

MỤC LỤC

◆	CHƯƠNG ⑥. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT.....	1
▶	BÀI ①. PHÉP TÍNH LŨY THỪA.....	2
	 ①. Tóm tắt kiến thức	
2		
	 ②. Phân dạng toán cơ bản	
3		
	• Dạng ①: Lũy thừa với số mũ nguyên.....	3
	• Dạng ②: Căn bậc n	4
	• Dạng ③: Lũy thừa với số mũ hữu tỉ.....	5
	• Dạng ④: Lũy thừa với số mũ thực.....	5
	• Dạng ⑤: Tính chất của phép tính lũy thừa.....	6
	 ③. Dạng toán rèn luyện	
7		
	• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
	• Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	20
	• Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	30

BÀI 1. PHÉP TÍNH LŨY THỪA

A. Tóm tắt kiến thức

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

Lũy thừa với số mũ nguyên có các tính chất tương tự như lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Với $a \neq 0$, $b \neq 0$ và m, n là các số nguyên, ta có:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n};$$

$$(a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^m = a^m b^m;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

Chú ý:

- ✓ 1) 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.
- ✓ 2) Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.
- ✓ 3) Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.

2. Căn bậc n

Định nghĩa: Cho số thực a và số nguyên dương $n \geq 2$. Số b được gọi là căn bậc n của số a nếu $b^n = a$.

Chú ý:

- ✓ Với n chẵn, ta xét ba trường hợp sau:

+) $a < 0$: Không tồn tại căn bậc n của a ;

+) $a = 0$: Có một căn bậc n của a là số 0;

+) $a > 0$: Có hai căn bậc n của a là hai số đối nhau, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{a}$, còn giá trị âm là $-\sqrt[n]{a}$.

- ✓ Với n lẻ, $a \in \mathbb{R}$: Có duy nhất một căn bậc n của a , ký hiệu là $\sqrt[n]{a}$.

Chú ý: a) Nếu n chẵn thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ có nghĩa chỉ khi $b \geq 0$.

b) Nếu n lẻ thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ luôn có nghĩa với mọi số thực b .

Ta có các tính chất sau đây (với điều kiện các căn thức đều có nghĩa):



$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

③. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

- Cho số thực $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$.
- Lũy thừa của a với số mũ r , kí hiệu là a^r , được xác định bởi
- $$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

④. Lũy thừa với số mũ thực

- Giới hạn của dãy số (a^{r_n}) gọi là lũy thừa của số thực dương a với số mũ α . Kí hiệu là: $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n}$ với $\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n$.

⑤. Tính chất của phép tính lũy thừa



Cho a, b là những số thực dương; α, β là những số thực bất kì. Khi đó:

- $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$
- $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$
- $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$
- $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$

⑥. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Lũy thừa với số mũ nguyên

Phương pháp

- Với số nguyên dương n , số thực $a \neq 0$, lũy thừa của a với số mũ $-n$ xác định bởi $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Chú ý:

- a) $a^0 = 1$ với mọi $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$.
- b) 0^0 và 0^{-n} (với $n > 0$) không có nghĩa.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính giá trị các biểu thức sau:

- a) 2^{-4} ; b) $9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$; c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} : (\sqrt{3})^0$

Lời giải

$$a) 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$b) 9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = 9 \cdot \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = 9 \cdot \frac{1}{\frac{9}{16}} = 9 \cdot \frac{16}{9} = 16$$

$$c) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} : (\sqrt{3})^0 = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} : 1 = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

•Dạng 2: Căn bậc n

Phương pháp

- Cho số nguyên dương $n(n \geq 2)$ và số thực b bất kì. Nếu có số thực a sao cho $a^n = b$ thì a được gọi là một căn bậc n của b .

 **Chú ý:** Ở cấp Trung học cơ sở ta đã biết:

- Nếu $b > 0$ thì b có hai căn bậc hai, kí hiệu là $\sqrt{b}$ (gọi là căn bậc hai số học của b) và $-\sqrt{b}$
- Số 0 chỉ có duy nhất một căn bậc hai là chính nó;
- Nếu $b < 0$ thì b không có căn bậc hai nào;
- Mọi số thực b có duy nhất một căn bậc ba, kí hiệu là $\sqrt[3]{b}$.
- Mở rộng kết quả này, ta có:
- Cho n là số nguyên dương ($n \geq 2$), b là số thực bất kì. Khi đó:
- Nếu n là số chẵn thì:
 - $b < 0$: không tồn tại căn bậc n của b .
 - $b = 0$: có một căn bậc n của b là 0.
 - $b > 0$: có hai căn bậc n của b đối nhau, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{b}$ và giá trị âm là $-\sqrt[n]{b}$
- Nếu n là số lẻ thì có duy nhất một căn bậc n của b , kí hiệu $\sqrt[n]{b}$.

 **Chú ý:**

- Nếu n chẵn thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ có nghĩa chỉ khi $b \geq 0$.
- Nếu n lẻ thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ luôn có nghĩa với mọi số thực b .

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm các căn bậc bốn của 16; căn bậc năm của $-4\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $2^4 = 16$. Suy ra 16 có hai căn bậc bốn là $\sqrt[4]{16} = 2$ và $-\sqrt[4]{16} = -2$.

Ta có $-4\sqrt{2} = (-\sqrt{2})^5$.

Suy ra $\sqrt[5]{-4\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$.

Câu 2: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\sqrt[4]{(3-\pi)^4}$;

b) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{-4}$

c) $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{2}}$

Lời giải

a) $\sqrt[4]{(3-\pi)^4} = |3-\pi| = \pi-3$ (vì $\pi > 3$);

b) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{-4} = \sqrt[5]{8 \cdot (-4)} = \sqrt[5]{-2^3 \cdot 2^2} = \sqrt[5]{-2^5} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$;

c) $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{2}} = \sqrt[4]{(\sqrt[3]{2})^3 \cdot \sqrt[3]{2}} = \sqrt[4]{(\sqrt[3]{2})^4} = \sqrt[3]{2}$

•Dạng ③: Luỹ thừa với số mũ hữu tỉ

 **Phương pháp**

• Cho số thực dương a và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$.

• Luỹ thừa của a với số mũ r , kí hiệu a^r , được xác định bởi $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

 **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Biểu thị các lũy thừa sau đây dưới dạng căn thức:

a) $2^{\frac{1}{3}}$;

b) $5^{-\frac{2}{3}}$.

Lời giải

a) $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$;

b) $5^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5^2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25}}$

•Dạng ④: Luỹ thừa với số mũ thực

 **Phương pháp**

• Giới hạn của dãy số (a^{r_n}) được gọi là lũy thừa của số thực dương a với số mũ α , kí hiệu là a^α . $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n}$ với $\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n$.

