|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT YÊN THÀNH** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN**  LỚP 8  **NĂM HỌC: 2022-2023**  **Thời gian làm bài: 120 phút** |

**Bài 1: (3,0 điểm)** Cho biểu thức:



a. Rút gọn biểu thức .

b. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Bài 2: (5,0 điểm)**

a. Giải phương trình: 

**b.** Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình:

c. Tìm số nguyên để đa thức  chia hết cho đa thức 

**Bài 3: (4,0 điểm)**

**a**. Cho là ba số khác 0 thỏa mãn: . Tính giá trị của biểu thức

****

b. Cho  là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng . Chứng minh rằng: 

**Bài 4: (6,0 điểm)**

Cho hình chữ nhật có hai đường chéo  và  cắt nhau tại . Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và . Nối  cắt  ở . Tia  cắt  ở . Điểm di động trên đoạn . Kẻ  vuông góc với (),  vuông góc với ()

a. Chứng minh: Tứ giác  là hình thoi.

b. Chứng minh: 

c. Xác định vị trí điểm trên để lớn nhất.

**Bài 5: (2,0 điểm)** Tìm tất cả các bộ ba số nguyên  thỏa mãn:

****

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1: (3,0 điểm)** Cho biểu thức:



a. Rút gọn biểu thức .

b. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Lời giải**

**a) ĐKXĐ:  và **



Vậy với ** và thì** 

b) Ta có 



 (với mọi x thuộc ĐKXĐ ) 

Dấu  xảy ra khi và chỉ khi (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy GTLN của biểu thức tại 

**Bài 2: (5,0 điểm)**

a. Giải phương trình: 

**b.** Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình:

c. Tìm số nguyên để đa thức  chia hết cho đa thức 

**Lời giải**

a. Giải phương trình: 



Phương trình  vô nghiệm



Vậy tập nghiệm của phương trình 

**b.** Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình:

Không mất tính tổng quát giả sử 

\*) Khi không tìm được giá trị y ,z

\*) Khi x=2

+) không tìm được 

+) ta có 

+) ta có 

+)  mà 

Không có giá trị nào của thỏa mãn

\*) Khi 

+)  thay vào ta được 

+)  



Không tìm được giá trị  thỏa mãn

Vậy các cặp số  thỏa mãn yêu cầu đề bài là  và các hoán vị của cặp số này.

c. Tìm số nguyên  để đa thức  chia hết cho đa thức 

Để  nguyên thỏa mãn yêu cầu đề bài thì 

Ta có 

****

Ta có 

****

**Do đó  . Để**  thì giá trị của biểu thức ****

Giải ra ta được  hoặc 

Vậy  và  là các giá trị cần tìm.

**Bài 3: (4,0 điểm)**

**a**. Cho là ba số khác 0 thỏa mãn: . Tính giá trị của biểu thức

****

b. Cho  là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng .

Chứng minh rằng: 

**Lời giải:**

**a**. Với 

thỏa mãn:

.

****

Vậy 

b. Cho  là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng .

Chứng minh rằng: 

**Ta có **

**Chứng minh tương tự **

**Do đó **

****

**Ta có**

****

Thay vào biểu thức ta được

****

**Bài 4: (6,0 điểm)**

Cho hình chữ nhật có hai đường chéo  và  cắt nhau tại . Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và . Nối  cắt  ở . Tia  cắt  ở . Điểm di động trên đoạn . Kẻ  vuông góc với (),  vuông góc với ()

a. Chứng minh: Tứ giác  là hình thoi.

b. Chứng minh: 

c. Xác định vị trí điểm trên để lớn nhất.

**Lời giải**

****

**a. Gợi ý:**

**-** Chứng minh tứ giác ****là hình bình hành có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

**-** Chứng minh 

b. Chứng minh: 

Xét tam giác vuông  ta có  (định lý Pytago)

Do đó 



dễ dàng chứng minh được



Do đó 

c. Để  lớn nhất

 lớn nhất

Mà 

dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi 

**Bài 5: (2,0 điểm)** Tìm tất cả các bộ ba số nguyên  thỏa mãn:

****

**Lời giải**

****

\* Nếu có hai số chia cho 3 có cùng số dư thì  hoặc  hoặc 

\* Nếu chia cho 3 có số dư khác nhau thì 4

Do vậy  mọi 

mà không chia hết cho 3 nên không chia hết cho 3

Do đó không tồn tại  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**