{x+1}{2015}$$

**Lời giải**

$$\frac{x+4}{2012} + \frac{x+3}{2013} = \frac{x+2}{2014} + \frac{x+1}{2015}$$

$$\text{p} \quad \frac{x+4}{2012} + 1 + \frac{x+3}{2013} + 1 = \frac{x+2}{2014} + 1 + \frac{x+1}{2015} + 1$$

$$\text{p} \quad (x+2016) \cdot \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013} = \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \cdot 0$$

$$\text{p} \quad x + 2016 = 0$$

$$\text{p} \quad x = -2016$$

$$\text{Vậy } x = -2016$$

**Câu 2.** (HSG 7 huyện Mù Cang Chải 2016 - 2017; huyện Khoái Châu 2014 - 2015)

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } \frac{3(x-1)}{2} = \frac{8}{27(x-1)}$$

**Lời giải**

$$\frac{3(x-1)}{2} = \frac{8}{27(x-1)}$$

$$\text{p} \quad 81(x-1)^2 = 16 \quad \text{p} \quad (x-1)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\text{p} \quad \begin{cases} x-1 = \frac{4}{9} \\ x-1 = -\frac{4}{9} \end{cases} \quad \text{p} \quad \begin{cases} x = \frac{13}{9} \\ x = \frac{5}{9} \end{cases}$$

$$\text{p} \quad x \in \left\{ \frac{13}{9}, \frac{5}{9} \right\}$$

Vậy

**Dạng 5. Tìm  $x$  dạng chứa dấu giá trị tuyệt đối**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{2} - \left| x + \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{3}$

**Lời giải**

$$\frac{1}{2} - \left| x + \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{3}$$

$$\left| x + \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \quad \text{p} \quad \left| x + \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{6} \quad \begin{cases} x + \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \\ x + \frac{1}{5} = -\frac{1}{6} \end{cases} \quad \text{p} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{30} \\ x = -\frac{11}{30} \end{cases}$$

Vậy  $x \in \left\{ -\frac{1}{30}; -\frac{11}{30} \right\}$ .

**Câu 2. (HSG 7 huyện Quốc Oai 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết  $\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$

**Lời giải**

$$\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2 \quad \text{p} \quad \left| x + \frac{1}{5} \right| = 2$$

$$\text{p} \quad \begin{cases} x + \frac{1}{5} = 2 \\ x + \frac{1}{5} = -2 \end{cases} \quad \text{p} \quad \begin{cases} x = \frac{9}{5} \\ x = -\frac{11}{5} \end{cases}$$

Vậy  $x \in \left\{ \frac{9}{5}; -\frac{11}{5} \right\}$ .

**Câu 3. (HSG 7 huyện Nga Sơn- 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $3|2x - 1| + 1 = (-2)^2 - 3 \cdot (-2)^3$

**Lời giải**

$$3|2x - 1| + 1 = (-2)^2 - 3 \cdot (-2)^3$$

$$\text{p} \quad |2x - 1| = 9 \quad \begin{cases} 2x - 1 = 9 \\ 2x - 1 = -9 \end{cases} \quad \text{p} \quad \begin{cases} x = 5 \\ x = -4 \end{cases}$$

Vậy  $x \in \{5; -4\}$ .

**Câu 4. (HSG 7 trường Nguyễn Du 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  thỏa mãn một trong các điều kiện sau:  $|x + 3| + |x + 7| = 4x$

**Lời giải**

Ta có:  $|x+3|^3 \geq 0$ ;  $|x+7|^3 \geq 0$  với mọi  $x$

Mà  $|x+3| + |x+7| = 4x$  do đó  $x > 0$

Với  $x > 0$  ta có:  $x+3+x+7=4x \Leftrightarrow x=5$

Vậy  $x=5$ .

**Câu 5. (HSG 7 trường Cụ Khê 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $|2x-3| = \frac{3}{5} - \frac{3}{11} + \frac{3}{101}$  và  $y = \frac{\frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{101}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{5}{5} + \frac{5}{5}}$

**Lời giải**

$$y = \frac{\frac{3}{5} - \frac{3}{11} + \frac{3}{101}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{5}{5} + \frac{5}{5}} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$$

Ta có:

$$|2x-3| = \frac{3}{5} - \frac{3}{11} + \frac{3}{101} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{7}{4} \\ 2x-3 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Nên

$$x \in \left\{ \frac{7}{4}; \frac{5}{4} \right\}$$

Vậy

**Câu 6. (HSG 7 huyện Đất Mũi 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $|x-1| = \frac{2}{3}$

**Lời giải**

$$|x-1| = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \\ x-1 = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$x \in \left\{ \frac{5}{3}; \frac{1}{3} \right\}$$

Vậy

**Câu 7. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến; Tam Hưng 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $||x+3|-8| = 20$

**Lời giải**

$$||x+3|-8| = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} |x+3|-8 = 20 \\ |x+3|-8 = -20 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 &+ \text{Với } |x+3| - 8 = 20 \Rightarrow |x+3| = 28 \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ x = -31 \end{cases} \\
 &+ \text{Với } |x+3| - 8 = -20 \Rightarrow |x+3| = -12 \quad (\text{vô nghiệm}) \\
 &\text{Vậy } x \in \{25; -31\}
 \end{aligned}$$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Hậu Lộc 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x$

**Lời giải**

$$|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x \quad (1)$$

Vì  $x \geq 0 \Rightarrow 4x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$  do đó:  $|x+1| = x+1; |x+2| = x+2; |x+3| = x+3$

Khi đó:  $(1) \Rightarrow x+1+x+2+x+3=4x \Rightarrow x=6$

Vậy  $x=6$ .

**Câu 9. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $|2x-7| = |5x+2|$

**Lời giải**

$$|2x-7| = |5x+2| \Rightarrow \begin{cases} 2x-7=5x+2 \\ 2x-7=-5x-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=\frac{5}{7} \end{cases}$$

Vậy  $x \in \{-3; \frac{5}{7}\}$ .

