**ÔN TẬP CHƯƠNG I HÌNH 8**

**Bài 34:** Cho hình bình hành . Hai đường chéo  và  cắt nhau tại . Đường thẳng  đi qua  cắt  và  lần lượt tại  và . đường thẳng  đi qua  cắt cạnh  và lần lượt tại và  Biết .

a) Chứng minh là hình bình hành.

b) Chứng minh  là hình thoi.

**Lời giải**

a) Chứng minh  là hình bình hành.

Ta có là hình bình hành (gt); m



(Tính chất đường chéo của hình bình hành)

Xét  và  có: n

( 2 góc đối đỉnh)

(chứng minh trên)

(hai góc so le trong)

(g-c-g)

 ( cặp cạnh tương ứng)

Xét  và  có: ( 2 góc đối đỉnh)

(chứng minh trên)

(hai góc so le trong)

(g-c-g)

 ( cặp cạnh tương ứng)

Xét tứ giác  có:  là hình bình hành.

b) Chứng minh  là hình thoi.

Theo phần a, ta có  là hình bình hành

Lại có:  tại O hay  tại   là hình thoi (dấu hiệu nhận biết hình thoi)

**Bài 35:** Cho hình vuông . Hai đường thẳng và  vuông góc với nhau ở tâm  của hình vuông. Đường thẳng cắt lần lượt ở  và  đường thẳng  cắt  và  ở  và 

a) Chứng minh .

b) Chứng minh .

c) Tứ giác  là hình vuông.

****

**Lời giải**

a) Chứng minh .

Ta có là hình vuông

 tại ;  là tia phân giác của

;  là tia phân giác của ;



; 

Lại có: 



Xét  và  có:

( 2 góc cùng phụ với )

(chứng minh trên)

(chứng minh trên)

(g-c-g)

b) Chứng minh .

Theo phần a, ta có  (cặp cạnh tương ứng) (1) Sửa lại dấu suy ra cho đúng và gõ trên mathtype thầy cô nhé, rà soát lại phía sau còn nhiều lỗi tương tự

Xét  và  có:

( 2 góc so le trong)

(Chứng minh trên)

(2 góc đối đỉnh)

(g-c-g)

 (cặp cạnh tương ứng) (2)

Xét  và  có:

( 2 góc so le trong)

(chứng minh trên)

(2 góc đối đỉnh)

(g-c-g)

 (cặp cạnh tương ứng) (3)

Từ (1); (2); (3) suy ra 

c) Tứ giác  là hình vuông.

Xét tứ giác  có  =>  là hình chữ nhật (dấu hiệu nhận biết)

Mặt khác có  tại =>  tại  => là hình vuông.

**Bài 36:** Cho hình vuông . Trên cạnh  lấy điểm . Từ  dựng đường thẳng vuông góc với  tại , đường thẳng này cắt đường thẳng  tại .

a) Chứng minh .

b) Từ  dựng đường thẳng song song với và từ  dựng đường thẳng song son với , hai đường thẳng này cắt nhau tại . Chứng minh đồng quy.

**Lời giải**

a) Chứng minh .

Ta có:



Xét  và  có:



(cạnh hình vuông )

(chứng minh trên)

(g-c-g)

 (cặp cạnh tương ứng)

b) Chứng minh đồng quy.

Xét tứ giác có (gt)

là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

Mà  (gt) là hình chữ nhật

Lại có: (chứng minh phần a)

 là hình vuông (dấu hiệu nhận biết)

Gọi là giao điểm của hai đường chéo và của hình vuông 

* là trung điểm của  (tính chất hình vuông)

là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền  của tam giác vuông 



Lại có =>  => thuộc đường trung trực của 

Mà  là đường trung trực của  => 

Vậy đồng quy

**Bài 37:** Cho hình vuông . Vẽ . Tia cắt  ở , cắt đường thẳng  tại .

a) Chứng minh  vuông cân.

 b) Vẽ hình bình hành  có  là giao điểm của và . Chứng minh  thẳng hàng.

c) Chứng minh .

**Lời giải**

a) Chứng minh  vuông cân.

Xét  và  có:



(cạnh hình vuông ABCD)

(cùng phụ với )

(g-c-g)

 (cặp cạnh tương ứng)

Xét  có  => cân tại 

Lại có  tại  => 

*  vuông cân tại 

b) Chứng minh thẳng hàng.

