



Chương

Bài 4.

HAI MẶT PHẪNG SONG



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

- » Câu 1. Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu
- A.** chúng không có điểm chung. **B.** chúng có một đường thẳng chung.
- C.** chúng có đúng một điểm chung. **D.** chúng có ít nhất một điểm chung.
- 👉 **Lời giải**

Chọn A

Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

- » Câu 2. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A.** Hình hộp là hình tứ diện. **B.** Hình tứ diện là hình hộp.
- C.** Hình lập phương là hình hộp. **D.** Hình hộp là hình lập phương.
- 👉 **Lời giải**

Chọn C

Hình lập phương là hình hộp có tất cả các mặt là hình vuông.

- » Câu 3. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
- A.** Qua một điểm bất kỳ có một và chỉ một mặt phẳng song song với một mặt phẳng cho trước.
- B.** Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.
- C.** Ba mặt phẳng phân biệt đôi một song song với nhau chắn trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
- D.** Hai mặt phẳng song song cắt mặt phẳng thứ ba theo hai giao tuyến song song với nhau.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Qua một điểm bất kỳ nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với một mặt phẳng đó.

- » Câu 4. Cho mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng c . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A.** Nếu $a // c$ thì $(P) // (Q)$.
- B.** Nếu $b // c$ thì $(P) // (Q)$.
- C.** Nếu $a // (Q)$ và $b // (Q)$ thì $(P) // (Q)$.
- D.** Nếu a, b cắt nhau, $a // (Q)$ và $b // (Q)$ thì $(P) // (Q)$.

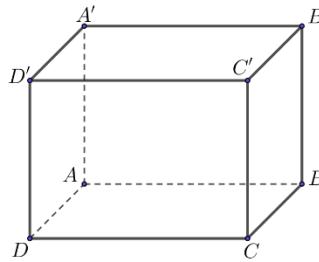
👉 **Lời giải**

Chọn D



Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau, $a \parallel (Q)$ và $b \parallel (Q)$ thì $(P) \parallel (Q)$.

» Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?



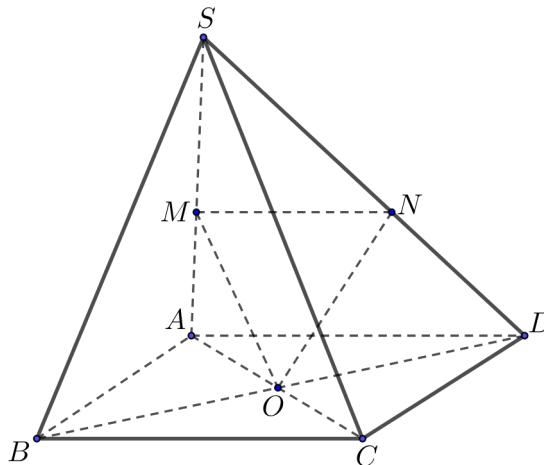
- A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$ B. $(ABB'A') \parallel (DCCD')$
C. $(ACCA') \parallel (ABD)$ D. $(A'B'C') \parallel (ABD)$

👉 **Lời giải**

Chọn C

Do $(ACCA')$, (ABD) có điểm chung là A .

» Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SD .



Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAD) B. (SAC) C. (SBD) D. (SBC)

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có $M, N \in (OMN) \cap (SAD)$ nên $(OMN) \parallel (SAD)$ là Sai.

Ta có $O \in (OMN) \cap (SAC)$ nên $(OMN) \parallel (SAC)$ là Sai.

Ta có $O \in (OMN) \cap (SBD)$ nên $(OMN) \parallel (SBD)$ là Sai.

Trong mặt phẳng (OMN) chứa hai đường thẳng MN, OM cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (SBC) nên $(OMN) \parallel (SBC)$. Do đó $(OMN) \parallel (SBC)$ là Đúng.

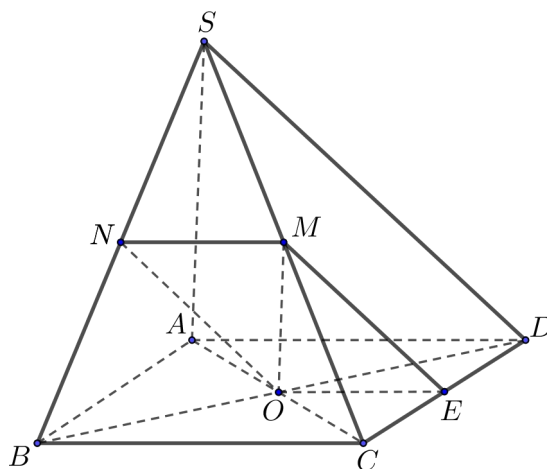
» Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm cạnh SC, SB, CD . Khẳng định nào đúng?



- A. $(OMN) \parallel (SBD)$. B. $(OME) \parallel (SBD)$. C. $(SCD) \parallel (SAB)$. D. $(OMN) \parallel (SAD)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $O \in (OMN) \cap (SBD)$ nên $(OMN) \parallel (SBD)$ là Sai.

