##### CHỦ ĐỀ 5: LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

**A/** **Kiến thức cơ bản**:

**1. Lũy thừa bậc n của số a** là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a

 ( n 0). a gọi là cơ số, no gọi là số mũ.

n thừa số a

**2.** **Nhân hai luỹ thừa cùng cơ số** 

**3.** **Chia hai luỹ thừa cùng cơ số**   ( a0, m  n)

Quy ước a0 = 1 ( a0)

**4.** **Luỹ thừa của luỹ thừa** 

**5. Luỹ thừa một** **tích**  

**6. Một số luỹ thừa của 10:**

- Một nghìn: 1 000 = 103

- Một vạn: 10 000 = 104

- Một triệu: 1 000 000 = 106

- Một tỉ: 1 000 000 000 = 109

Tổng quát: nếu n là số tự nhiên khác 0 thì: 10n = 1000…00 (có **n** chữ số 0)

**7. Thứ tự thực hiện phép tính:**

Trong một biểu thức có chứa nhiều dấu phép toán ta làm như sau:

- Nếu biểu thức không có dấu ngoặc chỉ có các phép cộng, trừ hoặc chỉ có các phép nhân chia ta thực hiện phép tính theo thứ tự từ trái sang phải.

- Nếu biểu thức không có dấu ngoặc, có các phép cộng, trừ ,nhân ,chia, nâng lên lũy thừa, ta thực hiện nâng lên lũy thừa trước rồi thực hiện nhân chia,cuối cùng đến cộng trừ.

- Nếu biểu thức có dấu ngoặc ( ), ta thực hiện các phép tính trong ngoặc tròn trước, rồi đến các phép tính trong ngoặc vuông, cuối cùng đến các phép tính trong ngoặc nhọn.

**B/ CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN.**

**DẠNG 1: THỰC HIỆN TÍNH, VIẾT DƯỚI DẠNG LŨY THỪA.**

**Bài 1**: viết các tích sau dưới dạng 1 luỹ thừa

a) 5.5.5.5.5.5 b) 2.2.2.2.3.3.3.3 c) 100.10.2.5

**Đáp số:**

a) 5.5.5.5.5.5 = 56

b) 2.2.2.2.3.3.3.3= 24. . 34

c)100.10.2.5 =10 .10.10.10 =104

**Bài 2:** Tính giá trị củ các biểu thức sau:

a) 34: 32 b) 24.. 22  c) (24.)2

**Đáp số:**

a) 34: 32 = 32 = 9

b) 24.. 22 = 16 .4 = 54

c) (24.)2  = 28 = 256

**Bài 3:** Viết các tích sau đây dưới dạng một luỹ thừa của một số:

a) A = 82.324

b) B = 273.94.243

**Hướng dẫn**

a) A = 82.324 = 26.220 = 226. hoặc A = 413

b) B = 273.94.243 = 322

**Bài 4**: Tìm các số mũ n sao cho luỹ thừa 3n thảo mãn điều kiện: 25 < 3n < 250

**Hướng dẫn**

Ta có: 32 = 9, 33 = 27 > 25, 34  = 41, 35 = 243 < 250

nhưng 36 = 243. 3 = 729 > 250

Vậy với số mũ n = 3,4,5 ta có 25 < 3n < 250

**Bài 5**: Viết các số sau đây dưới dạng lũy thừa của một số.

a) A = 253.125 b) B = 643.2562

**DẠNG 2: SO SÁNH CÁC LŨY THỪA.**

*Để so sánh hai lũy thừa ta thường biến đổi về hai lũy thừa có cùng cơ số hoặc có cùng số mũ (có thể sử dụng các lũy thừa trung gian để so sánh)*

