**CHỦ ĐỀ 1 : HỆ TRỤC TỌA ĐỘ OXYZ**

**LÍ THUYẾT**

* Trong không gian xét hệ trục , có trục  vuông góc với trục  tại , và trục  vuông góc với mặt phẳng  tại . Các vectơ đơn vị trên từng trục , ,  lần lượt là   .
* Nếu  thì .
* 
* Cho và 
* Ta có: và .
*  là trung điểm  thì .
* Trong không gian với hệ tọa độ . Cho  và  ta có
*   
*  
*  (với )
*  và  vuông góc 
* và cùng phương
* Tích có hướng của  và  là 
*  và  cùng phương ⇔  ,  ,  đồng phẳng ⇔ 
* Diện tích tam giác :
* Thể tích tứ diện
* Thể tích khối hộp: =
* Một số kiến thức khác
* Nếu  chia đoạn  theo tỉ số ( ) thì ta có :

 Với 

*  là trọng tâm của tam giác 



*  là trọng tâm của tứ diện  ⇔

**VÍ DỤ MINH HỌA**

**VÍ DỤ 1:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho vectơ , . Tìm  để góc giữa hai vectơ  bằng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:   



 (điều kiện ).

 . Đối chiếu điều kiện ta có .

**VÍ DỤ 2:** Trong không gian , cho hai véc tơ , . Tất cả giá trị của để hai véc tơ  và  vuông góc với nhau là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

 và .

Khi đó: .

.

**VÍ DỤ 3:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho bốn điểm , , , Gọi  là tập hợp tất cả các điểm  trong không gian thỏa mãn đẳng thức . Biết rằng  là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính  bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  là tập hợp các điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta có

, , , .

Từ giả thiết: 



Suy ra quỹ tích điểm  là đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm ,  và mặt cầu tâm , .

Ta có: . Dễ thấy: .

**VÍ DỤ 4:** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm  và . Đường thẳng cắt mặt phẳng  tại điểm . Tính tỉ số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

.

**Lời giải**

**Chọn B**

 ; .

 thẳng hàng   .

.

**VÍ DỤ 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho bốn điểm , ,  và . Gọi  là điểm nằm trên mặt phẳng  sao cho biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: , ,  nên .

Suy ra: , ,  không đồng phẳng.

Gọi  là trọng tâm tứ diện . Khi đó .

Ta có: .

Do đó  nhỏ nhất khi và chỉ khi  ngắn nhất.

Vậy  là hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng  nên .

**VÍ DỤ 6:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho bốn điểm , , ,  và điểm  tùy ý. Tính độ dài đoạn khi biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có , ,  nên tứ diện $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh . Giả sử .

Ta có , .

, . Do đó .

Vậy  đạt giá trị nhỏ nhất bằng $11$, khi và chỉ khi .

Khi đó  suy ra .

**VÍ DỤ 7:** Trong không gian , cho bốn điểm , , , . Tìm tất cả giá trị thực của tham số  để , , ,  là bốn đỉnh của một hình tứ diện.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

.

**Chọn C**

Ta có , , , 

Để , , ,  là bốn đỉnh của một hình tứ diện khi

.