|  |  |
| --- | --- |
|  | PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẬN ĐỐNG ĐAĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 9NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN ***Thời gian làm bài 150 phút***  ***Ngày thi: 14/11/2020*** |

1. (5 *điểm*)

1. Tìm tất cả các số tự nhiên n để  là số nguyên tố.

2. Giải phương trình 

1. (5 *điểm*)

1. Cho ba số thực khác không  thỏa mãn điều kiện:

 và . Tính giá trị của biểu thức:



2. Tìm tất cả các bộ số nguyên thỏa mãn 

1. (2 *điểm*)

Cho  là các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:



1. (7 *điểm*)

Cho đoạn thẳng  và một điểm  nằm bất kỳ trên đoạn thẳng , một nửa mặt phẳng bờ , dựng hai hình vuông  và . Gọi giao điểm của đường thẳng  và  là điểm , giao điểm của đường thẳng  và  là .

a) Chứng minh bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng  và 3 điểm  thẳng hàng.

c) Tìm vị trí các điểm trên đoạn thẳng  để độ dài đoạn thẳng  đạt giá trị lớn nhất.

1. (1 *điểm*)

Một hình hộp chữ nhật có các kích thước

là các số nguyên dương tính theo đơn vị cm,

có thể tích .

Biết khi đạt hình hộp chữ nhật đó đặt lên mặt bàn

thì tổng diện tích của 5 mặt nhìn thấy được là 

(minh họa bằng hình vẽ bên). Tìm giá trị nhỏ nhất của .

🙢**HẾT**🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | **HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ HSG TOÁN 9 QUẬN ĐỐNG ĐA**  **Năm học: 2020-2021** |

1. (5 *điểm*)

1. Tìm tất cả các số tự nhiên n để  là số nguyên tố.

2. Giải phương trình 

**Lời giải**

1. Tìm tất cả các số tự nhiên n để  là số nguyên tố.

Ta có



Với  không phải số nguyên tố

Với là số nguyên tố

Với  là số nguyên tố.

Với là số nguyên tố.

Với  thì  và 

 và thì luôn tồn tại một số số chẵn nên khi đó P là hợp số.

Vậy P là số nguyên tố thì 

***2. Giải phương trình (\*)***

Điều kiện xác định: 

Đặt



Thay vào (\*) ta được



Với t=3



 hoặc 

1. (5 *điểm*)

1. Cho ba số thực khác không  thỏa mãn điều kiện:

 và . Tính giá trị của biểu thức:



2. Tìm tất cả các bộ số nguyên thỏa mãn 

**Lời giải**

***1.*** Ta có



Khi đó ta có 



***2.***

**-** Nếu  không là số nguyên,  không thể xảy ra.

**-** Nếu .

Trường hợp 1. 

Trường hợp 2. 

Trường hợp 3. 

Trường hợp 4. 

**-** Nếu  là số chẵn và chia 4 dư 2 là số chẵn.

Mà là số chẵn  và là số chẵn.

chia hết cho 4, mà không chia hết cho 4. Nên không thể xảy ra.

Vậy bộ số nguyên  là 

1. (2 *điểm*)

Cho  là các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:



**Lời giải**



Ta có: 



Tương tự





Dấu “ =” xảy ra khi 

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức A là  khi .

1. (7 *điểm*)

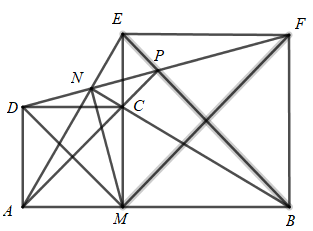
Cho đoạn thẳng  và một điểm  nằm bất kỳ trên đoạn thẳng , một nửa mặt phẳng bờ , dựng hai hình vuông  và . Gọi giao điểm của đường thẳng  và  là điểm , giao điểm của đường thẳng  và  là .

a) Chứng minh bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng  và 3 điểm  thẳng hàng.

c) Tìm vị trí các điểm trên đoạn thẳng  để độ dài đoạn thẳng  đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải**



a) Chứng minh bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn.

Hình vuông  có đường chéo , suy ra  hay .

Hình vuông  có đường chéo , suy ra  hay.

Suy ra tam giác  vuông cân ở , suy ra 

Xét tam giác  có  là các đường cao và cắt nhau tại ,

suy ra  là trực tâm tam giác , suy ra  hay .

Tứ giác  có  nên là tứ giác nội tiếp

Suy ra minh bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng  và 3 điểm  thẳng hàng.

Xét tứ giác , có  nên nội tiếp, suy ra  (1)

Tương tự  (2)

Từ (1) và (2), suy ra . Vì  thẳng hàng nên .

Suy ra  hay .

Xét tam giác  có , từ đó theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có .

Ta có tứ giác  nội tiếp vì , suy ra  hay .

Mặt khác tứ giác  nội tiếp, suy ra , suy ra  hay  mà , suy ra  thẳng hàng, lại có .

Do đó bốn điểm  thẳng hàng. (đpcm).

**Cách 2**

Xét tứ giác , có  nên nội tiếp, suy ra  (1)

Tương tự  (2)

Từ (1) và (2), suy ra . Vì  thẳng hàng nên .

Suy ra  hay .

Xét tam giác  có , từ đó theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có .

Ta có tứ giác  nội tiếp vì , suy ra  hay .

Mặt khác tứ giác  nội tiếp, suy ra , suy ra  hay  mà , suy ra  thẳng hàng, lại có .

Do đó bốn điểm  thẳng hàng. (đpcm).

1. Tìm vị trí các điểm trên đoạn thẳng  để độ dài đoạn thẳng  đạt giá trị lớn nhất.

Ta có 

Suy ra . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi *M* là trung điểm *AB*.

1. (1 *điểm*)

Một hình hộp chữ nhật có các kích thước

là các số nguyên dương tính theo đơn vị cm,

có thể tích .

Biết khi đặt hình hộp chữ nhật đó lên mặt bàn

thì tổng diện tích của 5 mặt nhìn thấy được là 

(minh họa bằng hình vẽ bên). Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**Lời giải**

Gọi các kích thước của hình hộp chữ nhật đó là 

Từ giả thiết, ta có 

Ta có 

Xét hiệu 

Suy ra  Dấu “=” xảy ra tại 

Vậy 

🙢**HẾT**🙠

