|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **BẮC NINH**  ĐỀ CHÍNH THỨC | **ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2023 - 2024**  **Môn thi: Toán** *(Dành cho thí sinh chuyên Toán)*  *Thời gian làm bài:* ***150 phút*** *(không kể thời gian giao đề)* |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức: 
2. Vẽ đường thẳng là đồ thị của hàm số . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ  đến đường thẳng .

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình: ****
2. Giải phương trình: ****

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn , , có các đường cao  và . Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại S. Gọi M là giao điểm của BC và SO.
2. Chứng minh rằng tam giác EAB đồng dạng với tam giác MBS, từ đó suy ra tam giác AEM

đồng dạng với tam giác ABS.

1. Gọi N là giao điểm của AM và EF, P là giao điểm của SA và BC. Chứng minh rằng NP vuông

góc với BC.

1. Cho hình chữ nhật ABCD. Lấy các điểm E, F thuộc cạnh AB (E nằm giữa A, F); G, H thuộc cạnh

BC (C nằm giữa B, H); I, J thuộc cạnh CD (I nằm giữa C, J); K, M thuộc cạnh DA (K nằm giữa D, M) sao cho E, F, G, H, I, J, K, M đôi một phân biệt và khác các đỉnh của hình chữ nhật ABCD, đồng thời hình đa giác EFGHIJKM có các góc bằng nhau. Chứng minh rằng nếu độ dài các cạnh của hình đa giác EFGHIJKM là các số hữu tỉ (theo đơn vị cm) thì EF = IJ.

**Câu 4. (1,5 điểm)** Cho các số nguyên dương  thỏa mãn .

1. Chứng minh rằng chia hết cho 6.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức F = xyz.

**Câu 5. (1,5 điểm)**

1. Cho các số thực dương  thỏa mãn . Chứng minh rằng

****

1. Trên mặt phẳng cho 2008 điểm bất kì sao cho khoảng cách giữa hai điểm tùy ý luôn lớn hơn 1. Chứng minh rằng mỗi hình tròn có bán kính bằng 1 chỉ chứa không quá 5 điểm trong 2008 điểm đã cho.