Ta có $O \in (OME) \cap (SBD)$ nên $(OME) \parallel (SBD)$ là Sai.

Ta có $S \in (SCD) \cap (SAB)$ nên $(SCD) \parallel (SAB)$ là Sai.

Trong mặt phẳng (OMN) chứa hai đường thẳng OM , MN cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (SAD) nên $(OMN) \parallel (SAD)$.

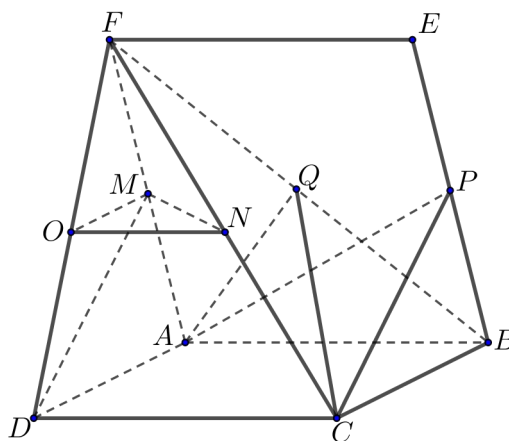
Do đó $(OMN) \parallel (SAD)$ là Đúng.

» Câu 8. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$. Gọi O , M , N , P , Q lần lượt là trung điểm cạnh FD , FA , FC , EB , FB . Khẳng định nào sai?

- A. $(OMN) \parallel (ABC)$. B. $(OMN) \parallel (ACD)$.
C. $(DMN) \parallel (ACP)$. D. $(DMN) \parallel (ACQ)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $MN \parallel AC, OM \parallel BC \Rightarrow (OMN) \parallel (ABC)$. Do đó $(OMN) \parallel (ABC)$ là Đúng.



Ta có $MN \parallel AC, OM \parallel AD \Rightarrow (OMN) \parallel (ACD)$. Do đó $(OMN) \parallel (ACD)$ là Đúng.

Ta có $MN \parallel AC, DM \parallel CP \Rightarrow (DMN) \parallel (ACP)$. Do đó $(DMN) \parallel (ACP)$ là Đúng.

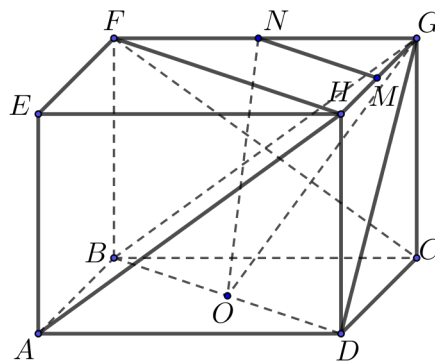
Ta có $DM \cap CQ, DM \subset (DMN), CQ \subset (ACQ) \Rightarrow (DMN) \cap (ACQ)$.

Vậy $(DMN) \parallel (ACQ)$ là Sai.

- » **Câu 9.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Gọi M, N, O lần lượt là trung điểm cạnh GH, GF, BD . Mặt phẳng (AFH) song song với mặt phẳng nào sau đây?
A. (OMN) **B.** (GBD) **C.** (AMN) **D.** (BCD)

👉 **Lời giải**

Chọn B



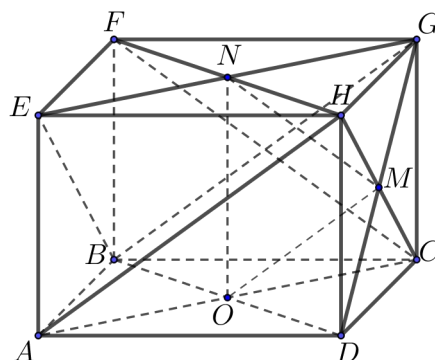
Trong mặt phẳng (AFH) chứa hai đường thẳng FH, AH cắt nhau và hai đường thẳng đó đều song song với mặt phẳng (GBD) nên $(AFH) \parallel (GBD)$.
 Vậy $(AFH) \parallel (GBD)$.

- » **Câu 10.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Gọi O, M, N lần lượt là tâm của các hình $ABCD, CGHD, EFGH$. Khẳng định nào sai?

- A.** $(OMN) \parallel (BFC)$ **B.** $(OMN) \parallel (CGF)$
C. $(OMN) \parallel (ABE)$ **D.** $(OMN) \parallel (AEH)$

👉 **Lời giải**

Chọn C



Ta có $MN \parallel FC, ON \parallel BF \Rightarrow (OMN) \parallel (BFC)$. Do đó $(OMN) \parallel (BFC)$ là Đúng.

Ta có $MN \parallel CF, ON \parallel CG \Rightarrow (OMN) \parallel (CGF)$. Do đó $(OMN) \parallel (CGF)$ là Đúng.



Ta có $OM \parallel AH, ON \parallel AE \Rightarrow (OMN) \parallel (AEH)$. Do đó $(OMN) \parallel (AEH)$ là Đúng.

