

Câu 1. (5 điểm)

- a) Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x

$$(x-1)^4 - x^2(x^2+6) + 4x(x^2+1)$$

- b) Phân tích đa thức thành nhân tử: $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

Câu 2. (5 điểm)

- a) Chứng minh rằng $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 2(x^4 + y^4 + z^4)$

- b) Tìm x , biết: $\frac{x+1}{1000} + \frac{x+2}{999} + \frac{x+3}{998} + \frac{x+4}{997} + \frac{x+5}{996} + \frac{x+6}{995} + 6 = 0$

Câu 3. (3 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{3x+3}{x^3+x^2+x+1}$

- a) Rút gọn biểu thức A
 b) Tìm giá trị của x để A nhận giá trị nguyên?
 c) Tìm giá trị lớn nhất của A

Câu 4. (7 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại $A (AC > AB)$, đường cao AH . Trên tia HC lấy $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E

- a) Chứng minh $AE = AB$
 b) Gọi M là trung điểm của BE . Tính góc AHM

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (x-1)^4 - x^2(x^2+6) + 4x(x^2+1) \\ &= x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - x^4 - 6x^2 + 4x^3 + 4x \\ &= 1 \end{aligned}$$

Vậy với mọi giá trị của x biểu thức đã cho không phụ thuộc vào biến x

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \\ &= x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6 \\ &= x^2(x-1) - 5x(x-1) + 6(x-1) \\ &= (x-1)(x^2 - 5x + 6) \\ &= (x-1)(x-2)(x-3) \end{aligned}$$

Câu 2.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \text{Ta có: } x + y + z = 0 \Rightarrow x = -(y+z) \\ & \Rightarrow x^2 = [-(y+z)]^2 \\ & x^2 = y^2 + z^2 + 2yz \Leftrightarrow x^2 - y^2 - z^2 = 2yz \\ & \Leftrightarrow (x^2 - y^2 - z^2)^2 = (2yz)^2 \\ & \Leftrightarrow x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 + 2y^2z^2 = 4y^2z^2 \\ & \Leftrightarrow x^4 + y^4 + z^4 = 2x^2y^2 + 2x^2z^2 + 2y^2z^2 \\ & \Leftrightarrow x^4 + y^4 + z^4 + x^4 + y^4 + z^4 = x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 + 2x^2z^2 + 2y^2z^2 \\ & \Leftrightarrow 2(x^4 + y^4 + z^4) = (x^2 + y^2 + z^2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{x+1}{1000} + \frac{x+2}{999} + \frac{x+3}{998} + \frac{x+4}{997} + \frac{x+5}{996} + \frac{x+6}{995} + 6 = 0 \\ & \Leftrightarrow \frac{x+1}{1000} + 1 + \frac{x+2}{999} + 1 + \frac{x+3}{998} + 1 + \frac{x+4}{997} + 1 + \frac{x+5}{996} + 1 + \frac{x+6}{995} + 1 = 0 \\ & \Leftrightarrow \frac{x+1001}{1000} + \frac{x+1001}{999} + \frac{x+1001}{998} + \frac{x+1001}{997} + \frac{x+1001}{996} + \frac{x+1001}{995} = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (x+1001) \left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{999} + \frac{1}{998} + \frac{1}{997} + \frac{1}{996} + \frac{1}{995} \right) = 0 \Rightarrow x = -1001$$

Câu 3.

$$a) A = \frac{3x+3}{x^3+x^2+x+1} = \frac{3(x+1)}{x^2(x+1)+(x+1)} = \frac{3(x+1)}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{3}{x^2+1}$$

b) Muốn A nhận giá trị nguyên thì $x^2+1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$

- Nếu $x^2+1 = -3 \Rightarrow x \in \emptyset$
- Nếu $x^2+1 = -1 \Rightarrow x \in \emptyset$
- Nếu $x^2+1 = 1 \Rightarrow x=0 \Rightarrow A=3$
- Nếu $x^2+1 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow A=1$

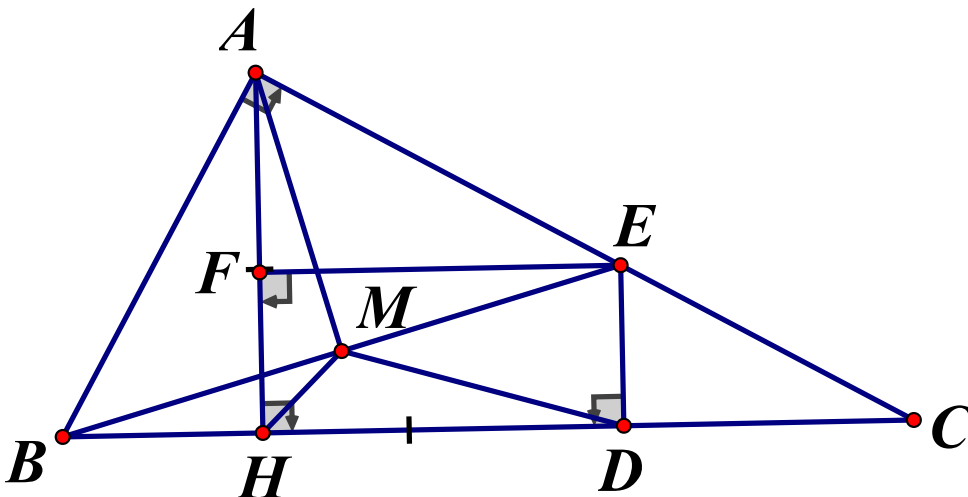
Vậy tập hợp các giá trị của x để A nhận giá trị nguyên là $\{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$

c) $A = \frac{3}{x^2+1}$ nhận giá trị lớn nhất khi x^2+1 có giá trị nhỏ nhất

Mà $x^2+1 \geq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

Vậy $\text{Max}_A = 3 \Leftrightarrow x = 0$

Câu 4.



- a) Kẻ $EF \perp AH \Rightarrow$ Tứ giác $HDEF$ là hình chữ nhật
 $\Rightarrow EF = HD$ mà $HD = AH(gt) \Rightarrow EF = AH$

Xét $\triangle HBA$ và $\triangle FAE$ có: $\angle H = \angle F = 90^\circ$, $AH = EF$, $\angle FEA = \angle BAH$ (phụ $\angle FAE$)

Do đó: $\triangle HBA = \triangle FAE$ (g.g) $\Rightarrow AE = AB$

b) Ta có $\triangle BAE$ vuông tại A $\Rightarrow AM = \frac{1}{2}BE$

$\triangle BDE$ vuông tại D $\Rightarrow DM = \frac{1}{2}BE$

Do đó: $AM = DM$

Xét $\triangle AHM$ và $\triangle DHM$ có: $AM = MD$; $AH = HD$; HM là cạnh chung

$\Rightarrow \triangle AHM = \triangle DHM \Rightarrow \angle AHM = \angle MHD = \frac{\angle AHD}{2} = 45^\circ$

Vậy $\angle AHM = 45^\circ$