

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

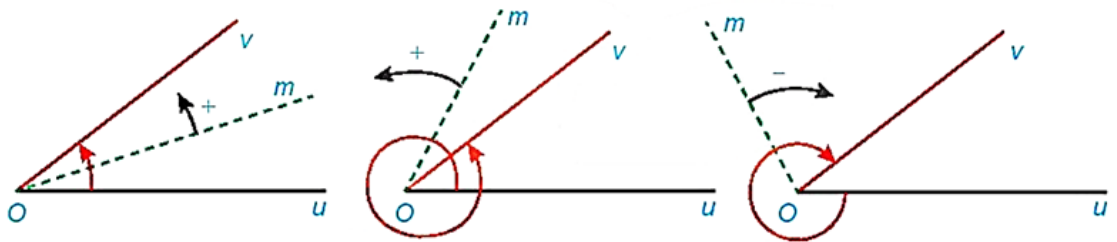
PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. GÓC LƯỢNG GIÁC

a) Khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác

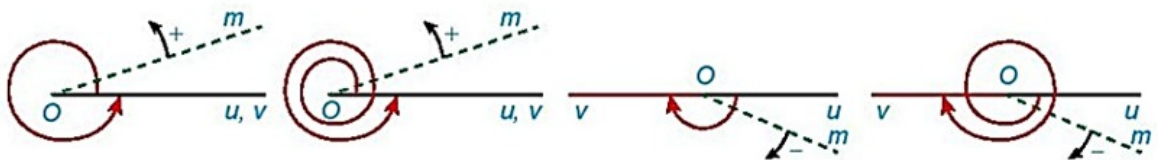
Trong mặt phẳng, cho hai tia Ou, Ov . Xét tia Om cùng nằm trong mặt phẳng này. Nếu tia Om quay quanh điểm O , theo một chiều nhất định từ O đến Ov , thì ta nói nó quét một **góc lượng giác** với tia đầu Ou , tia cuối Ov và kí hiệu là (Ou, Ov) .

Góc lượng giác (Ou, Ov) chỉ được xác định khi ta biết được chuyển động quay của tia Om từ tia đầu Ou đến tia cuối Ov . Ta quy ước: Chiều quay ngược với chiều quay của kim đồng hồ là chiều dương, chiều quay cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm.



Khi đó, nếu tia Om quay theo chiều dương đúng một vòng ta nói tia Om quay góc 360° , quay đúng 2 vòng ta nói nó quay góc 720° ; quay theo chiều âm nửa vòng ta nói nó quay góc -180° , quay theo chiều âm $1,5$ vòng ta nói nó quay góc $-1,5 \cdot 360^\circ = -540^\circ, \dots$

Khi tia Om quay góc α° thì ta nói góc lượng giác mà tia đó quét nên có số đo α° . **Số đo của góc lượng giác** có tia đầu Ou , tia cuối Ov được kí hiệu là $sđ(Ou, Ov)$.

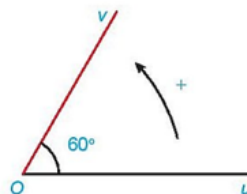


$$sđ(Ou, Ov) = 360^\circ \quad sđ(Ou, Ov) = 720^\circ \quad sđ(Ou, Ov) = -180^\circ \quad sđ(Ou, Ov) = -540^\circ$$

Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou , tia cuối Ov và số đo của nó.

Chú ý. Cho hai tia Ou, Ov thì có vô số góc lượng giác tia đầu Ou , tia cuối Ov . Mỗi góc lượng giác như thế đều kí hiệu là (Ou, Ov) . Số đo của các góc lượng giác này sai khác nhau một bội nguyên của 360° .

Ví dụ 1. Cho góc hình học uOv có số đo 60° . Xác định số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov) và (Ov, Ou) .



Giải

Ta có:

- Các góc lượng giác tia đầu Ou , tia cuối Ov có số đo là $sđ(Ou, Ov) = 60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

- Các góc lượng giác tia đầu Ov , tia cuối Ou có số đo là $sđ(Ov, Ou) = -60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

b) Hệ thức Chasles

Hệ thức Chasles: Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có
 $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Nhận xét. Từ hệ thức Chasles, ta suy ra:

Với ba tia tùy ý Ox, Ou, Ov ta có
 $sđ(Ou, Ov) = sđ(O, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Ví dụ 2. Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo -270° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo 135° . Tính số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov) .

Giải

Số đo của các góc lượng giác tia đầu O , tia cuối Ov là

$$\begin{aligned} sđ(Ou, Ov) &= sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k360^\circ \\ &= 135^\circ - (-270^\circ) + k360^\circ = 405^\circ + k360^\circ \\ &= 45^\circ + (k+1)360^\circ = 45^\circ + m360^\circ (m = k+1, m \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy các góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $45^\circ + m360^\circ (m \in \mathbb{Z})$.

2. ĐƠN VỊ ĐO GÓC VÀ ĐO ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

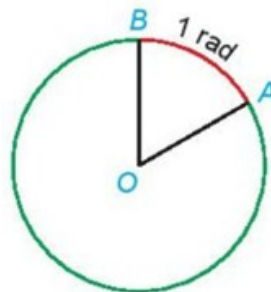
a) Đơn vị đo góc và cung tròn

Đơn vị độ: Để đo góc, ta dùng đơn vị độ. Ta đã biết: Góc 1° bằng $\frac{1}{180}$ góc bẹt.

Đơn vị độ được chia thành những đơn vị nhỏ hơn: $1^\circ = 60'; 1' = 60''$.

Đối với các góc lượng giác, khi mà số vòng quay trong chuyển động tương ứng từ tia đầu đến tia cuối là khá lớn thì số đo của chúng tính bằng độ sẽ trở nên cồng kềnh. Do đó, trong khoa học và kỹ thuật, bên cạnh việc đo bằng độ, người ta còn sử dụng đơn vị đo góc bằng radian.

Đơn vị radian: Cho đường tròn (O) tâm O , bán kính R và một cung AB trên (O) (hình).