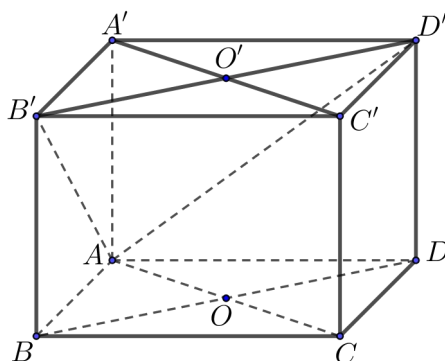
Vậy $(OMN) \parallel (ABE)$ là Sai.

» Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, AC cắt BD tại O và $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O' . Khi đó $(AB'D')$ sẽ song song mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(A'OC')$. B. (BDA') . C. (BDC') . D. (BDC) .

👉 **Lời giải**

Chọn C



Ta có:

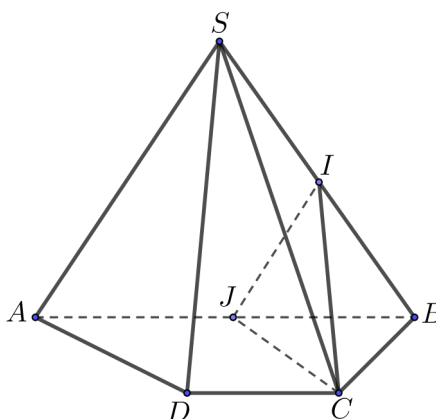
$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} BD \parallel B'D' \\ BD \subset (CBD) \end{cases} \Rightarrow BD' \parallel (CBD) \\
 + & \begin{cases} AC \parallel A'D' \\ AC \subset (C'BD) \end{cases} \Rightarrow AD' \parallel (C'BD) \\
 + & \begin{cases} AD' \parallel (C'BD) \\ BD' \parallel (C'BD) \end{cases} \Rightarrow (C'BD) \parallel (AB'D') \\
 + & \begin{cases} AD' \cap B'D' = D' \text{ trong } (AB'D') \end{cases}
 \end{aligned}$$

» Câu 12. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy hình thang $(ABPCD)$ và $AB = 2CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB và AB . Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD) ?

- A. (BCI) . B. (BIJ) . C. (CIJ) . D. (SJC) .

👉 **Lời giải**

Chọn C





Ta có:

+ I, J lần lượt là trung điểm $SB, AB \Rightarrow IJ$ là đường trung bình $DSAB \Rightarrow IJ \parallel SA$.

+ $\begin{cases} AJ = \frac{1}{2} AB = CD \\ AJ \parallel CD \end{cases} \Rightarrow AJCD$ là hình bình hành $\Rightarrow JC \parallel AD$.

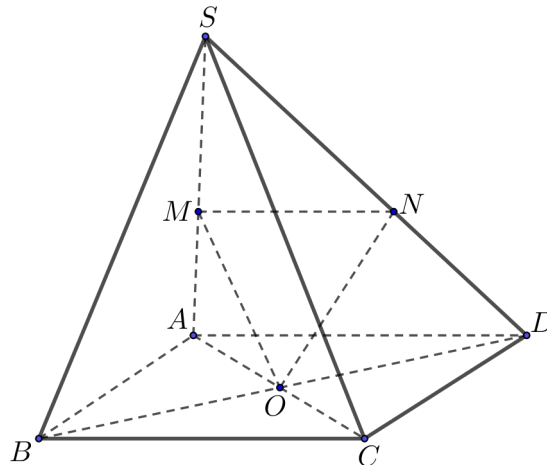
+ $\begin{cases} SA \parallel (IJC) (SA \parallel IJ, IJ \subset (IJC)) \\ AD \parallel (IJC) (AD \parallel JC, JC \subset (IJC)) \\ SA \cap AD = A \text{ trong } (SAD) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \parallel (IJC)$.

» Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(ABCD)$ B. (SBC) C. (SAB) D. (SCD)

👉 **Lời giải**

Chọn B



Ta có:

+ M, O lần lượt là trung điểm $SA, AC \Rightarrow MO$ là đường trung bình $DSCA \Rightarrow MN \parallel SC$.

+ O, N lần lượt là trung điểm $BD, SD \Rightarrow ON$ là đường trung bình $DSBD \Rightarrow ON \parallel SB$.

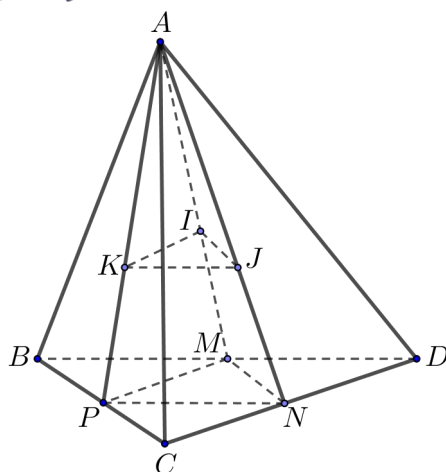
+ $\begin{cases} OM \parallel (SBC) (OM \parallel SC, SC \subset (SBC)) \\ ON \parallel (SBC) (ON \parallel SB, SB \subset (SBC)) \\ OM \cap ON = O \text{ trong } (OMN) \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC)$.

