**CHƯƠNG I: TỨ GIÁC.**

**BÀI 1: TỨ GIÁC:**

**I, ĐỊNH NGHĨA:**

+ Tứ giác ABCD là hình gồm 4 đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó bất kì 2 đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên 1 đường thẳng nào.

****

Hình tứ giác ABCD.

****

Hình không là tứ giác ABCD.

+ Các điểm A, B, C, D gọi là các đỉnh.

+ Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các cạnh của tứ giác.

+ Hai đỉnh A, B gọi là hai đỉnh kề nhau. Hai đỉnh A và C gọi là hai đỉnh đối nhau.

+ Hai cạnh kề nhau: AB và BC; … . Hai góc đối nhau:  và .

Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm về một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

**II, TỔNG CÁC GÓC CỦA MỘT TỨ GIÁC:**

+ Tổng 4 góc trong một tứ giác bằng .



Tứ giác ABCD có:



+ Góc ngoài của tứ giác là góc kề bù với một góc trong của tứ giác.

**III, BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

Bài 1: Tìm số đo x trong các hình sau:









Bài 2: Cho tứ giác ABCD có . Tính góc  và góc ngoài tại C của tứ giác.



Bài 3: Cho tứ giác ABCD có , .

a, Chứng minh AC là trung trực của BD.

 b, Tính góc .

Bài 4: Cho tứ giác ABCD có . Các tia phân giác góc A và góc B cắt nhau tại I. Biết .

Tính số đo .



Bài 5: Cho tứ giác ABCD. Phân giác góc  và  cắt nhau tại O. Chứng minh .



Bài 6: Cho tứ giác ABCD, hai tia phân giác  và  cắt nhau tại E, hai tia phân giác góc ngoài tại A và B cắt nhau tại F.

 a, Chứng minh: .

b, Chứng minh: .

Bài 7: Cho tứ giác ABCD có , . Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho . Chứng minh:

a, .

 b, AC là phân giác góc .

**BÀI 2: HÌNH THANG.**

**I, ĐỊNH NGHĨA:**



+ Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song. Hai cạnh song song gọi là hai đáy,

hai cạnh còn lại là hai cạnh bên. (H1)

+ Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông. (H2)

+ Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau. (H3)

**II, TÍNH CHẤT:**



- Nếu một hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên ấy bằng nhau.

- Nếu một hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau thì hai cạnh bên song song và bằng nhau.

- Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.

- Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.



**III, DẤU HIỆU NHẬN BIẾT:**

- Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.

- Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

**IV, BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

Bài 1: Cho hình thang ABCD có AD // BC, có  và .

a, Tính .

b, Chứng minh .

c, Tính số đo các góc của hình thang.



Bài 2 : Cho hình thang vuông ABCD có , ,  và  tại H.

a, Chứng minh .

b, Chứng minh  vuông cân tại H.



Bài 3 : Cho , các tia phân giác góc  cắt nhau tại I. Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB và AC lần lượt tại D và E.

a, Tìm các hình bình hành có trong hình.

b, Chứng minh rằng :  cân ở D và  cân ở E.

 c, So sánh DE với tổng .

Bài 4 : Cho hình thang ABCD có AB // CD và . Hai tia phân giác góc  và góc  cắt nhai tại K thuộc đáy AB. Chứng minh rằng :

a,  cân ở A,  cân ở B.

b, .



Bài 5 : Cho hình thang ABCD có AB // CD và . Gọi K là điểm thuộc đáy CD sao cho . Chứng minh rằng :

a, AK là phân giác góc .

b, .

c, BK là tia phân giác của góc .



Bài 6 : Cho  cân tại A, Hai đường trung tuyến BD và CE. Chứng minh :

a,  cân tại A.

b, .

 c, Tứ giác BCDE là hình thang cân.

Bài 7 : Cho  cân tại A có BE và CF là hai đường phân giác. Chứng minh :

a,  cân tại A.

b, Tứ giác BCEF là hình thang cân.

 c, .

Bài 8: Cho hình thang cân ABCD có AB // CD và , .

a, Chứng minh .

b, CA có phải là tia phân giác của góc  không ? Vì sao ?



Bài 9: Cho hình thang cân ABCD có AB // CD và . Gọi O là giao điểm của AD và BC. E là giao điểm của AC và BD. Chứng minh :

a,  cân tại O.

b, .

c, .

d, OE là trung trực của hai đáy AB và CD.

Bài 10: Cho hình thang cân ABCD có AD // BC và , , . Qua B kẻ đường thẳng song song với CD cắt AD tại E.

a, Tính ED.

b, Chứng minh  đều.

 c, Kẻ  ở H. Tính AH.

Bài 11: Cho hình thang cân ABCD có AB // CD và . AH và BK là các đường cao. Chứng minh

a, .

 b, .

Bài 12: Cho hình thang ABCD có AD // BC và . Kẻ DE // AB,  ( E và H thuộc BC). Biết .

a, Tính EC.

b, Tính BC.

c, Chứng minh .



**BÀI 3: ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC, HÌNH THANG.**

**I, ĐỊNH NGHĨA:**

- Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác. (H4)

- Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang. (H5)



- Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ 3 và bằng nửa cạnh ấy.

Với H4. Ta có: 

- Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.

Với H5. Ta có:  và 

**II. ĐỊNH LÍ:**

- Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua

trung điểm của cạnh thứ ba, và đường ấy cũng chính là đường trung bình của tam giác.

- Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua

trung điểm của cạnh bên còn lại và đường ấy cũng là đường trung bình của hình thang.

**III, BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

Bài 1: Để đo khoảng cách hai điểm B và C bị chắn bởi 1 cái hồ sâu, người ta thực hiện đo như hình 1. Biết khoảng cách giữa hai điểm D và E đo được là 53m, Hỏi B và C cách nhau bao nhiêu m.

|  |  |
| --- | --- |
| Hình 1 | Hình 2 |

Bài 2: Để đo khoảng cách giữa hai điểm A và B bị ngăn cách bởi một hồ nước người ta đóng các cọc tại các vị trí A, B, M, N, O như hình 2 và đo được . Tính khoản cách AB biết M, N lần lượt là điểm chính giữa OA và OB.