Từ  kẻ ; ;

Mà (ABCD là hình vuông)

là hình chữ nhật (1)

Ta có là hình bình hành (gt)

Lại có (chứng minh trên) =>  là hình thoi

Mặt khác  (chứng minh trên) =>  là hình vuông => (tính chất hình vuông)

Xét  và  có:





(cùng phụ với )

(cạnh huyền - góc nhọn)

 (cặp cạnh tương ứng) (2)

Từ (1) và (2) => là hình vuông =>  là phân giác của 

Hay  là phân giác của =>  trùng với  hay thẳng hàng.

c) Chứng minh .

Từ F kẻ  có 

là hình chữ nhật (3) => 

 (cùng phụ với )

Xét  và  có:



(cạnh của hình vuông)

(chứng minh trên)

(cạnh huyền - góc nhọn)

 (cặp cạnh tương ứng) (4)

Từ (3); (4) suy ra là hình vuông =>  là phân giác của 

 (tính chất đường chéo của hình vuông)

Lại có  là đường chéo của hình vuông 



 Hay .



**Bài 38:** Cho hình vuông . Trên tia đối của tia lấy điểm , Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Vẽ hình bình hành . Gọi  là trung điểm của . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác  là hình vuông.

b)  thuộc tia phân giác góc .

c) .

d) Tứ giác  là hình thang.

**Lời giải**

a) Tứ giác  là hình vuông.

Xét  và  có:



(cạnh của hình vuông)

(gt)

(c-g-c)

 (cặp cạnh tương ứng)

và  (cặp góc tương ứng)

Theo giả thiết: là hình bình hành

Lại có 

là hình thoi (dấu hiệu nhận biết) (1)

Lại có:





Từ (1) và (2) suy ra  là hình vuông.(dấu hiệu nhận biết)

b)  thuộc tia phân giác góc .

Kẻ  tại  và 

 là hình chữ nhật (3)



Lại có 

 (cùng phụ với )

Xét  và  có:



(cạnh của hình vuông)



(cạnh huyền - góc nhọn)

 (cặp cạnh tương ứng) (4)

Từ (3) và (4) suy ra  là hình vuông

 là tia phân giác của . Vậy  thuộc tia phân giác góc .

c) .

Theo phần b,  là tia phân giác của 

(Tính chất đường chéo của hình vuông)

Lại có  là tia phân giác của  =>  (Tính chất đường chéo của hình vuông)

Ta có: 



d, Tứ giác  là hình thang.

Xét vuông tại  (), có là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền 



Mà  ( là trung điểm của )



*  thuộc đường trung trực của . Mà  là đường trung trực của   thuộc BD => thẳng hàng

Ta có là tia phân giác của => (Tính chất đường chéo của hình vuông)



Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị =>  hay 

Xét tứ giác  có  => Tứ giác  là hình thang.



**Bài 39:** Cho hình vuông , Kéo dài  lấy điểm , Kéo dài  lấy điểm  sao cho .

a) Chứng minh .

b)  là tam giác gì? Vì sao?

c) Kẻ tia và tia .  cắt  tại . Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

**Lời giải**

a) Chứng minh .

Xét  và có:

 (2 cạnh của hình vuông)





*  (c-g -c) Không sử dụng dấu mũi tên này

b)  là tam giác gì? Vì sao?

Theo phần a,  =>  (cặp góc tương ứng)

và (cặp cạnh tương ứng)

Xét tam giác  có =>  cân tại  (1)

Lại có: 

*  (2)

Từ (1); (2) suy ra  vuông cân tại 

c) Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

Theo giả thiết ; cắt  tại 



Xét tứ giác có  => là hình bình hành

Lại có: => là hình thoi.

Mặt khác => là hình vuông

**Bài 40:** Cho hình vuông . Trên tia đối của các tia lần lượt lấy các điểm . sao cho . Chứng minh:

a, .

**** b, .

c, Tứ giác  là hình vuông.

**Lời giải**

a) .

là hình vuông => 

Theo giả thiết 

* 
* 

Xét  và  có:





(chứng minh trên)

(c-g-c)

Chứng minh tương tự ta có : (c-g-c)

(c-g-c)

Từ đó suy ra: 

b) .

Theo phần a, =>  (cặp góc tương ứng)

Lại có: (Tổng 2 góc nhọn trong tam giác vuông)

* 
* 

c) Tứ giác  là hình vuông.

Theo phần a,  (cặp cạnh tương ứng)

(cặp cạnh tương ứng)

 (cặp cạnh tương ứng)

*  =>  là hình thoi
* Lại có:  (chứng minh phần b) =>  là hình vuông.