» Câu 14. Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ACD, ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BD, CD, BC . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $(DIK) \parallel (ABC)$ B. $(IJK) \parallel (BCD)$ C. $(KMN) \parallel (ABC)$ D. $(IJK) \parallel (AMD)$

👉 **Lời giải**

Chọn B



Ta có:

$$+ \frac{AK}{AP} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow KJ \parallel PN \quad \text{Mà } PN \subset (BCD) \Rightarrow KJ \parallel (BCD)$$

$$+ \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow JI \parallel MN \quad \text{Mà } MN \subset (BCD) \Rightarrow JI \parallel (BCD)$$

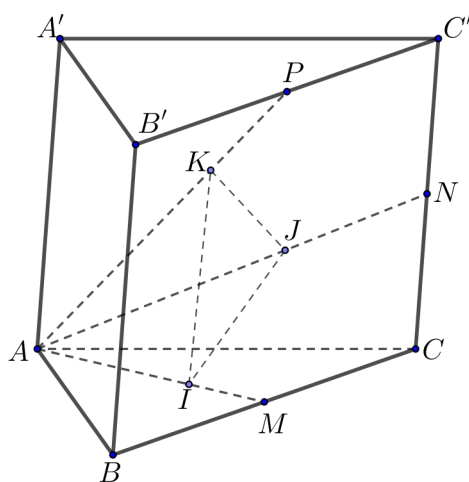
$$+ \begin{cases} KJ \parallel (BCD) \\ JI \parallel (BCD) \\ KJ \cap JI = J \text{ trong } (KIJ) \end{cases} \Rightarrow (BCD) \parallel (KIJ)$$

» Câu 15. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm $\triangle DABC, \triangle DACC'$ và $\triangle DAB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$ B. (ABA') C. $(BB'C)$ D. $(CC'A)$

👉 **Lời giải**

Chọn C



Gọi P, N, M lần lượt là trung điểm của $B'C', CC', BC$.

Ta có:

$$+ \frac{AK}{AP} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow KJ \parallel PN \quad \text{Mà } PN \subset (BB'C) \Rightarrow KJ \parallel (BB'C)$$

$$+ \frac{AK}{AP} = \frac{AI}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow KI \parallel PM \quad \text{Mà } PM \subset (BB'C) \Rightarrow KI \parallel (BB'C)$$



$$\begin{cases} KJ // (BB'C) \\ KI // (BB'C) \\ KI \cap KJ = K \text{ trong } (KIJ) \end{cases} \Rightarrow (KIJ) // (BB'C)$$

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» Câu 16.

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Cho (a) và (b) là hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt (a) thì nó cũng cắt (b) .		
(b)	Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.		
(c)	Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.		
(d)	Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy		

Lời giải

(a) Cho (a) và (b) là hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt (a) thì nó cũng cắt (b) .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.

Giao tuyến có thể trùng với một trong hai đường thẳng đó.

» **Chọn SAI.**

(c) Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

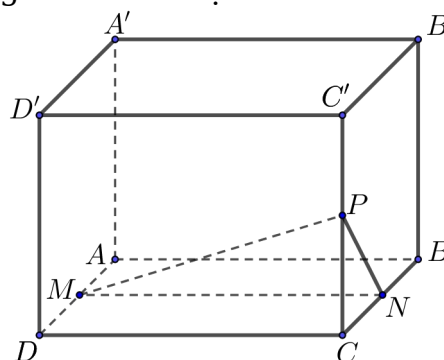
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.

Ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

» **Chọn SAI.**

» Câu 17. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC, CC' (hình vẽ).

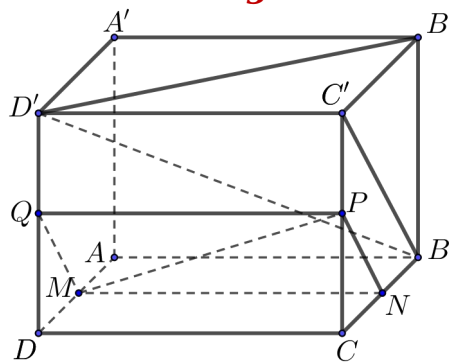


	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$A'B' // (MNP)$.		



(b)	$(MNP) \parallel (BC'D')$.		
(c)	$(MNP) \parallel (BC'D')$.		
(d)	DD' cắt (MNP) .		

Lời giải



(a) $A'B' \parallel (MNP)$.

Ta có $\begin{cases} A'B' \parallel AB \\ AB \parallel MN \end{cases} \Rightarrow A'B' \parallel MN \Rightarrow A'B' \parallel (MNP)$.
» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $(MNP) \parallel (BC'D')$.

Ta có $\begin{cases} MN \parallel CD' \\ NP \parallel BC' \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (BC'D')$.
» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $(MNP) \parallel (BC'D')$.