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **BẮC NINH** | **HƯỚNG DẪN CHẤM**  **ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2023 - 2024**  **Môn thi: Toán** *(Dành cho thí sinh chuyên Toán)*  *(Hướng dẫn chấm có 5 trang)* |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | | | **Điểm** |
| **Câu 1. (2,0 điểm)**   1. Rút gọn biểu thức: 2. Vẽ đường thẳng là đồ thị của hàm số . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ  đến đường thẳng . | | | | |
|  | 1. Ta có | | | 0,5 |
|  | | | 0,5 |
|  | 2. Vẽ đường thẳng d là đồ thị của hàm số y = 2x – 4  Đường thẳng d cắt trục Ox tại A(2; 0), cắt trục Oy tại B(0; 4) | | 0,5 |
| Tính được OA = 2; OB = 4. Gọi H là hình chiếu của O trên AB. Ta có    Vậy khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d là . | | 0,5 |
| **Câu 2. (2,0 điểm)**   1. Giải hệ phương trình: 2. Giải phương trình: | | | | |
|  | 1. Xét hệ phương trình  **N**ếu xy > 0 thì  (thoả mãn xy > 0) | | | 0,5 |
| Nếu xy < 0 thì  (loại, vì không thỏa mãn xy < 0)  Nếu xy = 0 thì từ (1) ta tính được x = y = 0  Vậy hệ phương trình (1) có đúng 2 nghiệm là (0; 0) và . | | | 0,5 |
| 2. Giải phương trình:  ĐK: . Ta có | | | 0,25 |
| Đặt  (với ) thì  hay  . Phương trình (2) trở thành | | | 0,25 |
| hoặc .  Kết hợp với điều kiện  ta lấy | | | 0,25 |
| Với t = 3 thì    Vậy phương trình (2) có nghiệm duy nhất | | | 0,25 |
| **Câu 3. (3,0 điểm)**   1. Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn , , có các đường cao  và .   Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại S. Gọi M là giao điểm của BC và SO.   1. Chứng minh rằng tam giác EAB đồng dạng với tam giác MBS, từ đó suy ra tam giác   AEM đồng dạng với tam giác ABS.   1. Gọi N là giao điểm của AM và EF, P là giao điểm của SA và BC. Chứng minh rằng NP   vuông góc với BC.   1. Cho hình chữ nhật ABCD. Lấy các điểm E, F thuộc cạnh AB (E nằm giữa A, F); G, H   thuộc cạnh BC (C nằm giữa B, H); I, J thuộc cạnh CD (I nằm giữa C, J); K, M thuộc cạnh DA (K nằm giữa D, M) sao cho E, F, G, H, I, J, K, M đôi một phân biệt và khác các đỉnh của hình chữ nhật ABCD, đồng thời hình đa giác EFGHIJKM có các góc bằng nhau. Chứng minh rằng nếu độ dài các cạnh của hình đa giác EFGHIJKM là các số hữu tỉ (theo đơn vị cm) thì EF = IJ. | | | | |
|  | 1. Học sinh vẽ đúng hình để làm được ý a | | | 0,25 |
| a. Ta có tại trung điểm M của BC. Nên .  Mà . Suy ra  đồng dạng . | | | 0,25 |
| Hai tam giác EAB, MBS đồng dạng nên .  Tam giác BEC vuông tại E, EM là trung tuyến nên BM = ME.  Suy ra | | | 0,25 |
|  | | Tam giác MEC cân tại M, nên . Mặt khác    Từ (1), (2) suy ra hai tam giác AEM, ABS đồng dạng. | 0,25 |
| b. Hai tam giác AEM, ABS đồng dạng nên ; .  Mà tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn đường kính BC nên . Suy ra hai tam giác AEN, ABP đồng dạng, dẫn tới | 0,25 |
| Ta có:  Suy ra:  Từ (3) và (5) suy ra hai tam giác EMN, BSP đồng dạng. Do đó | | | 0,25 |
| Từ (4) và (6) suy ra .  Mà . | | | 0,5 |
| 2. Gọi (theo đơn vị cm, với là các số hữu tỉ dương).  Do các góc của hình bát giác EFGHIJKM bằng nhau nên mỗi góc trong của hình bát giác đó có số đo là . | | | 0,25 |
|  | | Suy ra mỗi góc ngoài của hình bát giác này là  Do đó các tam giác MAE; FBG; CIH; DKJ là các tam giác vuông cân. | 0,25 |
| Ta có:  Vì AB = CD nên | | | 0,25 |
| Nếu thì  điều này vô lí, do  là số vô tỉ, còn  là số hữu tỉ. Vậy  hay EF = IJ (đpcm) | | | 0,25 |
| **Câu 4. (1,5 điểm)**  Cho các số nguyên dương  thỏa mãn .   1. Chứng minh rằng chia hết cho 6. 2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức F = xyz. | | | | |
|  | 1. Từ giả thiết ta có | | | 0,25 |
| Tích của ba số nguyên liên tiếp luôn chia hết cho 6 nên  Tương tự | | | 0,25 |
| Mà 17 và 6 nguyên tố cùng nhau nên | | | 0,25 |
| 2. Ta có  với .  Vì  nên | | | 0,25 |
| Lúc này  Từ    Do đó . Từ (1) và (2) suy ra . | | | 0,25 |
| Đẳng thức ở (3) xảy ra, chẳng hạn khi  là hoán vị của  Vậy giá trị lớn nhất của F là 60, đạt được chẳng hạn khi  là hoán vị của | | | 0,25 |
| **Câu 5. (1,5 điểm)**   1. Cho các số thực dương  thỏa mãn . Chứng minh rằng      1. Trên mặt phẳng cho 2008 điểm bất kì sao cho khoảng cách giữa hai điểm tùy ý luôn lớn hơn 1. Chứng minh rằng mỗi hình tròn có bán kính bằng 1 chỉ chứa không quá 5 điểm trong 2008 điểm đã cho. | | | | |
|  | 1. Ta sẽ chứng minh  Nếu  thì (1) đúng  ........................................................... | | |  |
| Ta có    Dấu “=” ở (1) xảy ra khi a = b = c = 1. | | | 0,25 |
| Từ (1) ta có | | | 0,25 |
| Lúc này    Dấu “=” xảy ra khi a = b = c = 1. | | | 0,25 |
| 2. Ta chứng minh bài toán bằng phương pháp phản chứng.  Giả sử tồn tại đường tròn tâm O bán kính bằng 1 có thể chứa được n điểm trong 2008 điểm đã cho, . Gọi 6 điểm trong số n điểm đó là A, B, M, N, E, F.  TH1: Một điểm trong các điểm A, B, M, N, E, F trùng với O. Khi đó 5 điểm còn lại sẽ cách tâm O một khoảng bé hơn hoặc bằng 1, mâu thuẫn với giả thiết. | | | 0,25 |
|  | | TH2: Các điểm A, B, M, N, E, F không trùng tâm O. Khi đó vẽ các bán kính đi qua 6 điểm trên.  Vì có 6 bán kính nên tồn tại 2 bán kính tạo thành một góc bé hơn hoặc bằng 600. Giả sử 2 bán kính OC và OD lần lượt đi qua A và B, . | 0,25 |
| Ta có  .  Suy ra một trong hai góc  phải lớn hơn hoặc bằng 600. Không mất tính tổng quát giả sử | 0,25 |
| , mâu thuẫn với giải thiết. Từ hai trường hợp trên chứng tỏ không tồn tại hình tròn tâm O bán kính bằng 1 chứa được nhiều hơn 5 điểm trong số 2008 điểm đã cho. Vậy mỗi hình tròn có bán kính bằng 1 chỉ chứa không quá 5 điểm trong 2008 điểm đã cho. | | |

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com