**Bài 41:** Cho hình vuông . Từ điểm  thuộc cạnh  vẽ đường thẳng cắt  ở sao cho . Kẻ  ở . Chứng minh:

a)  và .

b) .

c) .

**Lời giải**

a)  và .

Xét  và  có:



chung

 (gt)

(cạnh huyền - góc nhọn)

 (cặp cạnh tương ứng)

Mà (2 cạnh của hình vuông)

* 

b) .

Xét  và  có:



chung

(chứng minh trên)

* (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

c) .

Theo phần a,  (cặp góc tương ứng)

Theo phần b, (cặp góc tương ứng)

Mà 



**Bài 42:** Cho hình vuông .  là điểm tùy ý trên cạnh . Tia phân giác của  cắt  tại . Kẻ  tại  và tia  cắt  tại . Chứng minh:

a) .

b) .

**** c) .

**Lời giải**

a) .

Xét  và  có:



chung

(là tia phân giác của )

(cạnh huyền - góc nhọn)

b) .

Theo phần a, (cặp cạnh tương ứng)

Mà (2 cạnh của hình vuông )

* 

Xét  và  có:

(chứng minh trên)

chung



(cạnh huyền - cạnh góc vuông)

c) .

Theo phần b, (cặp góc tương ứng)

Mà 



**Bài 43**: Cho hình vuông . Trong hình vuông vẽ  đều. Bên ngoài hình vuông vẽ  đều.

a, Tính các góc của .

b, Chứng minh  vuông cân.

c, Chứng minh thẳng hàng.

**Lời giải**

a) Tính các góc của .

Ta có  đều => 

Mà 

* 

Ta có: (cùng = )

* cân tại 
* 

Trong có (tổng 3 góc trong )



Vậy trong có ; 

b) Chứng minh  vuông cân.

Ta có: 

* 

Vì  đều (gt) => 



 vuông tại 

Lại có (cùng = )

vuông cân tại 

c) Chứng minh thẳng hàng.

Theo câu b, vuông cân tại C => 

Ta có: 



*  thẳng hàng

**Bài 44:** Cho  vuông tại ,. Gọi  là trung điểm của ,  là trung điểm của .

a) Tính 

b) Vẽ tia  sao cho  cắt tại . Chứng minh rằng tứ giác là hình vuông.

c) Gọi  là giao điểm của  và . Gọi  là giao điểm của  và . Chứng minh rằng tứ giác BDCE là hình bình hành và 

**Lời giải**



a) có  là trung điểm của , là trung điểm của (giả thiết)

 là đường trung bình của 



Vậy 

b) Tứ giác  có: 

 là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

Hình bình hành có  (do  vuông tại )

là hình chữ nhật

Có  (do E là trung điểm của )



Hình chữ nhật  có 

 là hình vuông

c) Hình vuông  có cắt tại 

  là trung điểm của và 

có  là đường trung bình 

Tứ giác  có 

 là hình bình hành

 Hai đường chéo  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

Mà  là trung điểm của suy ra cũng là trung điểm của DE

có đường trung tuyến và cắt nhau tại K

 là trọng tâm 



Mà 

 hay 

**Bài 45:** Cho hình thang vuông  có  và . Có . Gọi  là điểm đối xứng của  qua .

a) Chứng minh  và tứ giác là hình vuông.

b) Gọi  là trung điểm của  và  là giao điểm của và . Chứng minh diện tích  bằng diện tích tứ giác .

c) Biết và cắt nhau tại . Gọi  là hình chiếu của  trên . Chứng minh .

**Lời giải**



a) Vì  là điểm đối xứng của  qua  nên  là trung điểm của .



Mà  (giả thiết)



Mặt khác:  (do )

  là hình bình hành

Hình bình hành  có  (giả thiết)

 là hình thoi

Hình thoi  có 

 là hình vuông

b) Có  là trung điểm của 

Có  là trung điểm của 

Mà  (do là hình vuông)



 là hình vuông









c) Có  (Do  là hình chiếu của  lên )

Ta có (c.g.c)

 (2 góc tương ứng)

Mà  (do  vuông tại )



 hay 



vuông tại I

 vuông tại  

 vuông tại 

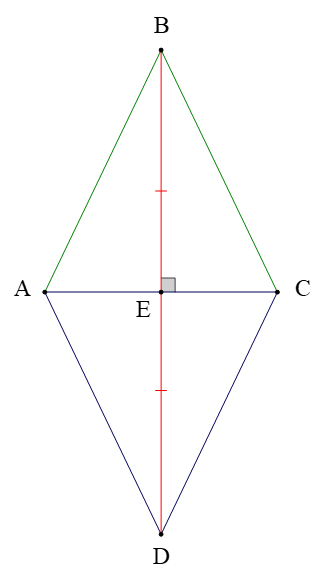


**Bài 46:** Cho  cân tại  có đường cao . Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho 

a) Chứng minh tứ giác  là hình bình hành

b) Chứng minh tứ giác  là hình thoi

**Lời giải**



a) Có  cân tại  có đường cao  (giả thiết)