 **Chú ý:** $1^\alpha = 1$ với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$.

Các ví dụ minh họa

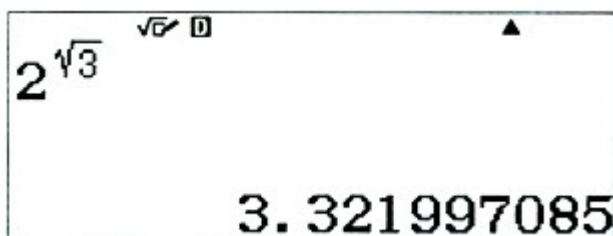
Câu 1: Sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị các lũy thừa sau, làm tròn đến chữ số

thập phân thứ sáu: $2^{\sqrt{3}}; \left(\frac{1}{2}\right)^{-\sqrt{2}}$.

Lời giải

Ấn lần lượt các phím

2 **$x^{\square}$** **$\sqrt{\square}$** **3** **=**

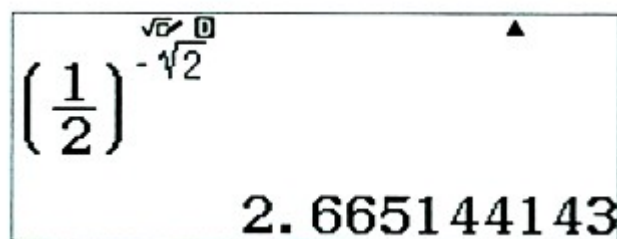


2^{√3}
3.321997085

ta được $2^{\sqrt{3}} \approx 3,321997$.

Ấn lần lượt các phím

(**1** **$\frac{\square}{\square}$** **)** **$x^{\square}$** **(-)** **$\sqrt{\square}$** **2** **=**



$\left(\frac{1}{2}\right)^{-\sqrt{2}}$
2.665144143

ta được $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\sqrt{2}} \approx 2,665144$.

• Dạng 9: Tính chất của phép tính lũy thừa

Phương pháp

 Cho a, b là những số thực dương; α, β là những số thực bất kì. Khi đó:

 $a^{\alpha} \cdot a^{\beta} = a^{\alpha+\beta}$ $\frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}} = a^{\alpha-\beta}$ $(a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha\beta}$

 $(ab)^{\alpha} = a^{\alpha} b^{\alpha}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha} = \frac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}}$

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Viết các biểu thức sau dưới dạng một lũy thừa ($a > 0$):

a) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$;

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^{-3}} : \sqrt[6]{a^{-1}}$

Lời giải

a) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}} = \left(a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(a^{1+\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(a^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}}$;

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^{-3}} : \sqrt[6]{a^{-1}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{3}{4}} : a^{-\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{1}{6}} = a^{-\frac{1}{4}}$.

Câu 2: Rút gọn biểu thức: $A = \frac{6^{2+\sqrt{5}} \cdot 2^{1-\sqrt{5}}}{3^{3+\sqrt{5}}}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{6^{2+\sqrt{5}} \cdot 2^{1-\sqrt{5}}}{3^{3+\sqrt{5}}} = \frac{(2 \cdot 3)^{2+\sqrt{5}} \cdot 2^{1-\sqrt{5}}}{3^{3+\sqrt{5}}} = 2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{2+\sqrt{5}} \cdot 2^{1-\sqrt{5}} \cdot 3^{-3-\sqrt{5}} \\ &= 2^{2+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}} \cdot 3^{2+\sqrt{5}-3-\sqrt{5}} = 2^3 \cdot 3^{-1} = \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

©. Dạng toán rèn luyện

• **Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ là

- A.** a^5 . **B.** $a^{\frac{5}{9}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** a^2 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3} + \frac{1}{3}} = a^2$

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^3}$ bằng

- A.** a^6 . **B.** $a^{\frac{3}{2}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0$ ta có $\sqrt[3]{a^3} = a^{\frac{3}{3}} = a$.

Câu 3: Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$. C. $(a^m)^n = (a^n)^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Lời giải

Chọn C

Tính chất lũy thừa

Câu 4: Với $a > 0, b > 0, \alpha, \beta$ là các số thực bất kì, đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. C. $\frac{a^\alpha}{b^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$. D. $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Tìm đẳng thức sai dưới đây.

- A. $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$. B. $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$. C. $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$. D. $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của lũy thừa thì đẳng thức $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$ **Sai**.

Câu 6: Cho các số thực $a, b, m, n (a, b > 0)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$. B. $(a^m)^n = a^{m+n}$. C. $(a+b)^m = a^m + b^m$. D. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \Rightarrow$ Loại A

$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \Rightarrow$ Loại B

$(1+1)^2 \neq 1^2 + 1^2 \Rightarrow$ Loại C

$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \Rightarrow$ Chọn D

Câu 7: Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. C. $(10^\alpha)^2 = (100)^\alpha$. D. $(10^\alpha)^2 = (10)^{\alpha^2}$.

Lời giải

Theo định nghĩa và các tính chất của lũy thừa, ta thấy A, B, C là các mệnh đề đúng.

Xét mệnh đề D: với $\alpha = 1$, ta có: $(10^1)^2 = 100 \neq (10)^{1^2} = 10$ nên mệnh đề D sai.

Câu 8: Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

A. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$

B. $Q = b^{\frac{4}{3}}$

C. $Q = b^{\frac{5}{9}}$

D. $Q = b^2$

Lời giải

Chọn B

$$Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b} = b^{\frac{5}{3}} : b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}}$$

Câu 9: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = \sqrt{x}$

B. $P = x^{\frac{1}{8}}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^2$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

Câu 10: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{7}{3}}$

B. $a^{\frac{5}{6}}$

C. $a^{\frac{11}{6}}$

D. $a^{\frac{10}{3}}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{11}{6}}$$

Câu 11: Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x$

B. $P = x^{\frac{11}{6}}$

C. $P = x^{\frac{7}{6}}$

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$

Lời giải

Chọn A

$$P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x$$

Câu 12: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{1}{8}}$

B. $P = \sqrt{x}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^2$

Lời giải

Chọn B

Với $x > 0$; $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

Câu 13: Biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2} \sqrt{x}} = x^\alpha$ (với $x > 0$), giá trị của α là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2} \sqrt{x}} = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2} \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{x \cdot \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}} = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}.$$

Câu 14: Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$.

B. $a^{\frac{8}{3}}$.

C. $a^{\frac{3}{8}}$.

D. $\sqrt[6]{a}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}} = \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$

Câu 15: Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $P = x^{-2}$

B. $P = x^{-\frac{1}{2}}$

C. $P = x^{\frac{1}{2}}$

D. $P = x^2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}} = x^{-\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{5}{4}} = x^{-\frac{3}{4} + \frac{5}{4}} = x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 16: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x^3} \sqrt{x}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

B. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{5}{8}}$.

