|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****HÀ TĨNH** **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN HÀ TĨNH**NĂM HỌC: 2023 – 2024 Môn thi: **TOÁN** Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề) |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

 **a)** Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn

  **b)** Cho a, b, c là các số thực khác không thỏa mãn

 Chứng minh rằng:

**Câu 2. (2,5 điểm):**

 **a)** Giải hệ phương trình

 **b)** Giải phương trình

 **Câu 3. (1,5 điểm):**

 **a)** Tìm tất cả các số thực x để là số nguyên.

 **b)** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n lớn hơn 1 thì

 thì không phải là số nguyên tố.

**Câu 4. (2,5 điểm)** Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định, C là một điểm chạy trên đường tròn (O) không trùng với A và B. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau tại điểm M. Đường thẳng MB cắt AC tại F và cắt đường tròn (O) tại E (E khác B).

 **a)** Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AC. Chứng minh tam giác OEM đồng dạng với tam giác BHM

 **b)** Gọi K là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB. Hai đường thẳng MB và CK cắt nhau tại I. Tính tỷ số khi tổng diện tích hai tam giác LAC và IBC lớn nhất.

  **c)** Chứng minh rằng

 **Câu 5. (1,0 điểm)** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn a > b > c ab + bc + ca > 0 và a + b + c = 1 .

 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

**Câu 6. (0,5 điểm)** Cho x, y, z là các số chính phương. Chứng minh rằng

 (x + 1)(y + 1)(z + 1) luôn viết được dưới dạng tổng của hai số chính phương.

 ------------------------------HẾT--------------------------------

**LỜI GIẢI :**

**Câu 1.a:**  ***Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn***

 (1)

 **Giải:**

 (1)

 Do nên

 Từ đó, ta có các trương hợp.

 **TH 1**:

 **TH 2** :

 **TH 3**:

 Vậy thỏa nãm yêu cầu bài toán.

**Câu 1. b: *Cho a, b, c là các số thực khác không thỏa mãn***

 ***Chứng minh rằng:***

 **Giải :**

 Do

 Ta có:

 Tương tự:

 Do đó :

**Câu 2.a:** ***Giải hệ phương trình***

 Đặt: hệ trở thành:

 Giải (2):

 Do

 Thay vào (1)

 Ta có :

 Vậy hệ đã có nghiệm :

**Câu 2.b:** ***Giải phương trình***

 Ta thấy không phải là nghiệm của (\*)

 Với

 Đặt (2) trở thành:

 Với , ta có

 Vậy phương trình đã cho có nghiệm

**Câu 3.a:** ***Tìm tất cả các số thực x để là số nguyên.***

 Ta có:

 Để p là số nguyên thì

 **TH 1:**

 **TH 2 :**

 Vậy

**Câu 3.b:**  ***Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n lớn hơn 1 thì không phải là số nguyên tố.***

 Ta có :

 Do

**Câu 4.a:**

****

 **Giải:**

 Vì MA là tiếp tuyến (O) nên MA AB tại A

 Xét (O) có : là góc nội tiếp chắn nửa đường trên

 tại E.

 Xét vuông tại A, đường cao AE, theo hệ thức lượng

 Ta có:

 Ta có:

 OM là trung trực của đoạn thẳng AC

 ⇒ OM AC tai H.

 Xét MAO vuông tại A, đường cao AH, theo hệ thức lượng ta có:

 Từ (1) và (2)

 Xét OEM và BHM có:

**Câu 4.b:** Hình vẽ khi 

****

 Kéo dài BC và AM cắt nhau tại Q.

 Ta có: MA = MC cân tại M

 Mặt khác:

 là trung điểm của AQ

 Ta có:

 Xét BMQ có CI // MQ, theo hệ quả của định lý Talet có :

 Xét ABM có IK // AM, theo hệ quả của định lý Talet ta có:

 Từ (3) và (4) ta có:

 Mà AM = MQ IK

 I là trung điểm của CK

 Chứng minh HI là đường trung bình của ACK

 HI // AK hay HI // AB

 Theo bài ra ta có:

 Vì

 C là điểm chính giữa của cung AB.

 Xét có HI // AB theo hệ quả của định lý Ta-let ta có:

 Ta có:

 Vậy

 **Câu 4.c:** ***điều cần chứng minh tương đương với***

* Đễ dàng chứng minh được tứ giác MAHE nội tiếp

 Ta có

 (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn )

 là phân giác của

 là phân giác ngoài của (do HM HF)

 **Câu 5.** ***Cho các số thực a, b, c thỏa mãn a > b > c ab + bc + ca > 0 và a + b + c = 1 .***

 ***Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức***

 **Giải:**

 Áp dụng

 Dấu “ = ” xảy ra

 Vậy GTNN của P bằng đạt được:

**Câu 6.** ***Cho x, y, z là các số chính phương. Chứng minh rằng (x + 1)(y + 1)(z + 1) luôn viết được dưới dạng tổng của hai số chính phương.***

 Giả sử

 Ta có khai triển quen thuộc sau

 Áp dụng khai triển trên ta có:

 Bài toán được chứng minh.