Ta nói cung tròn AB có số đo bằng 1 radian nếu độ dài của nó đúng bằng bán kính R .

Khi đó ta cũng nói rằng góc AOB có số đo bằng 1 radian và viết: $\angle AOB = 1 \text{ rad}$.

Quan hệ giữa độ và radian: Do đường tròn có độ dài là $2\pi R$ nên nó có số đo 2π rad. Mặt khác, đường tròn có số đo bằng 360° nên ta có $360^\circ = 2\pi$ rad.

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad và } 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ$$

Do đó ta viết:

Chú ý. Khi viết số đo của một góc theo đơn vị radian, người ta thường không viết chữ rad sau số

đo. Chẳng hạn góc $\frac{\pi}{2}$ được hiểu là góc $\frac{\pi}{2}$ rad.

Ví dụ 3

a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: $45^\circ; 150^\circ$.

b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{4}$.

Giải

a) Ta có:

$$45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$$

$$150^\circ = 150 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\boxed{\alpha^\circ = \alpha \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad}}$$

b) Ta có:

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot \left(\frac{180}{\pi} \right) = 60^\circ$$

$$\frac{5\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \cdot \left(\frac{180}{\pi} \right) = 225^\circ$$

$$\boxed{\alpha \text{ rad} = \alpha \cdot \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ}$$

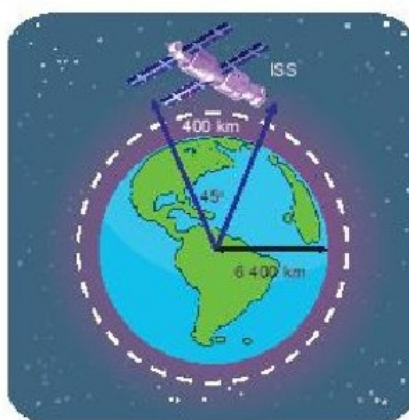
Chú ý. Dưới đây là bảng tương ứng giữa số đo bằng độ và số đo bằng radian của các góc đặc biệt trong phạm vi từ 0° đến 180° .

Độ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

b) Độ dài cung tròn

Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = R\alpha$.

Ví dụ 4. Trạm vũ trụ Quốc tế ISS (tên Tiếng Anh: International Space Station) nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất khoảng 400 km .



Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi nó nằm trong góc 45° ở tâm của quỹ đạo tròn này phía trên ăng-ten theo dõi, thì trạm vũ trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu kilômét trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng bán kính của Trái Đất là 6400 km . Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

Giải

Bán kính quỹ đạo của trạm vũ trụ quốc tế là $R = 6400 + 400 = 6800(\text{km})$.

$$45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

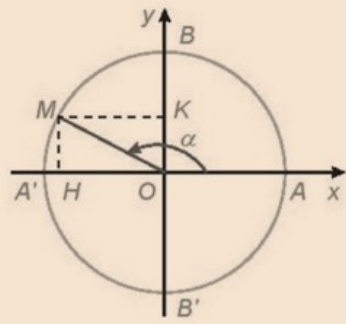
Vậy trong khi được trạm mặt đất theo dõi, trạm ISS đã di chuyển một quãng đường có độ dài là

$$l = R\alpha = 6800 \cdot \frac{\pi}{4} \approx 5340,708 \approx 5341(\text{km})$$

3. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

a) Đường tròn lượng giác

- Đường tròn lượng giác là đường tròn có tâm tại gốc toạ độ, bán kính bằng 1, được định hướng và lấy điểm $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn.
- Điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo α (độ hoặc radian) là điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho số $(OA, OM) = \alpha$.

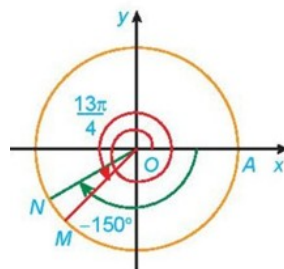


Ví dụ 5. Xác định các điểm M và N trên đường tròn lượng giác lần lượt biểu diễn các góc lượng giác có số đo bằng $\frac{13\pi}{4}$ và -150° .

Giải

Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $\frac{13\pi}{4}$ được xác định trong Hình

Điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng -150° được xác định trong Hình



b) Các giá trị lượng giác của góc lượng giác

Giả sử $M(x; y)$ là điểm trên đường tròn lượng giác, biểu diễn góc lượng giác có số đo α

- Hoành độ x của điểm M được gọi là **côsin** của α , kí hiệu là $\cos \alpha$.

$$\cos \alpha = x.$$

- Tung độ y của điểm M được gọi là **sin** của α , kí hiệu là $\sin \alpha$.

$$\sin \alpha = y.$$

- Nếu $\cos \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ được gọi là **tang** của α , kí hiệu là $\tan \alpha$.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x} (x \neq 0).$$

- Nếu $\sin \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ được gọi là **côtang** của α , kí hiệu là $\cot \alpha$.

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y} (y \neq 0).$$

- Các giá trị $\cos \alpha, \sin \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là các **giá trị lượng giác** của α .

Chú ý

a) Ta còn gọi trục tung là **trục sin**, trục hoành là **trục cosin**.

b) Từ định nghĩa ta suy ra:

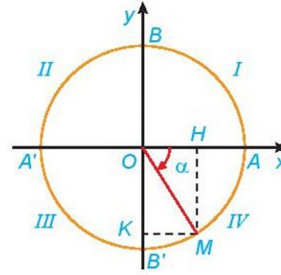
- $\sin \alpha, \cos \alpha$ xác định với mọi giá trị của α và ta có:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1; \quad -1 \leq \cos \alpha \leq 1; \quad \sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha; \quad \cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

- $\tan \alpha$ xác định khi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.
- $\cot \alpha$ xác định khi $\alpha \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

- Dấu của các giá trị lượng giác của một góc lượng giác phụ thuộc vào vị trí điểm biểu diễn M trên đường tròn lượng giác (hình).

Góc phần tư \ Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

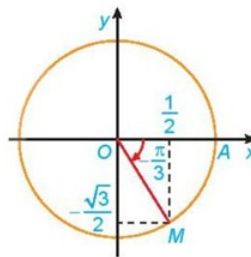


Ví dụ 6. Cho góc lượng giác có số đo bằng $-\frac{\pi}{3}$.

- Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác đã cho.
- Tính các giá trị lượng giác của góc lượng giác đã cho.

Giải

- Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo là $-\frac{\pi}{3}$ được xác định trong Hình.



- Ta có:

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}; \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = -\sqrt{3}; \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

c) Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Góc α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Không xác định
$\cot \alpha$	Không xác định	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

d) Sử dụng máy tính cầm tay để đổi số đo góc và tìm giá trị lượng giác của góc

Có thể dùng máy tính cầm tay để tính giá trị lượng giác của góc lượng giác và đổi số đo độ của cung tròn ra radian và ngược lại.

Ví dụ 7. Sử dụng máy tính cầm tay để tính: $\sin\left(-\frac{9\pi}{4}\right); \tan 63^\circ 52' 41''$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư).
Giải

Tính	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$\sin\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$	<code>MODE MODE MODE 2 sin ((-) 9 SHIFT (π) ÷ 4) =</code>	-0.707106781	-0,7071
$\tan 63^\circ 52' 41''$	<code>MODE MODE MODE 1 tan 6 3 . 5 2 . 4 1 =</code>	2.039276645	2,0393

Ví dụ 8. a) Đổi $33^\circ 45'$ sang radian;
 b) Đổi $\frac{3}{4}$ (rad) sang độ.
Giải

Đổi số đo	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$33^\circ 45'$	<code>MODE MODE MODE 2 3 3 . 4 5 SHIFT (DRG) 1 =</code>	0.589048622	0,5890 (rad)
$\frac{3}{4}$ (rad)	<code>MODE MODE MODE 1 (3 ÷ 4) SHIFT (DRG) 2 =</code>	42°58'19"	42°58'19"

4. QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

a) Các công thức lượng giác cơ bản

Đối với các giá trị lượng giác, ta có các **hệ thức cơ bản** sau:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$$

Ví dụ 9. Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.
Giải

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$. Mặt khác, từ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4} \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$$

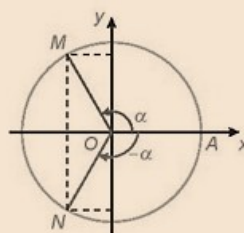
Do đó,

và

b) Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

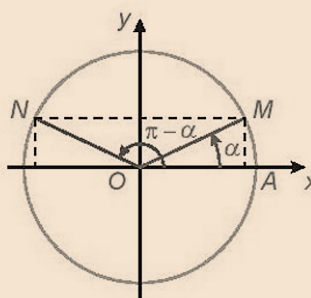
- Góc đối nhau (α và $-\alpha$)

$$\begin{aligned}\cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(-\alpha) &= -\cot \alpha.\end{aligned}$$



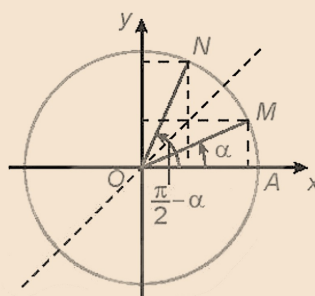
- Góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$)

$$\begin{aligned}\sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) &= -\cot \alpha\end{aligned}$$



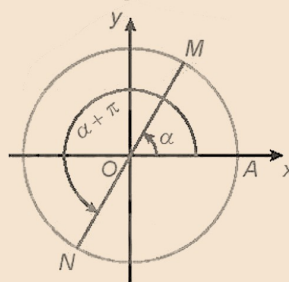
- Góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$)

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cot \alpha \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \tan \alpha.\end{aligned}$$



- Góc hơn kém π (α và $\pi + \alpha$)

$$\begin{aligned}\sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi + \alpha) &= \tan \alpha \\ \cot(\pi + \alpha) &= \cot \alpha.\end{aligned}$$



Chú ý. Nhờ các công thức trên, ta có thể đưa việc tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác

bất kì về việc tính giá trị lượng giác của góc α với $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

Ví dụ 10. Tính: a) $\cos\left(-\frac{11\pi}{4}\right)$; b) $\cot(-675^\circ)$.

Giải. Ta có:

$$\text{a) } \cos\left(-\frac{11\pi}{4}\right) = \cos\frac{11\pi}{4} = \cos\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi\right) = \cos\frac{3\pi}{4} = -\cos\left(\pi - \frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{b) } \cot(-675^\circ) = \cot(45^\circ - 2 \cdot 360^\circ) = \cot 45^\circ = 1.$$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Đơn vị đo góc

Câu 1. Hoàn thành bảng sau:

Số đo độ	15°	?	0°	900°	?	?
Số đo radian	?	$\frac{3\pi}{8}$	?	?	$-\frac{7\pi}{12}$	$-\frac{11\pi}{8}$

Câu 2. a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: 360° ; -450° ;

$$3\pi; -\frac{11\pi}{5}.$$

b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau:

Câu 3. Đổi số đo cung tròn sang số đo độ:

$$\frac{3\pi}{4} \quad \frac{5\pi}{6} \quad \frac{32\pi}{3}$$

$$\frac{3\pi}{7} \quad 2,3 \quad 5,6$$

Câu 4. Đổi số đo cung tròn sang số đo radian:

$$45^\circ \quad 150^\circ \quad 72^\circ \quad 75^\circ$$

Dạng 2. Độ dài cung tròn

Câu 5. Một đường tròn có bán kính 20 cm . Tìm độ dài của các cung trên đường tròn đó có số đo sau:

$$\frac{\pi}{12}; \quad 1,5; \quad 35^\circ; \quad 315^\circ.$$

Câu 6. Một đường tròn có bán kính 36 m . Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo là

$$\frac{3\pi}{4} \quad 51^\circ \quad \frac{1}{3}$$

Câu 7. Bánh xe máy có đường kính kể cả lốp xe 55 cm . Nếu xe chạy với vận tốc 40 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng?