D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3} \sqrt{x}} = x^{\frac{5}{8}}$

Câu 17: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

- A. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$. C. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$. D. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2} + 1}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 18: Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. $a < c < b$. B. $a < b < c$. C. $b < a < c$. D. $c < a < b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2 = 3^{\sqrt{4}}$, $c = 3^{\sqrt{6}}$ và $\begin{cases} \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} \\ 3 > 1 \end{cases} \Rightarrow b < a < c$.

Câu 19: Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$. C. $c < a < b$. D. $b < a < c$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2 < \sqrt{5} < \sqrt{6}$ mà cơ số $3 > 1$ nên $3^2 < 3^{\sqrt{5}} < 3^{\sqrt{6}}$ hay $b < a < c$.

Câu 20: Cho $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n$. Khi đó

- A. $m = n$. B. $m < n$. C. $m > n$. D. $m \perp n$.

Lời giải

Chọn C

Do $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$ nên $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n \Rightarrow m > n$.

Câu 21: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a^{\sqrt{5}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. C. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. D. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } a > 1; -\sqrt{3} > -\sqrt{5} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}} \Leftrightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}.$$

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào Sai?

A. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$.

B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

C. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$.

D. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

Lời giải

Chọn A

A. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$. Cùng cơ số, $0 < \sqrt{3} - 1 < 1$, hàm nghịch biến, số mũ lớn hơn nên bé hơn. **Sai**

B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$. Cùng cơ số, $2 > 1$, hàm đồng biến, số mũ $(\sqrt{2} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{2} > (\sqrt{3})^2 = 3$ nên lớn hơn. **Đúng**

C. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$. Cùng cơ số, $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$, hàm nghịch biến, số mũ bé hơn nên lớn hơn. **Đúng.**

D. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$. Cùng cơ số, $0 < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < 1$, hàm nghịch biến, số mũ lớn hơn nên bé hơn. **Đúng**

Câu 23: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$.

B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$.

C. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$.

D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

Lời giải

Ta có:

$$\left(\frac{3}{7}\right) < \left(\frac{5}{8}\right) \Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}} \quad (\text{vì } \sqrt{3} > 0). \text{ Phương án A Sai.}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi} \quad (\text{vì } -\pi < 0). \text{ Phương án B Đúng.}$$

$$3 < 5 \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > 5^{-\sqrt{2}} \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}} \quad (\text{vì } -\sqrt{2} < 0). \text{ Phương án C Sai.}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100} \Rightarrow (2^{-2})^{-50} < (2)^{100} \Rightarrow 2^{100} < 2^{100}$$

(Mệnh đề sai). Phương án D Sai.

Câu 24: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$

B. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$

C. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$

D. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$

Lời giải

Chọn C

+) $\begin{cases} 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 \\ 2017 < 2018 \Rightarrow (\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018} \end{cases}$ nên A đúng.

+) $\begin{cases} 0 < \sqrt{3} - 1 < 1 \\ 2018 > 2017 \Rightarrow (\sqrt{3} - 1)^{2018} < (\sqrt{3} - 1)^{2017} \end{cases}$ nên B sai.

+) $\begin{cases} 2 > 1 \\ \sqrt{2} + 1 > \sqrt{3} \Rightarrow 2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}} \end{cases}$ nên C đúng.

+) $\begin{cases} 0 < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \\ 2018 > 2017 \Rightarrow \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017} \end{cases}$ nên D đúng.

Câu 25: Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[21]{a^5} > \sqrt[7]{a^2}$?

A. $a > 0$

B. $0 < a < 1$

C. $a > 1$

D. $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt[7]{a^2} = \sqrt[21]{a^6}$$

Ta có $\sqrt[21]{a^5} > \sqrt[7]{a^2} \Leftrightarrow \sqrt[21]{a^5} > \sqrt[21]{a^6}$ mà $5 < 6$ vậy $0 < a < 1$.

Câu 26: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{2}{3}}$

B. $P = x^{\frac{1}{2}}$

C. $P = x^{\frac{13}{24}}$

D. $P = x^{\frac{1}{4}}$

Lời giải

Chọn C

Ta có, với $x > 0$: $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot x^2}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^4}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot x^2}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{7}{3}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{6}{3}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^2} = \sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{3}{4}}$.

Câu 27: Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

A. $\frac{2}{1009}$.

B. $\frac{1}{1009}$.

C. $\frac{3}{1009}$.

D. $\frac{3}{2018^2}$.

Lời giải

Chọn A

$a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a} = a^{\frac{3}{2018}} \cdot a^{\frac{1}{2018}} = a^{\frac{4}{2018}} = a^{\frac{2}{1009}}$. Vậy số mũ của biểu thức rút gọn bằng $\frac{2}{1009}$.

$$P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$$

Câu 28: Rút gọn biểu thức với $a > 0$.

A. $P = a$.

B. $P = a^3$.

C. $P = a^4$.

D. $P = a^5$.

Lời giải

$$P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$$

$$P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$$

Câu 29: Rút gọn biểu thức với $a > 0$

A. $P = a$

B. $P = a^3$

C. $P = a^4$

D. $P = a^5$

Lời giải

Chọn D

$$P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$$

Ta có

$$P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$$

Câu 30: Cho biểu thức . Rút gọn P được kết quả:

A. a^5 .

B. a .

C. a^3 .

D. a^4 .

Lời giải

Chọn A

$$P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{5}+1+2-\sqrt{5}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$$

Ta có:

$$A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$$

Câu 31: Cho hai số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $A = a^m \cdot b^n$. Tích của m, n là

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{21}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{18}$

Lời giải

Chọn C

$$A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} \Rightarrow m = \frac{1}{3}, n = \frac{1}{3} \Rightarrow m.n = \frac{1}{9}$$

Câu 32: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m^2 - n^2 = 312$. B. $m^2 + n^2 = 543$. C. $m^2 - n^2 = -312$. D. $m^2 + n^2 = 409$.

Lời giải

$$A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{5}{7}}} = \frac{a^6}{a^{\frac{23}{7}}} = a^{\frac{19}{7}}$$

Ta có:

Mà $A = a^{\frac{m}{n}}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản
 $\Rightarrow m = 19, n = 7$
 $\Rightarrow m^2 - n^2 = 312$

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}}a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}}a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}a^{\frac{3}{4}}}$$

Câu 33: Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức

- A. $P = a(a+1)$. B. $P = a-1$. C. $P = a$. D. $P = a+1$.

Lời giải

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}}a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}}a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{-1}{4}}a^{\frac{3}{4}}} = \frac{a^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} + a^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{4}-\frac{3}{4}} + a^{\frac{-1}{4}-\frac{3}{4}}} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a$$

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$$

Câu 34: Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn

- A.** $P = ab$. **B.** $P = a + b$. **C.** $P = a^4b + ab^4$. **D.** $P = ab(a + b)$.