đồng thời là đường trung tuyến của tam giác



Tứ giác có EA = EC (chứng minh trên),  (giả thiết)

là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

b) Hình bình hành có 2 đường chéo 

là hình thoi (dấu hiệu nhận biết)

**Bài 47:** Cho  cân tại , có đường cao .

a, Tính diện tích  biết .

b, Gọi  là trung điểm của  và  là điểm đối xứng của qua . Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.

c, Gọi  là điểm đối xứng của  qua . Chứng minh tứ giác  là hình thoi.

d, Kẻ , Gọi lần lượt là trung điểm của . Chứng minh .

**Lời giải**



a)  cân tại  có đường cao 

 đồng thời là đường trung tuyến,  là trung điểm của 



vuông tại H



b) Tứ giác  có  là trung điểm của  (giả thiết),  là trung điểm của  (do  đối xứng với  qua )

 là hình bình hành

Hình bình hành  có (do )

 là hình chữ nhật

c) Tứ giác  có  là trung điểm của  (chứng minh trên),  là trung điểm của  (do  đối xứng với  qua )

 là hình bình hành

Hình bình hành có 2 đường chéo 

 là hình thoi

d) Nối 

 có là trung điểm của ,  là trung điểm của 

là đường trung bình của 

 (1)

 có là trung điểm của ,  là trung điểm của 

là đường trung bình của 

Mà 



 có ;   là trực tâm của 

 (2)

Từ (1), (2) (quan hệ từ vuông góc đến song song)

**Bài 48:** Cho hình vuông  có  là giao của hai đường chéo. Lấy  là điểm bất kì trên đường chéo  ( khác  và ). Gọi  theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của  trên .

a, Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.

b, Chứng minh  và chứng minh .

c, Gọi  lần lượt là trung điểm của . Tính .

**Lời giải**



a) Có  (do  theo tứ tự là hình chiếu của  trên )

Tứ giác  có 

 là hình chữ nhật (dấu hiệu nhận biết)

b) Chứng minh  (c.g.c do chung, )



Mà  (do là hình chữ nhật)



 là hình chữ nhật  và 

Giả sử 

Chứng minh tứ giác là hình chữ nhật có  là đường chéo là đường phân giác

 là hình vuông



Có 

c) Gọi là trung điểm của

 là đường trung bình của 











Chứng minh  (c.g.c)



Mà 



**Bài 49:** Cho hình vuông . Qua vẽ hai đường thẳng vuông góc với nhau lần lượt cắt tại và . Cắt tại và .

a) Chứng minh  và  là các tam giác cân.

b) cắt tại . Hai điểm  lần lượt là trung điểm của và .

Chứng minh tứ giác là hình chữ nhật.

c) Chứng minh là trực tâm .

d) Chứng minh là đường trung trực của .

e) Chứng minh bốn điểm  thẳng hàng.

**Lời giải**



a) Xét  và  có:

,  (là hình vuông)

 (cùng phụ với )

 (g.c.g)



 cân tại 

Xét  và  có:

,  (là hình vuông)

 (cùng phụ với )

 (g.c.g)



 cân tại 

b)  cân tại có là đường trung tuyến (là trung điểm của )

vừa là đường cao vừa là đường phân giác của tam giác

 cân tại có là đường trung tuyến (là trung điểm của )

vừa là đường cao vừa là đường phân giác của tam giác

Có là phân giác , là phân giác của , và  kề bù



Tứ giác  có  (do ), (do ),  (do )

  là hình chữ nhật (Dấu hiệu nhận biết)

c) Có  là hình chữ nhật (chứng minh trên)



 hay 

Xét có:  tại H,  tại , 

  là trực tâm của 

d)  vuông tại  có đường trung tuyến  

 vuông tại  có đường trung tuyến  



  nằm trên đường trung trực của  (1)

 vuông tại  có đường trung tuyến  

 vuông tại  có đường trung tuyến  



nằm trên đường trung trực của  (2)

Từ (1), (2) ta có là đường trung trực của 

e) Có (do là hình vuông)

nằm trên đường trung trực của  (3)

Có (do là hình vuông)

nằm trên đường trung trực của  (4)

Từ (1), (2), (3), (4) ta có cùng nằm trên đường trung trực của 

4 điểm trên thẳng hàng.