Ta có $\begin{cases} (MNP) \cap (ABCD) = MN \\ (BC'D') \parallel (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (MNP) \text{ cắt } (BC'D')$.
» **Chọn SAI.**

(d) DD' cắt (MNP) .

Ta có $\begin{cases} (MNP) \parallel (BC'D') \\ DD' \cap (BC'D') = D' \end{cases} \Rightarrow DD' \cap (MNP) = Q$ (hình vẽ).
» **Chọn ĐÚNG.**

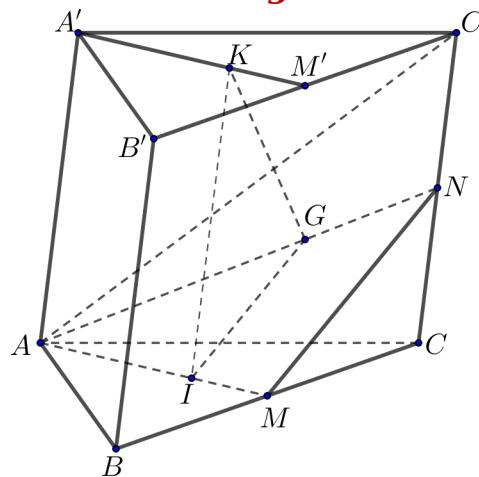
» **Câu 18.** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$BB' \parallel (ACCA')$		
(b)	$(ABC) \parallel (A'B'C')$		
(c)	IG cắt $(BCC'B')$		



(d) $(IKG) \parallel (BCC'B')$

Lời giải



(a) $BB' \parallel (ACCA')$

Ta có: $\begin{cases} BB' \parallel AA' \\ AA' \subset (ACCA') \end{cases} \Rightarrow BB' \parallel (ACCA')$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $(ABC) \parallel (A'B'C')$

Ta có: $(ABC) \parallel (A'B'C')$ (do $(ABC), (A'B'C')$ là hai mặt phẳng chứa hai đáy của lăng trụ nên song song với nhau).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $IG \nparallel (BCC'B')$

Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

Gọi N là trung điểm của CC' ,

DAMN có $\frac{AI}{AM} = \frac{AG}{AN} = \frac{2}{3}$ (tính chất trọng tâm)

Suy ra $IG \parallel MN$ mà $MN \subset (BCC'B')$ nên $IG \parallel (BCC'B')$. (1)

» **Chọn SAI.**

(d) $(IKG) \parallel (BCC'B')$

MM' là đường trung bình của hình bình hành $BCC'B'$ nên

$\begin{cases} MM' \parallel BB' \\ MM' = BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MM' \parallel AA' \\ MM' = AA' \end{cases} \Rightarrow AMM'A' \text{ là hình bình hành.}$

Vì I, K theo thứ tự là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ nên

$IM = KM' = \frac{1}{3} AM' = \frac{1}{3} AM$, mà $IM \parallel KM'$ nên $IKM'M$ là hình bình hành.

Suy ra $IK \parallel MM', MM' \subset (BCC'B') \Rightarrow IK \parallel (BCC'B')$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(IKG) \parallel (BCC'B')$.

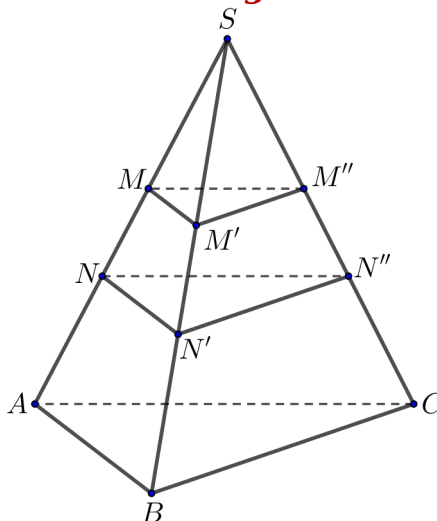
» **Chọn ĐÚNG.**



» **Câu 19.** Cho hình chóp $SABC$ có $SA=9; SB=12; SC=15$. Trên cạnh SA lấy các điểm M, N sao cho $SM=4; MN=3; NA=2$. Vẽ hai mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt đi qua M, N , cắt SB theo thứ tự tại $M'; N'$ và cắt SC theo thứ tự tại $M''; N''$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$SM'=4$		
(b)	$M'N'=4$		
(c)	$MN'+M''N''=9$		
(d)	$N''C=\frac{10}{3}$		

🔑 **Lời giải**



(a) $SM'=4$.