Bài 3: Cho  cân tại A, đường cao AM, N là trung điểm của AC, kẻ Ax // BC cắt MN tại E. Chứng minh:

a, M là trung điểm của BC. b, ME // AB. c, .

|  |  |
| --- | --- |
| Hình bài 3 | Hình bài 4 |

Bài 4: Cho  có . Kéo dài AB lấy điểm D sao cho , Kéo dài AC lấy điểm E sao cho . Kéo dài đường trung tuyến AM của  lấy .

a, Tính độ dài các cạnh của .

b, Chứng minh DI // BC.

c, Chứng minh ba điểm D, I, E thẳng hàng.

Bài 5: Cho  cân tại A, có M là trung điểm của BC, kẻ Mx // AC cắt AB tại E, Kẻ My // AB cắt AC tại F. Chứng minh:

a, E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC. b, . c, .

Bài 6: Cho  vuông tại A có AM là đường trung tuyến. N là trung điểm của AC.

a, Chứng minh . b,  là tam giác gì? Vì sao?

c, Chứng minh .

|  |  |
| --- | --- |
| Hình bài 5 | Hình bài 6 |

Bài 7: Cho . Trên cạnh AB lấy . Từ D, E kẻ các đường thẳng song song với BC cắt AC lần lượt tại M, N. Chứng minh:

a, M là trung điểm của AN. b, . c, .

|  |  |
| --- | --- |
| Hình bài 7 | Hình bài 8 |

Bài 8: Cho  trung tuyến AM, Trên AC lấy E và F sao cho , BE cắt AM tại O.

a, Tứ giác OEFM là hình gì? Vì sao? b, Chứng minh .

Bài 9: Cho , trung tuyến AM. Gọi D là trung điểm của AM, BD cắt AC tại E. Kẻ MK // BE (K thuộc EC). Chứng minh:

a, K là trung điểm của CE. b, .

|  |  |
| --- | --- |
| Hình bài 9 | Hình bài 10. |

Bài 10: Cho  cân tại A có M là trung điểm của đường cao AH. CM cắt AB tại D, kẻ // CD và cắt AB tại E. Chứng minh:

a, . b, . c, .

**BÀI 3: ĐỐI XỨNG TRỤC, ĐỐI XỨNG TÂM.**

**HÌNH BÌNH HÀNH**

**I, ĐỊNH NGHĨA:**

- Hai điểm A và A’ được gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d, nếu d là đường trung trực

của đoạn thẳng AA’. (H1)

- Hai điểm A và A’ được gọi là đối xứng với nhau qua điểm O, nếu O là trung điểm của AA’.(H2)



- Mọi điểm nằm trên đường thẳng (d) đều cách đều hai đầu mút A và A’.

**II. QUY ƯỚC:**

- Điểm nằm trên trục đối xứng (d) thì điểm đối xứng với nó qua (d) là chính nó.

- Điểm đối xứng với điểm O qua tâm O chính là điểm O.

**III. HÌNH ĐỐI XỨNG QUA ĐƯỜNG THẲNG:**

- Hai hình A và B gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu lấy mỗi điểm thuộc hình A khi lấy đối xứng qua d đều thuộc hình B.



- Hai hình A và B gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu lấy mỗi điểm thuộc hình A khi lấy đối xứng qua O thì đều thuộc hình B.



**IV, ĐỊNH NGHĨA:**

- Tứ giác có các cặp cạnh đối song song là hình bình hành.( H1)

- ABCD là hình bình hành:

 

**V, TÍNH CHẤT:**

- Trong hình bình hành các cạnh đối song song và bằng nhau.

- Trong hình bình hành các góc đối bằng nhau.

- Trong hình bình hành hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

**VI, DẤU HIỆU NHẬN BIẾT:**

- Tứ giác ABCD là HBH nếu các cạnh đối song song.

- Tứ giác ABCD là HBH nếu các cạnh đối bằng nhau.

- Tứ giác ABCD là HBH nếu các góc đối bằng nhau.

- Tứ giác ABCD là HBH nếu hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

- Tứ giác ABCD là HBH nếu hai cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau.

**VII, BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

Bài 1: Cho hình thang ABCD có AB // CD và . Gọi E là trung điểm của CD.

a, Chứng minh tứ giác ABED là hình bình hành.

 b, Chứng minh tứ giác ABCE là hình bình hành.



Bài 2: Cho  có D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AC, AB.

a, Chứng minh DE // AF và .

b, Chứng minh tứ giác AEDF là hình bình hành.

Bài 3: Cho  cân ở A có điểm M trên cạnh BC. Kẻ MD // AC và ME // AB .

a, Chứng minh ADME là hình bình hành.

b,  là tam giác gì?

c, So sánh  với AC.

|  |  |
| --- | --- |
| Hình bài 3 | Hình bài 4 |

Bài 4: Cho  cân tại A, lấy điểm D trên AB. Lấy điểm E trên tia đối của tia CA sao cho . Kẻ DF // AC .

a,  là tam giác gì? b, Chứng minh tứ giác DCEF là hình bình hành.

Bài 5: Cho  có các đường trung tuyến BE, CF và trọng tâm G. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BG và CG.

a, Chứng minh EF // MN và .

 b, Chứng minh MNEF là hình bình hành.

|  |  |
| --- | --- |
| Hình bài 5 | hình bài 6 |

Bài 6: Cho hình bình hành ABCD. Kéo dài đường trung tuyến AM của  và lấy điểm E sao cho .

a, Tứ giác ABEC là hình gì? b, Chứng minh D, C, E thẳng hàng và suy ra C là trung điểm của DE.

Bài 7: Cho tứ giác ABCD có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

a, Chứng minh MN // AC và .

b, Chứng minh MN // PQ và .

c, Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.



Bài 8: Cho hình bình hành ABCD. E và F lần lượt là hình chiếu của A và C trên đường chéo BD.

a, Chứng minh .

b, Chứng minh tứ giác AECF là hình bình hành.



Bài 9: Cho hình bình hành ABCD có . Vẽ , AE kéo dài cắt CD tại H và CF kéo dài cắt AB tại K. Chứng minh:

a, AECF là hình bình hành.

b, AHCK là hình bình hành.