*Với a , b , m , n N , ta có: a > b ⬄ an > bn n N\**

*m > n ⬄ am > an (a > 1)*

*a = 0 hoặc a = 1 thì am = an ( m.n 0)*

*Với A , B là các biểu thức ta có :*

*An > Bn ⬄ A > B > 0*

*Am > An => m > n và A > 1*

*m < n và 0 < A < 1*

**Bài 1** : So sánh :

a) 33317 và 33323

b) 200710 và 200810

c) (2008-2007)2009 và (1998 - 1997)1999

**Hướng dẫn**

a) Vì 1 < 17 < 23 nên 33317 < 33323

b) Vì 2007 < 2008 nên 200710 < 200810

c) Ta có : (2008-2007)2009 = 12009 = 1

(1998 - 1997)1999 = 11999 = 1

Vậy (2008-2007)2009 = (1998 - 1997)1999

**Bài 2**: So sánh

a, 2300 và 3200 e, 9920 và 999910

b, 3500 và 7300 f, 111979 và 371320

c, 85 và 3.47 g, 1010 và 48.505

d, 202303 và 303202 h, 199010 + 1990 9 và 199110

**Hướng dẫn**

a, Ta có : 2300 = 23)100 = 8100

3200 = (32)100 = 9100

Vì 8100 < 9100 => 2300 < 3200

b, Tương tự câu a, ta có : 3500 = (35)100 = 243100

7300 = (73)100 = 343100

Vì 243100 < 343100 nên 3500 < 7300

c, Ta có : 85 = 215 = 2.214 < 3.214 = 3.47 => 85 < 3.47

d, Ta có : 202303 = (2.101)3.101 = (23.1013)101 = (8.101.1012)101 = (808.101)101

303202 = (3.101)2.101 = (32.1012)101 = (9.1012)101

Vì 808.1012 > 9.1012 nên 202303 > 303202

e, Ta thấy : 992 < 99.101 = 9999 => (992)10 < 999910 hay 9920 < 999910

f, ta có : 111979 < 111980 = (113)660 = 1331660 (1)

371320 = 372)660 = 1369660 (2)

Từ (1) và (2) suy ra : 111979 < 371320

g, Ta có : 1010 = 210. 510 = 2. 29. 510 (\*)

48. 505 = (3. 24). (25. 510) = 3. 29. 510 (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) => 1010 < 48. 505

h, Có : 199010 + 19909 = 19909. (1990+1) = 1991. 19909

199110 = 1991. 19919

Vì 19909 < 19919 nên 199010 + 1990 9 < 199110

**Bài 3 .** Chứng tỏ rằng : 527 < 263 < 528

**Hướng dẫn**:

Hãy chứng tỏ 263 > 527 và 263 < 528

Ta có : 263 = (27)9 = 1289

527 =(53)9 = 1259 => 263 > 527 (1)

Lại có : 263 = (29)7 = 5127

528 = (54)7 = 6257 => 263 < 528 (2)

Từ (1) và (2) => 527 < 263 < 52

**Bài 4** . So sánh :

a, 10750 và 7375

b, 291 và 535

**Hướng dẫn**

a, Ta thấy : 10750 < 10850 = (4. 27)50 = 2100. 3150 (1)

7375 > 7275 = (8. 9)75 = 2225. 3150 (2)

Từ (1) và (2) => 10750 < 2100. 3150 < 2225. 3150 < 7375

b, 291 > 290 = (25)18 = 3218 và 535 < 536 = (52)18 = 2518 => 291 > 3218 > 2518 > 535

Vậy 291 > 535

**Bài 5**: So sách các cặp số sau:

a) A = 275 và B = 2433

b) A = 2 300 và B = 3200

**Hướng dẫn**

a) Ta có A = 275 = (33)5 = 315 và B = (35)3 = 315  Vậy A = B

b) A = 2 300 = 33.100 = 8100  và B = 3200 = 32.100 = 9100

Vì 8 < 9 nên 8100 < 9100 và A < B.