Lời giải

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{aa^{\frac{1}{3}}b + ab^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = \frac{ab(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = ab.$$

Câu 35: Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. K hằng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $P \in (330; 340)$. **B.** $P \in (350; 360)$. **C.** $P \in (260; 370)$. **D.** $P \in (340; 350)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = \sqrt[5]{2^3\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = 2^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{10}} \cdot 2^{\frac{1}{30}} = 2^{\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}} = 2^{\frac{11}{15}}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{11}{15} \Rightarrow \begin{cases} m=11 \\ n=15 \end{cases} \Rightarrow P = m^2 + n^2 = 11^2 + 15^2 = 346$$

$$T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Câu 36: Cho $a > 0, b > 0$, giá trị của biểu thức bằng

- A.** 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Cách 2:

$$T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Ta có

$$= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{a-b}{\sqrt{ab}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{(a-b)^2}{4ab} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{(a+b)^2}{4ab} \right]^{\frac{1}{2}} = 2 \frac{1}{a+b} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{(a+b)}{2(ab)^{\frac{1}{2}}} = 1$$

Câu 37: Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016}$

- A.** $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2016}$ **B.** $P = 1$ **C.** $P = 7 - 4\sqrt{3}$ **D.** $P = 7 + 4\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D

$$P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016} = (7 + 4\sqrt{3}) \cdot [(7 + 4\sqrt{3})(4\sqrt{3} - 7)]^{2016}$$

$$= (7 + 4\sqrt{3})(-1)^{2016} = 7 + 4\sqrt{3}.$$

Câu 38: Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2016})$

- A.** $M = 2017^{1008} - 1$ **B.** $M = -2017^{1008} - 1$ **C.** $M = 2017^{2016} - 1$ **D.** $M = 1 - 2017^{2016}$

Lời giải

Chọn B

$$f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})} = \frac{1-a}{\sqrt{a}-1} = -1 - \sqrt{a}$$

nên

$$M = f(2017^{2016}) = -1 - \sqrt{2017^{2016}} = -1 - 2017^{1008}$$

Câu 39: Giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0}$ là

- A.** -9. **B.** -10. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

$$P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0} = \frac{2^{3-1} + 5^{-3+4}}{10^{-3+2} - 1} = \frac{4+5}{10^{-1} - 1} = \frac{9}{\frac{1}{10} - 1} = -10.$$

Ta có

$$f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{a^{-2}} - \sqrt[3]{a})}{a^{\frac{1}{8}} (\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$$

- Câu 40:** Cho hàm số $f(a)$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2018})$.
- A.** $2017^{2018} + 1$. **B.** $-2017^{1009} - 1$. **C.** 2017^{1009} . **D.** $2017^{1009} + 1$.

Lời giải

Chọn B

$$f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}} \left(a^{-\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{8}} \left(a^{\frac{3}{8}} - a^{-\frac{1}{8}} \right)} = \frac{1 - a}{a^{\frac{1}{2}} - 1} = -1 - a^{\frac{1}{2}}$$

Ta có

$$\text{Do đó } M = f(2017^{2018}) = -1 - (2017^{2018})^{\frac{1}{2}} = -1 - 2017^{1009}.$$

- Câu 41:** Cho biểu thức $f(x) = \sqrt[3]{x} \sqrt[4]{x} \sqrt[12]{x^5}$. Khi đó, giá trị của $f(2,7)$ bằng
- A.** $0,027$. **B.** 27 . **C.** $2,7$. **D.** $0,27$.

Lời giải

Chọn C.

$$f(x=2,7) = \sqrt[3]{2,7} \cdot \sqrt[4]{2,7} \cdot \sqrt[12]{2,7^5} = 2,7$$

$$P = \frac{(4+2\sqrt{3})^{2018} \cdot (1-\sqrt{3})^{2017}}{(1+\sqrt{3})^{2019}}$$

Câu 42: Tính giá trị biểu thức

- A.** $P = -2^{2017}$. **B.** -1 . **C.** -2^{2019} . **D.** 2^{2018} .

Lời giải

Chọn A

$$P = \frac{(1+\sqrt{3})^{2 \cdot 2018} \cdot (1-\sqrt{3})^{2017}}{(1+\sqrt{3})^{2019}} = \frac{(1+\sqrt{3})^{4036} \cdot (1-\sqrt{3})^{2017}}{(1+\sqrt{3})^{2019}} = \frac{(1+\sqrt{3})^{2017} \cdot (1-\sqrt{3})^{2017}}{(1+\sqrt{3})^{2017}} = -2^{2017}$$

Ta có:

Câu 43: Giá trị biểu thức $(3+2\sqrt{2})^{2018} \cdot (\sqrt{2}-1)^{2019}$ bằng

- A.** $(\sqrt{2}+1)^{2019}$. **B.** $(\sqrt{2}-1)^{2017}$. **C.** $(\sqrt{2}-1)^{2019}$. **D.** $(\sqrt{2}+1)^{2017}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} (3+2\sqrt{2})^{2018} \cdot (\sqrt{2}-1)^{2019} &= \left[(\sqrt{2}+1)^2 \right]^{2018} \cdot (\sqrt{2}-1)^{2019} \\ &= (\sqrt{2}+1)^{2018} \cdot (\sqrt{2}+1)^{2018} \cdot (\sqrt{2}-1)^{2018} \cdot (\sqrt{2}-1) \\ &= (\sqrt{2}+1)^{2017} \cdot [(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)]^{2019} \\ &= (\sqrt{2}+1)^{2017} \cdot 1^{2019} \\ &= (\sqrt{2}+1)^{2017} \end{aligned}$$

Câu 44: Cho $a > 0, b > 0$ giá trị của biểu thức

$$T = 2(a+b)^{-1}(ab)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}$$

bằng

- A.** 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\begin{aligned} T &= 2(a+b)^{-1}(ab)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} = 2(a+b)^{-1}(ab)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\frac{a}{b} \\ &= 2(a+b)^{-1}(ab)^{\frac{1}{2}} + \frac{b}{4a} + \frac{1}{2}\frac{b}{a} = 2(a+b)^{-1}(ab)^{\frac{1}{2}} \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{4ab} = 2(a+b)^{-1}(ab)^{\frac{1}{2}} \frac{(a+b)}{2(ab)^{\frac{1}{2}}} = 1. \end{aligned}$$

Câu 45: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $(\sqrt{5}+2)^{-2017} < (\sqrt{5}+2)^{-2018}$ **B.** $(\sqrt{5}+2)^{2018} > (\sqrt{5}+2)^{2019}$
C. $(\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019}$ **D.** $(\sqrt{5}-2)^{2018} < (\sqrt{5}-2)^{2019}$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 0 < \sqrt{5} - 2 < 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019} \Rightarrow C \text{ đúng.}$$

$$\begin{cases} \sqrt{5} + 2 > 1 \\ -2017 > -2018 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5}+2)^{-2017} > (\sqrt{5}+2)^{-2018} \Rightarrow A \text{ sai}$$

$$\begin{cases} \sqrt{5} + 2 > 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5}+2)^{2018} < (\sqrt{5}+2)^{2019} \Rightarrow B \text{ sai}$$

$$\begin{cases} 0 < \sqrt{5} - 2 < 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019} \Rightarrow D \text{ sai.}$$

Câu 46: So sánh ba số: $(0,2)^{0,3}$, $(0,7)^{3,2}$ và $\sqrt{3}^{0,3}$.