**Câu 10. (HSG 7 huyện Sơn Dương - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $|5x-4| = |x+2|$

**Lời giải**

Xét với  $x < -2 \Rightarrow 4-5x+2+x=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$  (không thỏa mãn)

Xét với  $-2 < x < \frac{4}{5} \Rightarrow 4-5x-x-2=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$  (thỏa mãn)

Xét với  $x \geq \frac{4}{5} \Rightarrow 5x-4-x-2=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$  (thỏa mãn)

Vậy  $x \in \{\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\}$ .

**Câu 11. (HSG 7 huyện Minh An - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $|x-2| + |3-2x| = 2x+1$

**Lời giải**

Nếu  $x > 2$  ta có:  $x - 2 + 2x - 3 = 2x + 1 \Rightarrow x = 6$  (thỏa mãn)

Nếu  $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$  ta có:  $2 - x + 2x - 3 = 2x + 1 \Rightarrow x = -2$  (không thỏa mãn)

Nếu  $x < \frac{3}{2}$  ta có:  $2 - x + 3 - 2x = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{4}{5}$  (thỏa mãn)

Vậy  $x \in \left\{ \frac{4}{5}; 6 \right\}$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Hương Khê - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x^2 + |x - 1|| = x^2 + 2$

**Lời giải**

Vì  $x^2 + |x - 1| > 0$  nên (1)  $|x^2 + |x - 1|| = x^2 + 2$  hay  $|x - 1| = 2$  (\*)

+) Nếu  $x \geq 1$  thì (\*)  $\Rightarrow x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$  (thỏa mãn)

+) Nếu  $x < 1$  thì (\*)  $\Rightarrow x - 1 = -2 \Rightarrow x = -1$  (thỏa mãn)

Vậy  $x \in \{3; -1\}$ .

**Câu 13. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left| x + \frac{1}{2} \right| + \left| x + \frac{1}{6} \right| + \left| x + \frac{1}{12} \right| + \left| x + \frac{1}{20} \right| + \dots + \left| x + \frac{1}{110} \right| = 11x$

**Lời giải**

Ta thấy vế trái của đẳng thức luôn  $\geq 0$  nên vế phải  $\geq 0 \Rightarrow x \geq 0$

Với  $x \geq 0$ ,  $\left| x + \frac{1}{2} \right| + \left| x + \frac{1}{6} \right| + \left| x + \frac{1}{12} \right| + \left| x + \frac{1}{20} \right| + \dots + \left| x + \frac{1}{110} \right| = 11x$  trở thành:

$$x + \frac{1}{2} + x + \frac{1}{6} + x + \frac{1}{12} + x + \frac{1}{20} + \dots + x + \frac{1}{110} = 11x$$

$$\Rightarrow x = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy  $x = \frac{10}{11}$ .

**Câu 14. (HSG 7 huyện Anh Sơn 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left| x + \frac{1}{3} \right| - 5 = 7$

**Lời giải**

$$\left| x + \frac{1}{3} \right| - 5 = 7 \Rightarrow \left| x + \frac{1}{3} \right| = 12$$

$$\begin{cases} x + \frac{1}{3} = 12 \\ x + \frac{1}{3} = -12 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{35}{3} \\ x = -\frac{37}{3} \end{cases}$$

Vậy  $x \in \left\{ \frac{35}{3}; -\frac{37}{3} \right\}$ .

**Câu 15. (HSG 7 huyện Tiên Hải - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$

**Lời giải**

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -1,6 + \frac{3}{5} \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = \left| -\frac{8}{5} + \frac{3}{5} \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{3}{4} = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left| x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{4} \\ \left| x - \frac{1}{2} \right| = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy  $x \in \left\{ \frac{3}{4}; \frac{1}{4} \right\}$ .

**Câu 16. (HSG 7 trường Trục Tĩnh 2016 - 2017; Phú Thiện 2014 - 2015)**

Tìm  $x$ , biết:  $3\frac{1}{2} : |2x - 1| = \frac{21}{22}$

**Lời giải**

$$3\frac{1}{2} : |2x - 1| = \frac{21}{22}$$

+ Nếu  $x > \frac{1}{2}$ , ta có:  $\frac{7}{2} : (2x - 1) = \frac{21}{22}$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = \frac{7}{2} : \frac{21}{22} = \frac{11}{3}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{11}{3} + 1 = \frac{14}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{3} : 2 = \frac{7}{3} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Nếu  $x < \frac{1}{2}$ , ta có:  $\frac{7}{2} : (1 - 2x) = \frac{21}{22}$

$$p - 2x = \frac{11}{3} - 1 = \frac{8}{3}$$

$$p - x = \frac{8}{3} : (-2) = -\frac{4}{3} \quad (\text{thỏa mãn})$$

$$x \in \left\{ \frac{7}{3}; -\frac{4}{3} \right\}$$

Vậy

**Câu 17. (HSG 7 huyện 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $|2x + 3| = x + 2$

**Lời giải**

Ta có:  $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$

$$|2x + 3| = x + 2$$

$$\begin{cases} 2x + 3 = x + 2 \\ 2x + 3 = -(x + 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

$$x \in \left\{ -1; -\frac{5}{3} \right\}$$

Vậy

**Câu 18. (HSG 7 trường Ân Tường Đông 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left| x - \frac{2}{5} \right| = 0,24$

**Lời giải**

$$\left| x - \frac{2}{5} \right| = 0,24$$

$$\begin{cases} x - \frac{2}{5} = \frac{6}{25} \\ x - \frac{2}{5} = -\frac{6}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{16}{25} \\ x = \frac{4}{25} \end{cases}$$

$$x \in \left\{ \frac{16}{25}; \frac{4}{25} \right\}$$

Vậy

**Câu 19. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)**

Tìm  $x$ , biết:  $5 \cdot \left| \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x \right| - 3,25 = -2 \left( \frac{1}{4} - 2,5 \right)^2 - 2,5 \cdot 0,25 + (-0,25)^2$