Câu 8. Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 184 cm , bánh xe trước có đường kính là 92 cm , xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết rằng vận tốc của bánh xe sau trong chuyển động này là 80 vòng/phút.



a) Tính quãng đường đi được của máy kéo trong 10 phút.

b) Tính vận tốc của máy kéo (theo đơn vị km/giờ).

c) Tính vận tốc của bánh xe trước (theo đơn vị vòng/phút).

Câu 9. Bánh xe của người đi xe đạp quay được 11 vòng trong 5 giây.

a) Tính góc (theo độ và radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây.

b) Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút, biết rằng đường kính của bánh xe đạp là 680 mm .

Dạng 3. Mối liên hệ giữa góc hình học và góc lượng giác

Câu 10. Xác định các điểm M và N trên đường tròn lượng giác lần lượt biểu diễn các góc lượng giác có

$$\text{số đo bằng } -\frac{15\pi}{4} \text{ và } 420^\circ.$$

Câu 11. Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm M biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau:

- a) $\frac{2\pi}{3}$; b) $-\frac{11\pi}{4}$; c) 150° ; d) -225° .

Câu 12. Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo $\frac{\pi}{5}$. Hỏi trong các góc $\frac{6\pi}{5}$, $\frac{9\pi}{5}$, $-\frac{11\pi}{5}$, $\frac{31\pi}{5}$, $-\frac{14\pi}{5}$, những góc nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc đã cho.

Câu 13. Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Ou, Ov) với $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biết một góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc đó có số đo là:

- a) $\frac{29\pi}{4}$ b) $-\frac{128\pi}{3}$ c) $-\frac{2003\pi}{6}$ d) $18,5$

Câu 14. Hãy tìm số đo α° của góc lượng giác (Ou, Ov) ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$) biết một góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với nó có số đo:

- a) 395° b) -1052° c) -972° d) $(20\pi)^\circ$

Câu 15. Cho góc lượng giác có số đo bằng $\frac{5\pi}{6}$.

- a) Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác đã cho.
b) Tính các giá trị lượng giác của góc lượng giác đã cho.

Câu 16. Sử dụng máy tính cầm tay để:

a) Tính: $\cos \frac{3\pi}{7}; \tan(-37^\circ 25')$;

b) Đổi $179^\circ 23' 30''$ sang radian;

c) Đổi $\frac{7}{9}$ (rad) sang độ.

Dạng 4. Dấu các giá trị lượng giác của góc

Câu 17. Xác định dấu của các biểu thức sau:

- a) $C = \cot \frac{3\pi}{5} \cdot \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$ b) $D = \cos \frac{4\pi}{5} \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \tan \frac{4\pi}{3} \cdot \cot \frac{9\pi}{5}$.

Câu 18. Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Xét dấu của các biểu thức sau:

- a) $A = \sin(\alpha + 90^\circ)$ b) $B = \cos(\alpha - 45^\circ)$
c) $C = \cos(270^\circ - \alpha)$ d) $D = \cos(2\alpha + 90^\circ)$.

Câu 19. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét dấu của các biểu thức sau:

- a) $A = \cos(\alpha + \pi)$ b) $B = \tan(\alpha - \pi)$
c) $C = \sin \left(\alpha + \frac{2\pi}{5} \right)$ d) $D = \cos \left(\alpha - \frac{3\pi}{8} \right)$.

Câu 20. Cho tam giác ABC . Xét dấu của các biểu thức sau:

- a) $A = \sin A + \sin B + \sin C$ b) $B = \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$
c) $C = \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}$ d) $D = \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}$.

Dạng 5. Rút gọn biểu thức lượng giác

Câu 21. Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $A = \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right) + \cos(2\pi - x) + \cos(3\pi + x)$
b) $B = 2 \cos x - 3 \cos(\pi - x) + 5 \sin \left(\frac{7\pi}{2} - x \right) + \cot \left(\frac{3\pi}{2} - x \right)$

$$\begin{aligned} \text{c) } C &= 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(5\pi - x) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \\ \text{d) } D &= \cos(5\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x) \end{aligned}$$

Câu 22. Không dùng bảng số và máy tính, rút gọn các biểu thức:

$$\text{a) } A = \tan 18^\circ \cdot \tan 288^\circ + \sin 32^\circ \cdot \sin 148^\circ - \sin 302^\circ \cdot \sin 122^\circ$$

$$\text{b) } B = \frac{1 + \sin^4 a - \cos^4 a}{1 - \sin^6 a - \cos^6 a}$$

Câu 23. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \sin \frac{7\pi}{6} + \cos 9\pi + \tan\left(-\frac{5\pi}{4}\right) + \cot \frac{7\pi}{2}$$

$$\text{b) } B = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$$

$$\text{c) } C = \sin^2 25^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 65^\circ$$

$$\text{d) } D = \tan^2 \frac{\pi}{8} \cdot \tan \frac{3\pi}{8} \cdot \tan \frac{5\pi}{8}$$

Câu 24. Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{\sin(328^\circ) \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$$

$$\text{b) } B = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \tan 36^\circ$$

$$\text{c) } C = \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$$

$$\text{d) } D = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$$

$$\text{e) } E = \sin 20^\circ + \sin 40^\circ + \sin 60^\circ + \dots + \sin 340^\circ + \sin 360^\circ$$

Câu 25. Rút gọn biểu thức

$$A = \sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cot(2\pi - \alpha) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$B = \frac{\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \sin^3\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$$

Câu 26. Rút gọn biểu thức

$$A = \left(\frac{\sin x + \tan x}{\cos x + 1}\right)^2 + 1$$

Câu 27. Rút gọn biểu thức

$$A = \tan x + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

Câu 28. Rút gọn biểu thức

Câu 29. Đơn giản biểu thức $A = \sin^4 x - \cos^4 x + 2 \cos^2 x$

$$B = \frac{\sin^4 x + 3 \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \cos^4 x - 1}$$

Câu 30. Đơn giản biểu thức

$$C = \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

Câu 31. Đơn giản biểu thức

$$D = \frac{1 - 2 \sin^2 x}{2 \cos^2 x - 1}$$

Câu 32. Đơn giản biểu thức

Câu 33. Đơn giản biểu thức $E = 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)$