- A. $(0,7)^{3,2} < (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,3}$.
 B. $(0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2} < \sqrt{3}^{0,3}$.
 C. $\sqrt{3}^{0,3} < (0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2}$.
 D. $(0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,3} < (0,7)^{3,2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $0,2 < \sqrt{3} \Rightarrow (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,3}$ nên loại đáp án

Câu 47: Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$, $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó khẳng định nào đúng?

- A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. B. $0 < a < 1, b > 1$. C. $a > 1, 0 < b < 1$. D. $a > 1, b > 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln a > \frac{1}{3} \ln a \Leftrightarrow \frac{1}{6} \ln a > 0 \Leftrightarrow a > 1$$

$$b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \ln b > \frac{3}{4} \ln b \Leftrightarrow 0 > \frac{1}{12} \ln b \Leftrightarrow 0 < b < 1$$

Lưu ý: Ta có thể sử dụng máy tính Casio để thử các đáp án bằng cách cho a, b các giá trị cụ thể.

Câu 48: So sánh ba số $a = 1000^{1001}$, $b = 2^{2^{64}}$ và $c = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 1000^{1000}$?

- A. $c < a < b$. B. $b < a < c$. C. $c < b < a$. D. $a < c < b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $1^1 < 1000^{1000}$; $2^2 < 1000^{1000}$... $999^{999} < 1000^{1000}$

$$\Rightarrow c = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 1000^{1000} < 1000 \cdot 1000^{1000} \Leftrightarrow c < a$$

Mặt khác: $2^{10} > 1000$

$$\Rightarrow 2^{64} \cdot \ln 2 = \frac{2^4}{10} \cdot (2^{10})^6 \cdot \ln 2^{10} > 1000^6 \cdot \ln 1000 > 1001 \cdot \ln 1000 \Rightarrow 2^{2^{64}} > 1000^{1001} \Leftrightarrow a < b$$

Vậy $c < a < b$.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

a) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$

b) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$

c) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$

d) $A - B = 1$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có: $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}} = (3^2 \cdot 3^3)^{\frac{2}{5}} = (3^5)^{\frac{2}{5}} = 3^2 = 9$

Ta có: $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$

Câu 2: Cho biểu thức $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5}$, khi đó:

a) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} = 5^2$

b) $\left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = (0,2)^{-3}$

c) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^m + 5^n$ với m, n là các số tự nhiên chẵn

d) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = K$ với K chia hết cho 4

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Ta có: $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{-3} + \left[(0,2)^{\frac{3}{5}}\right]^{-5} = 5^2 + (0,2)^{-3} = 5^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^2 + 5^3 = 150$

Câu 3: Cho biểu thức $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$, khi đó

a) $81^{-0,75} = (3^4)^{-\frac{3}{4}}$

b) $\left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} = (5^{-4})^{\frac{1}{4}}$

$$c) 81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = 3^m + 5 - 2^n, \text{ với } m+n=0$$

$$d) 81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = -\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}^*) \text{ và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, khi đó } a-b=52$$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

$$\text{Ta có: } 81^{-0,75} + \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}} = (3^4)^{-\frac{3}{4}} + (5^{-4})^{-\frac{1}{4}} - (2^{-5})^{-\frac{3}{5}} = 3^{-3} + 5 - 2^3 = -\frac{80}{27}.$$

Câu 4: Cho biểu thức $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}}$

$$a) \sqrt[4]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{8}}$$

$$b) \sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản} \right), \text{ khi đó: } a+b=41$$

$$c) \sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản} \right), \text{ khi đó: } a+b=6$$

$$d) \sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = 5^{\frac{a}{b}} \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản} \right), \text{ khi đó: } a+b=12$$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \left(5^{\frac{1}{8}} : 5^{\frac{1}{10}} \right)^{10}} \\ & = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \left(5^{\frac{1}{40}} \right)^{10}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{5^{\frac{3}{4}}} = 5^{\frac{3}{8}}. \end{aligned}$$

Câu 5: Cho biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5}$

$$a) \sqrt[3]{\frac{2}{5}} - \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$$

$$b) \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}, \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản} \right), \text{ khi đó: } a+b=24$$

$$c) \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}, \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản} \right), \text{ khi đó: } a+b=88$$

d) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 151$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có: $\sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \frac{2}{5} = \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{5} = \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[7]{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{3}}} \cdot \frac{2}{5}$
 $= \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{21}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{25}{63}} \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{88}{63}}$.

Câu 6: Cho biểu thức $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} = 2^{\frac{a}{b}}$ và $\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3} = 3^{\frac{m}{n}}$ trong đó ($\frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ là các phân số tối giản), khi đó:

- a) $a + b = 13$
- b) $m - n = 3$
- c) $\frac{a}{b} + \frac{m}{n} = \frac{11}{20}$
- d) $\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{1}{20}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có: $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{\frac{3}{10}}$.

Ta có: $\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[3]{3^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[6]{3} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[6]{3^{\frac{3}{2}}} = 3^{\frac{1}{4}}$.

Câu 7: Cho các biểu thức $A = (a^2)^{3+2\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}}$ với $a > 0$ và $B = \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}$ với $x > 0$. Khi đó:

- a) Với $a = 2$ thì $A < 57$
- b) Với $x = 2$ thì $B > 2$
- c) Khi $x = a$ thì $A \cdot B = a^{\frac{39+26\sqrt{2}}{24}}$
- d) Khi $x = a$ thì $A : B = a^{\frac{72+48\sqrt{2}}{13}}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Ta có: $A = a^{6+4\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} \cdot a^{-4-\sqrt{2}} = a^{6+4\sqrt{2}+1-\sqrt{2}-4-\sqrt{2}} = a^{3+2\sqrt{2}}$.