**Lời giải**

$$5 \cdot \left| \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x \right| - 3,25 = -2 \left( \frac{1}{4} - 2,5 \right)^2 - 2,5 \cdot 0,25 + (-0,25)^2$$

$$p \quad 5. \left| \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x \right| - \frac{13}{4} = -2$$

$$p \quad \left| \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x \right| = \frac{1}{4}$$

$$p \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x = \frac{1}{4}$$

$$m \quad \frac{2}{3}x = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

$$x \in \left\{ \frac{3}{4}; \frac{3}{2} \right\}$$

Vậy

**Câu 20. (HSG 7 trường Hiền Quan 2015 - 2016)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } |9 - 7x| = 5x - 3$$

**Lời giải**

$$|9 - 7x| = 5x - 3 \quad x \geq \frac{3}{5} \quad \text{Điều kiện}$$

$$p \quad \begin{cases} 9 - 7x = 5x - 3 \\ 9 - 7x = 3 - 5x \end{cases} \quad p \quad \begin{cases} 12x = 12 \\ x = 6 \end{cases} \quad p \quad \begin{cases} 6x = 6 \\ x = 1 \end{cases} \quad (thỏa mãn)$$

$$x \in \{1; 3\}$$

Vậy

**Câu 21. (HSG 7 trường số 2 Phú Nhuận 2014 - 2015; huyện Việt Yên 2012 - 2013)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } |x^2 + |x - 1|| = x^2 + 2$$

**Lời giải**

$$|x^2 + |x - 1|| = x^2 + 2$$

$$p \quad \begin{cases} x^2 + |x - 1| = x^2 + 2 \\ x^2 + |x - 1| = -x^2 - 2 \end{cases}$$

$$p \quad \begin{cases} |x - 1| = 2 \\ |x - 1| = -2x^2 - 2 \end{cases}$$

$$+ \text{ Nếu } |x - 1| = 2 \quad p \quad \begin{cases} x - 1 = 2 \\ x - 1 = -2 \end{cases} \quad p \quad \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Nếu } |x - 1| = -2x^2 - 2 \quad \text{vô nghiệm do} \quad -2x^2 - 2 = -2(x^2 + 1) < 0 \quad \text{với mọi } x$$

$$x \in \{-1; 3\}$$

Vậy

**Câu 22. (HSG 7 huyện Khoái Châu 2014 - 2015)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } |2x - 7| = |5x + 2|$$

Lời giải

$$|2x - 7| = |5x + 2|$$

$$\begin{cases} 2x - 7 = 5x + 2 \\ 2x - 7 = -5x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{5}{7} \end{cases}$$

$$x \in \left\{ -3; \frac{5}{7} \right\}$$

Vậy

**Câu 23. (HSG 7 huyện Thanh Oai 2014- 2015)**

Tìm  $x$ , biết:

$$a) |2x - 1| - x = 1$$

$$b) |x + 3| - 2x = |x - 4|$$

Lời giải

$$a) |2x - 1| - x = 1$$

$$\text{Nếu } x \geq \frac{1}{2} \text{ ta có } 2x - 1 - x = 1 \Rightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Nếu } x < \frac{1}{2} \text{ ta có: } -2x + 1 - x = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } x \in \{0; 2\}$$

$$b) |x + 3| - 2x = |x - 4| \quad (1)$$

Lập bảng xét dấu

|         |                             |   |   |   |
|---------|-----------------------------|---|---|---|
| $x$     | $-3 \qquad \qquad \qquad 4$ |   |   |   |
| $x + 3$ | -                           | 0 | + | + |
| $x - 4$ | -                           | - | 0 | + |

+ Với  $x < -3$ , ta có (1) trở thành:

$$-x - 3 - 2x = -x + 4 \Rightarrow -2x = 7 \Rightarrow x = -3,5 \text{ (thỏa mãn)}$$

+ Với  $-3 \leq x \leq 4$ , ta có (1) trở thành:

$$x + 3 - 2x = -x + 4 \Rightarrow 0x = 1 \text{ (vô lý)}$$

+ Với  $x > 4$ , ta có (1) trở thành:

$$x + 3 - 2x = x - 4 \Rightarrow -2x = -7 \Rightarrow x = 3,5 \text{ (không thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } x = -3,5$$

**Dạng 6. Sử dụng công thức tính tổng có quy luật**

**Câu 1. (HSG 7 trường Giao Tân 2016 - 2017)**

Tìm số tự nhiên  $n$  thỏa mãn điều kiện:  $2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n.2^n = 2^{n+34}$

**Lời giải**

$$2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n.2^n = 2^{n+34} \quad (1)$$

Đặt  $B = 2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n$

$$\text{Đặt } 2B = 2.(2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n)$$

$$= 2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + (n-1)2^n + n.2^{n+1}$$

$$\text{Đặt } 2B - B = (2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + (n-1)2^n + n.2^{n+1}) - (2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^n)$$

$$\text{Đặt } B = -2^3 - 2^4 - 2^5 - \dots - 2^n + n.2^{n+1} - 2.2^2$$

$$= - (2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n) + n.2^{n+1} - 2^3$$

Đặt  $C = 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n$

$$\text{Đặt } 2C = 2.(2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n) = 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{n+1}$$

$$\text{Đặt } 2C - C = (2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{n+1}) - (2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n)$$

$$\text{Đặt } C = 2^{n+1} - 2^3$$

$$B = - (2^{n+1} - 2^3) + n.2^{n+1} - 2^3$$

Khi đó

$$= -2^{n+1} + 2^3 + n.2^{n+1} - 2^3 = -2^{n+1} + n.2^{n+1} = (n-1).2^{n+1}$$

Do đó từ (1) ta có:  $(n-1)2^{n+1} = 2^{n+34}$

$$\text{Đặt } 2^{n+34} - (n-1).2^{n+1} = 0$$

$$\text{Đặt } 2^{n+1} \cdot 2^{33} - (n-1).2^{n+1} = 0$$

$$\text{Đặt } 2^{33} - n + 1 = 0 \text{ Đặt } n = 2^{33} + 1$$

Vậy  $n = 2^{33} + 1$

**Câu 2. (HSG 7 huyện Tiên Hải 2016 - 2017)**

Tìm số tự nhiên  $n$  thỏa mãn điều kiện:  $2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + n.2^n = 2^{n+11}$

