**RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI**

**A. Kiến thức cần nhớ**

**Bước 1:** Tìm điều kiện xác định của biểu thức

- Nếu biểu thức chứa phân thức thì mẫu số phải khác không

- Nếu biểu thức chứa căn bậc chẵn thì biểu thức dưới dấu căn phải lớn hơn hoặc bằng 0

\*) Chú ý: Các bài toán thường gặp có sự kết hợp của cả phân thức và căn bậc chẵn. Khi đó chúng ta giải riêng lẻ từng phần, sau đó kết hợp kết quả lại với nhau để chọn ra kết luận cung nhất

**Bước 2:** Phân tích tử số và mẫu số thành nhân tử rồi rút gọn nếu có thể

\*) Chú ý: Các dạng đa thức, hằng đẳng thức thường gặp để phân tích đa thức thành nhân tử

- 

- 

(hằng đẳng thức )

- 

- 

(hằng đẳng thức )

-  và 

-  và 

- 

- 

(hằng đẳng thức )

- 

(hằng đẳng thức )

-  và 

- 

 và 

(hằng đẳng thức )

**Bước 3:** Quy đồng

- Tìm mẫu số chung: Là tích của nhân tử chung và riêng của mỗi nhân tử lấy với số mũ lướn nhất

- Nhân tử phụ: Lấy mẫu chung cho từng mẫu để được nhân tử phụ tương ứng

- Nhân nhân tử phụ với tùng tử và giữ nguyên mẫu chung

**Bước 4:** Phá ngoặc bằng cách nhân khai trển các hạng tử với nhau hoặc khi triển hằng đẳng thức

**Bước 5:** Thu gọn bằng cách cộng, trừ các hạng tử đồng dạng

**Bước 6:** Phân tích tử thành nhân tử

**Bước 7:** Rút gọn lần cuối.

**Dạng 1: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và tìm giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến**

**Cách giải:** Thực hiện theo hai bước

***Bước 1:*** Để rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai đã cho, ta sử dụng các phép biến đổi như đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong dấu căn, trục căn thức ở mẫu, quy đồng mẫu thức... một cách linh hoạt

*Bước 2:* Để tìm giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến ta rút gọn giá trị của biến (nếu càn) sau đó thay vào biểu thức đã được rút gọn ở trên và tính kết quả.

**Bài 1:**

Cho biểu thức  với  và 

a) Rút gọn 

b) Tính giá trị của  trong các trường hợp

- 

- 

**Lời giải**

a) Ta có 



b) Ta có:  (thỏa mãn)

thay  vào  ta được 

-  (thỏa mãn)

Thay  vào  ta được 

**Bài 2:**

Cho biểu thức  với  và 

a) Rút gọn 

b) Tính giá trị của  trong các trường hợp

- 

- 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có  (thỏa mãn điều kiện)

Thay  vào  ta được 

-  (thỏa mãn)

Thay  vào  ta được 

**Dạng 2: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và tìm giá trị của biến khi biết giá trị của biểu thức**

**Cách giải:** Để tìm giá trị của biến khi biết giá trị của biẻu thức tá ử dụng kết quả biểu thức rút gọn và giá trị đã biết của biểu thức trong đề bài để tìm ra kết quả.

**Bài 1:**

Cho biểu thức  với  và 

a) Rút gọn 

b) Tìm  để 

**Lời giải**

a) Ta có: , với 

b) Ta có:  (thỏa mãn)

**Bài 2:**

Cho biểu thức  với 

a) Rút gọn 

b) Tìm  để 

**Lời giải**

a) Ta có: , với 

b) Ta có 

**Dạng 3: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và tìm giá trị của biến để biểu thức nhận giá trị nguyên**

**Cách giải:** Ta xét hai trường hợp sau

Trường hợp 1: Tìm giá trị nguyên của biến để biểu thức nhậ giá trị nguyên

Trường hợp 2: Tìm giá trị thực của biến để biểu thức nhận giá trị nguyên

**Bài 1:**

Cho biểu thức  với  và 

a) Rút gọn 

b) Tìm  nguyên,  là số chính phương để  có giá trị nguyên

**Lời giải**

a) Ta có: 

 với  và 

b) 

Để  nguyên, ta cần có  và  (thỏa mãn)b

Vậy  là giá trị cần tìm.