**Bài 50:** Cho đoạn thẳng  và một điểm  thay đổi trên đoạn  ( không trùng với  và ) Vẽ các hình vuông AMCD và  thuộc cùng một nửa mặt phẳng với bờ .

a) Chứng minh  và .

b) Gọi G, I, N, K lần lượt là trung điểm của . Tứ giác  là hình gì? Vì sao?

c) Chứng minh  luôn đi qua 1 điểm cố định khi M di chuyển trên .

d) Chứng minh rằng trung điểm  của  luôn nằm trên một đường cố định khi  di chuyển trên .

**Lời giải**



a) Xét  và  có:

(do  là hình vuông)

(do  là hình vuông)

 (do ,  là hình vuông)

 (c.g.c)



Giả sử 

 và  có: (chứng minh trên), (đối đỉnh)

 (định lý tổng 3 góc trong tam giác)

Mà 

b)  có  là trung điểm của ,  là trung điểm của 

 là đường trung bình của 

 (1)

 có  là trung điểm của ,  là trung điểm của 

 là đường trung bình của 

 (2)

Từ (1), (2) ta có 

là hình bình hành

 có  là trung điểm của ,  là trung điểm của 

 là đường trung bình của 

 (3)

Từ (1), (3) ta có 

Hình bình hành có  Cho đoạn thẳng  và một điểm

là hình thoi

 có  là trung điểm của ,  là trung điểm của 

 là đường trung bình của 

 mà 



Mặt khác 

 hay 

Hình thoi có 

là hình vuông

c) 

 có 

 vuông cân tại 

cố định  cố định

Xét có  là đường trung bình ( là trung điểm của  là trung điểm của )

 (1)

Xét tứ giác có: 

là hình chữ nhật



là hình bình hành

 (2)

Từ (1) và (2) ta có (tiên đề Ơclit)

luôn đi qua 1 điểm cố định khi di chuyển trên 

d)  là hình chữ nhật

 là trung điểm của nên  là trung điểm của 

Từ Q kẻ 

 vuông cân tại  là trung điểm của 

 là trung tuyến đồng thời là đường cao



Mà 

Mà 

 là trung điểm của  hay 

 là đường trung bình của  hay 

Vì cố định nên  cố định

 cố định

 nằm trên đường thẳng song song với  và cách  một khoảng bằng 

**WORD TÀI LIỆU TỰ HỌC TOÁN 8**

**ÔN TẬP CHƯƠNG I HÌNH 8 – BÀI GÓP**

**Bài 1:** Cho tam giác , trung tuyến  cắt nhau ở . Gọi  theo thứ tự là trung điểm của  và .

1. Tứ giác  là hình gì? Vì sao?
2. Tam giác  có điều kiện gì thì tứ giác  là: hình chữ nhật, hình thoi?

**Lời giải**

****

1. Xét  trung tuyến 

là trung điểm 

là đường trung bình (định nghĩa)

Xét ,  theo thứ tự là trung điểm của  và .

là đường trung bình  (định nghĩa)

Từ , suy ra: 

Tứ giác  là hình bình hành.

1. Hình bình hành là hình chữ nhật









 cân tại 

1. Hình bình hành  là hình thoi 



**Bài 2:** Cho hình vuông . Gọi  là điểm đối xứng của  qua .

a)Chứng minh tam giác  là tam giác vuông cân.

b) Từ  hạ . Gọi theo thứ tự là trung điểm của  và . Chứng minh tứ giác  là hình bình hành.

c) Chứng minh  là trực tâm tam giác 

Chứng minh góc 

**Lời giải**



1. Xét có:  là đường cao 

 là đường trung tuyến ( đối xứng của  qua  là trung điểm )

Nên  cân tại C

Mà (tính chất hình vuông ). Do đó  hay 

Vậy  vuông cân tại C (đpcm)

1. Xét cótheo thứ tự là trung điểm của  và 

 là đường trung bình  (định nghĩa)

Lại có:  

Từ , suy ra: 

Tứ giác  là hình bình hành.

1. Có

(tính chất hình vuông )

Do đó 

Xét có 





Nên là trực tâm .

1. Vì là trực tâm  (cmt)

(tính chất)

Mà ( tính chất hình bình hành )

Nên .

