**ĐƯỜNG ELIP**

***1)Định nghĩa***: Cho hai điểm cố định  với  và hằng số . Elip(E) là tập hợp các điểm M thỏa mãn .

Các điểm  là tiêu điểm của (E). Khoảng cách  là tiêu cự của (E).  được gọi là bán kính qua tiêu.



Hình 3.3

***2) Phương trình chính tắc của elip:***

Với tọa độ tiêu điểm:

 trong đó 

(1) được gọi là phương trình chính tắc của (E)

***3) Hình dạng và tính chất của elip:***

Elip có phương trình (1) nhận các trục tọa độ là trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

+ Tiêu điểm: Tiêu điểm trái , tiêu điểm phải 

+ Các đỉnh : 

+ Trục lớn : , nằm trên trục Ox; trục nhỏ :, nằm trên trục Oy

+ Hình chữ nhật tạo bởi các đường thẳng  gọi là *hình chữ nhật cơ sở*.

+ Tâm sai : 

+ Bán kính qua tiêu điểm của điểm  thuộc (E) là:



**Dạng toán 1. Xác định các yếu tố của elip**

*Phương pháp áp dụng*

+ Chuyển Elip về dạng:  ()

xác định a,b từ đó suy ra 

+ Xác định các yếu tố của (E)

- Độ dài trục lớn: 2a, độ dài trục bé: 2b

-Tiêu cự 2c

-Tọa độ các đỉnh 

-Tâm sai 

-Phương trình các đường chuẩn 

-Phương trình 4 cạnh của hình chữ nhật cơ sở : 

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1**. **:** Xác định các đỉnh, độ dài trục, tiêu cự, tiêu điểm , tâm sai, phương trình các đường chuẩn của elip có phương trình sau:  **🖎Lời giải tham khảo:**   1. Từ phương trình của (E) ta có .     Suy ra tọa độ các đỉnh là  Độ dài trục lớn , độ dài trục bé  Tiêu cự , tiêu điểm là ,  Tâm sai của (E) là  Phương trình các đường chuẩn | **🖎Lưu ý** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1.1**  **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | **1.2**  . **Lời giải**  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  …………………………………………… | |
| **Câu 2. :** Xác định các đỉnh, độ dài trục, tiêu cự, tiêu điểm , tâm sai, phương trình các đường chuẩn của elip có phương trình sau:  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta có  suy ra  Do đó tọa độ các đỉnh là  Độ dài trục lớn , độ dài trục bé  Tiêu cự , tiêu điểm là ,  Tâm sai của (E) là  Phương trình các đường chuẩn | | | **🖎Lưu ý** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2.1**  **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | **2.2**  **Lời giải**  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  …………………………………………… | |
| **Câu 3.** Xác định các đỉnh, độ dài trục, tiêu cự, tiêu điểm , tâm sai, phương trình các đường chuẩn của elip có phương trình sau:  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta có  suy ra  Do đó tọa độ các đỉnh là  Độ dài trục lớn , độ dài trục bé  Tiêu cự , tiêu điểm là ,  Tâm sai của (E) là  Phương trình các đường chuẩn | | **🖎Lưu ý** |

|  |  |
| --- | --- |
| **3.1** .  **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | **3.2.**  **Lời giải**  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  ……………………………………………  …………………………………………… |

**Dạng toán 2. Viết phương trình Elip:**

**Phương pháp :**

Phương trình chính tắc của elip có dạng với 

 Từ các yếu tố đã biết thiết lập phương trình chứa  và  tìm được  và 

 Thay vào phương trình trên ta được phương trình chính tắc của elip.

Cần lưu ý các hệ thức:



Khoảng cách giữa hai đường chuẩn 

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu 4**. **:** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  a)(E) có Độ dài trục lớn bằng 14 và độ dài trục bé bằng 10?  b) (E) có độ dài trục lớn bằng 10 và tiêu cự bằng 6?  **🖎Lời giải tham khảo:**  **a)** Phương trình chính tắc của (E) : với  Độ dài trục lớn  Độ dài trục bé  Vậy phương trình chính tắc của  b). Độ dài trục lớn  Tiêu cự  Vậy phương trình chính tắc của | | | | **🖎Lưu ý** | |
| **4.1** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  (E) có Độ dài trục lớn bằng 18 và độ dài trục bé bằng 12?  **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | **4.2** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết: E) có độ dài trục lớn bằng 30 và tiêu cự bằng 24?  . **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | | | | |
| **Câu 5. :** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  a)(E) có độ dài trục lớn là 6 và tâm sai  b) Có tâm sai  và nhận là một tiêu điểm  **🖎Lời giải tham khảo**  a)Độ dài trục lớn  tâm sai  Vậy phương trình chính tắc của  b). Vì ;  Vậy phương trình chính tắc của | | | | | | **🖎Lưu ý** |
| **5.1:** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  (E) có độ dài trục lớn là 8 và tâm sai  **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | | **5.2** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết: Có tâm sai  và nhận là một tiêu điểm.  **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | | | | |
| **Câu 6. :** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  a) Tiêu cự bằng 8 và đi qua điểm  b )Độ dài trục nhỏ bằng 6 và đi qua điểm  c) Đi qua hai điểm và  **🖎Lời giải tham khảo**  Phương trình chính tắc của (E) có dạng:  a) Tiêu cự đi qua điểm  nên  với  Vậy phương trình chính tắc (E) là  b) Độ dài trục nhỏ  đi qua điểm  nên  Vậy phương trình chính tắc (E) là  c)Đi qua hai điểm và ta có hệ phương trình    Vậy phương trình chính tắc (E) là | | | | **🖎Lưu ý** | | |
| **6.1** . Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  Tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm  **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | | | **6.2.** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết Độ dài trục nhỏ bằng 10 và đi qua điểm  **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | | | |
| **6.3.** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết Đi qua hai điểm và  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | | | …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | | | |
| **Câu 7 .** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  a) (E)có tọa độ một đỉnh là  và đi qua điểm  b) (E) có tiêu điểm thứ nhất  và đi qua điểm .  **🖎Lời giải tham khảo**  Phương trình chính tắc của (E) có dạng:  a) (E) có một đỉnh có tọa độ là  nằm trên trục tung nên  do đó phương trình chính tắc của (E) có dạng: .  Mặt khác (E) đi qua điểm  nên  Vậy phương trình chính tắc (E) là  b) (E) có tiêu điểm nên  suy ra  (1)  Mặt khác  (2)  Thế (1) vào (2) ta được    Vậy phương trình chính tắc (E) là | | | **🖎Lưu ý** | | | |
| **7.1** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  (E)có tọa độ một đỉnh là  và đi qua điểm  **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | | | **7.2** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:(E) có tiêu điểm thứ nhất  và đi qua điểm .  **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | | | |
| **Câu8.** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  a)Hình chữ nhật cơ sở của (E) có một cạnh nằm trên đường thẳng  và có diện tích bằng 48.  b) (E) có tâm sai bằng  và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20.  **🖎Lời giải tham khảo**  a) (E) có hình chữ nhật cơ sở có một cạnh nằm trên đường thẳng  suy ra  Mặt khác hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 48 nên  Vậy phương trình chính tắc (E) là  b) (E) có tâm sai bằng  suy ra  hay  (3)  Hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20 suy ra  (4).  Từ (3) và (4) suy ra  Vậy phương trình chính tắc (E) là | | | **🖎Lưu ý** | | | |
| **Câu8.1** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  Hình chữ nhật cơ sở của (E) có một cạnh nằm trên đường thẳng  và có diện tích bằng .  **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | | | **Câu8.2** Lập phương trình chính tắc của Elip (E) biết:  (E) có tâm sai bằng  và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng  **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | | | |

**Dạng 3: Tìm điểm trên (E), bài toán về sự tương giao**

**Phương pháp giải:**

**1 Bài toán tìm điểm :**

Khi làm chú ý các kiến thức sau :

+Bán kính qua tiêu điểm của điểm  thuộc (E) là:



+ Định lí hàm số cosin: 

+Nếu

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 9**. **:** Cho có phương trình  a). Qua một tiêu điểm của, vẽ đường thẳng song song với cắt  tại A và B. Tính độ dài đoạn AB.  b) Tìm điểm M trên sao cho  **🖎Lời giải tham khảo:**  a). Từ phương trình của (E) ta có .  Đường thẳng qua  và song song với cắt elip tại  có hoành độ  Thế vào  . Vậy độ dài đoạn  b) Ta có:  Theo giả thiết  Do đó  Vậy có 2 điểm  thỏa mãn yêu cầu bài toán | | **🖎Lưu ý** |
| **9.1** Cho có phương trình  Qua một tiêu điểm của, vẽ đường thẳng song song với cắt  tại A và B. Tính độ dài đoạn AB.  **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | **9.2 C**ho có phương trình  Tìm điểm M trên sao cho  . **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | |
| **Câu 10**. **:** Tìm tọa độ điểm M trên elip:  sao cho M nhìn dưới một góc  **🖎Lời giải tham khảo:**  a). Ta có:    Áp dụng định lý côsin trong tam giác  ta có:        Vậy có 4 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán | | **🖎Lưu ý** |
| **10.1** Cho elip  Tìm điểm M thuộc sao cho M nhìn  dưới một góc vuông  **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | **10.2** Cho elip  Tìm điểm M thuộc sao cho M nhìn  dưới một góc  . **Lời giải**  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  …………………………………………………  ………………………………………………… | |

**2 bài toán tương giao:**

**Cho đường thẳng d có phương trình : **

**Và elip:** 

từ phương trình đường thẳng rút x theo y hoặc y theo x thế vào phương trình của elip ta được một phương trình bậc hai. Số nghiệm của phương trình chính là số điểm chung của (d) và elip

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 11**. **:** Tìm tọa độ giao điểm củaĐường thẳng  cắt elip  **🖎Lời giải tham khảo:**  Tọa độ giao điểm của đường thẳng  và  là nghiệm của hệ    Vậy tọa độ giao điểm là | | **🖎Lưu ý** |
| **11.1** Cho đường thẳng  và elip  Tìm m để: cắt tại hai điểm phân biệt.  **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | **11.2** Cho đường thẳng  và elip  Tìm m để  và có điểm chung duy nhất..  **Lời giải**  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  …………………………………………  ………………………………………… | |