**Bài 2:**

Cho hai biểu thức  và , với  và 

a) Rút gọn 

b) Tìm  nguyên để  có giá trị nguyên

**Lời giải**

a) Ta có: , với  và 

b) 

Ta có  nguyên 

**Bài 3:**

Cho biểu thức , với  và 

a) Rút gọn 

b) Tìm  thực để  có giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Ta có: , với  và 

b) Đặt . Ta có , với  và 

Cách 1: Ta tìm được . Mà 

Từ đó tìm được 

Cách 2: Đặt , với  nguyên

Ta có 

**Bài 4:**

Cho hai biểu thức  và , với  và 

a) Rút gọn 

b) Tìm  thực để  có giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Ta có: , với  và 

b) Ta có: , với  và 

Cách 1: Tìm được  Mà  (thỏa mãn điều kiện)

Cách 2: Đặt , với  nguyên

Ta có:  (thỏa mãn điều kiện)

**Dạng 4: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và so sánh biểu thức với một số (hoặc một biểu thức khác)**

**Cách giải:** Để so sánh một biểu thức  với một số , ta xét hiệu  và xét dấu của hiệu này, từ đó đi đến kết quả của phép so sánh

**Bài 1:**

Cho hai biểu thức  và , với  và 

a) Rút gọn 

b) So sánh  với 3

**Lời giải**

a) Ta có: , với  và 

b) Ta có: , với ;

Xét hiệu  (vì )

Từ đó ta có: 

**Bài 2:**

Cho hai biểu thức  và , với  và 

a) Rút gọn các biểu thức 

b) Đặt . Hãy so sánh  với 1

**Lời giải**

a) Rút gọn được  và , với  và 

b) Ta có:  và 

**Dạng 5: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và tìm GTNN (hoặc GTLN) của biểu thức**

**Cách giải:** Chú ý rằng

- Biểu thức  có giá trị lớn nhất là , ký hiệu  nếu  với mọi giá trị của biến và tồn tại ít nhất một giá trị của biến để dấu “=” xảy ra

- Biểu thức  có giá trị nhỏ nhất là , ký hiệu  nếu  với mọi giá trị của biến và tồn tại ít nhất một giá trị của biến để dấu “=” xảy ra

**Bài 1:**

Cho hai biểu thức  và , với  và 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Đặt . Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của 

**Lời giải**

a) Rút gọn được , với  và 

b) Tìm được , với  và 

Ta có: 

Dấu “=” xảy ra  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy 

**Bài 2:**

Cho biểu thức , với  và 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Hãy tìm giá trị lớn nhất của 

**Lời giải**

a) Rút gọn được , với  và 

b) Tìm được 

**BÀI TẬP TỔNG HỢP**

**Bài 1:**

Cho biểu thức 

a. Tìm  để biểu thức A có nghĩa b. Rút gọn 

c. Tìm  để  d. So sánh  với 

e. Tìm  nguyên để  có giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Điều kiện: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

d) Xét hiệu: 

e) Ta có:  (thỏa mãn)

**Bài 2:**

Cho biểu thức 

a. Rút gọn  b. Tính giá trị của M khi 

c. Tìm các giá trị thực của x để  d. Tìm các giá trị thực của x để 

e. Tìm x nguyên để  có giá trị nguyên

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta tìm được 

d) Ta có: 

e) 