**Lời giải**

Đặt  $S = 2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + n.2^n$

$$\text{Đặt } 2S - S = (2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + n.2^{n+1}) - (2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + n.2^n)$$

$$\text{Đặt } S = n.2^{n+1} - 2^3 - (2^3 + 2^4 + \dots + 2^{n-1} + 2^n)$$

Đặt  $T = 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{n-1} + 2^n$

$\Rightarrow 2T - T = 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n + 2^{n+1} - (2^3 + 2^4 + \dots + 2^{n-1} + 2^n)$

$\Rightarrow T = 2^{n-1} - 2^3$

Khi đó ta được:  $S = n \cdot 2^{n+1} - 2^3 - 2^{n-1} + 2^3 = (n-1)2^{n+1}$

$\Rightarrow (n-1) \cdot 2^{n+1} = 2^{n+1} \Rightarrow n-1 = 2^{10} \Rightarrow n = 2^{10} + 1 = 1025$

Vậy  $n = 1025$ .

**Câu 3. (HSG 7 trường Hồng Đà, huyện Tam Nông 2015 - 2016)**

Cho  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015}$ . Tìm số tự nhiên  $n$  biết rằng  $2A + 3 = 3^n$ .

**Lời giải**

Ta có:  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015}$

$\Rightarrow 3A = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2016}$

$\Rightarrow 3A - A = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2016} - (3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015})$

$\Rightarrow 2A = 3^{2016} - 3$

Do đó  $2A + 3 = 3^n$  trở thành:

$3^{2016} - 3 + 3 = 3^n \Rightarrow 3^{2016} = 3^n \Rightarrow n = 2016$

Vậy  $n = 2016$ .

**Dạng 7. Tổng các biểu thức không âm bằng 0**

**Câu 1. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2016 - 2017)**

Tìm các số  $x, y, z$  biết:  $(3x-5)^{2006} + (y^2-1)^{2008} + (x-z)^{2100} = 0$

**Lời giải**

$(3x-5)^{2006} + (y^2-1)^{2008} + (x-z)^{2100} = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x-5=0 \\ y^2-1=0 \\ x-z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ y=\pm 1 \\ x=z \end{cases}$

Vậy  $(x; y; z) = \left(\frac{5}{3}; 1; \frac{5}{3}\right)$  hoặc  $(x; y; z) = \left(\frac{5}{3}; -1; \frac{5}{3}\right)$

**Dạng 8. Tìm ẩn dựa vào tính chất về dấu**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Nga Sơn- 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $(x-2)(x+3) < 0$

**Lời giải**

Vì  $(x-2)(x+3) < 0$  nên  $x-2, x+3$  khác dấu

$$\begin{aligned} &\text{mà } x+3 > x-2 \\ &\text{p } \begin{cases} x-2 < 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \text{ p } -3 < x < 2 \\ &\quad -3 < x < 2 \end{aligned}$$

Vậy

**Câu 2. (HSG 7 trường Tam Hưng 2013 - 2014)**

Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  sao cho:

$$\begin{aligned} &\text{a) } \left| \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x \right| > \frac{2}{5} \\ &\text{b) } (x^2 - 20)(x^2 - 15)(x^2 - 10)(x^2 - 5) < 0 \end{aligned}$$

**Lời giải**

a) Ta có:  $|x+5|^3 \geq 0$  với mọi  $x$

Mà  $|x+5| \in \mathbb{Z}$  nên  $|x+5| \in \{0, 1, 2\}$

+ Nếu  $|x+5| = 0$  p  $x = -5$

+ Nếu  $|x+5| = 1$  p  $\begin{cases} x = 1-5 = -4 \\ x = -1-5 = -6 \end{cases}$

+ Nếu  $|x+5| = 2$  p  $\begin{cases} x = -2-5 = -7 \\ x = 2-5 = -3 \end{cases}$

Vậy  $x \in \{-7, -6, -5, -4, -3\}$

b) Do  $x^2 \geq 0$  với mọi  $x$  p  $x^2 - 20 < x^2 - 15 < x^2 - 10 < x^2 - 5$

Mà  $(x^2 - 20)(x^2 - 15)(x^2 - 10)(x^2 - 5) < 0$

Nên trong các thừa số  $(x^2 - 20)$ ,  $(x^2 - 15)$ ,  $(x^2 - 10)$ ,  $(x^2 - 5)$  có 1 thừa số âm hoặc có 3 thừa số âm.

+ TH1: trong các thừa số  $(x^2 - 20)$ ,  $(x^2 - 15)$ ,  $(x^2 - 10)$ ,  $(x^2 - 5)$  có một số âm

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x^2 - 20 < 0 \\ x^2 - 15 > 0 \end{cases} \text{ p } \begin{cases} x^2 < 20 \\ x^2 > 15 \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó

Mà  $x$  nguyên nên  $x^2 = 16$   $x - 2xy + y - 3 = 0$

+ TH2: trong các thừa số  $(x^2 - 20)$ ,  $(x^2 - 15)$ ,  $(x^2 - 10)$ ,  $(x^2 - 5)$  có ba số âm

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x^2 - 10 < 0 \\ x^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 10 \\ x^2 > 5 \end{cases}$$

$$\text{Mà } x \text{ nguyên nên } x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{3; -3; 4; -4\}$$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2015 - 2016)**

Tìm tất cả các cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn  $(2x - y + 7)^{2012} + |x - 3|^{2013} \leq 0$