Dạng 6. Tính giá trị lượng giác của góc lượng giác

Câu 34. Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Câu 35. Tính:

a) $\sin(-675^\circ)$;

b) $\tan \frac{15\pi}{4}$

Câu 36. Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết:

a) $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

b) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

c) $\tan \alpha = \sqrt{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

d) $\cot \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Câu 37. Cho biết một GTLG, tính các GTLG còn lại

a) $\cos a = \frac{4}{5}$, $270^\circ < a < 360^\circ$

b) $\sin a = \frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < a < \pi$

c) $\tan a = 3$, $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$

d) $\cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$

Câu 38. Cho biết một GTLG, tính giá trị của biểu thức, với:

a) $A = \frac{\cot a + \tan a}{\cot a - \tan a}$, khi $\sin a = \frac{3}{5}$, $0 < a < \frac{\pi}{2}$

b) $C = \frac{\sin^2 a + 2 \sin a \cdot \cos a - 2 \cos^2 a}{2 \sin^2 a - 3 \sin a \cdot \cos a + 4 \cos^2 a}$, khi $\cot a = -3$

c) $E = \frac{8 \cos^3 a - 2 \sin^3 a + \cos a}{2 \cos a - \sin^3 a}$ khi $\tan a = 2$

d) $G = \frac{\cot a + 3 \tan a}{2 \cot a + \tan a}$ khi $\cos a = -\frac{2}{3}$

e) $H = \frac{\sin a + \cos a}{\cos a - \sin a}$ khi $\tan a = 5$

Câu 39. Tính giá trị lượng giác của góc α nếu

a) $\sin \alpha = -\frac{2}{5}$; $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

b) $\cos \alpha = 0,8$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

c) $\tan \alpha = \frac{13}{8}$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

d) $\cot \alpha = -\frac{19}{7}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Câu 40. a) Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $A = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$

b) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

c) Cho $\cot \alpha = \sqrt{5}$. Tính $C = \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha$

Câu 41. Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$. Tính giá trị các biểu thức sau:

a/ $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$

b/ $B = \tan \alpha + \cot \alpha$

c/ $C = \tan^4 \alpha - \cot^4 \alpha$

Câu 42.

a) Cho $3 \sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$. Tính $A = \sin^4 x + 3 \cos^4 x$.

b) Cho $3 \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$. Tính $C = \sin^4 x + 3 \cos^4 x$.

c) Cho $4 \sin^4 x + 3 \cos^4 x = \frac{7}{4}$. Tính $C = 3 \sin^4 x + 4 \cos^4 x$.

Câu 43.

a) Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$. Tính $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$.

b) Cho $\tan x + \cot x = 4$. Tính $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$.

Câu 44. Huyết áp của mỗi người thay đổi trong ngày. Giả sử huyết áp tâm trương (tức là áp lực máu lên thành động mạch khi tim giãn ra) của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi tại thời điểm t được cho bởi công thức:

$$B(t) = 80 + 7 \sin \frac{\pi t}{12},$$

trong đó t là số giờ tính từ lúc nửa đêm và $B(t)$ tính bằng $mmHg$ (milimét thủy ngân). Tìm huyết áp tâm trương của người này vào các thời điểm sau:

a) 6 giờ sáng;

b) 10 giờ 30 phút sáng;

c) 12 giờ trưa;

d) 8 giờ tối.

Dạng 7. Chứng minh đẳng thức

Câu 45. Chứng minh các đẳng thức:

a) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$;

b) $\frac{\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = \tan^2 \alpha$.

Câu 46. Chứng minh các đẳng thức:

a) $\frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{\sin a + \cos a} = 1 - \sin a \cos a$

b) $\frac{\sin^2 a - \cos^2 a}{1 + 2 \sin a \cos a} = \frac{\tan a - 1}{\tan a + 1}$.

c) $\sin^4 a + \cos^4 a - \sin^6 a - \cos^6 a = \sin^2 a \cdot \cos^2 a$.

Câu 47. Chứng minh các đẳng thức:

a) $\frac{\tan a - \tan b}{\cot a - \cot b} = \tan a \cdot \tan b$

b) $\tan 100^\circ + \frac{\sin 530^\circ}{1 + \sin 640^\circ} = \frac{1}{\sin 10^\circ}$.

c) $2(\sin^6 a + \cos^6 a) + 1 = 3(\sin^4 a + \cos^4 a)$.

Câu 48. Giả sử biểu thức sau đây có nghĩa. Chứng minh rằng:

$$\sin^4 x \cot^2 x + \cos^4 x \tan^2 x + \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 x.$$

Câu 49. Cho $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{2 - \sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x} - \sqrt{\cos^2 x + \tan^2 x + 3} = \cos x$$

Câu 50. Chứng minh các đẳng thức sau : $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$

$$\frac{\sin x + \cos x - 1}{1 - \cos x} = \frac{2 \cos x}{\sin x - \cos x + 1}$$

Câu 51. Chứng minh đẳng thức sau:

- Câu 52.** Cho $\tan \alpha = 2$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Chứng minh rằng
- $$\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{\sqrt{\sin \alpha \cdot \cos \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 2}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$
- Câu 53.** Cho tam giác ABC . Chứng minh :
- a. $\sin B = \sin(A + C)$. b. $\cos(A + B) = -\cos C$.
- c. $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$. d. $\cos(B - C) = -\cos(A + 2C)$.
- e. $\cos(A + B - C) = -\cos 2C$. f. $\cos \frac{-3A + B + C}{2} = \sin 2A$.
- g. $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C$. h. $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