**Bài 3:** Cho tam giác  vuông tại , trung tuyến . Gọi  là trung điểm của ,  là điểm đối xứng với  qua .

1. Chứng minh tứ giác  là hình thoi.
2. Gọi  là trung điểm . Chứng minh  thẳng hàng.
3. Tam giác  có thêm điều kiện gì thì  là hình vuông.

**Lời giải**

****

1. Xéttứ giác  có: 

 là trung điểm của  (gt)

 là trung điểm của  (tính chất đối xứng)

Do đó tứ giác  là hình bình hành

Lại có:  (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Vậy tứ giác  là hình thoi.

1. Ta có  (tính chất hình thoi )

Mà  ( trung tuyến  là trung điểm )



 Tứ giáclà hình bình hành

Mà  là trung điểm đường chéo (gt)

 là trung điểm đường chéo (tính chất hình bình hành)

thẳng hàng

1. Hình thoi  là hình vuông . Mà  (tính chất hình thoi )



vuông cân tại .

**Bài 4:** Cho hình bình hành  có . Biết  là trung điểm của , đồng thời  là phân giác của góc . Gọi  là đường cao của hình bình hành  . Chứng minh rằng:

1. 
2. 
3. 

**Lời giải**

****

1. Có ( là phân giác của )

(hai góc so le trong của )

Do đó 

 cân tại 

 ( là trung điểm của )

(đpcm).

1. Xét hình bình hành  có (tính chất hình bình hành)



Kẻ  tại 

Xét ,  là trung tuyến ứng với cạnh huyền 

 (tính chất)

 cân tại 



 nên đều

 hay

Mà (đường cao hình bình hành )

(đpcm)

1. Vẽ là trung điểm 

Xét có: 

(cmt)

đều

Xét tứ giác có: 



Do đó tứ giác  là hình bình hành 

CMTT: ta có tứ giác  là hình bình hành

Từ , suy ra: tứ giáclà hình thoi

Từ ,suy ra: (đpcm)

**Bài 5:** Cho  vuông tại  có  trung tuyến. Kẻ

a/ Tứ giác  là hình gì ? Vì sao ?

b/ Tìm điều kiện của tam giác  để tứ giác  là hình vuông.

c/ Tính độ dài .

d/ Tính diện tích .

**Lời giải**



1. Xét tứ giác  có: 





Do đó tứ giác  là hình chữ nhật.

1. Hình chữ nhật  là hình vuông  là đường phân giác 

Mà  là đường trung tuyến (gt)

Vậy cân tại 

1. Xét có: (ĐL Pytago)





Lại có , trung tuyến 

(tính chất tam giác vuông).

1. Kẻ  cô kẻ luôn vào hình

Có ; 

Mà (, trung tuyến)

.

**Bài 6:** Cho hình chữ nhật , gọi  là chân đường vuông góc kẻ từ  đến . Gọi và ,  theo thứ tự là trung điểm của các đoạn , , .

a) Chứng minh .

b) Chứng minh tứ giác  là hình bình hành.

c) Chứng minh .

**Lời giải**



a) Ta có: ,  theo thứ tự là trung điểm của các đoạn , 

 MN là đường trung bình của  nên 

Lại có  (Vì  là hình chữ nhật)

Do đó  .

b) Vì  là trung điểm của  nên 

Mà (theo câu a)

Do đó  (1)

Lại có  (Vì MN là đường trung bình của )

Do đó  (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác  là hình bình hành.

c) Ta có  (gt) là đường cao thứ nhất trong 

(theo câu b);  là đường cao thứ hai trong 

Mà 

Nên là trực tâm của  (3)

Lại có (tứ giác  là hình bình hành) (4)

Từ (3) và (4) suy ra 

.

**Bài 7:** Cho tứ giác . Gọi, , ,  lần lượt là trung điểm của . Các đường chéo ,  của tứ giác  thỏa mãn điều kiện gì thì tứ giác  là:

a) Hình chữ nhật.

b) Hình thoi.

c) Hình vuông.

**Lời giải**



Xét  có:

 là trung điểm  và  là trung điểm 

Nên  là đường trung bình, khi đó  (1)

Tương tự với các tam giác còn lại ta có

 (2)

 (3)

 (4)

Từ (1) và (2) 

Từ (3) và (4) 

Nên tứ giác  là hình bình hành.

a) Hình chữ nhật.

Để  là hình chữ nhật  (hình bình hành có 1 góc  là hình chữ nhật)

 ( vì , ).

b) Hình thoi

Để  là hình thoi  (hình bình hành có 2 cạnh kề bằng nhau là hình thoi)



.

c) Hình vuông.