Bài 10: Cho hình bình hành ABCD. Kẻ  và .

a, Tứ giác AECF là hình gì? Vì sao?

b, AE cắt CD tại I, CF cắt AB tại K. Chứng minh .

c, Chứng minh .



Bài 11: Cho hình bình hành ABCD có . Tia phân giác góc  cắt BC ở I, tia phân giác góc  cắt AD tại K. Chứng minh:

a,  là tam giác cân.

b, So sánh  và .

c, Tứ giác AICK là hình bình hành.



Bài 12: Cho hình bình hành ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Nối AN và CM cùng cắt BD lần lượt ở E và F. Chứng minh:

a,  và tứ giác AMCN là hình bình hành.

b, F là trung điểm của BE và E là trung điểm của DF.



Bài 13: Cho hình bình hành ABCD, Trên cạnh AB lấy điểm M, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho 

a, Chứng minh rằng: .

b, Chứng minh tứ giác AMCN là hình bình hành.

c, Chứng minh tứ giác BMDN là hình bình hành.



Bài 14: Cho hình bình hành ABCD, Trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh CD lấy điểm F sao cho . Gọi O là giao điểm của AC và BD.

a, Chứng minh tứ giác AECF là hình bình hành.

b, Chứng minh O là trung điểm của EF.



Bài 15: Cho hình bình hành ABCD. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A và C trên đường chéo BD.

a, Chứng minh rằng: .

b, Chứng minh rằng tứ giác AHCK là hình bình hành.

c, Gọi O là trung điểm của HK. Chứng minh rằng ba điểm A, O, C thẳng hàng.



Bài 16: Cho hình bình hành ABCD có . Gọi E và K lần lượt là trung điểm của CD và AB. Đoạn BD cắt AE, AC và CK lần lượt tại N, O và I. Chứng minh rằng:

a, Tứ giác AECK là hình bình hành.

b, Ba điểm E, O, K thẳng hàng.

 c, .

d, .

Bài 17: Một hình bình hành MNPQ có hai đường chéo cắt nhau tại O, Qua O vẽ đường thẳng song song với NP lần lượt cắt MN và PQ tại A và B.

a, Chứng minh tứ giác ANPB là hình bình hành.

b, Chứng minh A là trung điểm của MN.

c, Gọi C là trung điểm của ON. Chứng minh .



Bài 18: Cho hình bình hành ABCD có tâm O. Lấy  sao cho , AE cắt BD tại K. Từ O kẻ đường thẳng song song với AE cắt CD tại F.

a, OF là gì của .

b, Chứng minh .

c, Chứng minh K là trung điểm của OD.



Bài 19: Cho hình bình hành ABCD có A là góc tù. Kẻ AH và CK vuông góc với đường chéo BD.

a, Chứng minh tứ giác AHCK là hình bình hành.

b, Gọi O là trung điểm của HK. Chứng minh ba điểm A, O, C thẳng hàng.

c, Tính diện tích hình bình hành AHCK biết .



Bài 20: Chi hình bình hành ABCD, O là giao điểm hai đường chéo. M , N lần lượt là trung điểm của OD và OB. E là giao điểm của AM và CD, F là giao điểm của CN và AB. Chứng minh:

a, Tứ giác AMCN là hình bình hành.

b, AECF là hình bình hành.

c, E, F đối xứng với nhau qua O.

 d, .

Bài 21: Cho hình bình hành ABCD, H và K lần lượt là chân đường cao hạ từ A và C đến BD.

a, Chứng minh AHCK là hình bình hành.

b, Gọi M là giao điểm của AK và BC, N là giao điểm của CH và AD. Chứng minh .

c, O là trung điểm của HK. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.



Bài 22: Cho hình bình hành ABCD. Trên đường chéo BD lấy hai điểm M và N sao cho .

a, Chứng minh .

b, AC cắt BD tại O, Chứng minh tứ giác AMCN là hình bình hành,

c, AM cắt BC tại I, Chứng minh .

d, CN cắt AD tại K. Chứng minh I và K đối xứng với nhau qua O.



Bài 23: Cho hình bình hành ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AO, BO, CO, DO.

a, Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.

b, Chứng minh tứ giác ANCQ là hình bình hành.



Bài 24: Cho  cân tại A, đường cao AH. Gọi M là trung điểm của AB, Vẽ E đối xứng với H qua M.

a, Tứ giác AHBE là hình gì? Vì sao?

b, Chứng minh tứ giác AEHC là hình bình hành.

c, Gọi O là giao điểm của AH và EC, N là trung điểm của AC. Chứng minh ba điểm M, O, N thẳng hàng.



Bài 25: Cho  vuông tại A có , đường cao AH, Gọi M là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia MH lấy điểm D sao cho .

a, Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.

b, Gọi E là điểm đối xứng của B qua H. Chứng minh tứ giác ADHE là hình bình hành.



Bài 26: Cho hình thang ABCD có AB // CD và . Kẻ BE // AC .

a, Tứ giác ABEC là hình gì?

b, Chứng minh rằng:  vuông ở B và .



Bài 27: Cho hình thanh vuông ABCD . Gọi H là hình chiếu của D trên AC. Gọi M, N là trung điểm của HC và HD. Chứng minh:

a, .

b, Tứ giác ABMN là hình bình hành.



Bài 28: Cho hình thang vuông ABCD  có . Gọi H là hình chiếu của D trên AC. Gọi M và N là trung điểm của HC và HD.

a, Chứng minh ABMN là hình bình hành.

b, Chứng minh N là trực tâm của .

 c, Chứng minh .

Bài 29: Cho hình thang vuông ABCD  và . Kẻ . Gọi M là trung điểm của HC, N là trung điểm của DH. Chứng minh:

a, .

b, Tứ giác ABMN là hình bình hành.

 c, .

Bài 30: Cho  nhọn, các đường cao BD, CE cắt nhau tại H. Đường vuông góc với AB tại B và đường vuông góc với AC tại C cắt nhau tại K.

a, Chứng minh .

b, Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành.

c, Gọi I là trung điểm của AK, M là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm H, M, K thẳng hàng

và .