**Lời giải**

Ta có  $2012$  là số tự nhiên chẵn  $\Rightarrow (2x - y + 7)^{2012} \geq 0$

$$\text{Và } |x - 3|^{2013} \geq 0 \Rightarrow |x - 3|^{2013} = 0$$

Do đó, từ  $(2x - y + 7)^{2012} + |x - 3|^{2013} \leq 0$  suy ra:  $(2x - y + 7)^{2012} = 0$  và  $|x - 3|^{2013} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + 7 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 13 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (x; y) = (3; 13)$$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Oai 2014 - 2015)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left| \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x \right| > \frac{2}{5}$

**Lời giải**

$$\left| \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x \right| > \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x > \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x < -\frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{2}{5} \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x < \frac{2}{5} \text{ hoặc } x > 2$$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Bò Lý; Hồng Đà, Tam Nông 2015 - 2016)**

Tìm  $x$  để biểu thức sau nhận giá trị dương:  $x^2 + 2014x$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } x^2 + 2014x = x(x + 2014) > 0$$

Nên  $x$  và  $x + 2014$  trái dấu nhau

$$\text{Mà } x < x + 2014$$

$$\text{P} \begin{cases} x+2014 > 0 \\ x < 0 \end{cases} \text{P} \begin{cases} x > -2014 \\ x < 0 \end{cases} \text{P} -2014 < x < 0$$

Vậy  $-2014 < x < 0$ .

**Câu 6. (HSG 7 huyện Triệu Sơn - 2015- 2016)**

Tìm  $x, y$  biết:  $2x - \frac{1}{6} + |3y + 12| \leq 0$

**Lời giải**

Vì  $2x - \frac{1}{6} \leq 0$  với mọi  $x$ ;  $|3y + 12| \leq 0$  với mọi  $y$

do đó:  $2x - \frac{1}{6} + |3y + 12| \leq 0$  với mọi  $x, y$

Theo đề bài thì  $2x - \frac{1}{6} + |3y + 12| \leq 0$

$$\text{P} \begin{cases} 2x - \frac{1}{6} + |3y + 12| = 0 \\ 3y + 12 = 0 \end{cases} \text{P} \begin{cases} 2x - \frac{1}{6} = 0 \\ 3y + 12 = 0 \end{cases} \text{P} \begin{cases} x = \frac{1}{12} \\ y = -4 \end{cases}$$

Vậy  $x = \frac{1}{12}; y = -4$ .

**Câu 7. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)**

Tìm  $x, y$  biết:  $|3 + y| + |2x + y| = 0$

**Lời giải**

Vì  $|3 + y| \geq 0, |2x + y| \geq 0 \text{ P } |3 + y| + |2x + y| \geq 0$  với mọi  $x, y$

Mà  $|3 + y| + |2x + y| = 0$

$$\text{P} \begin{cases} |3 + y| = 0 \\ |2x + y| = 0 \end{cases} \text{P} \begin{cases} y = -3 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy  $x = \frac{3}{2}; y = -3$ .

**Dạng 9. Sử dụng phương pháp chặn để tìm ẩn**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Quốc Oai- 2016 - 2017)**

Tìm các số tự nhiên  $x, y$  thỏa mãn  $2x^2 + 3y^2 = 77$

**Lời giải**

$$2x^2 + 3y^2 = 77 \text{ P } 3y^2 = 77 - 2x^2 \leq 77 \text{ P } y^2 \leq \frac{77}{3} \text{ P } y^2 \leq 25$$

Mà  $2x^2$  chẵn;  $77$  lẻ  $\Rightarrow 3y^2$  lẻ  $\Rightarrow y^2$  lẻ  $\Rightarrow y^2 \in \{1; 9; 25\}$   
 $+ y^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 = 77 - 3 = 74 \Rightarrow x^2 = 37$  (không thỏa mãn)  
 $+ y^2 = 9 \Rightarrow 2x^2 = 77 - 27 = 50 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5; y = 3$  (thỏa mãn)  
 $y^2 = 25 \Rightarrow 2x^2 = 77 - 75 = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1; y = 5$  (thỏa mãn)  
 Vậy số tự nhiên  $x, y$  thỏa mãn  $2x^2 + 3y^2 = 77$  là  $(x; y) = (5; 3); (1; 5)$

**Câu 2. (HSG 7 trường Giao Tân 2016 - 2017)**

Chứng minh rằng không thể tìm được số nguyên  $x, y, z$  thỏa mãn:

$$|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$$

**Lời giải**

Ta có:  $|x - y| + |y - z| + |z - x| = |x - y| + (x - y) + |y - z| + (y - z) + |z - x| + (z - x)$

$$|x| + x = \begin{cases} 2x & \text{vì } x \geq 0 \\ 0 & \text{vì } x < 0 \end{cases}$$

Với mọi số nguyên  $x$  ta lại có

Suy ra  $|x| + x$  luôn là số chẵn với mọi số nguyên  $x$

$$\begin{cases} |x - y| + (x - y) \\ |y - z| + (y - z) \\ |z - x| + (z - x) \end{cases}$$

Từ đó ta có: là các số chẵn với mọi số nguyên  $x, y, z$

$\Rightarrow |x - y| + (x - y) + |y - z| + (y - z) + |z - x| + (z - x)$  là một số chẵn với mọi  $x, y, z \in \mathbb{Z}$

Hay  $|x - y| + |y - z| + |z - x|$  là một số chẵn với mọi số nguyên  $x, y, z$

Do đó, không thể tìm được số nguyên  $x, y, z$  thỏa mãn:  $|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$

**Câu 3. (HSG 7 trường Cự Khê 2013 – 2014; huyện Thanh Oai 2013- 2014)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x - 2010| + |x - 2012| + |x - 2014| = 4$

**Lời giải**

$$|x - 2010| + |x - 2012| + |x - 2014| \geq |x - 2010 + 2014 - x| + |x - 2012| \geq 4(*)$$

$$\text{Mà } |x - 2010| + |x - 2012| + |x - 2014| = 4$$

nên (\*) xảy ra dấu “=” khi và chỉ khi  $\begin{cases} x - 2012 = 0 \\ 2010 \leq x \leq 2014 \end{cases} \Rightarrow x = 2012$

Vậy  $x = 2012$ .

