CHƯƠNG VI. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.
Bài 21. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. LÝ THUYẾT.

1) Phân thức đại số.

Ví dụ 1: Các biểu thức như $\frac{36}{x}$; $\frac{2x-1}{3x+1}$; $\frac{x^2-x+1}{2x+1}$;..... được gọi là những phân thức đại số.

Kết luận:

- ♣ Một phân thức đại số *(hay nói gọn là phân thức)* là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là hai đa thức và B khác đa thức 0
- ♣ A được gọi là tử thức *(hoặc tử)* và B được gọi là mẫu thức *(hoặc mẫu)*

Nhận xét:

- ♣ Mỗi đa thức cũng được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1. Đặc biệt, số 0 và số 1 cũng được coi là những phân thức đại số.

Ví dụ 2:

a) Trong các biểu thức: $\frac{x+y}{2}; \frac{-x}{3^2-y}; \frac{0}{x^2-y^2}; -6; \frac{x^2+1}{0}$ biểu thức nào không cho ta một phân thức?

b) Viết mẫu thức của các phân thức ở câu a.

Ví dụ 3: Cho biểu thức $\frac{x}{1+\frac{1}{x}}$. Đây có là phân thức không? Vì sao?

2) Hai phân thức bằng nhau.

Kết luận:

- ♣ Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu $A.D=B.C$. Kí hiệu $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$

Ví dụ 4: Hai phân thức $\frac{x(1+x)}{1-x^2}$ và $\frac{x}{1-x}$ có bằng nhau hay không?

Giải

Vì $x(1+x).(1-x)=x.(1-x^2)$ bằng $(1-x^2).x$ nên $\frac{x(1+x)}{1-x^2}=\frac{x}{1-x}$

Ví dụ 5: Cho $\frac{1}{x^2+x+1}=\frac{1-x}{1-x^3}$. Khẳng định trên đúng hay sai? Vì sao?

3) Điều kiện xác định và giá trị của phân thức tại một giá trị đã cho của biến.

Ví dụ 6: Cho phân thức $\frac{x-1}{x^2+y}$. Tính giá trị của phân thức tại $x=2,\ y=3$

Giải

Với $x=2,\ y=3$ thì giá trị của phân thức là: $\frac{2-1}{2^2+3}=\frac{1}{7}$.

Ví dụ 7: Cho phân thức $\frac{4}{x^2-9}$. Tính giá trị của phân thức tại $x=3$

Giải

Tại $x=9$ thì giá trị của phân thức là $\frac{4}{3^2-9}=\frac{4}{0}$ giá trị này không tính được.

Nên để giá trị của một phân thức được xác định thì ta cần có điều kiện của biến để làm cho giá trị của mẫu khác 0.

Kết luận:

- ♣ Điều kiện của phân thức $\frac{A}{B}$ là điều kiện của biến để giá trị của mẫu thức B khác 0
- ♣ Để tính giá trị của phân thức tại những giá trị cho trước của biến ta thay giá trị cho trước của biến vào phân thức đó rồi tính giá trị của biểu thức số nhận được.

Chú ý:

- ♣ Ta chỉ cần quan tâm tới điều kiện xác định của biến khi tính giá trị của phân thức.

Ví dụ 8: Viết điều kiện xác định của phân thức $\frac{x^2-5}{6-x}$ và tính giá trị của phân thức tại $x=2$

Giải

Điều kiện xác định của phân thức là $6-x\neq 0\Rightarrow x\neq -2.$

Tại $x=2$ thỏa mãn điều kiện khi đó giá trị của phân thức là $\frac{2^2-5}{6-2}=\frac{-1}{4}$

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Viết tử thức và mẫu thức của phân thức $\frac{5x-2}{3}$

Bài 2: Trong các cặp phân thức sau, cặp phân thức nào có mẫu giống nhau?

a) $\frac{-20x}{3y^2}$ và $\frac{4x}{5y^2}$ b) $\frac{3x-1}{x^2+1}$ và $\frac{3x-1}{x+1}$ c) $\frac{x-1}{3x+6}$ và $\frac{x+1}{3(x+2)}$

Bài 3: Vì sao các kết luận sau đúng?

a) $\frac{-6}{-4y}=\frac{3y}{2y^2}$ b) $\frac{x+3}{5}=\frac{x^2+3x}{5x}$ c) $\frac{3x(4x+1)}{16x^2-1}=\frac{-3x}{1-4x}$

Bài 4: Viết điều kiện xác định của phân thức $\frac{x^2+x-2}{x^3+2}$. Tính giá trị của phân thức trên lần lượt tại $x=0;\ x=1;\ x=2$.

Bài 5: Một ô tô chạy với vận tốc trung bình là $x\,(km/h)$

a) Viết biểu thức biểu thị thời gian ô tô *(tính bằng giờ)* chạy hết quãng đường $120\,km$.

b) Tính thời gian ô tô đi được $120\,km$ trong trường hợp vận tốc trung bình của ô tô là $60\,km/h$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Trong các biểu thức sau, đâu không phải là phân thức?

A. $\frac{6}{x^2}$ **B.** $\frac{-0}{x-y}$ **C.** -7 **D.** $\frac{x^2+1}{0}$

Câu 2: Mẫu thức của phân thức $\frac{x^2(1+x)}{(x-y).y^2}$ là

A. $x^2(1+x)$ **B.** $(x-y).y^2$ **C.** $(1+x)$ **D.** $(x-y)$

Câu 3: Để hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{M}{N}$ bằng nhau thì

A. $A.M=B.N$ **B.** $A.B=M.N$ **C.** $A.N=M.B$ **D.** $A.N=A.M$

Câu 4: Để tìm điều kiện xác định của một phân thức ta cần làm gì?

A. Cho mẫu thức bằng 0 rồi tìm x **B.** Cho tử thức bằng 0 rồi tìm x

C. Cho mẫu thức khác 0 rồi tìm x **D.** Cho tử thức khác 0 rồi tìm x

Câu 5: Một phân thức có điều kiện xác định của biến x là $x\neq 5$. Giá trị của phân thức tại $x=5$ là:

A. 5 **B.** 0

C. Là một giá trị khác 5 **D.** Không có giá trị

Câu 6: Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định sai

A. $\frac{x}{y}=\frac{x^2}{xy}$ **B.** $\frac{x^2-y^2}{x+y}=x-y$ **C.** $\frac{x-2}{x^2-4}=\frac{1}{x+2}$ **D.** $\frac{1}{x}=\frac{x}{1}$

Câu 7: Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x-5}{x^2-4}$ là:

A. $x\neq 4$ **B.** $x\neq 2$ **C.** $x\neq -2$ **D.** $x\neq \pm 2$

Câu 8: Giá trị của phân thức $\frac{x^2-100}{x^{100}-y}$ tại $x=10$ là:

A. 0 **B.** $10\,000$

C. 10^{100} **D.** Không tính được vì thiếu giá trị của y

Câu 9: Để giá trị của phân thức $\frac{1}{x^2-5}$ có giá trị bằng 5 thì giá trị của x là

A. $x=\frac{\sqrt{26}}{5}$ **B.** $x=\frac{26}{\sqrt{5}}$ **C.** $x=\sqrt{\frac{26}{5}}$ **D.** $x=\sqrt{\frac{5}{26}}$

Câu 10: Để phân thức $\frac{x+4}{x^2-16}$ nhận giá trị là một số tự nhiên thì giá trị của x là:

A. $x\in\{0;\ 1\}$ **B.** $x\in\{2;\ 4\}$ **C.** $x\in\{3;\ 5\}$ **D.** $x\in\{4;\ 16\}$

II. Tự luận:

Bài 1: Hãy giải thích vì sao các phân thức sau lại bằng nhau

1) $\frac{5y}{7}=\frac{20xy}{28x}$ 2) $\frac{x^2y}{5}=\frac{3x^3y}{15x}$ 3) $\frac{1}{(x-y)^2}=\frac{(x-y)}{(x-y)^3}$

4) $\frac{(x+5)}{2x(x+5)}=\frac{3}{6x}$ 5) $\frac{x^2(x+2)}{x(x+2)^2}=\frac{x}{x+2}$ 6) $\frac{x(x^2-1)}{x+1}=x^2-x$

7) $\frac{x^3+8}{x^2-2x+4}=x+2$ 8) $\frac{3-x}{3+x}=\frac{x^2-6x+9}{9-x^2}$ 9) $\frac{x^2-x-2}{x+1}=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$

Bài 2: Các phân thức sau có bằng nhau hay không?