**Ghi chú**: Trong hai luỹ thừa có cùng cơ số, luỹ thừa nào số mũ lớn hơn thì lớn hơn.

a2 gọi là bình phương của a hay a bình phương

a3 gọi là lập phương của a hay a lập phương

**Bài 6**: Tính và so sánh

a) A = (3 + 5)2 và B = 32 + 52

b) C = (3 + 5)3 và D = 33 + 53

**Hướng dẫn**

a) A > B b) C > D

Lưu ý HS tránh sai lầm khi viết (a + b)2 = a2 + b2 hoặc (a + b)3 = a3 + b3

**Bài 7:** Tìm các giá trị của số mũ n sao cho.

a) 5 < 2n < 100 b) 50 < 7n < 2500

**Bài 8:** So sánh các số.

a) 1030 và 2100 b) 3450 và 5300 c) 333444 và 444333

**Hướng dẫn**

Biến đổi đưa về cùng số mũ hoặc cùng cơ số rồi so sánh

**Bài 9**: Tìm các số tự nhiên n sao cho :

a, 3 < 3n  234

b, 8.16  2n  4

**Hướng dẫn:** đưa các số về các lũy thừa có cùng cơ số .

**Bài 10**: Tìm số tự nhiên n biết rằng :

415 . 915 < 2n . 3n < 1816 . 216

Gợi ý: quan sát , nhận xét về số mũ của các lũy thừa trong một tích để đưa về cùng cơ số

**Bài 11:** So sánh các số sau?

a) 2711 và 818. b) 6255 và 1257  c) 536 và 1124  d) 32n và 23n  (n ∈ N\* )

**Hướng dẫn:**

a) Đưa về cùng cơ số 3. b) Đưa về cùng cơ số 5.

c) Đưa về cùng số mũ 12. d) Đưa về cùng số mũ n

**Bài 12:** So sánh các số sau:

a) 523  và 6.522 b) 7.213 và 216 c) 2115 và 275.498

**Hướng dẫn:**

a) Đưa hai số về dạng một tích trong đó có thừa số giống nhau 522.

b) Đưa hai số về dạng một tích trong đó có thừa số giống nhau là 213.

c) Đưa hai số về dạng một tích 2 luỹ thừa cơ số là 7 và 3.

**Bài 13:** So sánh các số sau:

a) 19920 và 200315. b) 339 và 1121.

**Hướng dẫn :**

a) 19920 < 20020 = (23 .52)20 = 260. 540.

200315 > 200015 = (2.103)15 = (24. 53)15 = 260.545

b) 339 <340 = (32)20 = 920<1121.

**Bài 14:** So sánh 2 hiệu,hiệu nào lớn hơn: 72 45-7244và 72 44-7243.

**Hướng dẫn:**

7245 - 7244 = 7245(72 - 1) = 7245.71.

7244 - 7244 = 7244(72 - 1) = 7244.71.

**Bài 15:** So sánh các số sau:

a) 95 và 273 b) 3200 và 2300 c) 3500 và 7300 d) 85 và 3 . 47 . 85

e) 202303 và 303202

**Hướng dẫn:**

a) Ta có: 95 = (32)5 = 310

273 = (33 )3 = 39

Vì 310 > 39 nên 95 > 273

b) Ta có: 3200 = (32)100 = 9100

2300 = (23) 100 = 8100

Vì 9100 > 8100 ; nên 3200 > 2300

c) 3500 và 7300

3500 = 35.100 = (35)100 = 243100

7300 = 73.100 . (73 )100 = (343)100

Vì 243100 < 343100 => 3500 < 7300

d) có 3 . 47 . 85 = (23)+5 = 215 <3.214 = 3.47

=> 85 < 3 . 47

e) 202303 và 303202

202303 =(2023)201  ; 303202 = (3032)101

Ta so sánh 2023 và 3032

2023 = 23. 101 . 1013 và 3032 => 3032 < 2023

3032 = 33. 1012 = 9.1012

Vậy 303202 < 2002303

**DẠNG 3: THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH - ƯỚC LƯỢNG CÁC PHÉP TÍNH**

**Bài 1**: Tính giá trị của biểu thức: A = 2002.20012001 – 2001.20022002

**Hướng dẫn**

A = 2002.(20010000 + 2001) – 2001.(20020000 + 2002)

= 2002.(2001.104 + 2001) – 2001.(2002.104 + 2001)

= 2002.2001.104 + 2002.2001 – 2001.2002.104 – 2001.2002 = 0

**Bài 2:** Thực hiện phép tính

a) A = (456.11 + 912).37 : 13: 74

b) B = [(315 + 372).3 + (372 + 315).7] : (26.13 + 74.14)