**Câu 4. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2016 - 2017)**

Tìm tất cả các số tự nhiên  $a, b$  sao cho:  $2^a + 37 = |b - 45| + b - 45$

**Lời giải**

Nhận xét: với  $x \geq 0$  thì  $|x| + x = 2x$

Với  $x < 0$  thì  $|x| + x = 0$ .

Do đó  $|x| + x$  luôn là số chẵn với  $b \in \mathbb{Z}$

$2^a + 37$  là số chẵn khi và chỉ khi  $2^a$  lẻ  $\Leftrightarrow a = 0$

Khi đó  $|b - 45| + b - 45 = 38$

+ Nếu  $b < 45$ , ta có:  $-(b - 45) + b - 45 = 38 \Leftrightarrow 0 = 38$  (vô lý)

+ Nếu  $b \geq 45$ , ta có:  $2(b - 45) = 38 \Leftrightarrow b = 64$  (thỏa mãn)

Vậy  $(a, b) = (0; 64)$ .

**Câu 5. (HSG 7 huyện Giao Thủy 2016 - 2017)**

Tìm  $x, y$  biết:  $\frac{6}{(x-1)^2+2} = |y-1| + |y-2| + |y-3| + 1$

**Lời giải**

$$\frac{6}{(x-1)^2+2} = |y-1| + |y-2| + |y-3| + 1$$

+ Ta có:  $(x-1)^2 \geq 0$  với mọi  $x \Rightarrow (x-1)^2 + 2 \geq 2$

$\Rightarrow \frac{6}{(x-1)^2+2} \leq 3$  với mọi  $x$  hay VT  $\leq 3$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $x = 1$

+ Ta có:  $|y-1| + |y-2| + |y-3| + 1 = |y-1| + |y-3| + |y-2| + 1$

$$\geq y-1+3-y+0+1=3 \text{ hay VP} \geq 3$$

$$\hat{U} \begin{cases} y \geq 3 \\ y \leq 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Dấu “=” xảy ra khi

$$\frac{6}{(x-1)^2+2} = |y-1| + |y-2| + |y-3| + 1$$

Do đó

$$\Rightarrow x = 1; y = 2$$

Vậy  $x = 1; y = 2$ .

**Câu 6. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)**

Tìm  $x$ , thỏa mãn:  $|x-1| + |x-5| + |x-2007| = 2006$

**Lời giải**

Ta có:

$$|x-1|+|x-5|+|x-2007|=|x-1|+|x-5|+|2007-x| \quad x-1+0+2007-x=2006$$

Mà  $|x-1|+|x-5|+|x-2007|=2006$

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-5 \geq 0 \\ 2007-x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq 5 \\ x \leq 2007 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x=5$$

Vậy  $x=5$ .

**Câu 7. (HSG 7 Huyện Ngọc Lặc 2015 - 2016)**

Tìm  $x, y$  thuộc  $\mathbb{Z}$  biết:  $25-y^2=8(x-2015)^2$

**Lời giải**

Ta có:  $25-y^2 \leq 25 \Rightarrow 8(x-2015)^2 \leq 25 \Rightarrow (x-2015)^2 < 4$

Do  $x$  nguyên nên  $(x-2015)^2$  nhận giá trị là  $0$  hoặc  $1$ .

+ TH1:  $(x-2015)^2=0 \Rightarrow x=2015 \quad \begin{cases} y=5 \\ y=-5 \end{cases}$

+ TH2:  $(x-2015)^2=1 \Rightarrow \begin{cases} x-2015=1 \\ x-2015=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2016 \\ x=2014 \end{cases}$

Với  $(x-2015)^2=1 \Rightarrow 25-y^2=8 \Rightarrow y^2=17$  (không thỏa mãn)

Vậy  $x=2015, y=5$  và  $x=2015, y=-5$ .

**Câu 8. (HSG 7 trường Hiền Quan 2015 - 2016)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $6x^2+5y^2=74$

**Lời giải**

$$6x^2+5y^2=74 \Rightarrow 6x^2=74-5y^2 \leq 74 \Rightarrow x^2 \leq \frac{37}{3} \Rightarrow x^2 \leq 13$$

Mà  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x^2 \in \{0; 1; 4; 9\}$

+ Nếu  $x^2=0 \Rightarrow x=0$ . Khi đó  $5y^2=74 \Rightarrow y^2=\frac{74}{5}$  (không thỏa mãn do  $y \notin \mathbb{Z}$ )

+ Nếu  $x^2=1 \Rightarrow x=1$  do  $x \in \mathbb{Z}$ .

Khi đó  $6+5y^2=74 \Rightarrow y^2=\frac{68}{5}$  (không thỏa mãn do  $y \notin \mathbb{Z}$ )

+ Nếu  $x^2=4 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$  do  $x \in \mathbb{Z}$ .

Khi đó  $6.4 + 5y^2 = 74 \Rightarrow y^2 = 10$  (không thỏa mãn do  $y \notin \mathbb{Z}$ )

+ Nếu  $x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$  do  $x \in \mathbb{Z}$ .

Khi đó  $6.9 + 5y^2 = 74 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -2 \end{cases}$  (do  $y \in \mathbb{Z}$ )

Vậy  $(x, y) \in \{(3; 2), (-3; 2), (3; -2), (-3; -2)\}$ .