a) $\dfrac{x+3}{2x-5}$ và $\dfrac{x^2+3x}{2x^2-5x}$ b) $\dfrac{(x+1)^2}{x^2+x}$ và $x+1$ c) $\dfrac{(x-9)^3}{2(9-x)}$ và $\dfrac{(9-x)^2}{2}$

Bài 3: Tìm điều kiện xác định của các phân thức sau

1) $\dfrac{x-2}{x+3}$ 2) $\dfrac{5x}{2x+4}$ 3) $\dfrac{4x}{3x-7}$ 4) $\dfrac{8}{x+2024}$

5) $\dfrac{x-1}{x^2-1}$ 6) $\dfrac{5}{x^2-3}$ 7) $\dfrac{x^2}{x^2-y^2}$ 8) $\dfrac{3}{x^2-9y^2}$

9) $\dfrac{x^2-2}{(x-3)^2}$ 10) $\dfrac{x}{(4+x)^3}$ 11) $\dfrac{x^2-2}{4x^2+4x+1}$ 12) $\dfrac{x}{x^2-x+1}$

13) $\dfrac{3x-2}{2x^2-6x}$ 14) $\dfrac{5}{2x-3x^2}$ 15) $\dfrac{x+y-2}{9x^2-4y^2}$ 16) $\dfrac{(x-2)^2}{4x^2-1}$

17) $\dfrac{x+y}{(x-2)(x+y)}$ 18) $\dfrac{3-x}{x(x^2-1)}$ 19) $\dfrac{x}{(x^2-4)(x+1)}$ 20) $\dfrac{x-y}{(x+y)(x+2y)}$

Bài 4: Tính giá trị của các phân thức sau

1) $\dfrac{3x^2-x}{x+1}$ tại $x=-2$ 2) $\dfrac{1}{x^2-4x}$ tại $x=-3$

3) $\dfrac{x^2+2x+1}{(x-3)^2}$ tại $x=5$ 4) $\dfrac{x^2-4}{x(x-2)}$ tại $x=0$

Bài 5: Cho phân thức $A=\dfrac{x^2-4}{4x+8}$

a) Tìm điều kiện xác định của A
b) Tính giá trị phân thức A tại $x=3$
c) Tìm giá trị của x để phân thức A có giá trị bằng 0

Bài 6: Cho phân thức $B=\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

a) Tìm điều kiện xác định của B
b) Tìm giá trị của x để phân thức có giá trị bằng 2

Bài 7: Cho phân thức $C=\dfrac{x^2+4x+4}{x+2}$

a) Tìm điều kiện xác định của C
b) Tính giá trị của phân thức C tại $x=1$
c) Tìm giá trị của x để phân thức C nhận giá trị bằng 1

Bài 8: Cho phân thức $D=\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$

a) Tìm điều kiện xác định của D
b) Tìm giá trị của x để phân thức D nhận giá trị bằng 0
c) Tính giá trị của phân thức D tại $x=0$

Bài 9: Tìm các giá trị của x để các phân thức sau nhận giá trị bằng 0

1) $A=\dfrac{x^2-4}{x^2+2x}$ 2) $B=\dfrac{x^2-4}{x-3}$ 3) $C=\dfrac{x^2-2x+1}{2x+1}$

4) $D=\dfrac{3x^2+5x-2}{3x^2-7x+2}$ 5) $E=\dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^3+2x-5}$ 6) $G=\dfrac{2x^2+10x+12}{x^3-4x}$

Bài 22: TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Tính chất cơ bản của phân thức.

Ví dụ 1: Cho phân thức $\frac{x}{x-y}$. Nhân cả từ và mẫu của phân thức với $2x$ ta được phân thức mới nào? Phân thức mới này có bằng với phân thức $\frac{x}{x-y}$ hay không?

Ví dụ 2: Với phân thức $\frac{2x^2(x+1)}{3y(x+1)}$ thì tử và mẫu đều có chung nhân tử là $(x+1)$.

Viết kết quả của biểu thức sau $\frac{2x^2(x+1):(x+1)}{3y(x+1):(x+1)}$. So sánh phân thức nhận được với phân thức ban đầu.

Kết luận:

- ♣ Nếu nhân của từ và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì ta được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

  Cụ thể: $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.M}$ với $M\neq 0$.
- ♣ Nếu từ và mẫu của một phân thức có nhân tử chung thì khi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó ta được một phân thức bằng phân thức đã cho.

  Cụ thể: $\frac{A:N}{B:N}=\frac{A}{B}$ *(N là một nhân tử chung)*

Chú ý:

- ♣ Nếu đổi dấu cả từ và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho: $\frac{A}{B}=\frac{-A}{-B}$ hoặc $\frac{A}{-B}=\frac{-A}{B}$

Ví dụ 3: Dùng tính chất cơ bản của phân thức giải thích vì sao $\frac{2x+2}{x^2-1}=\frac{2}{x-1}$

Ví dụ 4: Giải thích vì sao $\frac{3}{1-x^2}=\frac{-3}{x^2-1}$

2) Vận dụng

Kết luận

- ♣ Muốn rút gọn một phân thức đại số ta làm như sau:

  + Phân tích tử và mẫu thành nhân tử *(nếu cần)* để tìm nhân tử chung

  + Chia cả từ và mẫu cho nhân tử chung đó.

Ví dụ 5: Rút gọn phân thức $\frac{x^2-xy}{3(xy^2-y^3)}$

- ♣ Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức là làm cho các phân thức đã cho thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho

  + Phân tích các mẫu thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung

  + Tìm nhân tử phụ bằng cách chia mẫu thức chung cho các mẫu.

  + Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tưởng ứng.

Ví dụ 6: Quy đồng mẫu hai phân thức sau $\frac{1}{2x^2+2x}$ và $\frac{1}{3x^2-6x}$

Giải

$\frac{1}{2x^2+2x}=\frac{1}{2x(x+1)}$ và $\frac{1}{3x^2-6x}=\frac{1}{3x(x-2)}$

$MTC: 2.3x(x+1)(x-2)$ Khi đó

$\frac{1}{2x(x+1)}=\frac{3(x-2)}{6x(x+1)(x-2)}$ và $\frac{1}{3x(x-2)}=\frac{2(x+1)}{6x(x-2)(x+1)}$

Ví dụ 7: Quy đồng mẫu thức hai phân thức sau $\frac{1}{3x^2-3}$ và $\frac{1}{x^3-1}$

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Dùng tình chất cơ bản của phân thức , giải thích vì sao các kết luận sau đúng.

a) $\frac{(x-2)^3}{x^2-2x}=\frac{(x-2)^2}{x}$ b) $\frac{1-x}{-5x+1}=\frac{x-1}{5x-1}$

Bài 2: Tìm đa thức thích hợp cho dấu ? $\frac{y-x}{4-x}=\frac{7}{x-4}$

Bài 3: Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{5x+10}{25x^2+50}$ b) $\frac{45x(3-x)}{15x(x-3)^2}$ c) $\frac{(x^2-1)^2}{(x+1)(x^3+1)}$

Bài 4: Cho phân thức $P=\frac{x+1}{x^2-1}$

a) Rút gọn phân thức đã cho, kí hiệu Q là phân thức nhận được.

b) Tính giá trị của P và Q tại $x=11$. So sánh hai kết quả đó

Bài 5: Tìm a sao cho hai phân thức sau bằng nhau $\frac{5x}{x+1}$ và $\frac{ax(x-1)}{(1-x)(x+1)}$

Bài 6: Quy đồng mẫu thức các phân thức sau

a) $\frac{1}{x^3-8}$ và $\frac{3}{4-2x}$ b) $\frac{x}{x^2-1}$ và $\frac{1}{x^2+2x+1}$

Bài 7: Quy đồng mẫu thức các phân thức sau

a) $\frac{1}{x+2};\frac{x+1}{x^2-4x+4}$ và $\frac{5}{2-x}$ b) $\frac{1}{3x+3y};\frac{2x}{x^2-y^2}$ và $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2-2xy+y^2}$

Bài 8: Cho hai phân thức $\frac{9x^2+3x+1}{27x^3-1}$ và $\frac{x^2-4x}{16-x^2}$

a) Rút gọn hai phân thức đã cho

b) Quy đồng mẫu thức hai phân thức nhận được ở câu a.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Câu 1: Trong các câu sau, đâu là tính chất cơ bản của phân số

A. $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.N}(N\neq 0)$ **B.** $\frac{A}{B}=\frac{A+M}{B+M}$

C. $\frac{A}{B}=\frac{A-M}{B-M}$ **D.** $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.M}(M\neq 0)$

Câu 2: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Đổi dấu tử của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho

B. Đổi dấu mẫu của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho

C. Đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho

D. Cả ba ý trên đều đúng

Câu 3: Chọn câu đúng thể hiện cách rút gọn một phân thức

A. $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.M}(M\neq 0)$ **B.** $\frac{A}{B}=\frac{A:M}{B:M}$ (M *là nhân tử chung của* A, B)

C. $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B:M}(M\neq 0)$ **D.** $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.M}$ (M *là nhân tử chung của* A, B)

Câu 4: Nhân tử chung của tử và mẫu của phân thức $\frac{x(x-1)}{(x-1)^3}$ là

A. $x(x-1)$ **B.** $(x-1)^3$ **C.** $(x-1)$ **D.** x

Câu 5: Mẫu thức chung của hai phân thức $\frac{1}{x-y}$ và $\frac{1}{x+y}$ là

A. $(x-y)$ **B.** $(x+y)$ **C.** $(x-y)(x+y)$ **D.** $\frac{x-y}{x+y}$

Câu 6: Để đổi dấu mẫu phân thức $\frac{x-1}{-5}$ vẽ phân thức có mẫu dương ta được phân thức

A. $\frac{x-1}{5}$ **B.** $\frac{1-x}{5}$ **C.** $\frac{1-x}{-5}$ **D.** $-\frac{x-1}{-5}$

Câu 7: Quy đồng mẫu hai phân thức $\frac{1}{x}$ và $\frac{3}{x-y}$ ta được hai phân thức lần lượt là

A. $\frac{x-y}{x}$ và $\frac{3}{x-y}$ **B.** $\frac{x-y}{x(x-y)}$ và $\frac{3x}{x(x-y)}$

C. $\frac{x-y}{x(x-y)}$ và $\frac{3}{x(x-y)}$ **D.** $\frac{1}{x(x-y)}$ và $\frac{3}{x(x-y)}$

Câu 8: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể quy đồng mẫu hai phân thức đó

B. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể rút gọn hai phân thức đó

C. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể dùng tích chéo.

D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 9: Rút gọn phân thức $\frac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$ ta được phân thức nào?

A. $a+b+c$ **B.** $a+b-c$ **C.** $(a+b+c)^2$ **D.** $(a+b-c)^2$

II. Tự luận:

Bài 1: Dùng tính chất cơ bản của phân thức, rút gọn các phân thức sau

1) $\frac{3xy}{9y}$ 2) $\frac{6x^2y^2}{8xy^5}$ 3) $\frac{12x^3y^2}{18xy^5}$ 4) $\frac{15x^2y^3}{9x^3y^3}$

5) $\frac{x(x+2)}{x^2(2+x)}$ 6) $\frac{15x(x+5)^3}{20x^2(x+5)}$ 7) $\frac{45x(3-x)}{15x(x-3)^3}$ 8) $\frac{xy(3x-1)^3}{x^3(1-3x)}$

9) $\frac{4x(3x-1)^3}{8x^3(1-3x)}$ 10) $\frac{7x^5y(x-y)^2}{14xy^3(x-y)}$ 11) $\frac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3}$ 12) $\frac{8x^3y^4(x-y)^2}{12x^2y^5(y-x)}$

13) $\frac{x-x^2}{x^2-1}$ 14) $\frac{x^2-3x}{9-x^2}$ 15) $\frac{x^2-3x}{x^3-9x}$ 16) $\frac{x^2-9}{3x-x^2}$

17) $\frac{x^2-xy}{y^2-x^2}$ 18) $\frac{2x-4y}{x^2-4y^2}$ 19) $\frac{3xy+3}{9y+3}$ 20) $\frac{2x^2+2x}{x+1}$

21) $\frac{3xy+3x}{9y+9}$ 22) $\frac{x^2-xy}{5y^2-5xy}$ 23) $\frac{10xy-5x^2}{2x^2-8y^2}$ 24) $\frac{x^2-xy}{3x^2-3xy}$

25) $\frac{3(x-3)}{x^3-9x}$ 26) $\frac{3x^2y-3x^2}{2x(y-1)}$ 27) $\frac{5x^2-10xy}{2(2y-x)^3}$ 28) $\frac{36(x-2)^3}{32-16x}$

Bài 2: Dùng tính chất cơ bản của phân thức, rút gọn các phân thức sau

1) $\frac{x^2+2x+1}{5x^3+5x^2}$ 2) $\frac{x^2-6x+9}{4x^2-12x}$ 3) $\frac{x^2+5x+6}{x^2+4x+4}$

4) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-8x+15}$ 5) $\frac{3x^2+5x-2}{x^2-3x-10}$ 6) $\frac{x^2-8x+12}{x^2-2x-24}$

7) $\frac{x^2+7x+12}{4x^2+12x}$ 8) $\frac{7x^2+14x+7}{3x^2+3x}$ 9) $\frac{2x^2-3x-20}{x^2-16}$

10) $\frac{x^3-2x^2+x}{x^2-1}$ 11) $\frac{x^3-x^2-x+1}{1-x^3}$ 12) $\frac{x^3-x^2-x+1}{1+x^3}$

13) $\frac{x^3-4x^2+4x}{x^2-4}$ 14) $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{4x^3+4x^2}$ 15) $\frac{7x^2-7x^3}{x^3-3x^2+3x-1}$

Bài 3: Tìm đa thức A để

1) $\frac{3x^2y}{9xy^2}=\frac{A}{3y}$ 2) $\frac{x-x^2}{5x^2-x}=\frac{x}{A}$ 3) $\frac{A}{2x-1}=\frac{6x^2+3x}{4x^2-1}$

4) $\frac{A}{2x+1}=\frac{6x^2-3x}{4x^2-1}$ 5) $\frac{5(y-x)^2}{5x^2-5xy}=\frac{x-y}{A}$ 6) $\frac{x^2+8}{2x-1}=\frac{3x^3+24x}{A}$

7) $\frac{3(x+y)}{2} = \frac{5x^2 - 5y^2}{A}$

8) $\frac{x^3 + x^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x-1}$

9) $\frac{5x^2 - 13x + 6}{A} = \frac{5x - 3}{2x + 5}$

10) $\frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 3x - 2} = \frac{x^2 + 2x}{A}$

11) $\frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 - 8} = \frac{x - 4}{A}$