Bài 31: Cho  nhọn có . Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H, Gọi M là trung điểm của BC, kẻ Bx, Cy lần lượt vuông góc với AB, AC chúng cắt nhau tại K.

a, Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành và H, M, K thẳng hàng.

b, Gọi I là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh tứ giác BIKC là hình thang cân.

c, Gọi G là giao điểm của BK và HI,  phải có thêm điều kiện gì để tứ giác GHCK là hình

thang cân.



Bài 32: Cho  nhọn biết . Các đường cao BE và CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của MH lấy điểm K sao cho .

a, Chứng minh Tứ giác BHCK là hình bình hành.

b, Chứng minh  và .

c, Gọi I là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh BIKC là hình thang cân.

d, BK cắt HI tại G.  cần có thêm điều kiện gì để tứ giác GHCK là hình thang cân.



Bài 33: Cho  có trung tuyến AM, BN, CP. Từ N kẻ kẻ đường thẳng song song với CP cắt BC tại F. Các đường thẳng kẻ từ F song song với BN và Từ B song song với CP cắt nhau tại D. Chứng minh:

a, Tứ giác BDCP là hình bình hành.

b, Tứ giác PNCD là hình thang.

c, DM // AN, .

d, Tìm điều kiện của  để tứ giác PNCD là hình thang cân.



Bài 34: Cho  gọi D và E lần lượt là trung điểm của AB, AC.

a, Chứng minh tứ giác DECB là hình thang.

b, Gọi H là giao điểm của hai đường cao BM và CK. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB.

Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AC. Hai đường thẳng này cắt nhau tại I. Chứng minh tứ giác

BHCI là hình bình hành.

c, Gọi G là giao điểm của hai đường thẳng vuông góc với AC tại E và vuông góc với AB tại D.

Chứng minh A, I, G thẳng hàng.



Bài 35: Cho  nhọn, đường cao BE và CF cắt nhau tại H. Lấy điểm M là trung điểm của BC và I là điểm đối xứng của H qua M.

a, Chứng minh rằng  và .

b, Chứng minh rằng .

c, Vẽ  tại Q. Chứng minh .



Bài 36: Cho  nhọn. các đường trung tuyến AM và BN cắt nhau tại G. Trên tia BN lấy điểm E sao cho N là trung điểm của EG.

a, Chứng minh tứ giác AGCE là hình bình hành.

b, Trên tia AM lấy điểm F ( K khác A) sao cho .

Chứng minh rằng:  và BF // AE.

c, Để tứ giác AECF là hình thang cân thì  cần điều kiện gì



Bài 37: Cho hình bình hành ABCD, Trên tia đối của tia AD lấy điểm E sao cho . Gọi F là giao của  và AB.

a, Chứng minh F là trung điểm của EC.

b, Chứng minh tứ giác EBCA là hình bình hành.

c, Trên tia đối CD lấy điểm T sao cho . Chứng minh ba điểm T, B, E thẳng hàng.

d, Gọi giao điểm của TA và EC là O. Chứng minh ba điểm D, O, B thẳng hàng.



Bài 38: Cho . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của , AC.

a, Chứng minh tứ giác BMNC là hình thang.

b, Gọi I là trung điểm AN, K là điểm đối xứng với M qua I. Chứng minh BMKN là hình bình hành.

c, Gọi G là giao điểm của BN và CM. Chứng minh AG, KN và BC đồng quy.



Bài 39: Cho  có O là trung điểm của AC. Trên tia BO lấy điểm D sao cho .

a, Chứng minh tứ giác ABCD là hình bình hành.

b, Trên cạnh BC lấy các điểm M, N sao cho . Tia NO cắt AD, AB lần lượt tại I và

K. Chứng minh  và AM // IN.

Bài 40: Cho hình bình hành ABCD, Gọi E là điểm đối xứng với A qua B, Lấy F sao cho D là trung điểm của AF.

a, Chứng minh tứ giác DBEC là hình bình hành.

b, Chứng minh C là trung điểm của đoạn EF.

c, Chứng minh ba đường thẳng AC, BF, DE đồng quy.

d, Gọi M là giao điểm của CD và BF, N là giao điểm của AM và CF. Chứng minh .



Bài 41: Cho hình bình hành ABCD có . Lấy điểm  sao cho . Gọi K là điểm đối xứng của F qua BC. S là giao điểm của hai đường thẳng CK và AD. Chứng minh:

a,  cân và tính  ( Lấy I là giao của BC và KF).

 b, .

c,  đều.

d, AB // KE.

Bài 42: Cho hình chữ nhật ABCD có , Có hai đường chéo cắt nhau tại O, Gọi E và F lần lượt là điểm đối xứng của A qua D và B.

a, Chứng minh rằng OD là đường trung bình của .

b, Chứng minh rằng C là trung điểm của EF.

c, Gọi M là chân đường vuông góc hạ từ A đến EF. Đường thẳng qua A và song song với BM cắt

BD tại N. Tứ giác BANM là hình gì? Vì sao?

d, Trên tia đối của tia DC lấy điểm H tùy ý. Gọi K là trung điểm của AH và P là giao điểm của FH

với CK. Chứng minh  cân.



Bài 43: Cho  vuông cân tại A. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm E, Trên tia đối của tia CA lấy điểm F sao cho . Vẽ hình bình hành BEFD. Gọi I là giao điểm của EF và BC. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt BI tại K.

a, Chứng minh tứ giác EKFC là hình bình hành.

b, Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với AF cắt BD tại M. Chứng minh .

c, Chứng minh C đối xứng với D qua MF.

d, Tìm vị trí của E trên AB để A, I, D thẳng hàng.



**BÀI 1: HÌNH CHỮ NHẬT**

**I, ĐỊNH NGHĨA:**

- Tứ giác có 4 góc vuông là hình chữ nhật. (H1)



**II, TÍNH CHẤT:**

- Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành và hình thang cân.

- Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền và ngược lại.

**III, DẤU HIỆU NHẬN BIẾT:**

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật

**IV, BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

Bài 1: Cho  vuông tại A có đường cao AH. Kẻ .

a, Tứ giác ADHE là hình gì? Vì sao?

b, Gọi O là giao điểm của AH và DE. Chứng minh .