#### Dạng 10. Tìm ẩn với điều kiện nguyên

##### Câu 1. (HSG 7 trường Hồng Đà, huyện Tam Nông 2015 - 2016)

Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x - 2xy + y = 0$

**Lời giải**

$$x - 2xy + y = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 4xy + 2y - 1 = -1$$

$$\Rightarrow 2x(1 - 2y) - (1 - 2y) = -1$$

$$\Rightarrow (2x - 1)(1 - 2y) = -1$$

$$\Rightarrow 2x - 1 \in U(-1) = \{1; -1\}$$

+ Với  $2x - 1 = 1$  thì  $1 - 2y = -1$

$$\Rightarrow x = 1, y = 1$$

+ Với  $2x - 1 = -1$  thì  $1 - 2y = 1$

$$\text{Khi đó } x = 0, y = 0$$

$$\text{Vậy } (x, y) \in \{(0; 0); (1; 1)\}$$

##### Câu 2. (HSG 7 trường Mỹ Hưng 2016 - 2017)

Tìm số nguyên  $x, y$  biết:  $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$

**Lời giải**

$$\text{Từ } \frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8} \text{ với } x \neq 0 \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1}{8} - \frac{y}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1 - 2y}{8} \Rightarrow x(1 - 2y) = 40$$

$$\Rightarrow 1 - 2y \in \text{ước lẻ của } 40 \text{ là } \pm 1; \pm 5$$

|          |     |      |    |     |
|----------|-----|------|----|-----|
| $1 - 2y$ | - 5 | - 1  | 1  | 5   |
| $x$      | - 8 | - 40 | 40 | 8   |
| $y$      | 3   | 1    | 0  | - 2 |

Vậy ta có các cặp số  $(x; y) = \{(-8; 3); (-40; 1); (40; 0); (8; -2)\}$

**Câu 3. (HSG 7 Huyện Sơn Dương - 2016 - 2017)**

Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa mãn  $x + xy + y = 9$

**Lời giải**

Từ  $x + xy + y = 9 \Rightarrow x(y+1) + (y+1) = 10$

$$\Rightarrow (y+1)(x+1) = 10$$

$$\Rightarrow (x+1) \in U(10) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 5; \pm 10\}$$

Ta có bảng giá trị:

|       |     |    |    |   |    |   |     |    |
|-------|-----|----|----|---|----|---|-----|----|
| $x+1$ | -1  | 1  | -2 | 2 | -5 | 5 | -10 | 10 |
| $x$   | -2  | 0  | -3 | 1 | -6 | 4 | -11 | 9  |
| $y+1$ | -10 | 10 | -5 | 5 | -2 | 2 | -1  | 1  |
| $y$   | -11 | 9  | -6 | 4 | -1 | 1 | -2  | 0  |

Vậy  $(x; y) \in \{(-2; -11), (0; 9), (-3; -6), (1; 4), (-6; -1), (4; 1), (-11; -2), (9; 0)\}$

**Câu 4. (HSG 7 Huyện Minh An 2016 - 2017)**

Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  biết:  $xy + 2x - y = 5$

**Lời giải**

Ta có:  $xy + 2x - y = 5$

$$\Rightarrow x(y+2) - (y+2) = 3$$

$$\Rightarrow (x-1)(y+2) = 3$$

$$\Rightarrow (y+2) \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$$

Ta có bảng giá trị:

|       |   |    |    |    |
|-------|---|----|----|----|
| $y+2$ | 3 | 1  | -1 | -3 |
| $x-1$ | 1 | 3  | -3 | -1 |
| $x$   | 2 | 4  | -2 | 0  |
| $y$   | 1 | -1 | -3 | -5 |

Vậy  $(x; y) \in \{(2; 1), (4; -1), (-2; -3), (0; -5)\}$

**Câu 5. (HSG 7 Huyện Hoàng Hóa - 2016 - 2017)**

Tìm tập hợp các số nguyên  $x$ , biết rằng:  $4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 < x < 3\frac{1}{5} : 3, 2 + 4, 5 : 1\frac{31}{45} - 21\frac{1}{20}$

**Lời giải**

$$4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 = \frac{41}{9} : \frac{18}{41} - 7 = 2 - 7 = -5$$

Ta có:

Lại có:

$$\frac{1}{5} : 3,2 + 4,5 \cdot \frac{31}{45} = \frac{1}{20} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{16} + \frac{9}{2} \cdot \frac{76}{45} = \frac{3}{8} + \frac{38}{5} = \frac{43}{5} = \frac{43}{5}$$

Vậy  $n \in \{4; 5\}$ .

**Câu 8. (HSG 7 Huyện Vĩnh Lộc 2016 - 2017)**

Tìm  $x, y$  nguyên biết:  $2xy - x - y = 2$

**Lời giải**

$$2xy - x - y = 2$$

$$4xy - 2x - 2y = 4$$

$$2x(2y - 1) - 2y + 1 = 5$$

$$(2y - 1)(2x - 1) = 5$$

$$\Rightarrow 2x - 1 \in U(5) = \{1; -1; 5; -5\}$$

Ta có bảng giá trị:

|          |   |   |    |    |
|----------|---|---|----|----|
| $2x - 1$ | 5 | 1 | -1 | -5 |
| $2y - 1$ | 1 | 5 | -5 | -1 |
| $x$      | 3 | 1 | 0  | -2 |
| $y$      | 1 | 3 | -2 | 0  |

Vậy  $(x, y) \in \{(1; 3); (3; 1); (-2; 0); (0; -2)\}$ .

**Câu 9. (HSG 7 Huyện Hương Khê 2016 – 2017; trường Phú Nhuận 2014 - 2015)**

Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình  $x + y + z = xyz$

**Lời giải**

Vì  $x, y, z$  nguyên dương nên ta giả sử  $1 \leq x \leq y \leq z$

$$1 = \frac{1}{yz} + \frac{1}{yx} + \frac{1}{zx} \leq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{x^2}$$

Theo bài

$$\Rightarrow x^2 \leq 3 \Rightarrow x = 1$$

Thay vào đầu bài ta có:  $1 + y + z = yz \Rightarrow y - yz + 1 + z = 0$

$$\Rightarrow y(1 - z) - (1 - z) + 2 = 0 \Rightarrow (y - 1)(z - 1) = 2$$

TH1:  $y - 1 = 1 \Rightarrow y = 2$  và  $z - 1 = 2 \Rightarrow z = 3$

TH2:  $y - 1 = 2 \Rightarrow y = 3$  và  $z - 1 = 1 \Rightarrow z = 2$

Vậy có hai cặp nghiệm nguyên thỏa mãn  $(1; 2; 3); (1; 3; 2)$ .