12) $\frac{A}{7x^2 + 9x + 2} = \frac{4x - 3}{7x + 2}$

Bài 4: Quy đồng các phân thức sau

1) $\frac{11}{x^4y}$ và $\frac{3}{xy^3}$

2) $\frac{2}{3x^3y^2}$ và $\frac{3}{4x^7y}$

3) $\frac{25}{14x^2y}$ và $\frac{14}{21xy^5}$

4) $\frac{5}{x^5y^3}$ và $\frac{7}{12x^3y^4}$

5) $\frac{5}{6xy^2}$ và $\frac{4}{9x^3y}$

6) $\frac{4}{15x^3y^5}$ và $\frac{11}{12x^4y^2}$

7) $\frac{3x}{2x+4}$ và $\frac{x+3}{x^2-4}$

8) $\frac{5}{2x+6}$ và $\frac{3}{x^2-9}$

9) $\frac{1}{x+2}$ và $\frac{8}{2x-x^2}$

10) $\frac{3}{x^2-5x}$ và $\frac{5}{2x-10}$

11) $\frac{7x-1}{2x^2+6x}$ và $\frac{5-3x}{x^2-9}$

12) $\frac{2x}{(x+2)^3}$ và $\frac{x-2}{2x.(x+2)^2}$

13) $\frac{4x-4}{2x(x+3)}$ và $\frac{x-3}{3x(x+1)}$

Bài 5: Quy đồng các phân thức sau

1) $\frac{x+5}{x^2+4x+4}$ và $\frac{x}{3x+6}$

2) $\frac{x+1}{x-x^2}$ và $\frac{x+2}{2-4x+2x^2}$

3) $\frac{2x}{x-8x+16}$ và $\frac{x}{3x^2-12x}$

4) $\frac{1}{4x^2-8x+4}$ và $\frac{5}{6x^2-6x}$

5) $\frac{4x^2-2x+5}{x^3-1}$ và $\frac{1-2x}{x^2+x+1}$

6) $\frac{1}{2x+2y}$ và $\frac{y}{x^2+2xy+y^2}$

7) $\frac{x}{x^2-2xy+y^2}$ và $\frac{x+y}{y^2-xy}$

8) $\frac{1}{x^2-x+1}$ và $\frac{x}{x^3+1}$

Bài 6: Quy đồng các phân thức sau

1) $\frac{x}{x+1}; \frac{x^2}{1-x}$ và $\frac{1}{x^2-1}$

2) $\frac{10}{x+2}; \frac{5}{2x-4}$ và $\frac{1}{6-3x}$

3) $\frac{x-1}{2x+2}; \frac{x+1}{2x-2}$ và $\frac{1}{1-x^2}$

4) $\frac{x}{2x-4}; \frac{1}{2x+4}$ và $\frac{3}{4-x^2}$

5) $\frac{7}{x+2y}; \frac{4}{x-2y}$ và $\frac{x-y}{8y^2-2x^2}$

6) $\frac{1}{3x+3y}; \frac{1}{2y+2x}$ và $\frac{1}{x^2+2xy+y^2}$

7) $\frac{2}{x+3}; \frac{5}{3x^3-12x}$ và $\frac{3}{(2x+4)(x+3)}$

8) $\frac{3x+6}{x^2-4}; \frac{5x}{x^2-2x}$ và $\frac{1-x}{x^2-3x+2}$

9) $\frac{4x^2-3x+5}{x^3-1}; \frac{6}{x-1}$ và $\frac{2x}{x^2+x+1}$

10) $\frac{1}{x^3+1}; \frac{3}{2x+2}$ và $\frac{2}{x^2-x+1}$

Bài 7: Chứng minh các phân thức sau bằng nhau

1) $\frac{9x^2-1}{12x^2+4x}$ và $\frac{9x^2-6x+1}{12x^2-4x}$

2) $\frac{5x^2+5x}{x^2+2x+1}$ và $\frac{5x^3-5x^2+5x}{x^3+1}$

3) $\frac{2x^2-7x+6}{x^2-4}$ và $\frac{2x^2+x-6}{x^2+4x+4}$

4) $\frac{3x^3-12x^2-15x}{6x^3+9x^2+3x}$ và $\frac{4x^2-12x-40}{8x^2+20x+8}$

Bài 8: Rút gọn rồi tính giá trị

1) $A=\dfrac{x^4-2x^3}{2x^2-x^3}$ tại $x=\dfrac{1}{5}$

2) $B=\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-6x+8}$ tại $x=\dfrac{1}{5}$

3) $C=\dfrac{2y-2x}{x^2-2xy+y^2}$ tại $x-y=\dfrac{-1}{2}$

Bài 9: Rút gọn các phân thức sau

1) $\dfrac{y^2-x^2}{x^2-3xy+2y^2}$

2) $\dfrac{x^2y+2xy^2+y^3}{2x^2+xy-y^2}$

3) $\dfrac{x^2+y^2-1+2xy}{x^2-y^2+1+2x}$

4) $\dfrac{x^2+y^2-4+2xy}{x^2-y^2+4+4x}$

5) $\dfrac{5x^2+10xy+5y^2}{3y^2-3x^2}$

6) $\dfrac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$

7) $\dfrac{x^2+3xy+2y^2}{x^3+2x^2y-xy^2-2y^3}$

8) $\dfrac{y^2-x^2}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$

Bài 23. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. LÝ THUYẾT.

1) Cộng hai phân thức cùng mẫu.

Ví dụ 1: Nhắc lại quy tắc cộng hai phân số cùng mẫu

Ví dụ 2: Tương tự quy tắc ở ví dụ 1 tính phép cộng sau $\frac{2x+y}{x-y}+\frac{-x+3y}{x-y}$

Kết luận:

- ♣ Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức. Cụ thể $\frac{A}{M}+\frac{B}{M}=\frac{A+B}{M}$

Chú ý:

- ♣ Kết quả của phép cộng hai phân thức được gọi là tổng của hai phân thức đó, thường sẽ được viết dưới dạng rút gọn.

Ví dụ 3: Cộng hai phân thức

a) $\frac{x^2}{3x+6}+\frac{4x+4}{3x+6}=\frac{x^2+(4x+4)}{3x+6}=\frac{(x+2)^2}{3(x+2)}=\frac{x+2}{3}$

b) $\frac{3x+1}{7xy}-\frac{2x+1}{7xy}=\frac{3x+1-(2x+1)}{7xy}=\frac{x}{7xy}=\frac{1}{7y}$

2) Cộng hai phân thức khác mẫu.

Ví dụ 4: Thực hiện các bước sau để làm phép cộng $\frac{1}{x}+\frac{-2}{y}$

Bước 1: Quy đồng mẫu thức hai phân thức trên

Bước 2: Cộng hai phân thức trên bằng cách cộng hai phân thức mới quy đồng.

Kết luận:

- ♣ Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu vừa tìm được.

Ví dụ 4: Tính tổng $\frac{x+1}{2x-2}+\frac{-2x}{x^2-1}$

Giải

$$\frac{x+1}{2x-2}+\frac{-2x}{x^2-1}=\frac{x+1}{2(x-1)}+\frac{-2x}{(x-1)(x+1)}=\frac{(x+1)^2+(-2x).2}{2(x-1)(x+1)}=\frac{(x-1)^2}{2(x-1)(x+1)}=\frac{x-1}{2(x+1)}$$

3) Trừ hai phân thức.

Kết luận:

- ♣ Muốn trừ hai phân thức có cùng mẫu ta trừ các tử thức và giữ nguyên mẫu thức.
- ♣ Muốn trừ hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.
- ♣ Cũng như phép trừ phân số, ta có thể chuyển phép trừ phân thức thành phép cộng phân thức như sau $\frac{A}{B}-\frac{C}{D}=\frac{A}{B}+\frac{-C}{D}$

Ví dụ 5: Tính $\frac{x-1}{x+1}-\frac{2x+3}{x+1}=\frac{(x-1)-(2x+3)}{x+1}=\frac{-x-4}{x+1}$

Ví dụ 6: Tính $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}=\frac{x}{x(x+1)}-\frac{x+1}{x(x+1)}=\frac{x-(x+1)}{x(x+1)}=\frac{-1}{x(x+1)}$

4) Cộng, trừ nhiều phân thức đại số.

Kết luận:

- ♣ Vì trừ một phân thức cũng là cộng với phân thức đối của phân thức đó nên biểu thức gồm các phép tính cộng, trừ phân thức cũng có thể xem là chỉ gôm các phép cộng phân thức.

  Cụ thể $\frac{A}{B}-\frac{C}{D}+\frac{M}{N}=\frac{A}{B}+\frac{-C}{D}+\frac{M}{N}$
- ♣ Trong các biểu thức ta có thể đổi chỗ các số hạng kèm theo dấu của nó.
- ♣ Khi rút gọn một biểu thức có dấu ngoặc, ta có thể bỏ các dấu ngoặc bằng cách sử dụng quy tắc dấu ngoặc:

Ví dụ 7: Rút gọn biểu thức $P=\frac{3}{2x+1}+\left[\frac{5}{4x-1}-\left(\frac{5}{4x-1}+\frac{3}{2x+1}\right)\right]$

Giải

$$P=\frac{3}{2x+1}+\left[\frac{5}{4x-1}-\left(\frac{5}{4x-1}+\frac{3}{2x+1}\right)\right]=\frac{3}{2x+1}+\left[\frac{5}{4x-1}-\frac{5}{4x-1}-\frac{3}{2x+1}\right]$$

$$=\frac{3}{2x+1}-\frac{3}{2x+1}=0$$

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{x^2-3x+1}{2x^2}+\frac{5x-1-x^2}{2x^2}$ b) $\frac{y}{x-y}+\frac{x}{x+y}$ c) $\frac{x}{2x-6}+\frac{9}{2x(3-x)}$

Bài 2: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{5-3x}{x+1}-\frac{-2+5x}{x+1}$ b) $\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}$ c) $\frac{3}{x+1}-\frac{2+3x}{x^3+1}$

Bài 3: Thực hiện phép tính

a) $\frac{1}{x}+\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x+2}-\frac{1}{x}-\frac{2}{x-1}-\frac{3}{x+2}$

b) $\frac{2x-1}{x}+\frac{1-x}{2x+1}+\frac{3}{x^2-9}+\frac{1-2x}{x}+\frac{x-1}{2x+1}-\frac{3}{x+3}$

Bài 4: Thực hiện phép tính

a) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}+\frac{x}{2-x}+\frac{4-x}{5x-10}$

b) $\frac{x}{x^2+1}-\left(\frac{3}{x+6}+\frac{2-x}{x+4}\right)+\left[\frac{3}{x+6}-\left(\frac{1}{x^2+1}-\frac{x-2}{x+4}\right)\right]$

Bài 5: Thực hiện phép tính

a) $\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$ b) $\frac{x}{(x-y)^2}+\frac{y}{y^2-x^2}$

Bài 6: Một tàu du lịch chạy xuôi dòng $15\,km$, sau đó quay ngược lại để trở về điểm xuất phát và kết thúc chuyến du lịch. Biết rằng vận tốc của tàu khi nước yên lặng là $10\,km/h$ và vận tốc của dòng nước là $x\,km/h$.

a) Hãy viết các phân thức biểu thị theo x thời gian xuôi dòng, thời gian ngược dòng và tổng thời gian tàu chạy.

b) Tính tổng thời gian tàu chạy khi vận tốc dòng nước là $2\,km/h$.