Để  là hình vuông thì  phải vừa là hình thoi, vừa là hình chữ nhật.

Kết hợp điều kiện ý a và b ta có  và .

**Bài 8:** Cho hình bình hành  có và  Gọi lần lượt là trung điểm của và.

a) Chứng minh tứ giác là hình thoi.

b) Tứ giác là hình gì ?

c) Tính số đo của góc 

**Lời giải**



a) Vì là hình bình hành (gt) ,  (1)

Mà  lần lượt là trung điểm của  và ,  (2)

Từ (1) và (2) 

là hình bình hành

Lại có , ,



Do đó tứ giác  là hình thoi.

b) Vì  Tứ giác  là hình thang (3)

Vì ( trong cùng phía của)







Lại có  là hình thoi 

 (4)

Từ (3) và (4) Tứ giác  là hình thang cân.

c) Vì  là hình thoi 

Mà 

 vuông tại E .

**Bài 9:** Cho hình thang cân  với . Gọi  lần lượt là trung điểm của .

a) Tứ giác  là hình gì?

b) Cho biết diện tích tứ giác  bằng . Tính diện tích tứ giác .

**Lời giải**

****

a) Vì  là hình thang cân

.

Xét  có:

 là trung điểm của 

 là trung điểm của 

Suy ra  là đường trung bình của 

.

Tương tự chứng minh 

Mà  (chứng minh trên)

Suy ra .

Xét tứ giác  có:



 là hình thoi.

b) Vì  là hình thoi



Xét tứ giác  có:

 là trung điểm của 

 là trung điểm của 

Suy ra  là đường trung bình của tứ giác 



Ta có: 



.

**Bài 10:** Cho tam giác  vuông tại , trung tuyến  . Gọi  là trung điểm của ,  là điểm đối xứng của điểm  qua điểm .

a) Chứng minh điểm  đối xứng với điểm  qua đường thẳng .

b) Các tứ giác ,  là hình gì?

c) Cho . Tính chu vi tứ giác .

d) Tam giác vuông thỏa mãn điều kiện gì thì  là hình vuông.

**Lời giải**

****

a) Xét  ta có:

 là trung điểm của  và  là trung điểm của 

 là đường trung bình của  

Lại có  vuông tại  

Do đó  (1)

 là điểm đối xứng của điểm  qua điểm  (2)

Từ (1) và (2)  đối xứng với điểm  qua đường thẳng .

b)  là đường trung bình của  

 (Vì cùng )

Xét tứ giác  ta có :  và  nên tứ giác  là hình bình hành.

Xét tứ giác  ta có :  và  là hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường do đó  là hình bình hành. Mặt khác  nên  là hình thoi.

c) Ta có :  nên .

Chu vi tứ giác AEBM là : .

d) Vì  là hình thoi để  là hình vuông thì  do đó nên

 là tia phân giác của  mà  là đường trung tuyến nên tam giác  vuông cân tại .

**Bài 11:** Cho tam giác vuông tại , đường trung tuyến . Gọi là điểm đối xứng với

qua  là giao điểm của  và . Gọi  là điểm đối xứng với  qua là giao điểm của  và .

a) Xác định dạng của tứ giác Nội dung

b) Chứng minh rằng  đối xứng với  qua .Nội dung

c) Tam giác vuôngcó thêm điều kiện gì thì là hình vuông?

**Lời giải**



a) Vì  là điểm đối xứng với  qua  là đường trung trực của



 là điểm đối xứng với  qua   là đường trung trực của 



Lại có vuông tại A mà  là đường trung tuyến nên 



Tứ giác  có nên tứ giác là hình chữ nhật

Tứ giác có nên tứ giác  là hình thoi

Tứ giác  có nên tứ giác  là hình thoi

b) Tứ giác  là hình thoi mà 

thẳng hàng (theo tiên đề Ơclit)

Lại có  (cmt)  là trung điểm của  hay  đối xứng với qua .

c) Để hình chữ nhật  là hình vuông  mà 

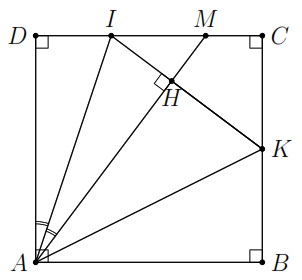
 cân tại.

**Bài 12:** Cho hình vuông . Lấy điểm bất kì trên cạnh . Tia phân giác  cắt  tại . Kẻ  vuông góc với  tại . Tia  cắt  tại . Chứng minh:

a) 

b) 

**Lời giải**



a) Xét vuông tạivà vuông tại có

 (là tia phân giác )

Nên  (cạnh huyền – góc nhọn)

(2 cạnh tương ứng)

Xét vuông tạivà vuông tại có

là cạnh chung



Vậy  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

b) Ta có ; .