Bài 2: Cho  vuông tại A có . M là trung điểm của BC. Từ M kẻ hai đường thẳng song song với AC và song song với AB cắt AB và AC lần lượt tại E và F.

a, Tính độ dài BC.

b, Các tức giác BEFC, AEMF là hình gì? Vì sao?

c, Gọi O là trung điểm của EF.

Chứng minh A và M đối xứng qua O.



Bài 3: Cho  vuông tại A có AH là đường cao, đường trung tuyến AM. Qua H kẻ đường thẳng song song với AB và AC lần lượt cắt AC ở P và AB ở D. DP cắt AH ở O và AM ở Q.

a, Chứng minh .

b,  là tam giác gì? Vì sao?

 c, Chứng minh  vuông ở Q.

Bài 4: Cho  vuông ở A có AH là đường cao. Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu của H xuống AB và AC. Gọi I là trung điểm của HB, K là trung điểm của HC. AH cắt PQ ở O.

a, Tứ giác APHQ là hình gì? Vì sao?

 b, Chứng minh  và .

c, Tính .

d, Chứng minh PI // QK.

Bài 5: Cho  vuông tại A, M là trung điểm của BC. Gọi D, E theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC.

a, Chứng minh .

b, Gọi I là trung điểm của BM, K là trung điểm của CM. Tứ giác DIKE là hình gì? Vì sao?

c,  cần có thêm điều kiện gì để tứ giác DIKE là hình chữ nhật.



Bài 6: Cho  vuông tại C có . I là trung điểm của AB. Kẻ  tại E. Kẻ  tại F.

a, Chứng minh tứ giác CEIF là hình chữ nhật.

b, Gọi H là điểm đối xứng của I qua F. Chứng minh tứ giác CHFE là hình bình hành.

c, CI cắt BF tại G, O là trung điểm của FI. Chứng minh ba điểm A, O, G thẳng hàng.



Bài 7: Cho  vuông tại A có , có đường cao AH và đường trung tuyến AE. Từ E vẽ  tại E. Vẽ  tại D.

a, Chứng minh tứ giác ADEF là hình chữ nhật.

b, Chứng minh tứ giác BDFE là hình bình hành.

c, Chứng minh tứ giác DFEH là hình thang cân.

d, Gọi L là điểm đối xứng với E qua F, K là điểm đối xứng với B qua F.

Chứng minh A, L, K thẳng hàng.



Bài 8: Cho  vuông tại A, Gọi H là điểm bất kỳ trên cạnh BC ( H không trùng với B, C). Vẽ  tại I, Vẽ  tại K.

a, Chứng minh tứ giác AIHK là hình chữ nhật và .

b, Lấy điểm D đối xứng với H qua điểm K. Chứng minh DI đi qua trung điểm M của AK.

c, Gọi O là giao điểm của HM với AD. Chứng minh .



Bài 9: Cho  vuông tại A có M là trung điểm của BC, Gọi D và E lần lượt là các đường vuông góc hạ từ M xuống AB và AC.

a, Chứng minh tứ giác ADME là hình chữ nhật và D là trung điểm của AB.

b, Chứng minh tứ giác DBME là hình bình hành.

c, Gọi N là điểm đối xứng với E qua M. Vẽ  tại K. Chứng minh .



Bài 10: Cho  vuông tại A có . M là trung điểm của BD, Gọi C là điểm đối xứng với A qua M.

a, Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật

b, Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho . Gọi I là trung điểm của đoạn CD.

Chứng minh .

c, Gọi AH là đường cao  và K là điểm đối xứng với A qua H.

Chứng minh rằng tứ giác BDCK là hình thang cân.

d, Chứng minh rằng K, C, E thẳng hàng.



Bài 11: Cho  vuông tại A có  có AN là đường trung tuyến. Gọi M và P lần lượt là hình chiếu của điểm N trên đường thẳng AB và AC. Gọi E là điểm đối xứng với N qua P.

a, Chứng minh tứ giác AMNP là hình chữ nhật.

b, Tứ giác ANCE là hình gì? Vì sao?

c, ME cắt AN tại I, cắt AC tại Q. Chứng minh .



Bài 12: Cho  vuông tại A, Lấy điểm M thuộc cạnh huyền BC ( M không trùng với B, C). Gọi D và E lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC.

a, Tứ giác AEMD là hình gì? Vì sao?

b, Gọi P là điểm đối xứng của M qua D. K là điểm đối xứng với M qua E và I là trung điểm của DE.

Chứng minh P đối xứng với K qua A.

c, Khi M chuyển động trên đoạn BC thì điểm I chuyển động trên đường nào?



Bài 13: Cho  vuông tại A. Điểm D trên cạnh BC, Vẽ  tại M, Vẽ  tại N.

a, Tứ giác AMDN là hình gì? Vì sao?

b, Tính diện tích tứ giác AMDN biết .

c, Gọi AH là đường cao của . Tính góc .

d, Khi điểm D di chuyển trên cạnh BC thì trung điểm I của MN di chuyển trên đoạn thẳng nào?



Bài 14: Cho  vuông tại A có , M là trung điểm của BC. Kẻ , Kẻ .

a, Tứ giác AEMF là hình gì? Vì sao?

b, Chứng minh .

c, Gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Chứng minh rằng tứ giác EKMF là hình thang

cân.



Bài 15: Cho  vuông tại A có , đường cao AH. Từ H kẻ  ( M thuộc AB). Kẻ ( N thuộc AC)

a, Chứng minh tứ giác AMHN là hình chữ nhật.

b, Gọi I là trung điểm của HC, K là điểm đối xứng với A qua I. Chứng minh AC // HK.

c, Chứng minh tứ giác MNCK là hình thang cân.

d, MN cắt AH tại O, CO cắt AK tại D. Chứng minh .



Bài 16: Cho  cân ở A có M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng song song với BC kẻ từ A tại D.

a, Chứng minh tứ giác ABMD là hình bình hành.

 b, So sánh MD với AC.

c, Tứ giác ADCM là hình gì? Vì sao?

Bài 17: Cho hình bình hành ABCD có . Kéo dài đường trung tuyến AI của  và lấy điểm E sao cho I là trung điểm của AE.

a, Tứ giác ADEC là hình gi? Vì sao?

b, Chứng minh ba điểm B, C, E thẳng hàng.

c, Điểm C là gì của đoạn thẳng BE?