Bài 7: Cho biểu thức $P = \dfrac{x^2 - 6x + 9}{9 - x^2} + \dfrac{4x + 8}{x + 3}$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P tại $x = 7$

c) Chứng tỏ $P = 3 + \dfrac{2}{x+3}$. Từ đó tìm tất cả giá trị nguyên của x sao cho biểu thức đã cho nhận giá trị nguyên.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: Công thức nào sau đây thể hiện phép cộng hai phân thức cùng mẫu

A. $\dfrac{A}{M} + \dfrac{B}{M} = \dfrac{A+B}{2M}$ **B.** $\dfrac{A}{M} + \dfrac{B}{M} = \dfrac{A+B}{M}$

C. $\dfrac{A}{M} + \dfrac{B}{M} = \dfrac{A.M + B.M}{M}$ **D.** $\dfrac{A}{M} - \dfrac{B}{M} = \dfrac{A-B}{M}$

Câu 2: Chọn câu sai trong các câu sau:

A. Có thể đổi chỗ các phân thức trong một biểu thức.

B. Có thể chuyển phép trừ phân thức thành phép cộng với phân thức đối.

C. Có thể dùng quy tắc dấu ngoặc để rút gọn một biểu thức có các phân thức.

D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Câu 3: Trong các phép tính sau, đâu là phép cộng hai phân thức cùng mẫu

A. $\dfrac{1}{x+y} + \dfrac{-3}{x}$ **B.** $\dfrac{1}{x+y} + \dfrac{-3}{y}$ **C.** $\dfrac{1}{x+y} + \dfrac{-3}{x+y}$ **D.** $\dfrac{1}{x+y} + \dfrac{x+y}{3}$

Câu 4: Kết quả của phép tính $\dfrac{3x^2}{2x^2y} - \dfrac{x^2}{2x^2y}$ là

A. $\dfrac{x^2}{2x^2y}$ **B.** $\dfrac{1}{2x^2y}$ **C.** $\dfrac{2x^2}{y}$ **D.** $\dfrac{1}{y}$

Câu 5: Phép tính nào cho kết quả $\dfrac{-2y}{(x+y)(x-y)}$

A. $\dfrac{1}{x+y} - \dfrac{1}{x-y}$ **B.** $\dfrac{1}{x-y} - \dfrac{1}{x+y}$ **C.** $\dfrac{x}{x-y} + \dfrac{y}{x+y}$ **D.** $\dfrac{x}{x-y} - \dfrac{y}{x+y}$

Câu 6: $\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$ là kết quả của phép tính nào sau đây

A. $\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x-2}$ **B.** $\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x-1}$ **C.** $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x+2}$ **D.** $\dfrac{1}{x+2} - \dfrac{1}{x+1}$

Câu 7: Ta không nên quy đồng cho bài toán nào dưới đây?

A. $\frac{1}{x-1}-\frac{x}{1-x}$ **B.** $\frac{2}{x-y}-\frac{3}{x+y}$ **C.** $x-\frac{1}{x+y}$ **D.** $\frac{1}{a-1}+\frac{1}{a^2-1}$

Câu 8: Nếu lựa chọn mẫu chung là $4-x^2$ khi tính biểu thức $\frac{4}{x+2}+\frac{2}{x-2}+\frac{5x-6}{4-x^2}$ thì phân thức nào cần đổi dấu?

A. $\frac{4}{x+2}$ **B.** $\frac{2}{x-2}$ **C.** $\frac{5x-6}{4-x^2}$ **D.** Cả A và B

II. Tự luận.

Bài 1: Thực hiện phép tính *(cùng mẫu)*

1) $\frac{2x}{5}+\frac{2}{5}$ 2) $\frac{2x+5}{3}+\frac{x-2}{3}$ 3) $\frac{3x-5}{7}+\frac{4x+5}{7}$

4) $\frac{x^2+4}{x}-\frac{3x+4}{x}$ 5) $\frac{5x+y^2}{x^2y}-\frac{5y-x^2}{x^2y}$ 6) $\frac{4xy-5}{2xy}-\frac{6y^2-5}{2xy}$

Bài 2: Thực hiện phép tính *(đổi dấu)*

1) $\frac{x}{x-1}+\frac{1}{1-x}$ 2) $\frac{11x}{2x-3}-\frac{x-18}{3-2x}$ 3) $\frac{4x+5}{2x-1}+\frac{5-9x}{1-2x}$

4) $\frac{2x-7}{10x-4}-\frac{3x+5}{4-10x}$ 5) $\frac{xy}{x^2-y^2}-\frac{x^2}{y^2-x^2}$ 6) $\frac{4x+13}{5x(x-7)}-\frac{x-48}{5x(7-x)}$

7) $\frac{x+2}{x-1}-\frac{x-9}{1-x}-\frac{x-9}{1-x}$ 8) $\frac{2x^2-x}{x-1}+\frac{x+1}{1-x}+\frac{2-x^2}{x-1}$ 9) $\frac{4-x^2}{x-3}+\frac{2x-x^2}{3-x}+\frac{5-4x}{x-3}$

10) $\frac{x+1}{x-5}+\frac{x-18}{5-x}+\frac{x+2}{x-5}$

Bài 3: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x-y)}$ 2) $\frac{x+6}{2x+6}+\frac{2x+3}{x(x+3)}$ 3) $\frac{x}{5x+5}-\frac{x}{10x-10}$

4) $\frac{1}{xy-x^2}-\frac{1}{y^2-xy}$ 5) $\frac{1}{y^2-xy}+\frac{1}{x^2-xy}$ 6) $\frac{x}{y^2-xy}-\frac{y}{xy-x^2}$

7) $\frac{x+3}{x^2-1}-\frac{x+1}{x^2-x}$ 8) $\frac{x+9}{x^2-9}-\frac{3}{x^2+3x}$ 9) $\frac{x-12}{6x-36}+\frac{6}{x^2-6x}$

10) $\frac{3x+5}{x^2-5x}+\frac{25-x}{25-5x}$ 11) $\frac{3}{2x+6}-\frac{x-6}{2x^2+6x}$ 12) $\frac{y}{2x^2-xy}+\frac{4x}{y^2-2xy}$

13) $\frac{1}{x-5x^2}-\frac{25x-15}{25x^2-1}$ 14) $\frac{x+1}{2x-2}+\frac{x^2+3}{2-2x^2}$ 15) $\frac{7}{x}-\frac{x}{x+6}+\frac{36}{x^2+6x}$

16) $\frac{3}{2x}+\frac{3x-3}{2x-1}+\frac{2x^2+1}{4x^2-2x}$ 17) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+5}+\frac{x-5}{x^2+5x}$ 18) $\frac{x}{x^2-5x+6}-\frac{2}{2-x}+\frac{x}{x-3}$

19) $\frac{x-4}{x^2-2x}+\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x}$ 20) 21) $\frac{1-3x}{2x}+\frac{3x-2}{2x-1}+\frac{3x-2}{2x-4x^2}$

Bài 4: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\frac{2}{x+3}+\frac{x}{3-x}-\frac{x-x^2}{x^2-9}$

2) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}-\frac{4x-4}{x^2-4}$

3) $\frac{2}{x-2}+\frac{3}{x+2}-\frac{18-5x}{x^2-4}$

4) $\frac{x+1}{x+3}-\frac{x-1}{3-x}+\frac{2x-2x^2}{x^2-9}$

5) $\frac{4}{x+2}+\frac{3}{2-x}+\frac{12}{x^2-4}$

6) $\frac{4}{x+2}+\frac{2}{x-2}+\frac{5x-6}{4-x^2}$

7) $\frac{x^2}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}+\frac{2}{2-x}$

8) $\frac{a^2}{a+1}+\frac{1}{a-1}-\frac{2a}{a^2-1}$

9) $\frac{1}{x+2}+\frac{2}{x-2}+\frac{x}{x^2-4}$

10) $\frac{x+1}{x-3}-\frac{1-x}{x+3}-\frac{2x(1-x)}{9-x^2}$

11) $\frac{1}{x-y}+\frac{2}{x+y}+\frac{3x}{y^2-x^2}$

12) $\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y}+\frac{2xy}{y^2-x^2}$

Bài 5: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\frac{1}{3x-2}-\frac{1}{3x+2}-\frac{3x-6}{4-9x^2}$