**ĐS:** A = 228 B = 5

**Bài** 3: Tính giá trị của biểu thức

a) 12:{390: [500 – (125 + 35.7)]}

b) 12000 –(1500.2 + 1800.3 + 1800.2:3)

**ĐS:** a) 4 b) 2400

**DẠNG 4: TÌM SỐ CHƯA BIẾT TRONG LŨY THỪA.**

*Khi**giải bài toán tìm x có luỹ thừa phải biến đổi về các luỹ thừa cùng cơ số hoặc các luỹ thừa cùng số mũ và các trường hợp đặc biệt*

**Bài 1:** Tìm x, biết:

a) 2x = 16 ĐS: x = 4

b) x50 = x =>x= 0;1 ĐS: x 

**Bài 1**: Tìm x biết rằng:

a, x3 = -27 b, (2x – 1)3 = 8

c, (x – 2)2 = 16 d, (2x – 3)2 = 9

**Bài 2**. Tìm số hữu tỉ x biết : x2 = x5

x2 = x5 => x5 – x2 = 0 => x2.(x3 - 1) = 0 =>  => => 

**Bài 3**. Tìm số hữu tỉ y biết : (3y - 1)10 = (3y - 1)20 (\*)

**Hướng dẫn :** Đặt 3y – 1 = x . Khi đó (\*) trở thành : x10 = x20

Giải tương tự bài 2 ở trên ta được :  => => 

+) Với x = 0 ta có : 3y -1 = 0 => 3y = 1 => y = 

+) Với x = 1 ta có : 3y -1 = 1 => 3y = 2 => y = 

+) Với x = -1 ta có : 3y – 1 = -1 => 3y = 0 => y = 0

Vậy y =  ;  ; 0

**Bài 4**: Tìm x biết : (x - 5)2 = (1 – 3x)2

**Bài 5**: Tìm n  N biết :

a, 2008n = 1 c, 32-n. 16n = 1024

b, 5n + 5n+2 = 650 d, 3-1.3n + 5.3n-1 = 162

**Bài 6**: Tìm hai số tự nhiên m , n biết : 2m + 2n = 2m+n

**Hướng dẫn:** 2m+n – 2m – 2n = 0 => 2m.2n -2m -2n + 1 = 1

2m(2n - 1) – (2n - 1) = 1 => (2m - 1)( 2n - 1) = 1 (\*)

Vì 2m  1 , 2n  1 m,n  N

Nên từ (\*) => =>  => 

Vậy : m = n = 1

**Bài 7:** Tìm x ∈ N biết

a) 13 + 23 + 33 + ...+ 103 = ( x +1)2

b) 1 + 3 + 5 + ...+ 99 = (x -2)2

**Hướng dẫn**

a) 13 + 23 + 33 + ...+ 103 = (x +1)2

(1+ 2 + 3+...+ 10)2 = ( x +1)2

=> 552 = ( x +1) 2 => x = 54

b) 1 + 3 + 5 +...+ 99 = ( x -2)2 =>  = ( x - 2)2 => 502 = ( x -2 )2

=> x = 52

(Ta có: 1 + 3 + 5+ ...+ ( 2n+1) = n2)

**Bài 8:** Tìm 1 cặp x ; y ∈ N thoả mãn 73 = x2 - y2

**Hướng dẫn:**

Ta thấy: 73 = x2 - y2

(13 + 23 + 33 +...+73) - (13+ 23+ 33+...+ 63) = x2 - y2

(1+ 2 + 3 + ...+ 7)2 - (1 + 2 + 3 +...+ 6)2 = x2 - y2

282 - 212 = x2 - y2

Vậy 1 cặp x; y thoả mãn là: x = 28; y = 21

**DẠNG 4: MỘT SỐ BÀI TẬP BỔ SUNG.**

*Vận dụng linh hoạt các công thức, phép tính về lũy thừa để tính cho hợp lí và nhanh. Biết kết hợp hài hòa một số phương pháp trong tính toán khi biến đổi.*

**Bài 1:** Tính giá trị các biểu thức sau: A = 

**Hướng dẫn:**

A =  =  = 23 = 8

**Bài 2**: Chứng tỏ rằng:

b) B = 52008 + 52007 + 52006  31

c) M = 88 + 220  17

d) H = 3135 . 299 – 3136 . 36 7

**Hướng dẫn**

Để chứng minh A (một biểu thức lũy thừa) chia hết cho số **k** ta cần biến đổi biểu thức A về dạng A = P . **k** (với P là một số nào đó)

b, B = 52008 + 52007 + 52006  31

Ta không thể tính giá trị cụ thể của từng lũy thừa rồi thực hiện phép chia. Giáo viên có thể gợi ý đặt thừa số chung.