Bài 18: Cho  vuông tại A có . Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho .

a, Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật.

b, Gọi E là điểm đối xứng của A qua B. Chứng minh tứ giác BEDC là hình bình hành.

c, EM cắt BD tại K. Chứng minh .



Bài 19: Cho  vuông tại A có . D là điểm thuộc cạnh BC, I là trung điểm của AC, E là điểm đối xứng với D qua I.

a, Tính diện tích .

b, Tứ giác AECD là hình gì? Vì sao?

c, Điểm D ở vị trí nào trên BC thì AECD là hình chữ nhật.



Bài 20: Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD) và . Hai đường cao AH và BK.

a, Tứ giác ABKH là hình gì? Vì sao?

b, So sánh DH và CK.

 c, Chứng minh .

Bài 21: Cho hình bình hành ABCD. Gọi DE, BK lần lượt là đường phân giác trong của  và .

a, Chứng minh DE // BK.

b, Tứ giác DEBK là hình gì? Vì sao?

c, Tìm điều kiện của  để DEBK là hình chữ nhật.



Bài 22: Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AK và CD. Kẻ  tại I và cắt BK ở E.

a, Chứng minh ME // NC // AB.

b, Chứng minh E là trung điểm KB và MNCE là hình gì? Vì sao?

c, Chứng minh .

d, Cho  Tính diện tích hình chữ nhật ABCD.



Bài 23: Cho hình chữ nhật MNPQ, Gọi A là chân đường vuông góc hạ từ P đến NQ, Gọi B, C, D lần lượt là trung điểm của PA, AQ, MN.

a, Chứng minh rằng BC // MN.

b, Chứng minh rằng tứ giác CDNB là hình bình hành.

c, Gọi E là giao điểm của NB và PC. Gọi F là chân đường vuông góc hại từ D đến NB. Chứng minh

rằng tứ giác FDCE là hình chữ nhật.

d, Hạ CG vuông góc với MN tại G. BC cắt NP tại H. Chứng minh rằng DB cắt GH tại trung điểm

mỗi đường.



Bài 24: Cho hình chữ nhật ABCD có . Vẽ . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AH, BH, CD.

a, Tứ giác MNCP là hình gì? Vì sao?

b, Chứng minh .

c, Gọi I là trung điểm của BP và J là giao điểm của MC và NP. Chứng minh .



Bài 25: Cho hình chữ nhật ABCD có . Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BD tại E cắt DC tại F. Qua C kẻ đường thẳng song song với AF, cắt AB tại K.

a, Chứng minh tứ giác AKCF là hình bình hành và chứng minh .

b, Gọi M, Q lần lượt là trung điểm của đoạn AE và BC. Qua M kẻ đường thẳng song song với AD,

Cắt DE tại N, Chứng minh .

c, Chứng minh .



Bài 26: Cho hình chữ nhật ABCD tâm O. Kẻ  ở H. Trên tia đối của tia BH lấy .

a,  là tam giác gì? Vì sao?

 b, Chứng minh .

c, Chứng minh .

d, Tính .

**BÀI 1: HÌNH THOI VÀ HÌNH VUÔNG**

**I, ĐỊNH NGHĨA:**

- Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi. (H1)

- Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau và bốn góc vuông là hình vuông.(H2)



**II, TÍNH CHẤT:**

- Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành.

- Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau.

- Hình thoi có hai đường chéo là đường phân giác của các góc.

- Hình vuông có tất cả các tính chất của hình thoi và hình chữ nhật.

**III, DẤU HIỆU NHẬN BIẾT:**

- Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.

- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.

- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc là hình thoi.

- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.

- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc là hình vuông.

- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.

- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

**IV, BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

Bài 1: Cho  và tia phân giác Ot. Lấy điểm A trên Ot. Kẻ .

Chứng minh OBAC là hình vuông.

Bài 2: Cho  vuông cân tại A. Trên cạnh BC lấy các điểm H và G sao cho . Qua H và G kẻ các đường thẳng vuông góc với BC chúng cắt AB và AC theo thứ tự tại E và F. Chứng minh rằng:

a,  và  là các tam giác vuông cân.

b, .



Bài 3: Cho hình thoi ABCD. Kẻ hai đường cao AH và AK. Chứng minh .



Bài 4: Cho  vuông tại A, đường trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AC, K là điểm đối xứng với M qua I.

a, Chứng minh tứ giác AMCK là hình thoi.

b, Chứng minh tứ giác AKMB là hình bình hành.

c, Tìm điều kiện của  để tứ giác AMCK là hình vuông.



Bài 5: Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm M, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho . Chứng minh rằng:

a, .

 b, .

Bài 6: Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh AD lấy điểm F, Trên cạnh DC lấy điểm E sao cho . Chứng minh:

a, .

 b, .

c, .

Bài 7: Cho hình vuông ABCD. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy lần lượt các điểm M, N, P, Q sao cho .

a, Chứng minh .

b, Chứng minh .

c, Chứng minh MNPQ là hình vuông.



Bài 8: Cho hình vuông ABCD. Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD.

a, Chứng minh: AECK là hình bình hành.

b, Chứng minh  tại M.

c, AK cắt DF tại N. Chứng minh N là trung điểm của DM.

d, Chứng minh .



Bài 9: Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm M, Qua A kẻ  ( điểm N thuộc tia đối của tia DC). Gọi I là trung điểm của MN. Chứng minh rằng:

a, .

b, Ba điểm B, I, D thẳng hàng.



Bài 10: Cho hình bình hành ABCD. Gọi DE, BK lần lượt là đường phân giác của .

a, Chứng minh DE // BK.

b, Cho . Chứng minh .

c, Trong trường hợp . Tìm số đo  để tứ giác DEBK là hình vuông.



Bài 11: Cho hình bình hành ABCD có . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD.

a, Chứng minh .

b, Tứ giác AMCN là hình gì? Vì sao?



Bài 12: Cho hình bình hành ABCD có . M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy . Chứng minh:

a, Tứ giác ABEC là hình thoi.

b, D, E, C thẳng hàng.

c, C là trung điểm của DE.



