

## PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  là

A.  $e^x + x^2 + C$

B.  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

C.  $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

D.  $e^x + 1 + C$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$

B.  $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$

C.  $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$

D.  $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$

**Câu 3.** Giá trị của  $\int_0^{\pi} \sin x dx$  bằng

A. 0

B. 1

C.  $\frac{\pi}{2}$

D.  $\pi$

**Câu 4.** Tích phân  $\int_0^2 [4f(x) - 2x]dx = 5$ . Khi đó  $\int_0^2 f(x)dx$  bằng

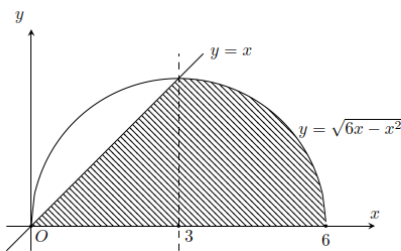
A. 1

B. -3

C. 3

D. 2

**Câu 5.** Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục  $Ox$  bằng



A.  $24\pi$

B.  $27\pi$

C.  $25\pi$

D.  $26\pi$

**Câu 6.** Cho mặt cầu  $(S): (x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$ . Toạ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  là

A.  $I(-2; 2; 1)$  và  $R=4$

B.  $I(2; -2; -1)$  và  $R=2$

C.  $I(-2; 2; 1)$  và  $R=2$

D.  $I(1; -2; -1)$  và  $R=2$

**Câu 7.** Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $O$ , tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha): 16x - 15y - 12z + 75 = 0$  là

A.  $x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 9$

B.  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$

C.  $x^2 + y^2 + z^2 = 81$

D.  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua hai điểm  $A(1; 2; -2), B(2; -1; 4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\beta): x - 2y - z + 1 = 0$  có phương trình là

A.  $15x + 7y + z - 27 = 0$

B.  $15x - 7y + z - 27 = 0$

C.  $15x - 7y + x + 27 = 0$

D.  $15x + 7y - z + 27 = 0$

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; 3), B(2; 1; 5), C(2; 4; 2)$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $AC$ .

A.  $60^\circ$

B.  $150^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $120^\circ$

**Câu 10.** Cho hai biến độc lập  $A, B$  với  $P(A) = 0,8, P(B) = 0,25$ . Khi đó,  $P(A|B)$  bằng

A.  $0,2$

B.  $0,8$

C.  $0,25$

D.  $0,75$

**Câu 11.** Một hộp có 8 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hoa lấy một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn Hồng lấy một viên bi trong hộp đó. Tính xác suất để bạn Hồng lấy được viên bi đỏ nếu biết rằng bạn Hoa lấy được viên bi đỏ.

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{8}{15}$

C.  $\frac{4}{7}$

D.  $\frac{7}{15}$

**Câu 12.** Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỷ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên của doanh nghiệp đó. Xác suất nhân viên này có bằng đại học là

A.  $\frac{111}{400}$

B.  $\frac{11}{80}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{109}{400}$

Gọi  $A$  là biến cố "Nhân viên của doanh nghiệp là nữ",  $B$  là biến cố "Nhân viên của doanh nghiệp có bằng đại học".

$$P(AB) = 0,45 \cdot 0,3 = 0,135; P(\bar{A}B) = 0,55 \cdot 0,25 = 0,1375$$

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = \frac{109}{400}$$

Suy ra

## PHẦN 2 Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P): x - y + 3 = 0$

a) Đường thẳng  $d$  có véc-tơ chỉ phương là  $u = (-1; 2; 1)$ . **đ**

b) Mặt phẳng  $(P)$  có véc-tơ pháp tuyến là  $n = (1; -1; 3)$ . **s**

c) Điểm  $A(-1; -2; 0) \in (P)$ . **đ**

d) Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng  $30^\circ$ . **s**

$$d: \begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=3+4t \end{cases}$$

**Câu 2.** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng

và mặt phẳng  $(R): x + 2y + z = 0$

a)  $u = (0; -1; 4)$  là một véc-tơ chỉ phương của  $d$ . **đ**

b) Điểm  $A(1; 2; 3)$  thuộc đường thẳng  $d$ . **đ**

c) Đường thẳng  $d$  cắt mặt phẳng  $(R)$  tại điểm  $H(1; 6; 13)$ . **s**

d) Phương trình đường thẳng  $\Delta$  nằm trong  $(R)$  và vuông góc với  $d$  có một véc-tơ chỉ phương là  $m = (-9; 4; 1)$ . **đ**

**Câu 3.** Một hộp chứa 10 tấm thẻ màu trắng được đánh số lần lượt từ 1 đến 10 và 4 tấm thẻ màu đen được đánh số lần lượt từ 1 đến 4. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Gọi  $A$  là biến cố "Hai thẻ lấy ra có cùng màu" và  $B$  là "Hai thẻ lấy ra cùng ghi số lẻ".

a) Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 91. **đ**

b) Xác suất của biến cố  $A$  là  $\frac{45}{91}$ . **s**

c) Xác suất của biến cố  $B$  là  $\frac{3}{13}$ . **đ**

d)  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập. **s**

a) Đúng. Số cách lấy ra 2 tấm thẻ từ một hộp có 14 tấm thẻ là  $C_{14}^2 = 91$ .

b) Sai. Xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{C_{10}^2 + C_4^2}{91} = \frac{51}{91}$ .

c) Đúng. Xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = \frac{C_7^2}{91} = \frac{3}{13}$ .

d) Sai. Xác suất của biến cố "Hai thẻ lấy ra cùng màu và cùng ghi số lẻ" là

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^2 + C_5^2}{91} = \frac{11}{91} \neq \frac{51}{91} \cdot \frac{3}{13} = P(A) \cdot P(B).$$

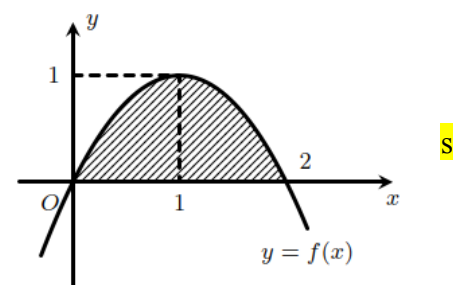
Do đó  $A$  và  $B$  không phải là hai biến cố độc lập.

**Câu 4.** Cho  $y = f(x)$  là hàm số bậc hai có đồ thị  $(P)$  như hình vẽ bên. Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  với trục hoành.

a) Hoành độ giao điểm của parabol với trục hoành là  $x=1$  và  $x=2$ .

b) Phương trình của parabol là  $y = 2x - x^2$ . **đ**

c) Diện tích của hình  $(H)$  bằng  $\frac{2}{3}$ . **s**



d) Khi cho hình  $(H)$  xoay quanh trục  $Ox$  ta được một vật thể có thể tích bằng  $\frac{16}{15}$ . **S**

### PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

**Câu 1.** Kí hiệu  $h(x)$  là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng  $x$  năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 3 m. Trong các năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ  $h'(x) = \frac{\sqrt{3}}{x}$  (tính theo mét/năm). Chiều cao của cây đó sau 6 năm (làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu mét?

**Câu 2.** Giả sử lợi nhuận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của một loại sản phẩm của nhà máy được tính theo công thức  $P'(x) = 18 - 0,04x$ . Trong đó  $P(x)$  (tính bằng triệu đồng) là lợi nhuận thu được khi bán  $x$  tấn sản phẩm. Chênh lệch lợi nhuận khi bán 150 tấn sản phẩm so với khi bán 50 tấn sản phẩm là triệu đồng.

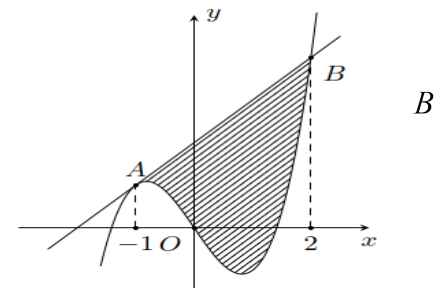
**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt sàn nằm ngang của một ngôi nhà thuộc mặt phẳng  $(\alpha): 2x + y + z - 1 = 0$ . Hỏi mái nhà có độ dốc bằng bao nhiêu độ?

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , giả sử bề mặt Trái Đất  $(S)$  có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . Từ vị trí  $A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ , người ta dự định đào một đường hầm xuyên qua lòng đất theo hướng  $v = (2; 2; -3)$ . Tính độ dài đường hầm cần đào.

**Câu 5.** Trong một vùng dân cư tỉ lệ nhiễm Covid là 4%. Nếu một người bị nhiễm Covid thì khi xét nghiệm, xác suất cho kết quả dương tính là 0,95. Nếu một người không bị nhiễm Covid thì khi xét nghiệm, xác suất cho kết quả dương tính là 0,03. Giả sử một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính. Tính xác suất để người đó bị nhiễm Covid.