Ta có:
$$P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot x^2}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^4}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{7}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}.$$

Câu 8: Cho biểu thức
$$A = \left(\frac{a^{\sqrt{5}}}{b^{\sqrt{5}-2}} \right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{a^{-2-\sqrt{5}}}{b^{-1}}$$
 với $a, b > 0$. Vậy:

a) Sau khi rút gọn, thì biểu thức A chỉ chứa biến b

b) Với $a=2, b=1+5\sqrt{2}$ thì $A = \frac{113}{3}$

c) Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m+n = 3+\sqrt{5}$

d) Khi $A = a^m \cdot b^n$ thì $m-n = 2+\sqrt{5}$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

$$A = \frac{(a^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}+2}}{(b^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}} \cdot \frac{b}{a^{2+\sqrt{5}}} = \frac{a^{5+2\sqrt{5}} \cdot b}{b \cdot a^{2+\sqrt{5}}} = a^{3+\sqrt{5}}$$

Ta có:

$$B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$$

Câu 9: Cho biểu thức với $a > 0$.

a) Sau khi rút gọn, thì biểu thức $B = k + a^m, (k, m > 0)$

b) Với $a=4+\sqrt{5}$ thì $B=6+3\sqrt{5}$

c) Với $a=3+\sqrt{5}$ thì $B=4+\sqrt{5}$

d) Với $a=a+1$ thì $B=3+2a$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

$$B = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{7}{12}} (1 - a)} = \frac{a^{\frac{5}{6}} (1 + a)}{a^{\frac{5}{6}}} = 1 + a$$

Ta có:

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$$

Câu 10: Cho biểu thức với $a, b > 0$. Vậy:

a) $P = a + 2b$

b) Với $a=\sqrt{5}, b=\sqrt{3}$ thì $P=\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

c) $P = k$ (k là hằng số)

d) Với $a = \sqrt{22}, b = 4$ thì $P = 0$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

$$P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab} = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}}$$

Ta có:

$$= \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - (ab)^{\frac{1}{3}} = 0.$$

Câu 11: Cho biểu thức $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ với $x \geq 0$. Vậy:

a) Khi $x = 2$ thì $Q = 7$

b) Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$

c) Phương trình $Q = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt

d) Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Ta có: $Q = (\sqrt{x} + 1 - \sqrt[4]{x})(\sqrt{x} + 1 + \sqrt[4]{x})(x - \sqrt{x} + 1)$

$$= \left[(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt[4]{x})^2 \right] (x + 1 - \sqrt{x}) = [(x + 2\sqrt{x} + 1) - \sqrt{x}](x + 1 - \sqrt{x})$$

$$= (x + 1 + \sqrt{x})(x + 1 - \sqrt{x}) = (x + 1)^2 - (\sqrt{x})^2 = x^2 + x + 1$$

$$A = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}}, B = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$$

Câu 12: Cho các biểu thức

a) $A = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$

b) $B = 2^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 31$

c) $A - B\sqrt{5} = \sqrt{5}$

d) $A.B = 2^{\frac{m}{n}}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản), khi đó: $m + n = 29$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Ta có: $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = \sqrt{2 \sqrt[3]{2 \cdot 2^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{2 \cdot 2^{\frac{5}{12}}} = 2^{\frac{17}{24}}$ và $\sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}} = 2^{\frac{5}{24}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{17}{24}}$.

Vì vậy $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$

Câu 13: Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}; B = -\sqrt[4]{b}$; với $a > 0, b > 0, a \neq b$. Vậy:

- a) Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b
- b) Biểu thức luôn $A > 0$
- c) $A = B + \sqrt{a}$
- d) $A - \sqrt{b} < B$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Ta có:
$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$$
$$= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b}$$

Câu 14: Cho biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$. Vậy:

- a) Cho $3^x = 2$. Thì $A = 37$
- b) Cho $3^x = 1$. Thì $A = 10$
- c) Cho $3^x = 3$. Thì $A = 80$
- d) Cho $3^x = 4$. Thì $A = 144$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Ta có:
$$A = \left(3 \cdot \frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9 \cdot 9^x = 1 + 9(3^x)^2$$

Câu 15: Cho biểu thức $A = (\sqrt{2} - 1)^{2x} + (3 + 2\sqrt{2})^x$. Vậy:

- a) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$
- b) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 1$. Thì $A = 2$
- c) Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$

d) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 4$. Thì $A = \frac{257}{16}$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Ta có: $\sqrt{2} - 1 = \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$;

$$3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } A &= \left[(\sqrt{2} + 1)^{-1} \right]^{2x} + \left[(\sqrt{2} + 1)^2 \right]^x = (\sqrt{2} + 1)^{-2x} + (\sqrt{2} + 1)^{2x} \\ &= \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^{-2} + \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^2 \end{aligned}$$

Câu 16: Cho $a > 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{\frac{5}{6}}$.

b) $\sqrt[7]{a^5} = a^{\frac{7}{5}}$.

c) $(a^2)^4 = a^6$.

d) $\sqrt{a}\sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{a}$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai

Xét các đáp án:

$$\sqrt{a}\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{6}} \quad \text{và} \quad \sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}} \quad \text{nên đáp án A sai.}$$

$$\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}} = a^{\frac{5}{6}} \quad \text{nên đáp án B đúng.}$$

$$(a^2)^4 = a^{2 \cdot 4} = a^8 \neq a^6 \quad \text{nên đáp án C sai.}$$

$$\sqrt[7]{a^5} = a^{\frac{5}{7}} \neq a^{\frac{7}{5}} \quad \text{nên đáp án D sai. (Chú ý: học sinh khi làm bài sẽ kiểm tra đến đáp án B đúng thì dừng lại).}$$

Câu 17: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nếu $a > 1$ thì $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$.

b) Nếu $a > 1$ thì $a^x \leq a^y$ khi và chỉ khi $x \leq y$

c) Nếu $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$.

d) Nếu $0 < a \neq 1$ thì $a^x = a^y$ khi và chỉ khi $x = y$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Theo tính chất của lũy thừa với số mũ thực, khi $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x < y$

Câu 18: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(2 - \sqrt{2})^3 < (2 - \sqrt{2})^4$.

b) $(\sqrt{11} - \sqrt{2})^6 > (\sqrt{11} - \sqrt{2})^7$.

c) $(4 - \sqrt{2})^3 < (4 - \sqrt{2})^4$.

d) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^4 < (\sqrt{3} - \sqrt{2})^5$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

Dùng máy tính kiểm tra kết quả.

Câu 19: Cho $a + b = c$ với $a > 0, b > 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $a^m + b^m < c^m$ nếu $m > 1$

b) $a^m + b^m > c^m$ nếu $0 < m < 1$

c) $a^m < c^m$ nếu $m > 1$

d) $a^m > c^m$ nếu $0 < m < 1$

Hướng dẫn giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Các mệnh đề đúng là a, b, c

$$a^m + b^m < c^m \Leftrightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^m + \left(\frac{b}{c}\right)^m < 1$$

Do $a + b = c$ và $a, b > 0$ nên $0 < \frac{a}{c} < 1; 0 < \frac{b}{c} < 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{a}{c}\right)^m < \frac{a}{c} \\ \left(\frac{b}{c}\right)^m < \frac{b}{c} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^m + \left(\frac{b}{c}\right)^m < \frac{a+b}{c} = 1 \quad (m > 1) \Rightarrow$$

Mệnh đề (a) đúng.