B = 52008 + 52007 + 52006

B = 52006 .( 52 + 51 + 1)

B = 52006 . 31  31

c, M = 88 + 220  17

Cách làm tương tự như câu b, nhưng trước tiên phải đưa về hai lũy thừa có cùng cơ số:

M = 88 + 220 = (23)8 + 220 = 224 +  220

M = 220 (24  + 1) = 220 (16 + 1) = 220 . 17  17

d, H = 3135 . 299 – 3136 . 36 7

Với câu này, học sinh cũng phải nhận ra cần đặt thừa số chung, nhưng đặt thừa số chung nào lại là một vấn đề. Nếu đặt 3135 làm thừa số chung thì buộc phải tính kết quả trong ngoặc, và như vậy thì rất lâu và dễ nhầm. Khi đó, giáo viên có thể hướng dẫn.

H = 3135 . 299 – 3136 . 36

H = 3135 . 299 – 3136 - 35. 3136

H = 3135 . (299 – 313) - 35. 3136

H = 3135 . 14 - 35. 3136

H = 7 . (3135 . 2 – 5. 3136 )  7

**Bài 3 .** Cho A = 2+ 22 + 23 +……+ 260 . Chứng tỏ rằng : A3 , A7 , A5

**Hướng dẫn:**

A = 2+ 22 + 23 +……+ 260

= (2+22)+(23+24)+(25+26)+…….+(257+258)+(259+260)

= 2.(1+2)+23.(1+2)+25.(1+2)+…….+257.(1+2)+259.(1+2)

= (1+2).(2+23+25+…..+257+259)

= 3.( 2+23+25+…..+257+259)

=> A3

Tương tự ,ta có :

A = (2+ 22 + 23)+(24+25+26)+……+(258+259+ 260 )

= 2.(1+2+22)+24.(1+2+22)+…….+258.(1+2+22)

= (1+2+22).(2+24+27+…….+258)

= 7.(2+24+27+…….+258) => A7

A = (2+ 23)+(22+24)+……+(257+259)+(258+ 260 )

A = 2(1+22)+22(1+22)+……+257(1+22)+258(1+22)

= (1+22).(2+22+25+26+…….+257+258)

= 5. (2+22+25+26+…….+257+258

=> A5

**Bài 4**: Chứng tỏ rằng :

a, D = 3 + 32 + 33 + 34 +……..+ 32007  13

b, E = 71 + 72  + 73 + 74 +…. + 74n-1 + 74n  400

**Hướng dẫn**

a, Ta thấy : 13 = 1 + 3 + 32 nên ta sẽ nhóm 3 số hạng liên tiếp của tổng thành một nhóm như sau :

D = (3 + 32 + 33) + (34 +35 + 36) +…….+ (32005 + 32006.+ 32007)

=3.(1 + 3 + 32) +34.(1 + 3 + 32) +…….+ 32005.(1 + 3 + 32)

= 3. 13 + 34. 13 + ……..+ 32005. 13

= (3 + 34 + ……+ 32005). 13

=> D  13

b, Tương tự câu a, có : 400 = 1 + 7 + 72 + 73 nên :

E = (71 + 72  + 73 + 74) + 74. (71 + 72  + 73 + 74) + …+ 74n-4. (71 + 72  + 73 + 74)

= (71 + 72  + 73 + 74). (1+74 + 78 + …+74n-4)

= 7.(1 + 71 + 72  + 73 ). (1+74 + 78 + …+74n-4)

= 7.(1 + 7 + 49 + 343 ). (1+74 + 78 + …+74n-4)

= 7.400 . (1+74 + 78 + …+74n-4)  400

=> E  400