2) $\frac{x}{x-2y}+\frac{x}{x+2y}+\frac{4xy}{4y^2-x^2}$

3) $\frac{2}{2x+3}+\frac{5}{2x-3}-\frac{2x-33}{9-4x^2}$

4) $\frac{6x}{x^2-9}+\frac{5x}{x-3}+\frac{x}{x+3}$

5) $\frac{x-1}{x+2}+\frac{4x-4}{x^2-4}-\frac{x+1}{2-x}$

6) $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}+\frac{x^2-4x-1}{x^2-1}$

7) $\frac{1}{2x-3}-\frac{1}{2x+3}-\frac{10x+9}{9-4x^2}$

8) $\frac{2x+1}{2x^2-x}+\frac{32x^2}{1-4x^2}+\frac{1-2x}{2x^2+x}$

9) $\frac{1}{3x-2}-\frac{4}{3x+2}-\frac{3x-6}{4-9x^2}$

10) $\frac{1}{2x-2y}-\frac{1}{2x+2y}+\frac{y}{y^2-x^2}$

11) $\frac{x}{2x-2}+\frac{3x}{2x+2}-\frac{2x^2}{x^2-1}$

12) $\frac{2x+1}{4x-2}+\frac{1-2x}{4x+2}-\frac{2}{1-4x^2}$

13) $\frac{1}{6x-4y}-\frac{1}{6x+4y}-\frac{3x}{4y^2-9x^2}$

14) $\frac{2x}{x^2+2xy}+\frac{y}{xy-2y^2}+\frac{4}{x^2-4y^2}$

Bài 6: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x^3+1}+\frac{1}{x^2-x+1}$

2) $\frac{x^2+2}{x^3-1}+\frac{2}{x^2+x+1}+\frac{1}{1-x}$

3) $\frac{x^3+2x}{x^3+1}+\frac{2x}{x^2-x+1}+\frac{1}{x+1}$

4) $\frac{3(x+1)^2}{x^3-1}-\frac{1-x}{x^2+x+1}+\frac{3}{1-x}$

5) $\frac{1}{x-y}-\frac{3xy}{x^3-y^3}+\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$

6) $\frac{1}{x-y}+\frac{3xy}{y^3-x^3}+\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$

7) $\frac{4x^2-3x+17}{x^3-1}+\frac{2x-1}{x^2+x+1}+\frac{6}{1-x}$

8) $\frac{3x^2+5x+1}{x^3-1}-\frac{1-x}{x^2+x+1}-\frac{3}{x-1}$

9) $\dfrac{-x^2-2}{x^3-1}+\dfrac{1}{x^2+x+1}+\dfrac{1}{x-1}$

10) $\dfrac{1}{x^2+x+1}+\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{2x}{1-x^3}$

Bài 7: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{3}{x^2-4}+\dfrac{x-14}{(x^2+4x+4)(x-2)}$

2) $\dfrac{18}{(x-3)(x^2-9)}-\dfrac{3}{x^2-6x+9}-\dfrac{x}{x^2-9}$

3) $\dfrac{1}{x^2+3x+2}-\dfrac{2x}{x^3+4x^2+4x}+\dfrac{1}{x^2+5x+6}$

4) $\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{(x+3)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(4x+7)}$

Bài 8: Thực hiện phép tính

1) $A=\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}$

2) $A=\dfrac{1}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$

3) $A=\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}+\dfrac{2}{(x-2)(x-3)}-\dfrac{3}{(x-3)(x-1)}$

4) $A=\dfrac{1}{a^2+a}+\dfrac{1}{a^2+3a+2}+.....+\dfrac{1}{a^2+19a+90}$

5) $A=\dfrac{4.(x+3)^2}{(3x+5)^2-4x^2}-\dfrac{x^2-25}{9x^2-(2x+5)^2}-\dfrac{(2x+3)^2-x^2}{(4x+15)^2-x^2}$

6) $A=\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

7) $A=\dfrac{1}{(x-y)(y-z)}+\dfrac{1}{(y-z)(z-x)}+\dfrac{1}{(z-x)(x-y)}$

8) $A=\dfrac{4}{(y-x)(z-x)}+\dfrac{3}{(y-x)(y-z)}+\dfrac{3}{(y-z)(x-z)}$

9) $A=\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{2a}{a^2+b^2}+\dfrac{4a^3}{a^4+b^4}+\dfrac{8a^7}{a^8+b^8}$

10) $A=\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{4}{1+x^4}+\dfrac{8}{1+x^8}+\dfrac{16}{1+x^{16}}+\dfrac{32}{1+x^{32}}$

Bài 9: Cho $A=\dfrac{x+15}{x^2-9}+\dfrac{2}{x+3}$.

a) Rút gọn A

b) Tìm x để A có giá trị bằng $\dfrac{-1}{2}$

c) Tìm số tự nhiên x để A có giá trị nguyên

Bài 10: Cho $A=\dfrac{x}{x+2}+\dfrac{x+1}{x}$.

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức A

b) Tìm giá trị của x để $A=2$

Bài 11: Cho $A=\dfrac{2x}{x+3}+\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{3-11x}{9-x^2}$

a) Rút gọn biểu thức A với $x\neq\pm3$

b) Tính giá trị của A khi $x=5$

c) Tìm gía trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên

Bài 12: Cho $A=\dfrac{x-2}{x+2}+\dfrac{x}{2-x}+\dfrac{8}{x^2-4}$

a) Rút gọn biểu thức A với $x\neq\pm2$

b) Tìm x để $A<0$

Bài 13: Cho $A=\dfrac{2+x}{2-x}-\dfrac{4x^2}{x^2-4}-\dfrac{2-x}{2+x}$

a) Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn A

b) Tìm x để $A=-3$

Bài 14: Cho $A=\dfrac{3+x}{3-x}-\dfrac{4x^2}{x^2-9}-\dfrac{3-x}{3+x}$

a) Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn A

b) Tìm x để $A=-3$

Bài 15: Cho $A=\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{2-x}{x+2}+\dfrac{12-10x}{x^2-4}$.

a) Rút gọn A

b) Tìm các giác trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên

Bài 16: Cho $A=\dfrac{2x}{x+3}+\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{x^2-x+6}{9-x^2}$

a) Rút gọn biểu thức A với $x\neq\pm3$

b) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên

Bài 17: Cho $A=\dfrac{x-2}{x+2}-\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{9x+2}{4-x^2}\ (x\neq\pm2)$

a) Chứng minh rằng $A=\dfrac{3}{x-2}$.

b) Tính giá trị của A khi $3x(2x+1)-6(2x+1)=0$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 18: Cho $P=\dfrac{5x-2}{x^2-4}-\dfrac{3}{x+2}+\dfrac{x}{x-2}\ (x\neq\pm2)$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P với x thỏa mãn $|x+3|=5$.

c) Tìm các số nguyên x để giá trị của P là số nguyên.

Bài 19: Cho phân thức $A=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-1}$ với $x\neq\pm1$.

a) Rút gọn A

b) Tìm số nguyên x để A là một số nguyên.

Bài 20: Cho $A=\dfrac{x+1}{x-2}+\dfrac{x-1}{x+2}+\dfrac{x^2+4x}{4-x^2}$ với $(x\neq\pm2)$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $x=4$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên dương.

Bài 21: Cho $M=\dfrac{x+3}{x-2}+\dfrac{x-3}{x+2}-\dfrac{2x^2+3x+6}{x^2-4}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn M

b) Tính giá trị của M khi $x=3$

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

Bài 22: Cho biểu thức $B=\dfrac{x}{x+3}+\dfrac{2x}{x-3}-\dfrac{9-3x^2}{9-x^2}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn B

b) Tìm x để $B>0, B<0$

c) Tính giá trị của B khi x thỏa mãn $|2x+1|=5$.

d) Tìm x nguyên để B nhận giá trị nguyên.

e) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=B.\dfrac{x-3}{x^2-2x+3}$.

Bài 24: PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. LÝ THUYẾT.

1). Nhân hai phân thức

Quy tắc:

♣ Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử với nhau, các mẫu thức với nhau

Tổng quát: $\frac{A}{B}.\frac{C}{D}=\frac{A.C}{B.D}$

♣ Kết quả của phép nhân hai phân thức được gọi là tích. Thường viết dưới dạng rút gọn.