- Câu 1.** Số đo theo đơn vị radian của góc 315° là
- A. $\frac{7\pi}{2}$. B. $\frac{7\pi}{4}$. C. $\frac{2\pi}{7}$. D. $\frac{4\pi}{7}$.
- Câu 2.** Cung tròn có số đo là $\frac{5\pi}{4}$. Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.
- A. 5° . B. 15° . C. 172° . D. 225° .
- Câu 3.** Cung tròn có số đo là π . Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.
- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 180° .
- Câu 4.** Góc $63^\circ 48'$ bằng (với $\pi = 3,1416$)
- A. $1,113 \text{ rad}$. B. $1,108 \text{ rad}$. C. $1,107 \text{ rad}$. D. $1,114 \text{ rad}$.
- Câu 5.** Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là:
- A. 135° . B. 72° . C. 270° . D. 240° .
- Câu 6.** Góc có số đo 108° đổi ra radian là:
- A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.
- Câu 7.** Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là:
- A. 25° . B. 15° . C. 18° . D. 20° .
- Câu 8.** Cho $a = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Tìm k để $10\pi < a < 11\pi$
- A. $k = 7$. B. $k = 5$. C. $k = 4$. D. $k = 6$.
- Câu 9.** Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:
- A. 60° . B. 30° . C. 40° . D. 50° .
- Câu 10.** Đổi số đo góc 105° sang radian.
- A. $\frac{7\pi}{12}$. B. $\frac{9\pi}{12}$. C. $\frac{5\pi}{8}$. D. $\frac{5\pi}{12}$.
- Câu 11.** Số đo góc $22^\circ 30'$ đổi sang radian là:

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{8}$. C. $\frac{7\pi}{12}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 12. Một cung tròn có số đo là 45° . Hãy chọn số đo radian của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 13. Góc có số đo $\frac{\pi}{24}$ đổi sang độ là:

- A. 7° . B. $7^\circ 30'$. C. 8° . D. $8^\circ 30'$.

Câu 14. Góc có số đo 120° đổi sang radian là:

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{10}$.

Câu 15. Cung tròn bán kính bằng $8,43\text{cm}$ có số đo $3,85\text{rad}$ có độ dài là

- A. $32,46\text{cm}$. B. $32,47\text{cm}$. C. $32,5\text{cm}$. D. $32,45\text{cm}$.

Câu 16. Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là

- A. -120° hoặc 240° . B. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. 120° . D. -240° .

Câu 17. Trên đường tròn bán kính $r = 15$, độ dài của cung có số đo 50° là:

- A. $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi}$. B. $l = \frac{15\pi}{180}$. C. $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 50$. D. $l = 750$.

Câu 18. Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng):
 $\alpha = -\frac{5\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{25\pi}{3}, \delta = \frac{19\pi}{6}$, Các cung nào có điểm cuối trùng nhau:

- A. β và γ ; α và δ . B. α, β, γ . C. β, γ, δ . D. α và β ; γ và δ .

Câu 19. Cho L, M, N, P lần lượt là điểm chính giữa các cung AB, BC, CD, DA . Cung α có mút đầu trùng với A và số đo $\alpha = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$. Mút cuối của α ở đâu?

- A. L hoặc N . B. M hoặc P . C. M hoặc N . D. L hoặc P .

Câu 20. Trên đường tròn bán kính $r = 5$, độ dài của cung đo $\frac{\pi}{8}$ là:

- A. $l = \frac{\pi}{8}$. B. $l = \frac{r\pi}{8}$. C. $l = \frac{5\pi}{8}$. D. kết quả khác.

Câu 21. Một đường tròn có bán kính $R = 10\text{cm}$. Độ dài cung 40° trên đường tròn gần bằng

- A. 11cm . B. 13cm . C. 7cm . D. 9cm .

Câu 22. Biết một số đo của góc $\angle(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi$. Giá trị tổng quát của góc $\angle(Ox, Oy)$ là:

- A. $\angle(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + k\pi$. B. $\angle(Ox, Oy) = \pi + k2\pi$.

- C. $\angle(Ox, Oy) = \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $\angle(Ox, Oy) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 23. Cung nào sau đây có mút trung với B hoặc B'?

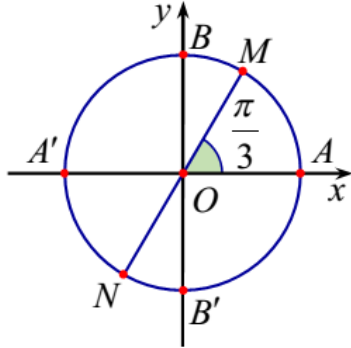
- A. $a = 90^\circ + k360^\circ$. B. $a = -90^\circ + k180^\circ$.

C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ D. $\alpha = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 24. Cung α có mút đầu là A và mút cuối là M thì số đo của α là:

A. $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$ B. $-\frac{3\pi}{4} + k2\pi$ C. $\frac{3\pi}{4} + k\pi$ D. $-\frac{3\pi}{4} + k\pi$

Câu 25. Trên hình vẽ hai điểm M, N biểu diễn các cung có số đo là:



A. $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$

Câu 26. Trên đường tròn lượng giác gốc A , cho điểm M xác định bởi số $\overset{\text{Đ}}{AM} = \frac{\pi}{3}$. Gọi M_1 là điểm đối xứng của M qua trục Ox . Tìm số đo của cung lượng giác $\overset{\text{Đ}}{AM_1}$.

A. số $\overset{\text{Đ}}{AM_1} = \frac{-5\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. số $\overset{\text{Đ}}{AM_1} = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
C. số $\overset{\text{Đ}}{AM_1} = \frac{-\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. số $\overset{\text{Đ}}{AM_1} = \frac{-\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 27. Góc lượng giác nào sau đây có cùng điểm cuối với góc $\frac{7\pi}{4}$?

A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $-\frac{3\pi}{4}$

Câu 28. Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thỏa mãn $\overset{\text{Đ}}{AM} = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

A. 6 B. 4 C. 3 D. 8

Câu 29. Cho $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Kết quả đúng là

A. $\sin a > 0, \cos a > 0$ B. $\sin a < 0, \cos a < 0$ C. $\sin a > 0, \cos a < 0$ D. $\sin a < 0, \cos a > 0$

Câu 30. Trong các giá trị sau, $\sin \alpha$ có thể nhận giá trị nào?

A. $-0,7$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 31. Cho $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\tan a > 0, \cot a < 0$ B. $\tan a < 0, \cot a < 0$
C. $\tan a > 0, \cot a > 0$ D. $\tan a < 0, \cot a > 0$

Câu 32. Ở góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\cot \alpha < 0$. B. $\sin \alpha > 0$. C. $\cos \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0$.