**Câu 10. (HSG 7 trường Tam Hưng 2013 - 2014)**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(m, n)$  thỏa mãn:

a)  $2^m - 2^n = 2048$

b)  $3m + 4n - mn = 16$

**Lời giải**

a)  $2^m - 2^n = 2048$

$2^n \cdot (2^{m-n} - 1) = 2^{11}$

Do  $2^m - 2^n = 2048$  nên  $m > n$

Khi đó  $2^{m-n} - 1$  là số lẻ

+ Nếu  $2^{m-n} - 1 = 1$   $\begin{cases} m-n=1 \\ 2^n=2^{11} \end{cases}$   $\begin{cases} m=12 \\ n=11 \end{cases}$

+ Nếu  $2^{m-n} - 1 > 1$   $\begin{cases} 2^{m-n} > 2 \\ m-n > 1 \end{cases}$

Khi đó  $2^{m-n} - 1$  không chia hết cho 2

Mà  $2^n \cdot (2^{m-n} - 1) = 2^{11}$ ,  $m, n \in \mathbb{Z}$

Suy ra vô lý

Vậy  $m = 12; n = 11$ .

b)  $3m + 4n - mn = 16$

$3m - mn + 4n - 12 = 4$

$(3-n)(m-4) = 4$

$\begin{cases} 3-n \\ m-4 \end{cases} \in \{ \pm 1; \pm 2; \pm 4 \}$

|       |    |   |    |   |    |    |
|-------|----|---|----|---|----|----|
| $3-n$ | -1 | 1 | -2 | 2 | -4 | 4  |
| $n$   | 4  | 2 | 5  | 1 | 7  | -1 |
| $m-4$ | -4 | 4 | -2 | 2 | -1 | 1  |
| $m$   | 0  | 8 | 2  | 6 | 3  | 5  |

Vậy  $(m;n) \in \{(0;4), (8;2), (2;5), (6;1), (3;7), (5;-1)\}$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2015 - 2016)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x^2 - 2xy + y^2 - 3 = 0$

**Lời giải**

$x^2 - 2xy + y^2 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2x - 4xy + 2y - 6 = 0$

$\Leftrightarrow 2x - 4xy + 2y - 1 = 5$

$\Leftrightarrow 2x(1-2y) - (1-2y) = 5$

$\Leftrightarrow (2x-1)(1-2y) = 5$

$\begin{cases} 2x-1 \\ 1-2y \end{cases} \in \{ \pm 1; \pm 5 \}$

Ta có bảng giá trị:

|          |   |     |     |     |
|----------|---|-----|-----|-----|
| $2x - 1$ | 5 | 1   | - 1 | - 5 |
| $1 - 2y$ | 1 | 5   | - 5 | - 1 |
| $x$      | 3 | 1   | 0   | - 2 |
| $y$      | 0 | - 2 | 3   | 1   |

Vậy  $(x, y) \in \{(3; 0); (0; 3); (-2; 1); (1; -2)\}$

**Câu 12. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x^2 + 2x - 8y^2 = 41$

**Lời giải**

$$x^2 + 2x - 8y^2 = 41$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 42 + 8y^2$$

Ta thấy  $(x+1)^2$  là số chẵn  $\Rightarrow (x+1)^2$  chia hết cho 4

Mà  $42 + 8y^2$  không chia hết cho 4

Vậy không có số nguyên  $x, y$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 13. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)**

Tìm các số tự nhiên  $x, y$  thỏa mãn:  $3x(3y - 2) + 3y = 9$

**Lời giải**

$$3x(3y - 2) + 3y = 9$$

$$\Leftrightarrow 3x(3y - 2) + 3y - 2 = 7$$

$$\Leftrightarrow (3y - 2)(3x + 1) = 7$$

$$\Leftrightarrow (3y - 2) \text{ là tự nhiên của } 7$$

Ta có bảng giá trị:

|          |          |          |                |                |
|----------|----------|----------|----------------|----------------|
| $3y - 2$ | 7        | 1        | - 1            | - 7            |
| $3x + 1$ | 1        | 7        | - 7            | - 1            |
| $x$      | 0        | 2        | $-\frac{8}{3}$ | $-\frac{2}{3}$ |
| $y$      | 3        | 1        | $\frac{1}{3}$  | $-\frac{5}{3}$ |
| Kết luận | Thỏa mãn | Thỏa mãn | Loại           | Loại           |

Vậy  $(x, y) \in \{(0; 3); (2; 1)\}$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)**

Tìm tất cả các số tự nhiên  $a, b$  sao cho:  $2^a + 7 = |b - 5| + b - 5$

**Lời giải**

+ Ta thấy: với  $x \geq 0$  thì  $|x| + x = 2x$

với  $x < 0$  thì  $|x| + x = 0$

Do đó  $|x| + x$  luôn là số chẵn với mọi  $x \in \mathbb{Z}$

+ Áp dụng nhận xét trên thì  $|b - 5| + b - 5$  là số chẵn với  $b - 5 \in \mathbb{Z}$

Suy ra  $2^a + 7$  là số chẵn  $\Rightarrow 2^a$  lẻ  $\Rightarrow a = 0$

Khi đó  $|b - 5| + b - 5 = 8$

Nếu  $b < 5$   $\Rightarrow -(b - 5) + b - 5 = 8 \Rightarrow 0 = 8$  (vô lý)

Nếu  $b \geq 5$   $\Rightarrow 2(b - 5) = 8 \Rightarrow b = 9$

Vậy  $(a, b) = (0, 9)$ .

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com  
<https://www.vnteach.com>