Bài 13: Cho hình bình hành ABCD có . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a, Chứng minh .

b, Chứng minh .

c, Chứng minh tứ giác AMCN là hình thoi.



Bài 14: Cho hình chữ nhật ABCD. Tia phân giác góc  cắt tia phân giác góc  tại F. Tia phân giác góc  cắt tia phân giác góc  tại E.

a, Tính các góc của .

b, Chứng minh .

c, BE cắt CF tại H. Chứng minh .



Bài 15: Cho hình chữ nhật ABCD có . Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC. Chứng minh:

a,  và  là hình vuông.

 b,  và .

Bài 16: Cho hình chữ nhật ABCD có . Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC.

a, Chứng minh tứ giác AIKD và BIKC là hình vuông

b, Chứng minh  vuông cân.

c, Gọi S và R lần lượt là tâm các hình vuông AIKD và BIKC. Chứng minh ISKR là hình vuông.



Bài 17: Cho hình bình hành ABCD có . Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a, Chứng minh tứ giác APCQ là hình bình hành.

b, Chứng minh tứ giác APQD là hình thoi.

c, Gọi E là giao điểm của AQ và DP, Gọi F là giao điểm của BQ và CP. Chứng minh tứ giác PEQF

là hình chữ nhật.

d, Hình bình hành ABCD cần có thêm điều kiện gì để PEQF là hình vuông.



Bài 18: Cho hình bình hành ABCD có . Gọi M và N là trung điểm của AB và CD.

a, Tứ giác AMND là hình gì?

b, Chứng minh AN // MC.

c, E là giao điểm của AN và DM. F là giao điểm của MC với BN. Chứng minh EF // DC.

d, Tứ giác MENF là hình gì?

e, Tìm điều kiện của hình bình hành ABCD để tứ giác MENF là hình vuông.



Bài 19: Cho hình bình hành ABCD có . Gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ C đến đường thẳng AB, M là trung điểm của AD, F là chân đường vuông góc kẻ từ M đến CE và MF cắt BC ở N.

a, Tứ giác MNCD là hình gì? Vì sao?

b,  là tam giác gì? Vì sao?

c, Chứng minh rằng: .



Bài 20: Cho hình thoi ABCD có . Kẻ , rồi kéo dài một đoạn . Nối E với A, E với D. Chứng minh:

a, H là trung điểm của AD.

 b, Tứ giác ABDE là hình thoi.

c, D là trung điểm của CE.

d, .

Bài 21: Cho , các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Gọi M là trung điểm của GB, N là trung điểm của GC.

a, Tứ giác DEMN là hình gì? Vì sao?

b, Để tứ giác DEMN là hình chữ nhật thì  phải có thêm điều kiện gì?

c,  cần thêm điều kiện gì để DEMN là hình vuông?



Bài 22: Cho  các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau ở G. Gọi H là trung điểm của GB, K là trung điểm của GC.

a, Chứng minh tứ giác DEHK là hình bình hành.

b, Nếu  cân tại A. Chứng minh:  và  là hình chữ nhật.

c, Nếu các đường trung tuyến . Khi đó tứ giác DEHK là hình gì? Vì sao?



Bài 23: Cho  vuông cân tại B.

a, Gọi D là điểm đối xứng với C qua B. Chứng minh  vuông cân.

b, Gọi BE và BF lần lượt là đường phân giác trong của  và .

Chứng minh BA là phân giác của .

c, Chứng minh AEBF là hình vuông.

d, So sánh  với .



Bài 24: Cho  vuông tại A. Từ một điểm M trên cạnh BC. Kẻ  tại H. Kẻ  tại K.

a, Chứng minh: Tứ giác AHMK là hình chữ nhật.

b, Tìm vị trí của M trên cạnh BC để AHMK là hình vuông.

c, Kẻ  tại I. So sánh AM với AI rồi tìm vị trí của M để  nhỏ nhất.



Bài 25: Cho  vuông tại D có , DM là đường trung tuyến. Gọi MN là đường vuông góc kẻ từ M đến DE, MK là đường vuông góc kẻ từ M đến DF. Gọi H là điểm đối xứng với M qua N.

a, Tứ giác DKMN là hình gì? Vì sao?

b, Gọi O là trung điểm của DM. Chứng minh 3 điểm H, O, F thẳng hàng.

c,  cần thêm điều kiện gì để tứ giác DKMN là hình vuông.



Bài 26: Cho hình thoi ABCD có . Gọi M, N lần lượt trên AB, BC sao cho .

a, Chứng minh .

 b, Chứng minh  là tam giác đều.

Bài 27: Cho hình thoi ABCD. Lấy E và F trên BC và CD sao cho . Gọi G và H lần lượt là giao điểm của AE, AF với BD. Chứng minh tứ giác AGCH là hình thoi.



Bài 28: Cho . Lấy các điểm D và E lần lượt trên AB và AC sao cho . Gọi M, N, I, K lần lượt là trung điểm của BE, CD, DE và BC. Chứng minh:

a, .

 b, .

Bài 29: Cho hình thang cân ABCD ( AB // CD). Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thoi.



Bài 30: Cho hình thang ABCD ( AB // CD). Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AD, AB, BC, CD.

a, Chứng minh MNPQ là hình bình hành.

b, Hình bình hành MNPQ là hình gì nếu hai đường chéo  và .



Bài 31: Cho hình thoi ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

a, Chứng minh .

b, Tứ giác MNPQ là hình chữ nhật.



Bài 32: Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi E, F, G, H lần lượt là chân đường vuông góc tự O xuống AB, BC, CD, DA.

a, Chứng minh E, O, G thẳng hàng và H, O, F thẳng hàng.

b, Chứng minh .

c, Tứ giác EFGH là hình gì? Vì sao?



Bài 33: Cho hình thoi ABCD ( góc  tù). Từ B hạ . Từ D hạ . Gọi H là giao điểm của MB và PD, K là giao điểm của BN và DQ. O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh:

a, H là trực tâm .

b, A, H, K, C thẳng hàng.

c, .

d, .

 e, Tứ giác BHDK là hình thoi.