Ta có: $(MMM'') \parallel (NNN'') \parallel (ABC)$

Áp dụng định lý Thales trong không gian, ta được:

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SM'}{SB} = \frac{SM''}{SC} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{SM'}{12} = \frac{SM''}{15} \Rightarrow SM' = \frac{16}{3}$$

» **Chọn SAI.**

(b) $M'N'=4$.

$$\frac{4}{9} = \frac{SM'}{12} = \frac{SM''}{15} \Rightarrow SM'' = \frac{20}{3}$$

Áp dụng định lý Thales trong không gian, ta được:

$$\frac{SM}{MN} = \frac{SM'}{M'N'} = \frac{SM''}{M''N''} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\frac{16}{3}}{M'N'} = \frac{\frac{20}{3}}{M''N''} \Rightarrow M'N' = 4; M''N'' = 5.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $MN'+M''N''=9$.

$$MN' + M''N'' = 4 + 5 = 9.$$

» **Chọn ĐÚNG.**



(d) $N'C = \frac{10}{3}$.

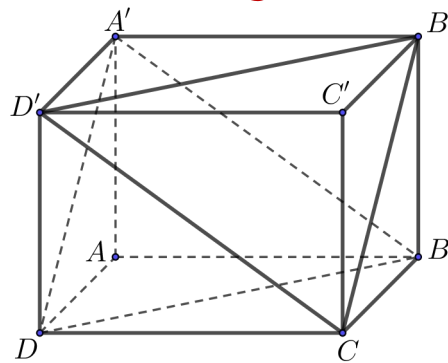
$$N'C = SC - SM' - M'N' = 15 - \frac{20}{3} - 5 = \frac{10}{3}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 20.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD; B'D'C$. Khi đó :

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$AD'CB$ là hình bình hành		
(b)	$(A'BD) \parallel (B'D'C)$		
(c)	G_1, G_2 cùng thuộc AC'		
(d)	$G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$		

👉 **Lời giải**



(a) $AD'CB$ là hình bình hành.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\begin{cases} A'D' \parallel BC \\ A'D' = BC \end{cases} \Rightarrow AD'CB$ là hình bình hành.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $(A'BD) \parallel (B'D'C)$.

$AD'CB$ là hình bình hành $\Rightarrow A'B \parallel CD' \Rightarrow A'B \parallel (B'D'C)$. (1)

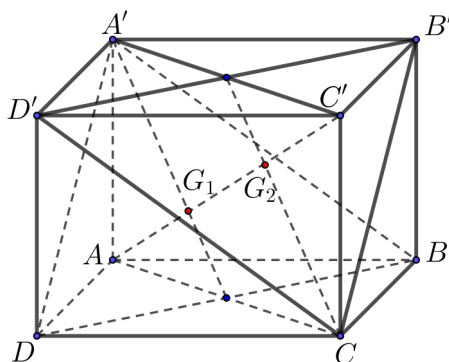
Tương tự, ta có: $\begin{cases} A'B' \parallel CD \\ A'B' = CD \end{cases} \Rightarrow A'B'CD$ là hình bình hành.

Suy ra $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (B'D'C)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(A'BD) \parallel (B'D'C)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) G_1, G_2 cùng thuộc AC' .



Vì G_1 là trọng tâm $DAB'D'$ nên $\frac{A'G_1}{A'O} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1$ là trọng tâm $DA'AC$
 $\Rightarrow G_1 = AI \cap A'O$. (3)

Tương tự, G_2 là trọng tâm $DBD'C$ nên $\frac{CG_2}{CO'} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow G_2$ là trọng tâm $DA'C'C$, suy ra $G_2 = CI \cap CO'$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra G_1, G_2 cùng thuộc AC' .

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$

Ta có: $\frac{AG_1}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AG_1}{AC'} = \frac{1}{3}; \frac{C'G_2}{CI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{C'G_2}{AC'} = \frac{1}{3}$.

Do vậy $AG_1 + G_1G_2 + G_2C' = \frac{1}{3}AC'$.

Vậy G_1, G_2 cùng thuộc AC' , đồng thời chia AC' thành ba phần bằng nhau.

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 21.** Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây:

- (1) Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.
- (2) Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy
- (3) Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .
- (4) Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) . Khi đó, nếu $a // a'; b // b'$ thì $(P) // (Q)$.
- (5) Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

- (1) Sai vì hai mặt phẳng đó có thể trùng nhau.
- (2) Sai vì ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song hoặc trùng nhau.

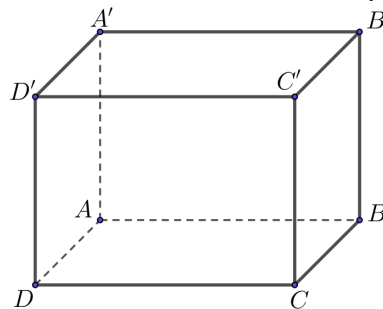


(3) Đúng, ta chọn mặt phẳng (a) chứa a và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến d thì $d \subset (P)$ và $a \parallel d$.

(4) Sai vì ta có thể lấy hai mặt phẳng (P) và (Q) thỏa a, b nằm trong mặt phẳng (P) ; a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) với $a \parallel b \parallel a' \parallel b'$ mà hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau.

(5) Sai vì trong không gian, hai mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: trùng nhau, cắt nhau, song song với nhau. Vì vậy, 2 mặt phẳng không cắt nhau thì có thể song song hoặc trùng nhau.