Câu 33. Ở góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác, hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\cot \alpha > 0$. B. $\tan \alpha > 0$. C. $\sin \alpha > 0$. D. $\cos \alpha > 0$.

Câu 34. Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?

- A. $\tan \alpha > 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\cos \alpha > 0$. D. $\sin \alpha > 0$.

Câu 35. Xét câu nào sau đây đúng?

A. $\cos^2 45^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos 60^\circ\right)$.

B. Hai câu A và

C. Nếu a âm thì ít nhất một trong hai số $\cos a, \sin a$ phải âm.

D. Nếu a dương thì $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$.

Câu 36. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là:

A. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$. B. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$.

C. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$. D. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$.

Câu 37. Xét các mệnh đề sau:

I. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. II. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. III. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.

Mệnh đề nào **sai**?

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. Chỉ II và III.

D. Cả I, II và III.

Câu 38. Xét các mệnh đề sau đây:

I. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. II. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. III. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ II và III.

B. Cả I, II và III.

C. Chỉ I.

D. Chỉ I và II.

Câu 39. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

A. $\cot \alpha = \tan \beta$.

B. $\cos \alpha = \sin \beta$.

C. $\cos \beta = \sin \alpha$.

D. $\sin \alpha = -\cos \beta$.

Câu 40. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$.

B. $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$.

C. $\sin(180^\circ - a) = \sin a$.

D. $\sin(180^\circ - a) = \cos a$.

Câu 41. Chọn đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 42. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\cos(-x) = -\cos x$.

B. $\sin(x - \pi) = \sin x$.

C. $\cos(\pi - x) = -\cos x$.

D. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$.

Câu 43. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$. B. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$. C. $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$. D. $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$.

Câu 44. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(-x) = -\sin x$. B. $\cos(-x) = -\cos x$.
C. $\cot(-x) = \cot x$. D. $\tan(-x) = \tan x$.

Câu 45. Chọn hệ thức **sai** trong các hệ thức sau.

A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$. B. $\sin(3\pi - x) = \sin x$.
C. $\cos(3\pi - x) = \cos x$. D. $\cos(-x) = \cos x$.

Câu 46. $\cos(x + 2017\pi)$ bằng kết quả nào sau đây?

A. $-\cos x$. B. $-\sin x$. C. $\sin x$. D. $\cos x$.

Câu 47. Giá trị của $\cot 1458^\circ$ là

A. 1. B. -1. C. 0. D. $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

Câu 48. Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ là

A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 49. Giá trị của $\tan 180^\circ$ là

A. 1. B. 0. C. -1. D. Không xác định.

Câu 50. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

A. $\cot \alpha = 2$. B. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$. C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 51. Trong các công thức sau, công thức nào sai?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. B. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$.
C. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$. D. $\tan \alpha + \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$.

Câu 52. Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài $10,57cm$ và kim phút dài $13,34cm$. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là

A. $2,78cm$. B. $2,77cm$. C. $2,76cm$. D. $2,8cm$.

Câu 53. Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng $6,5cm$ (lấy $\pi = 3,1416$)

A. $22043cm$. B. $22055cm$. C. $22042cm$. D. $22054cm$.

Câu 54. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $\pm \frac{4}{5}$. D. $\frac{16}{25}$.

Câu 55. Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. B. $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. D. $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Câu 56. Tính α biết $\cos \alpha = 1$

A. $\alpha = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) B. $\alpha = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

D. $\alpha = -\pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Câu 57. Cho $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó:

A. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$

B. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$

D. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$

Câu 58. Cho $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Giá trị của $\tan 15^\circ$ bằng:

A. $\sqrt{3} - 2$

B. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

C. $2 - \sqrt{3}$

D. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 59. Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$). Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{21}}{5}$

D. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$

Câu 60. Cho $\tan \alpha = \sqrt{5}$, với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó $\cos \alpha$ bằng:

A. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$

B. $\sqrt{6}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{1}{6}$

Câu 61. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\cot \alpha$.

A. $\cot \alpha = \frac{3}{4}$

B. $\cot \alpha = \frac{4}{3}$

C. $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$

D. $\cot \alpha = -\frac{3}{4}$

Câu 62. Trên nửa đường tròn đơn vị cho góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\cos \alpha < 0$. Tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{-2}{5}$

D. 1.

Câu 63. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó $\cos \alpha$ có giá trị là.

A. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$

B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $\cos \alpha = \frac{8}{9}$

D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 64. Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng:

A. $2\sqrt{19}$

B. $-2\sqrt{19}$

C. $-\sqrt{19}$

D. $\sqrt{19}$

- Câu 65.** Nếu $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2}$ thì $\sin 2\alpha$ bằng
A. $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{13}{4}$. **D.** $\frac{9}{4}$.
- Câu 66.** Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\sin x$.
A. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{6}$. **B.** $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{6}$. **C.** $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4}$.
- Câu 67.** Cho $\sin x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của $\cos^2 x$.
A. $\cos^2 x = \frac{3}{4}$. **B.** $\cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos^2 x = \frac{1}{4}$. **D.** $\cos^2 x = \frac{1}{2}$.
- Câu 68.** Cho $P = \frac{3\sin x - \cos x}{\sin x + 2\cos x}$ với $\tan x = 2$. Giá trị của P bằng
A. $\frac{8}{9}$. **B.** $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{8}}{9}$. **D.** $\frac{5}{4}$.
- Câu 69.** Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng
A. $-2 - \sqrt{3}$. **B.** $2 + \sqrt{3}$. **C.** $-2 + \sqrt{3}$. **D.** $2 - \sqrt{3}$.
- Câu 70.** Cho $\tan x = 2$. Giá trị biểu thức $P = \frac{4\sin x + 5\cos x}{2\sin x - 3\cos x}$ là
A. 2. **B.** 13. **C.** -9. **D.** -2.
- Câu 71.** Cho tam giác ABC đều. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos(\overline{AB}, \overline{BC}) + \cos(\overline{BC}, \overline{CA}) + \cos(\overline{CA}, \overline{AB})$
A. $P = \frac{3}{2}$. **B.** $P = -\frac{3}{2}$. **C.** $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 72.** Cho $\tan a = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{2\sin a - \cos a}{\sin a + \cos a}$.
A. $P = 2$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = \frac{5}{3}$. **D.** $P = -1$.
- Câu 73.** Cho cung lượng giác có số đo x thỏa mãn $\tan x = 2$. Giá trị của biểu thức $M = \frac{\sin x - 3\cos^3 x}{5\sin^3 x - 2\cos x}$ bằng
A. $\frac{7}{30}$. **B.** $\frac{7}{32}$. **C.** $\frac{7}{33}$. **D.** $\frac{7}{31}$.
- Câu 74.** Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng
A. $-2 - \sqrt{3}$. **B.** $2 + \sqrt{3}$. **C.** $-2 + \sqrt{3}$. **D.** $2 - \sqrt{3}$.
- Câu 75.** Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cos 750^\circ + \sin 420^\circ}{\sin(-330^\circ) - \cos(-390^\circ)}$ bằng
A. $-3 - \sqrt{3}$. **B.** $2 - 3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$. **D.** $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Câu 76. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}$ là:

A. $\frac{2}{57}$. B. $-\frac{2}{57}$. C. $\frac{4}{57}$. D. $-\frac{4}{57}$.

Câu 77. Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị của $A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ là:

A. 5. B. $\frac{5}{3}$. C. 7. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 78. Giá trị của $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 79. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta có A bằng

A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 80. Biểu thức $B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$ có kết quả rút gọn bằng

A. -1. B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 81. Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng

A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

Câu 82. Cho biết $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị biểu thức $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}$ bằng

A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Câu 83. Biểu thức rút gọn của $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng:

A. $\tan^6 a$. B. $\cos^6 a$. C. $\tan^4 a$. D. $\sin^6 a$.

Câu 84. Biểu thức $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$ không phụ thuộc x và bằng

A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

Câu 85. Biểu thức $A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$ rút gọn bằng:

A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 86. Biểu thức $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$ có kết quả rút gọn bằng

A. $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$. B. $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$. C. $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$. D. $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$.

Câu 87. Đơn giản biểu thức $A = \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta có

A. $A = \cos x + \sin x$. B. $A = \cos x - \sin x$. C. $A = \sin x - \cos x$. D. $A = -\sin x - \cos x$.

Câu 88. Biết $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào sai?

- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{4}$. B. $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.
 C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$. D. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$.

Câu 89. Biểu thức:

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2 \sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

có

kết quả thu gọn bằng:

- A. $-\sin \alpha$. B. $\sin \alpha$. C. $-\cos \alpha$. D. $\cos \alpha$.

Câu 90. Đơn giản biểu thức $A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$, ta có

- A. $A = \sin^2 x$. B. $A = \cos^2 x$. C. $A = -\sin^2 x$. D. $A = -\cos^2 x$.

Câu 91. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, ta có:

- A. $A = 2 \sin \alpha$. B. $A = 2 \cos \alpha$. C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Câu 92. Biểu thức $P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ có biểu thức rút gọn là

- A. $P = 2 \sin x$. B. $P = -2 \sin x$. C. $P = 0$. D. $P = -2 \cot x$.

Câu 93. Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $A + B + C = \pi$. B. $\cos(A + B) = \cos C$. C. $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$. D. $\sin(A + B) = \sin C$.

Câu 94. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta có

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$. B. $A = 2 \sin \alpha$. C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Câu 95. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$.
 B. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$.
 C. $\cot(A+B) = -\cot C$.
 D. $\tan(A+B) = \tan C$.

Câu 96. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$.

- A. $A = -1$. B. $A = 1$. C. $A = 4$. D. $A = -4$.

Câu 97. Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

- A. 1 . B. -1 . C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 98. Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng

- A. 2 . B. -2 . C. 1 . D. -1 .

Câu 99. Biểu thức $C = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$ có giá trị không đổi và bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 100. Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau:

- A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y$ B. $\left(\sqrt{\frac{1+\sin a}{1-\sin a}} - \sqrt{\frac{1-\sin a}{1+\sin a}} \right)^2 = 4 \tan^2 a$
- C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}$ D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}$

Câu 101. Nếu biết $3 \sin^4 x + 2 \cos^4 x = \frac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A = 2 \sin^4 x + 3 \cos^4 x$ bằng

A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{504}$. B. $\frac{103}{81}$ hay $\frac{603}{405}$. C. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{504}$. D. $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}$.

Câu 102. Nếu $\frac{\sin x + \cos x}{2} = \frac{1}{2}$ thì $3 \sin x + 2 \cos x$ bằng

A. $\frac{5 - \sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5 + \sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{5 - \sqrt{5}}{7}$ hay $\frac{5 + \sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{3 - \sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$.

Câu 103. Biết $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$ bằng

A. $-a$. B. a . C. $-b$. D. b .

Câu 104. Nếu biết $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$ bằng

A. $\frac{1}{(a+b)^2}$. B. $\frac{1}{a^2 + b^2}$. C. $\frac{1}{(a+b)^3}$. D. $\frac{1}{a^3 + b^3}$.

Câu 105. Với mọi α , biểu thức: $A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$ nhận giá trị bằng:

A. -10 . B. 10 . C. 0 . D. 5 .

Câu 106. Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.

Câu 107. Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$ bằng:

A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.

Câu 108. Cho tam giác ABC và các mệnh đề:

(I) $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ (II) $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$ (III) $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$

Mệnh đề đúng là:

- A. Chỉ (I). B. (II) và (III). C. (I) và (II). D. Chỉ (III).

Câu 109. Rút gọn biểu thức $A = \cos(\pi - \alpha) + \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) + \tan \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \cdot \sin(2\pi - \alpha)$ ta được

A. $A = \cos \alpha$. B. $A = -\cos \alpha$. C. $A = \sin \alpha$. D. $A = 3 \cos \alpha$.