Bài 34: Cho hình bình hành ABCD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Đường thẳng m đi qua O cắt AB và CD lần lượt tại M và P. đường thẳng n đi qua O cắt cạnh BC và DA lần lượt tại N và Q. Biết .

a, Chứng minh MNPQ là hình bình hành.

b, Chứng minh MNPQ là hình thoi.



Bài 35: Cho hình vuông ABCE. Hai đường thẳng m và n vuông góc với nhau ở tâm O của hình vuông. Đường thẳng m cắt AB, CD lần lượt ở P và Q. đường thẳng n cắt BC và AD ở R và S.

a, Chứng minh .

b, Chứng minh .

 c, Tứ giác PRQS là hình vuông.

Bài 36: Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh DC lấy điểm E. Từ A dựng đường thẳng vuông góc với AE tại A, đường thẳng này cắt đường thẳng BC tại F.

a, Chứng minh .

b, Từ E dựng đường thẳng song song với AF và từ F dựng đường thẳng song son với AE, hai đường

thẳng này cắt nhau tại G. Chứng minh BD, AG, EF đồng quy.



Bài 37: Cho hình vuông ABCD. Vẽ . Tia Ax cắt BC ở M, Ay cắt đường thẳng CD tại N.

a, Chứng minh  vuông cân.

b, Vẽ hình bình hành MANF có O là giao điểm của AF và MN. Chứng minh D, O, B thẳng hàng.

c, Chứng minh .



Bài 38: Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia CB lấy điểm M, Trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho . Vẽ hình bình hành MANF. Gọi O là trung điểm của AF. Chứng minh rằng:

a, Tứ giác MANF là hình vuông.

b, F thuộc tia phân giác góc .

c, .

 d, Tứ giác BOFC là hình thang.

Bài 39: Cho hình vuông ABCD, Kéo dài BC lấy điểm E, Kéo dài CD lấy điểm F sao cho .

a, Chứng minh .

b,  là tam giác gì? Vì sao?

c, Kẻ tia Ex // AF và tia Fy // AE. Ex cắt Fy tại G. Tứ giác AEGF là hình gì? Vì sao?



Bài 40: Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của các tia AD, BA, CB, DC lần lượt lấy các điểm A’, B’, C’, D’. sao cho . Chứng minh:

a, .

b, .

c, Tứ giác  là hình vuông.



Bài 41: Cho hình vuông ABCD. Từ điểm M thuộc cạnh BC vẽ đường thẳng cắt CD ở K sao cho . Kẻ  ở H. Chứng minh:

a,  và .

b, .

 c, .

Bài 42: Cho hình vuông ABCD. M là điểm tùy ý trên cạnh DC. Tia phân giác của  cắt CD tại I. Kẻ  tại H và tia IH cắt BC tại K. Chứng minh:

a, .

b, .

 c, .

Bài 43: Cho hình vuông ABCD. Trong hình vuông vẽ  đều. Bên ngoài hình vuông vẽ  đều.

a, Tính các góc của .

b, Chứng minh  vuông cân.

 c, Chứng minh A, E, F thẳng hàng.

Bài 44: Cho  vuông tại A, . Gọi E là trung điểm của AC, M là trung điểm của BC.

a, Tính EM.

b, Vẽ tia Bx // AC sao cho Bx cắt EM tại D. Chứng minh rằng tứ giác ABDE là hình vuông.

c, Gọi I là giao điểm của BE và AD. Gọi K là giao điểm của BE với AM.

Chứng minh rằng tứ giác BDCE là hình bình hành và .



Bài 45: Cho hình thang vuông ABCD có AB // CD và . Có . Gọi E là điểm đối xứng của A qua B.

a, Chứng minh  và tứ giác AECD là hình vuông.

b, Gọi M là trung điểm của EC và I là giao điểm của BC và DM. Chứng minh diện tích  bằng

diện tích tứ giác .

c, Biết DA và CB cắt nhau tại V. Gọi N là hình chiếu của I trên AD. Chứng minh .



Bài 46: Cho  cân tại B có đường cao BE. Trên tia đối của tia EB lấy điểm D sao cho .

a, Chứng minh tứ giác ABCD là hình bình hành.

 b, Chứng minh tứ giác ABCD là hình thoi.

Bài 47: Cho  cân tại A, có đường cao AH.

a, Tính diện tích  biết .

b, Gọi M là trung điểm của AB và E là điểm đối xứng của H qua M. Chứng minh tứ giác AHBE là

hình chữ nhật.

c, Gọi F là điểm đối xứng của A qua H. Chứng minh tứ giác ABFC là hình thoi.

d, Kẻ , Gọi I, Q lần lượt là trung điểm của HK, KC. Chứng minh .



Bài 48: Cho hình vuông ABCD có O là giao của hai đường chéo. Lấy Q là điểm bất kì trên đường chéo BD ( Q khác B và D). Gọi E, F theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của Q trên AB, AD.

a, Chứng minh tứ giác AEQF là hình chữ nhật.

b, Chứng minh  và tính .

c, Gọi M, K lần lượt là trung điểm của AB, OD. Tính .



Bài 49: Cho hình vuông ABCD. Qua A vẽ hai đường thẳng vuông góc với nhau lần lượt cắt BC tại P và R. Cắt CD tại Q và S.

a, Chứng minh  và  là các tam giác cân.

b, QR cắt PS tại H. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của QR và PS.

Chứng minh tứ giác AMHN là hình chữ nhật.

c, Chứng minh P là trực tâm .

 d, Chứng minh MN là đường trung trực của AC.

e. Chứng minh bốn điểm M, B, N, D thẳng hàng.

Bài 50: Cho đoạn thẳng AB và một điểm M thay đổi trên đoạn AB ( M không trùng với A và B) Vẽ các hình vuông AMCD và BMEF thuộc cùng một nửa mặt phẳng với bờ AB.

a, Chứng minh  và .

b, Gọi G, I, N, K lần lượt là trung điểm của AB, AC, CE, EB. Tứ giác GINK là hình gì? Vì sao?

c, Chứng minh DF luôn đi qua 1 điểm cố định khi M di chuyển trên AB.

d, Chứng minh rằng trung điểm Q của IK luôn nằm trên một đường cố định khi M di chuyển trên

AB.