Chứng minh tương tự cho mệnh đề (b)

Mệnh đề (c) hiển nhiên đúng.

Câu 20: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m ,

$n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $m^2 - n^2 = -312$.

b) $m^2 - n^2 = 312$.

c) $m^2 + n^2 = 543$.

d) $m^2 + n^2 = 409$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

Ta có: $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{5}{7}}} = a^{\frac{19}{7}}$.

Suy ra $m = 19, n = 7 \Rightarrow m^2 - n^2 = 312$.

Câu 21: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

b) $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

c) $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$.

d) $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a đúng vì $2 > 1$ và $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{3}$ nên $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

b đúng vì $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) < 1$ và $2019 > 2018$ nên $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

c đúng vì $(\sqrt{2} - 1) < 1$ và $2017 < 2018$ nên $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$.

d sai vì $\sqrt{3} - 1 < 1$ và $2017 < 2018$ nên $(\sqrt{3} - 1)^{2018} < (\sqrt{3} - 1)^{2017}$.

Câu 22: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$.

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$.

c) $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$.

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

Ta có:

$$\left(\frac{3}{7}\right) < \left(\frac{5}{8}\right) \Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}} \quad (\text{vì } \sqrt{3} > 0). \text{ Phương án a Sai.}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi} \quad (\text{vì } -\pi < 0). \text{ Phương án b Đúng.}$$

$$3 < 5 \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > 5^{-\sqrt{2}} \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}} \quad (\text{vì } -\sqrt{2} < 0). \text{ Phương án c Sai.}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100} \Rightarrow (2^{-2})^{-50} < (2)^{100} \Rightarrow 2^{100} < 2^{100} \quad (\text{Mệnh đề sai}). \text{ Phương án d Sai.}$$

•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $8\%/ \text{ năm}$. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Số tiền người đó nhận

sau n năm sẽ được tính theo công thức $T_n = 100(1+r)^n$ (triệu đồng), trong đó $r(\%)$ là lãi suất và n là số năm gửi tiền.

Hỏi số tiền lãi thu được của người đó sau 10 năm là bao nhiêu?

(Các kết quả trong bài được tính chính xác đến hàng phần trăm)

Trả lời: $115,89$ (triệu đồng).

Lời giải

$$T_{10} = 100 \left(1 + \frac{8}{100} \right)^{10} \approx 215,89$$

Số tiền người đó nhận sau 10 năm là: (triệu đồng).

Số tiền lãi sau 10 năm gửi tiền xấp xỉ là: $215,89 - 100 = 115,89$ (triệu đồng).

Câu 2: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là bao nhiêu?

Trả lời: $486661,161(m^3)$

Lời giải

Nếu trữ lượng gỗ của khu rừng ban đầu là A thì sau năm thứ nhất, lượng gỗ có được là $A + Ar = A(1+r)$ với r là tốc độ tăng trưởng mỗi năm.

Sau năm thứ hai, lượng gỗ có được là $A(1+r) + A(1+r) \cdot r = A(1+r)^2$.

Theo phương pháp quy nạp, ta chứng minh được công thức tính lượng gỗ trong khu rừng là $T_n = A(1+r)^n$ với A là lượng gỗ ban đầu, r là tốc độ tăng trưởng mỗi năm và n là số năm tăng trưởng của rừng.

Vậy sau 5 năm, lượng gỗ trong khu rừng là:

$$T_5 = 4 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{4}{100} \right)^5 = 486661,161(m^3)$$

$$B = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$$

Câu 3: Rút gọn biểu thức sau: với $a > 0$.

Trả lời: a

Lời giải

$$B = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a + 1)}{a + 1} = a$$

Ta có:

Câu 4: Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \left[\frac{\sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} \right] (\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})^{-1} + \sqrt[6]{a},$$

$a > 0, b > 0, a \neq b$
với

Trả lời: $\sqrt[6]{b}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left[\frac{\sqrt[3]{a^2b} - \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} - \frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}} \right] (\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})^{-1} + \sqrt[6]{a} \\ &= \left[\frac{\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2} - \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})} \right] (\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})^{-1} + \sqrt[6]{a} \\ &= \left[\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \right] \frac{1}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} + \sqrt[6]{a} \\ &= -\frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \frac{1}{(\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})} + \sqrt[6]{a} \\ &= \frac{\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} + \sqrt[6]{a} = \sqrt[6]{b} - \sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{a} = \sqrt[6]{b} \end{aligned}$$

Câu 5: Rút gọn biểu thức $T = \left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}\right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2$ với $a > 0, b > 0$.

Trả lời: $\frac{1}{a}$

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} T &= \left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}\right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(1 - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 : (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \\ &= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a})^2} \cdot \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

Câu 6: Cho $P = \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2 y^4}}$ và $Q = 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2}\right)^3}$ với x, y là các số thực khác 0. So sánh P và Q

Trả lời: $P < Q$

Lời giải

Ta có $x^2, y^2, \sqrt[3]{x^4 y^2}, \sqrt[3]{x^2 y^4}$ là những số thực dương với mọi $x, y \neq 0$.

$$\begin{aligned} Q &= 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2}\right)^3} = 2\sqrt{x^2 + 3\sqrt[3]{x^4 y^2} + 3\sqrt[3]{x^2 y^4} + y^2} \\ &= \sqrt{x^2 + 3\sqrt[3]{x^4 y^2} + 3\sqrt[3]{x^2 y^4} + y^2} + \sqrt{x^2 + 3\sqrt[3]{x^4 y^2} + 3\sqrt[3]{x^2 y^4} + y^2} \\ &> \sqrt{x^2 + 3\sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{3\sqrt[3]{x^2 y^4} + y^2} > \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{\sqrt[3]{x^2 y^4} + y^2} = P. \end{aligned}$$

Vậy với điều kiện trên của x, y thì $P < Q$.

Câu 7: Tính $P = \left(\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{xy^2} + \frac{1}{x^2 y}} + \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{xy^2} - \frac{1}{x^2 y}}\right) \frac{x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{1}{2}}}{x + y} - \frac{2y}{x - y}$ khi $x = 2024, y = 2023$

Trả lời: 2

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y} \right) \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} \\
 &= \left[\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} \right)} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}} \right)} \right] \frac{xx^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} \\
 &= \left[\frac{\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} \right)^2}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}(x-y)} \right] \frac{xx^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} \\
 &= \frac{2(x+y)}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}(x-y)} \frac{xx^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x+y} - \frac{2y}{x-y} = \frac{2x}{x-y} - \frac{2y}{x-y} \\
 &= \frac{2(x-y)}{x-y} = 2 \\
 &\quad \text{(không phụ thuộc vào } x, y \text{)}
 \end{aligned}$$

Câu 8: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 10 phút thì số lượng vi khuẩn A là bao nhiêu?