Mà   .

Vậy

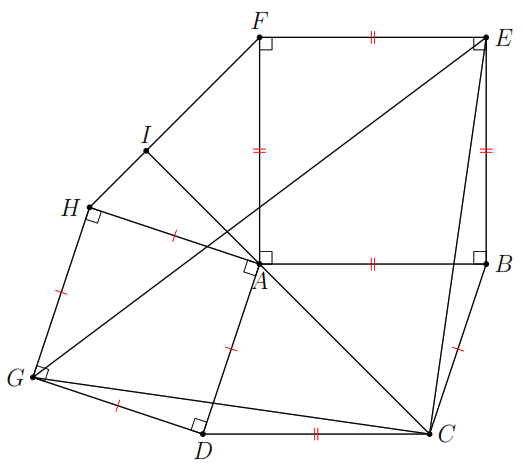
**Bài 13:** Cho hình bình hành . Vẽ về phía ngoài hình bình hành, hai hình vuông  và . Chứng minh:

a) 

b) 

c)  là tam giác vuông cân

**Lời giải**



1. Ta có  (và )

 (tính chất hình bình hành )



Xét và có



(c – g – c)

 (hai cạnh tương ứng)

và (hai góc tương ứng)

1. Gọi giao điểm của  và  là .

Do ( cmt)



 (ĐL tổng 3 góc trong )

 hay (đpcm)

1. Ta có : ( hai góc đối của hình bình hành)







Xét  và có



 (c – g – c)

(hai cạnh tương ứng)

cân tại .

Ta có: 

 , mà   .

Mặt khác, do  là hình bình hành nên 

hay .

Từ  và     vuông cân.

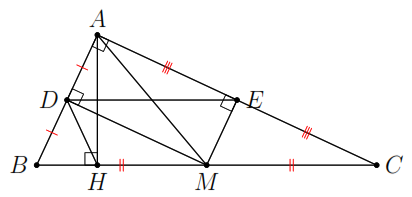
**Bài 14:** Cho tam giác  vuông tại  có . Gọi  là trung điểm của , kẻ  vuông góc với  tại ,  vuông góc với  tại .

a) Chứng minh .

b) Chứng minh tức giác  là hình bình hành.

c) Gọi  là đường cao của tam giác  (). Chứng minh tứ giác  là hình thang cân.

**Lời giải**



1. Xét tứ giác  có



 là hình chữ nhật

 (tính chất hai đường chéo hình chữ nhật).

b) Có  vì cùng vuông góc với 

Xét  có



Suy ra  là trung điểm của  

Vì  là hình chữ nhật

 là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết).

c)Xét  có:



Suy ra là trung điểm của  

Xét  có



 là đường trung bình 



 tứ giác là hình thang (1)

vuông tại có  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền



Mà  (2)

Từ (1) và (2) tứ giác  là hình thang cân

**Bài 15:** Cho hình thang vuông  có  và , kẻ .

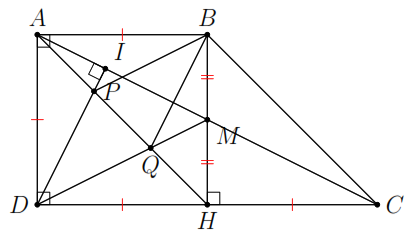
a) Chứng minh rằng tứ giác  là hình vuông.

b) Gọi  là trung điểm của . Chứng minh  đối xứng với  qua .

c) Kẻ  vuông góc với ;  cắt ,  tại  và . Chứng minh tứ giác

 là hình thoi.

**Lời giải**



1. Xét tứ giác



 là hình chữ nhật

Lại có(gt)  hình vuông (dấu hiệu nhận biết).

b) Vì tứ giác  là hình vuông



Mà  là trung điểm của (gt)



Nên tứ giác  là hình bình hành. Mà  là trung điểm của đường chéo(gt)

  là trung điểm của đường chéo (tính chất hình bình hành)

Vậy  đối xứng với  qua .

Có  và  nên tứ giác  là hình bình hành.

c)Vì  hình vuông



Xét hai tam giác  và có:



(c – g – c)

 (1)

Chứng minh tương tự được  (2)

Xét có  vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên cân tại 

Lại có  (cùng phụ với góc )   (vì )

Xét hai tam giác  và có:



Vậy  (g – c – g)   (3)