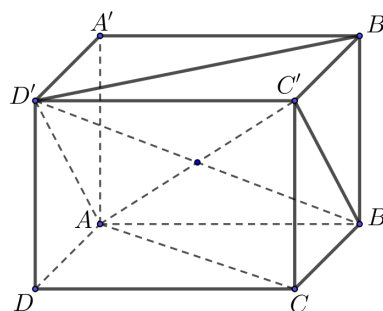
» Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu kết luận đúng



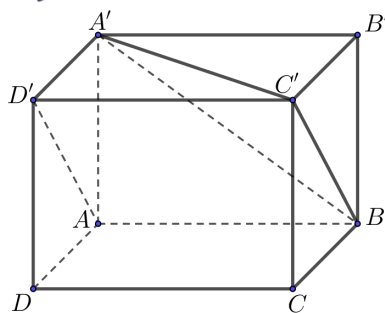
- (1) $AC \parallel B'D'$
- (2) $(BB'D') \parallel (ACC')$
- (3) $(AA'D) \parallel (BCC')$
- (4) AD' cắt $(A'BC')$
- (5) $(DD'C) \parallel (AA'B)$
- (6) $(ABCD) \parallel (A'D'C'B')$

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**



- (1) $AC \parallel B'D'$: Sai vì AC và $B'D'$ là hai đường chéo nhau.
- (2) $(BB'D') \parallel (ACC')$: Sai vì $BD' \cap AC'$ trong $(AD'C'B)$
- (3) $(AA'D) \parallel (BCC')$: Đúng do $AA' \parallel (BCC')$, $D'A' \parallel (BCC')$ nên $(AA'D) \parallel (BCC')$.

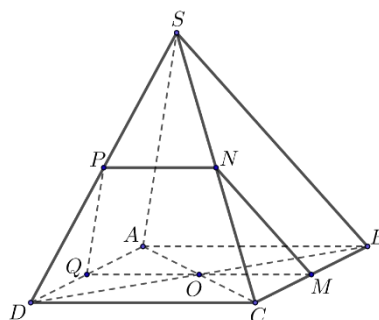


- (4) AD' cắt $(A'BC')$: Sai vì $\begin{cases} AD' \parallel BC' \\ BC' \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow AD' \parallel (A'BC')$
- (5) $(DD'C) \parallel (AA'B)$: Đúng do $DD' \parallel (AA'B)$, $D'C \parallel (AA'B)$ nên $(DD'C) \parallel (AA'B)$.
- (6) $(ABCD) \parallel (A'D'C'B')$: Đúng do hai mặt đối của hình hộp song song nhau.

» **Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $AB=8$. Hai cạnh bên $SA=SB=6$. Gọi (a) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (a) có diện tích bằng $a\sqrt{5}$. Khi đó a bằng bao nhiêu.

Lời giải

✓ **Trả lời: 6**



Ta dựng được thiết diện $MNPQ$ như hình vẽ.

Trong đó: $MN \parallel SB$; $MQ \parallel AB$; $PQ \parallel SA$.

Dễ dàng chứng minh được M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của BC, SC, SD, AD .

Suy ra $MQ \parallel PN$ (do cùng song song CD). (1)

$MN = PQ$ (do cùng bằng $\frac{SA}{2}, \frac{SB}{2}$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MNPQ$ là hình thang cân.

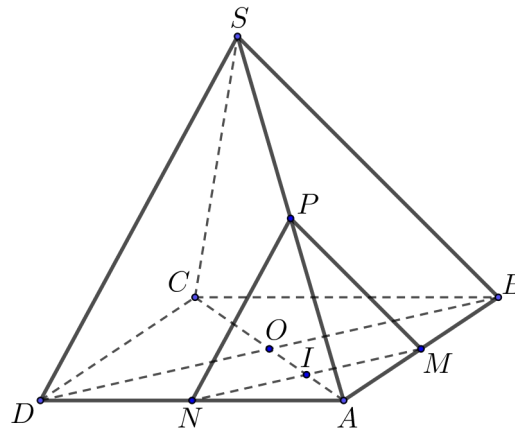
Ta có $MQ = AB = 8$, $PN = \frac{AB}{2} = 4$, $MN = PQ = \frac{SA}{2} = 3$ nên tính được $S_{MNPQ} = 6\sqrt{5}$.

» **Câu 24.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng 2. Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (a) song song với (SBD) và qua trung điểm I của đoạn thẳng AO . Gọi S là diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (a) và hình chóp. Tính S^2 .

Lời giải



✓ Trả lời: 3



Gọi $M = (a) \cap AB$, $N = (a) \cap AD$, $P = (a) \cap SA$, ta có:

$$\begin{cases} (a) \parallel (SBD) \\ (a) \cap (ABCD) = MN \Rightarrow MN \parallel BD \\ (SBD) \cap (ABCD) = BD \end{cases} \Rightarrow \frac{MN}{BD} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} \quad (1).$$

$$\begin{cases} MP \parallel SB \\ NP \parallel SD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{MP}{SB} = \frac{AM}{AB} \\ \frac{NP}{SD} = \frac{AN}{AD} \end{cases} \quad \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}.$$

Chứng minh tương tự, ta được:

$$\frac{MN}{BD} = \frac{MP}{SB} = \frac{NP}{SD}.$$

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra: $\frac{MN}{BD} = \frac{MP}{SB} = \frac{NP}{SD}$.