Trả lời: $80 \cdot 10^6$ (con)

Lời giải

Sau 3 phút, số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con nên $s(3) = s(0) \cdot 2^3$
 $\Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{2^3} = \frac{625000}{8} = 78125$
 (tức là ban đầu có 78125 con vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm).

Sau 10 phút, số lượng vi khuẩn là: $s(10) = 78125 \cdot 2^{10} = 80 \cdot 10^6$ (con).

Câu 9: Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0}$.

Trả lời: - 10

Lời giải

$$P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0} = \frac{2^2 + 5}{10^{-1} - 1} = -10$$

Ta có

Câu 10: Tính giá trị của biểu thức $P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025}$.

Trả lời: $5 - 2\sqrt{6}$

Lời giải

$$(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) = 25 - 24 = 1$$

Ta có:

Do đó:

$$P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025} = [(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})]^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6}) = 5 - 2\sqrt{6}$$

Câu 11: Rút gọn biểu thức sau: $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} \quad (a > 0, b > 0)$

Trả lời: $-\sqrt[4]{b}$

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{a} \sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} \\ &= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b} \end{aligned}$$

$$Q = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2 \cdot \sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} \quad (a > 0)$$

Câu 12: Rút gọn biểu thức sau:

Trả lời: a^5

Lời giải

$$\begin{cases} a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}} = a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}} = a^3 \\ (a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2} = a^{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)} = a^{-2} \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$$

Ta có:

$$K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} \right)^{-1} \quad (x > 0, y > 0)$$

Câu 13: Rút gọn biểu thức sau:

Trả lời: x .

Lời giải

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$$

Rút gọn

$$\left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} \right)^{-1} = \left[\left(\sqrt{\frac{y}{x}} - 1 \right)^2 \right]^{-1} = \left(\frac{\sqrt{y} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} \right)^2$$

$$K = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} \right)^2 = x.$$

Vậy

Câu 14: Biết $4^x + 4^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Trả lời: $P = 5$

Lời giải

$$P = 2^x + 2^{-x} \Rightarrow P > 0$$

Đặt

$$P^2 = (2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 4^{-x} + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 23 + 2 = 25$$

Ta có

$$\text{Do đó } P = 5.$$

Câu 15: Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8% / năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Trả lời: $115,892$ triệu đồng.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bà Hạnh thu

về là: $A(1+r)^n = 100(1+0,08)^{10} \approx 215,892$ triệu đồng.

Suy ra số tiền lãi bà Hạnh thu về sau 10 năm là $215,892 - 100 = 115,892$ triệu đồng.

Câu 16: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Trả lời: 7 phút.

Lời giải

$$s(3) = s(0) \cdot 2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{8} = 78,125$$

Ta có: nghìn con.

Do đó $s(t) = 10$ triệu con $= 10000$ nghìn con khi:

$$10000 = s(0) \cdot 2^t \Rightarrow 2^t = \frac{10000}{78,125} = 128 = 2^7 \Rightarrow t = 7 \text{ phút.}$$

Câu 17: Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdots f(2025) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m - n^2$.

Trả lời: - 1

Lời giải

$$g(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1+x)^2}}$$

Đặt

Với $x > 0$ ta có:

$$\begin{aligned} g(x) &= \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1+x)^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + (x+1)^2 + x^2 \cdot (x+1)^2}}{x(x+1)} = \frac{\sqrt{(x^2 + x + 1)^2}}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

$$g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(2025)$$

Suy ra

$$= \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026}\right) = 2026 - \frac{1}{2026}$$

$$f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(2025) = e^{g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(2025)} = e^{2026 - \frac{1}{2026}} = e^{\frac{2026^2 - 1}{2026}} = e^{\frac{m}{n}}$$

Khi đó

$$m = 2026^2 - 1, n = 2026$$

Do đó

$$m - n^2 = 2026^2 - 1 - 2026^2 = -1$$

Vậy

Câu 18: Biết $10^\alpha = 3; 10^\beta = 7$. Tính $A = \frac{100^\alpha \cdot 0,001^\beta}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}}$.

Trả lời: $\frac{27}{16807}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{(10^2)^\alpha \cdot (10^{-3})^\beta}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}} = \frac{10^{2\alpha} \cdot 10^{-3\beta}}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}} = 10^{2\alpha - (-\alpha)} \cdot 10^{-3\beta - 2\beta} \\ &= 10^{3\alpha} \cdot 10^{-5\beta} = (10^\alpha)^3 \cdot (10^\beta)^{-5} = 3^3 \cdot 7^{-5} = \frac{3^3}{7^5} = \frac{27}{16807}. \end{aligned}$$

Câu 19: Biết $9^\alpha = \frac{1}{2}$. Tính $B = (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 - (81^\alpha + 81^{-\alpha})$.

Trả lời: $\frac{33}{4}$

Lời giải

$$\begin{aligned}
B &= (3^\alpha)^2 + 2 \cdot 3^\alpha \cdot 3^{-\alpha} + (3^{-\alpha})^2 - (9^2)^\alpha + (9^2)^{-\alpha} \\
&= 3^{2\alpha} + 2 \cdot 3^{\alpha+(-\alpha)} + (3^2)^{-\alpha} - (9^\alpha)^2 + (9^{-\alpha})^2 \\
&= 9^\alpha + 2 \cdot 3^0 + 9^{-\alpha} - (9^\alpha)^2 + (9^{-\alpha})^2 = \frac{1}{2} + 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{33}{4}
\end{aligned}$$

Câu 20: Công ty FTK về mua bán xe ô tô đã qua sử dụng, sau khi khảo sát thị trường 6 tháng đã đưa ra công thức chung về giá trị còn lại của ô tô 4 chỗ kể từ khi đưa vào sử dụng (các loại xe 4 chỗ không sử dụng mục đích kinh doanh)

$P(t) = A \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{4}}$ được tính. Trong đó A là giá tiền ban đầu mua xe, t là số năm kể từ khi đưa vào sử dụng.

Tính giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng. Biết giá trị mua xe ban đầu là 920 triệu.

Trả lời: 768.601.304

Lời giải

Ta có: $A = 920$ triệu; $t = 2,5$ năm

Vậy giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng là:

$$P(2,5) = 920 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2,5}{4}} = 768.601.304$$

Câu 21: Số lượng vi khuẩn V trong phòng thí nghiệm tính theo công thức $s(t) = s_0 \cdot 2^t$ trong đó s_0 là số lượng vi khuẩn V lúc đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có trong t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 9 phút thì số lượng vi khuẩn V bao nhiêu?

Trả lời: $4 \cdot 10^7$ (con)

Lời giải

Vì sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con nên: $625000 = s_0 \cdot 2^3$

Số lượng vi khuẩn V sau 9 phút là:

$$s(t) = \frac{625000}{2^3} \cdot 2^9 = 625000 \cdot 2^6 = 4 \cdot 10^7$$

(con)

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>