Ví dụ 1: Nhân hai phân thức $\frac{x}{x+y}.\frac{2x+2y}{3xy}=\frac{x}{x+y}.\frac{2(x+y)}{3xy}=\frac{2}{3y}$

Ví dụ 2: Nhân hai phân thức $\frac{3x}{4x^2-1}.\frac{-2x+1}{2x^2}=\frac{3x}{(2x-1)(2x+1)}.\frac{-(2x-1)}{2x^2}=\frac{-3}{2x(2x+1)}$

Chú ý:

♣ Cũng như phép nhân phân số, phép nhân phân thức có các tính chất sau:

+ Giao hoán $\frac{A}{B}.\frac{C}{D}=\frac{C}{D}.\frac{A}{B}$

+ Kết hợp $\left(\frac{A}{B}.\frac{C}{D}\right).\frac{E}{F}=\frac{A}{B}.\left(\frac{C}{D}.\frac{E}{F}\right)$

+ Phân phối đối với phép cộng $\frac{A}{B}.\left(\frac{C}{D}+\frac{E}{F}\right)=\frac{A}{B}.\frac{C}{D}+\frac{A}{B}.\frac{E}{F}$

Ví dụ 3: Tính $\frac{x+1}{x+2}:\left(\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}\right)=\frac{x+1}{x+2}:\left(\frac{x+2}{x+3}.\frac{x+1}{x+3}\right)=\frac{x+1}{x+2}.\frac{(x+3)^2}{(x+2).(x+1)}=\frac{(x+3)^2}{(x+2)^2}$

Ví dụ 4: Tính $\frac{x^2-1}{x}.\frac{3x+2}{x+1}-\frac{2x+1}{x+1}.\frac{x^2-1}{x}=\frac{x^2-1}{x}.\left(\frac{3x+2}{x+1}-\frac{2x+1}{x+1}\right)=\frac{x^2-1}{x}.\frac{x+1}{x+1}=\frac{x^2-1}{x}$

2) Chia hai phân thức

Quy tắc:

♣ Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ khác 0, ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{D}{C}$.

Cụ thể $\frac{A}{B}:\frac{C}{D}=\frac{A}{B}.\frac{D}{C}$ với $\frac{C}{D}\neq 0$

Chú ý:

♣ $\frac{C}{D}.\frac{D}{C}=1$. Ta nói $\frac{D}{C}$ là phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}$

Ví dụ 5: Làm phép chia $\frac{5}{x^2-1}:\frac{3}{x^2-x}=\frac{5}{x^2-1}.\frac{x^2-x}{3}=\frac{5x(x-1)}{3(x-1)(x+1)}=\frac{5x}{3(x+1)}$

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Làm tính nhân phân thức:

a) $\left(-\frac{3x}{5xy^2}\right).\left(-\frac{5y^2}{12xy}\right)$

b) $\frac{x^2-x}{2x+1}.\frac{4x^2-1}{x^3-1}$

Bài 2: Làm tính chia phân thức:

a) $\left(-\frac{3x}{5xy^2}\right):\left(-\frac{5y^2}{12xy}\right)$

b) $\frac{4x^2-1}{8x^3-1}:\frac{4x^2+4x+1}{4x^2+2x+1}$

Bài 3: Tìm hai phân thức P và Q thỏa mãn:

a) $P.\frac{x+1}{2x+1}=\frac{x^2+x}{4x^2-1}$

b) $Q:\frac{x^2}{x^2+4x+4}=\frac{(x+1)(x+2)}{x^2-2x}$

Bài 4: Cho hai phân thức $P=\frac{x^2+6x+9}{x^2+3x}$ và $Q=\frac{x^2+3x}{x^2-9}$

a) Rút gọn P và Q

b) Sử dụng kết quả của câu a. Tính $P.Q$ và $P:Q$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Công thức nào thể hiện phép nhân phân thức $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{M}{N}$

A. $\frac{A}{B}.\frac{M}{N}=\frac{A+M}{B.N}$

B. $\frac{A}{B}.\frac{M}{N}=\frac{A.N}{B.M}$

C. $\frac{A}{B}.\frac{M}{N}=\frac{A.M}{B.N}$

D. $\frac{A}{B}.\frac{M}{N}=\frac{A.M}{B+N}$

Câu 2: Phép nhân hai phân thức có những tính chất gì?

A. Giao hoán

B. Kết hợp

C. Phân phối phép nhân với phép cộng

D. Cả ba đáp án trên

Câu 3: Khi chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ thì điều kiện là gì?

A. $\frac{C}{D}\neq 0$

B. $\frac{C}{D}=0$

C. $\frac{A}{B}\neq 0$

D. $\frac{A}{B}=0$

Câu 4: Phép chia phân thức 1 cho phân thức $\frac{A}{B}$ ta được kết quả là

A. $\frac{A}{B}$

B. $\frac{B}{A}$

C. $\frac{1}{A}$

D. $\frac{1}{B}$

Câu 5: Kết quả khi tính phép nhân $\frac{x-2}{x-3}.\frac{x-3}{x-4}$ là

A. $\frac{x-2}{x-4}$

B. $\frac{x-4}{x-2}$

C. $\frac{x-2}{x-3}$

D. $\frac{x-3}{x-4}$

Câu 6: Kết quả của phép chia $\frac{1}{x-3}:\frac{1}{x^2-9}$ là

A. $\frac{1}{x+3}$

B. $\frac{x+3}{1}$

C. $\frac{1}{x-3}$

D. $\frac{x-3}{x+3}$

Câu 7: Để phép nhân hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ có kết quả là 0 thì

A. $A=C$ **B.** $B=0$ **C.** $D=0$ **D.** $A=0$ hoặc $C=0$

Câu 8: Phép chia $1:\frac{A}{B}$ có giá trị nguyên khi nào?

A. $1\vdots A$ **B.** $1\vdots B$ **C.** $B\vdots A$ **D.** $A\vdots B$

Câu 9: Phân thức $\frac{3}{x^2+1}$ với $x\in\mathbb{Z}$ đạt giá trị lớn nhất khi nào?

A. $x=0$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=-2$ **D.** $x\neq 0$

Câu 10: Giá trị của x để phân thức $-\frac{x-2}{x^2+5}<0$ thì

A. $x=2$ **B.** $x\neq 2$ **C.** $x>2$ **D.** $x<2$

II. Tự luận.

Bài 1: Thực hiện phép tính

1) $\frac{15x}{7y^3}.\frac{2y^2}{x^2}$

2) $\frac{6x^3}{7y^4}.\frac{35y^2}{24x}$

3) $\frac{4y^2}{x^4}.\frac{(-3x^2)}{8y}$

4) $\frac{-18y^3}{25x^4}:\frac{9y^3}{-15x^2}$

5) $\frac{8y^2}{9x^2}:\frac{4y}{3x^2}$

6) $\frac{(-20x)}{3y^2}:\frac{(-4x^3)}{5y}$

7) $\frac{(x+4)^2}{4x+12}:\frac{x+4}{3x+9}$

8) $\frac{5x+10}{4x-8}.\frac{4-2x}{x+2}$

9) $\frac{x^2-36}{2x+10}.\frac{3}{6-x}$

10) $\frac{x^2-4}{x^2-x}:\frac{x^2+2x}{x-1}$

11) $\frac{4(x+3)}{3x^2-x}:\frac{x^2+3x}{1-3x}$

12) $\frac{4x+12}{(x+4)^2}:\frac{3(x+3)}{x+4}$

13) $(x^2-25):\frac{2x+10}{3x-7}$

14) $\frac{5x-10}{x^2+7}:(2x-4)$

15) $(4x^2-16):\frac{3x+6}{7x-2}$

16) $\frac{x-y}{y-1}:\frac{x-y}{x-1}.\frac{x-1}{y-1}$

17) $\frac{x+1}{x+2}.\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}$

18) $\frac{x+1}{x+2}:\frac{x+2}{x+3}.\frac{x+3}{x+1}$

19) $\frac{x+1}{x+2}:\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}$

20) $\frac{x^2+x}{x+2}:\frac{x+3}{x+2}.\frac{x+3}{x+1}$

21) $\frac{x+1}{x+2}.\left(\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}\right)$

22) $\frac{x-2}{x+1}.\frac{x^2-2x-3}{x^2-5x+6}$

23) $\frac{x+1}{x^2-2x-8}.\frac{4-x}{x^2+x}$

24) $\frac{x^2+2}{4x+24}.\frac{x^2-36}{x^2+x-2}$

25) $\frac{x^3-8}{5x+20}.\frac{x^2+4x}{x^2+2x+4}$

26) $\frac{(x-3)^3}{3x^2}:\frac{x^2-6x+9}{6x}$

27) $\frac{x^2+x}{5x^2-10x+5}:\frac{3x+3}{5x-5}$

28) $\frac{6x-3}{5x^2+x}:\frac{1-8x^3}{25x^2+10x+1}$

29) $\frac{x^2+2x+1}{x^3-1}:\frac{x+1}{2x^2+2x+2}$

30) $\frac{x+2}{x^2-5x+6}:\frac{x^2+3x+2}{x-2}$

Bài 2: Rút gọn các biểu thức sau

1) $\left(\dfrac{1}{x+4}+\dfrac{8}{x^2-16}\right):\dfrac{x+1}{x-4}$

2) $\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{x^2+3x}{2x+3}.\left(\dfrac{x+3}{x^2-3x}-\dfrac{x}{x^2-9}\right)$