Mà tam giác SBD đều nên $BD = SB = SD$.

Suy ra: $MN = MP = NP$. Do đó tam giác MNP đều.

Ta lại có:

$$\begin{cases} I \in AC, AC \subset (ABCD) \\ I \in (a) \end{cases} \Rightarrow I \in (a) \cap (ABCD) \Leftrightarrow I \in MN.$$

Mà I là trung điểm AO và $MN \parallel BD$ (chứng minh trên)

Nên MN là đường trung bình của $DABD$

$$\text{Suy ra: } MN = \frac{BD}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

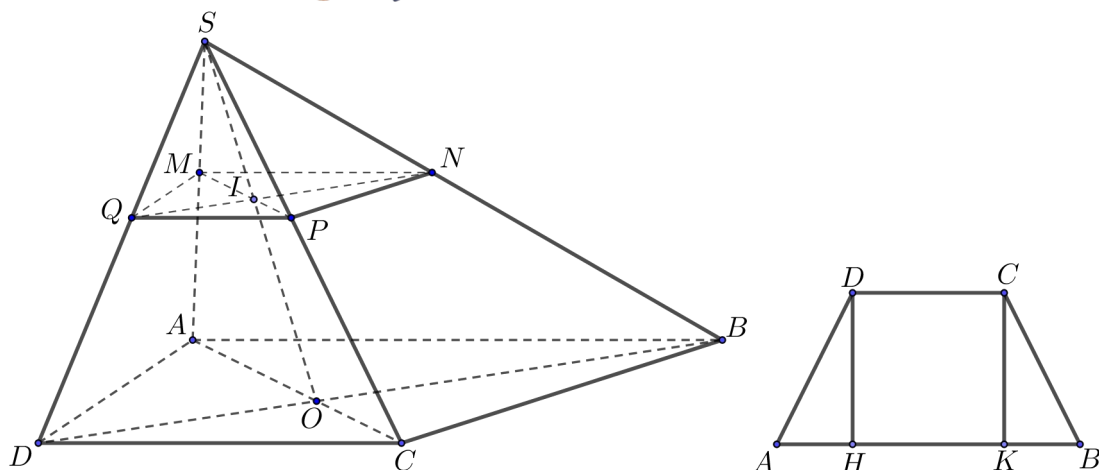
$$\text{Do đó diện tích thiết diện cần tìm là: } S = S_{\triangle MNP} = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } S^2 = (\sqrt{3})^2 = 3.$$

» **Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, cạnh bên $BC = \sqrt{5}$, hai đáy $AB = 11, CD = 7$. Mặt phẳng (a) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SO tại I sao cho $2SO = 5SI$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (a) và hình chóp.

👉 **Lời giải**

✓ Trả lời: 1,44



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C lên AB .

Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $AH = BK = \frac{AB - HK}{2} = \frac{AB - CD}{2} = \frac{11 - 7}{2} = 4$.

Ta có $CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = 1$.

Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot CK}{2} = \frac{(11 + 7) \cdot 1}{2} = 9$.

Gọi M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của (a) và các cạnh SA, SB, SC, SD .

Vì (a) song song với $(ABCD)$

Nên theo định lý Thales, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{5}$.

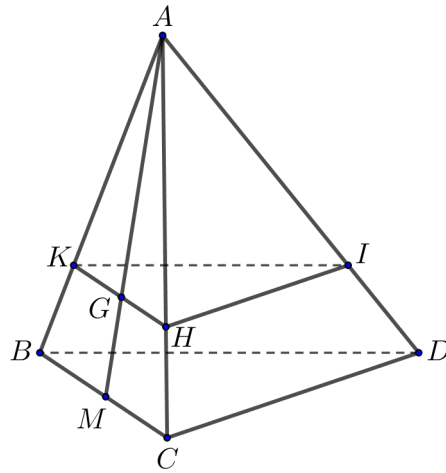
Vậy diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (a) và hình chóp là

$$S_{MNPQ} = k^2 S_{ABCD} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 9 = 1,44$$

» **Câu 26.** Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 và G là trọng tâm của tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P) qua G và song song với mặt phẳng (BCD) . Tính diện tích thiết diện thu được (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,19**



Trong mặt phẳng (ABC) kẻ đường thẳng qua G và song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại H, K .

Trong mặt phẳng (ACD) kẻ đường thẳng qua H và song song với CD cắt AD tại I .

Thiết diện cần tìm là tam giác HKI .

Ta có: $DHKI$ đồng dạng với $DBCD$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$.

Do đó: $S_{DKHI} = k^2 S_{DBCD} = \frac{4}{9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{9} \approx 0,19$.