**Bài 3:**

Cho biểu thức 

a. Rút gọn  b. Tính giá trị của Q khi 

c. Tìm các giá trị của x để  d. Tìm các giá trị của x để 

e. Tìm x nguyên để  có giá trị nguyên

**Lời giải**

a) Rút gọn được: 

b) Ta có: 

c) Ta có:  (thỏa mãn)

d) Có: 

e) Rút gọn được: 

**Bài 4:**

Cho biểu thức 

a. Rút gọn P b. Tìm giá trị của x để 

c. Tìm giá trị của x để  d. Tìm x nguyên để P nguyên

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Có: 

d) Ta có:  (thỏa mãn)

**Bài 5:**

Cho 

a. Tính giá trị biể thức B khi  b. Rút gọn 

c. Tìm giá trị của  để  d. So sánh C với 

e. Chứng minh 

f. Tìm x nguyên để biểu thức C có giá trị nguyên

g. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức C

h. Tìm các giá trị của m để nghiệm x thỏa mãn bất phương trình: 

**Lời giải**

a) Với  thỏa mãn điều kiện xác định 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

d) 

e) Xét hiệu: 

f) 

g)  (thỏa mãn)

h) 



.

**Bài 6:**

Cho 

a. Rút gọn biểu thức 

b. Tính giá trị của  khi 

c. Tìm giá trị của  để 

d. Tìm các giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên

e. Tìm  để phương trình  có hai nghiệm phân biệt

f. Tính các giá trị của  để 

g. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

**Lời giải**

a) Ta có: 

c)  (loại). Vậy không có giá trị nào của x để 

d) 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -3 | -1 | 1 | 3 |
|  | -4 | -2 | 0 | 2 |
|  |  |  | 0 | 4 |
| Điều kiện | - | - | t/m | t/m |

 thì 

e) 

Đặt 

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt khác 1 và 

Vậy điều kiện là 

f) 

Ta có: 

Kết hợp với điều kiện ta được: 

 g) 

Dấu “ = ” xảy ra 

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:**

Biểu thức  có kết quả là số nào?

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có: 



**Câu 2:**

Rút gọn  có kết quả là số nào?

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án A

***Giải thích:***

Ta có: 

**Câu 3:**

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là số nào?

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án C

***Giải thích:***

Ta có: 

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi 

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là  khi .

**Câu 4:**

Biểu thức  có kết quả rút gọn là số nào?

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án C

***Giải thích:***

Ta có: 



**Câu 5:**

Rút gọn  ta được kết quả nào?

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án B

***Giải thích:***

Ta có: 



**Câu 6:**

Rút gọn , với  ta được:

a.  b. 

c.  d. Một kết quả khác

**Lời giải**

Chọn đáp án B

***Giải thích:***

Với , ta có: 

**Câu 7:**

Rút gọn , với  và 

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án C

***Giải thích:***

Với , ta có:





**Câu 8:**

Giá trị của biểu thức  bằng:

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có: 

Do đó 

**Câu 9:**

Tập nghiệm của phương trình  là:

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có: 



Vậy tập nghiệm của phương trình là 

**Câu 10:**

Cho . Tính giá trị của biểu thức 

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án B

***Giải thích:***

Thay  vào biểu thức  ta được :





**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:**

Cho 

a. Rút gọn 

b. Tìm các giá trị của  để 

c. Tìm các giá trị của x sao cho 

**Lời giải**

a) Điều kiện: 

b) Ta có: 



c) 

+)  (vô nghiệm)

+) 

**Bài 2:**

Cho 

a. Rút gọn  b. Tìm các giá trị của x thỏa mãn 

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**Lời giải**

a) 

b) Ta có: 

c) 

**Bài 3:**

Cho 

a. Rút gọn  b. Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**c\*.** Tìm  để biểu thức  nhận giá trị nguyên

**Lời giải**

 a) Ta có: 

 b) Ta có: 

c) Ta có: 

+) Nếu  (thỏa mãn)

+) Nếu 

Vậy  là các giá trị cần tìm.