3) $\dfrac{x^2-6}{x-3}+\dfrac{x^2+3x}{2x+3}.\left(\dfrac{x}{x^2-9}-\dfrac{x+3}{x^2-3x}\right)$

4) $\left(\dfrac{x}{x^2-36}-\dfrac{x-6}{x^2+6x}\right):\dfrac{2x-6}{x^2+6x}+\dfrac{x}{6-x}$

Bài 3: Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của các biểu thức sau nhận giá trị nguyên

1) $A=\dfrac{3}{2x-1}$

2) $A=\dfrac{5}{x^2+1}$

3) $A=\dfrac{10}{x^2+1}$

4) $A=\dfrac{7}{x^2-x+1}$

5) $A=\dfrac{2x-1}{x+2}$

6) $A=\dfrac{x^2+3x+5}{x-1}$

7) $A=\dfrac{3x^2-x+1}{3x+2}$

8) $A=\dfrac{3x^2-8x+1}{x-3}$

9) $A=\dfrac{3x^2-x+3}{3x+2}$

10) $A=\dfrac{x^2-59}{x+8}$

Bài 4: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x^2-3}{x^2-9}+\dfrac{1}{x-3}\right):\dfrac{x}{x+3}$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm các giá trị của x để $A=3$

Bài 5: Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x^2-2}{x^2+2x}+\dfrac{1}{x+2}\right):\dfrac{x+1}{x}$ với $x\neq 0,\ x\neq -2,\ x\neq -1$.

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm x để $P=\dfrac{5}{2}$

c) Tìm giá trị x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

Bài 6: Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{x}{x^2-4}+\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{2}{x-2}\right):\left(1-\dfrac{x}{x+2}\right)$ với $x\neq\pm 2$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=-4$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

Bài 7: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{4x}{x^2+2x}+\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{6-5x}{4-x^2}\right):\dfrac{x+1}{x-2}$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức A khi x thỏa mãn $x^2-2x=8$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 8: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{2x}{x-3}+\dfrac{x}{x+3}+\dfrac{2x^2+3x+1}{9-x^2}\right):\dfrac{x-1}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện xác định và thu gọn A

b) Tìm x để $A=3$

c) Tìm x để $A<1$

Bài 9: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x}{x+3}-\dfrac{2x}{3-x}+\dfrac{3x^2+9}{9-x^2}\right):\dfrac{3}{x-3}$.

a) Tìm điều kiện và rút gọn A

b) Tìm x là số nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Bài 10: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{5}{x-2}+\dfrac{4}{x^2-4}\right):\dfrac{6}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện xác định và thu gọn A

b) Tìm số x có giá trị nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Bài 11: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{x-4}{4-x^2}\right):\dfrac{1}{x^2-4}$.

a) Tìm điều kiện và thu gọn A

b) Tìm các giá trị của x để $A=14$

Bài 12: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{2-2x}+\dfrac{3}{2x+2}-\dfrac{2x^2}{x^2-1}\right):\dfrac{1-2x}{x^2-1}$ với $x\neq\dfrac{1}{2},\ x\neq\pm1$.

a) Thu gọn A

b) Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

Bài 13: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{7-2x}{x-1}+\dfrac{2x}{x+1}-\dfrac{1}{x^2-1}\right):\dfrac{3x+9}{x^2-1}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn A

b) Tính giá trị của A biết $|x-2|=1$

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 14: Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{2x-1}{x+3}-\dfrac{x}{3-x}-\dfrac{3-10x}{x^2-9}\right):\dfrac{x+2}{x-3}$.

a) Tìm điều kiện và rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $x^2-7x+12=0$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

Bài 15: Cho biểu thức $M=\left(\dfrac{x}{x^2-9}+\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{2}{3-x}\right):\dfrac{3}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện của x để M được xác định

b) Rút gọn biểu thức M

c) Tính giá trị của M khi $x=-7$

d) Tìm giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

Bài 16: Cho biểu thức $A=\dfrac{x-3}{x+1}$ và $B=\dfrac{3}{x-3}-\dfrac{6x}{9-x^2}+\dfrac{x}{x+3}$ với $x\neq\pm3,\ x\neq-1$.

a) Tính giá trị của A tại x thỏa mãn $x^2+x=0$

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{x+3}{x-3}$

c) Tìm các số nguyên x sao cho biểu thức $Q = A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 17: Cho hai biểu thức $A = \dfrac{x^2 + x}{3x + 9}$ và $B = \dfrac{2}{x - 1} + \dfrac{3}{x + 1} - \dfrac{2x + 2}{x^2 - 1}$ với $(x \neq -3, x \neq \pm 1)$.

a) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x = 2$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Đặt $P = A.B$. Tìm x để $P < 1$

Bài 18: Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{a + 2}{a + 1} - \dfrac{a - 2}{a - 1} \right) . \dfrac{a + 1}{a}$ và $B = \dfrac{3}{a^2 - 1}$ với $a \neq 0,\ a \neq \pm 1$.

a) Tìm a để biểu thức B có giá trị bằng 1

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm giá trị của a để $A = 2.B$

Bài 19: Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{4}{x+1}-1$ và $B=\dfrac{9-x^2}{x^2+2x+1}$ với $(x\neq\pm3,\ x\neq-1)$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

b) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{A}{B}$

c) Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên

Bài 20: Cho biểu thức $A=\dfrac{x-3}{x+2}$ và $B=\dfrac{6-7x}{x^2-4}+\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{x}{2-x}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn B

b) Cho $A=\dfrac{1}{2}$. Khi đó tính giá trị của biểu thức B

c) Đặt $M=\dfrac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $|M|=-M$

Bài 21: Cho biểu thức $A=\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{x-2}{x+2}$ và $B=\dfrac{-16}{x^2-4}$ với $(x\neq\pm2)$.

a) Tìm x để $A=B$

b) Tìm x để $\dfrac{A}{B}<0$

Bài 22: Cho biểu thức $A=\dfrac{9x^2+6x+5}{3x+2}$ và $B=\dfrac{1}{3x-2}-\dfrac{1}{3x+2}-\dfrac{3x-6}{4-9x^2}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

b) Chứng minh biểu thức $B=\dfrac{1}{3x+2}$

c) Tìm x để $B=\dfrac{-1}{7}$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A:B$

Bài 23: Cho biểu thức $A=\dfrac{x^2-x-4}{x^2-9}+\dfrac{2}{x-3}-\dfrac{1}{x+3}$ và $B=\dfrac{x+2}{x+3}$ với $x\neq\pm3,\ x>-2$.

a) Tính giá trị của B khi $x=3$

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A:B.(x-3)$

Bài 24: Cho biểu thức $A=\dfrac{x}{x+5}-\dfrac{7x-15}{25-x^2}+\dfrac{3}{x-5}$ và $B=x^2-2x-15$ với $x\neq\pm5$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức A biết $|2x-1|=9$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A.B$

Bài 25: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x-1}{x+3}+\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{x^2+3}{9-x^2}\right):\dfrac{-2}{2x+1}$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A khi $|x-2|=1$

c) Tìm x để $A>0$

d) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên nhỏ nhất.

Bài 26: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{1+2x}{x+2}-\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{x^2+8}{4-x^2}\right):\dfrac{-5}{x+1}$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A biết $|x+2|=1$

c) Tìm x để $A<1$

d) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên lớn nhất.

Bài 27: Cho biểu thức $Q=\left[\dfrac{(x-1)^2}{x^2+x}+1-\dfrac{1}{x}\right]:\left(\dfrac{x^3-1}{x^2-x}-\dfrac{x^3+1}{x^2+x}\right)$.

a) Tìm điều kiện xác định của Q và rút gọn Q

b) Tìm x nguyên để biểu thức Q có giá trị nguyên.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{(x-1)^2}{Q}+x+1$

Bài 28: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{2x}{x^3+x-x^2-1}-\dfrac{1}{x-1}\right):\left(1+\dfrac{x}{x^2+1}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm x để $A=\dfrac{2}{7}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B=\dfrac{A}{1-x}$

Bài 29: Cho biểu thức $Q=\left(\dfrac{2+x}{2-x}-\dfrac{4x^2}{x^2-4}-\dfrac{2-x}{2+x}\right):\dfrac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$.

a) Rút gọn biểu thức Q

b) Khi $x>3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q