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  có đồ thị  $(C)$ . Biết rằng tiếp tuyến  $d$  của  $(C)$  tại điểm  $A$  có hoành độ bằng -1 cắt  $(C)$  tại điểm có hoành độ bằng 2.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$  và  $(C)$  bằng  $\frac{m}{n}$  (với  $m, n$  nguyên dương và phân số  $\frac{m}{n}$  tối giản). Giá trị  $m + n$  bằng



## ĐÁP ÁN

### PHẦN 1

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

| Câu  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Chọn | A | B | B | D | B | C | D | A | A | B  | A  | D  |

### PHẦN 2

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

| Câu 1: | Câu 2: | Câu 3: | Câu 4: |
|--------|--------|--------|--------|
| a) Đ   | a) Đ   | a) Đ   | a) S   |
| b) S   | b) Đ   | b) S   | b) Đ   |
| c) Đ   | c) S   | c) Đ   | c) S   |
| d) S   | d) Đ   | d) S   | d) Đ   |

**PHẦN 3.** (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

| Câu  | 1   | 2    | 3     | 4    | 5    | 6  |
|------|-----|------|-------|------|------|----|
| Chọn | 6.1 | 1400 | 65.91 | 0.54 | 0.57 | 31 |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 12.** Gọi  $A$  là biến cố "Nhân viên của doanh nghiệp là nữ",  $B$  là biến cố "Nhân viên của doanh nghiệp có bằng đại học".

$$P(AB) = 0,45 \cdot 0,3 = 0,135; P(\bar{A}B) = 0,55 \cdot 0,25 = 0,1375$$

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = \frac{109}{400}$$

Suy ra

### PHẦN 2 Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 3.** a) Đúng. Số cách lấy ra 2 tấm thẻ từ một hộp có 14 tấm thẻ là  $C_{14}^2 = 91$ .

b) Sai. Xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{C_{10}^2 + C_4^2}{91} = \frac{51}{91}$ .

c) Đúng. Xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = \frac{C_7^2}{91} = \frac{3}{13}$ .

d) Sai. Xác suất của biến cố "Hai thẻ lấy ra cùng màu và cùng ghi số lẻ" là

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^2 + C_5^2}{91} = \frac{11}{91} \neq \frac{51}{91} \cdot \frac{3}{13} = P(A) \cdot P(B).$$

Do đó  $A$  và  $B$  không phải là hai biến cố độc lập.

### PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

**Câu 1.**  $\int h'(x) dx = \int \frac{\sqrt{3}}{x} dx = \sqrt{3} \ln |x| + C$ , suy ra  $h(x) = \sqrt{3} \ln |x| + C$ . Ta có  $h(1) = \sqrt{3} \ln 1 + C = 3$ , suy ra  $C = 3$ . Do đó  $h(6) = \sqrt{3} \ln 6 + 3 \approx 6.1(m)$ .

**Câu 2.**  $P = \int_{50}^{150} P'(x) dx = \int_{50}^{150} (18 - 0,04x) dx = (18x - 0,02x^2) \Big|_{50}^{150} = 1400$

Vậy sự thay đổi lợi nhuận khi bán được từ 50 tấn sản phẩm đến 100 tấn sản phẩm bằng 1400 triệu đồng.

**Câu 3.** Mặt phẳng nằm ngang  $(Oxy)$  có một vector pháp tuyến là  $k = (0; 0; 1)$

Mặt phẳng  $(\alpha)$  có một vector pháp tuyến là  $n = (2; 1; 1)$

$$\cos((Oxy), (\alpha)) = \left| \cos(\vec{k}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow ((Oxy), (\alpha)) \approx 65,91^\circ$$

Ta có:

**Câu 4.** Đường hàm thuộc đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  nhận  $v = (2; 2; -3)$  làm vector chỉ phương.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + 2t \\ y = \frac{1}{2} + 2t \\ z = \frac{1}{\sqrt{2}} - 3t \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng  $\Delta$  là:

Gọi  $B$  là điểm cuối của đường hàm cần tìm. Khi đó  $B$  là giao điểm của đường thẳng  $\Delta$  và mặt cầu  $(S)$ . Toạ độ của  $B$  có dạng  $B\left(\frac{1}{2} + 2t; \frac{1}{2} + 2t; \frac{1}{\sqrt{2}} - 3t\right)$  (với  $t \neq 0$  để  $B$  khác  $A$ ) và thỏa mãn phương trình mặt cầu  $(S)$ , tức là:

$$\left(\frac{1}{2} + 2t\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + 2t\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 3t\right)^2 = 1 \Leftrightarrow 17t^2 + (2 - 3\sqrt{2})t = 0 \Rightarrow t = \frac{3\sqrt{2} - 2}{17}$$

Suy ra  $AB = \sqrt{(2t)^2 + (2t)^2 + (-3t)^2} = |t| \sqrt{17} = \frac{3\sqrt{2} - 2}{\sqrt{17}} \approx 0,54$

**Câu 5.** Gọi  $A$  là biến cố: "Người đó nhiễm Covid";

$B$  là biến cố: "Xét nghiệm cho kết quả dương tính".

Ta có:  $P(A) = 0,04; P(\bar{A}) = 0,96; P(B|A) = 0,95; P(B|\bar{A}) = 0,03$

Ta có:

Theo công thức Bayes, ta có:

$$\begin{aligned} P(A|B) &= \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} \\ &= \frac{0,04 \cdot 0,95}{0,04 \cdot 0,95 + 0,96 \cdot 0,03} \approx 0,569 \end{aligned}$$

