

PHÒNG GD&ĐT SÔNG LÔ
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6;7;8
CẤP HUYỆN – NĂM HỌC 2015-2016
ĐỀ THI MÔN: TOÁN 8

Câu 1. Cho biểu thức
$$A = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^3+x-x^2-1} \right) : \left(1 - \frac{2x}{x^2+1} \right)$$

- Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A
- Tìm x để A nhận giá trị là số âm
- Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $(x+2).A$ nhận giá trị là số nguyên.

Câu 2.

- Cho $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + k(k+1)(k+2)$ (với $k \in \mathbb{N}^*$)

Chứng minh rằng $4S + 1$ là bình phương của một số tự nhiên

- Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$

Câu 3.

- Giải phương trình sau: $x^2 - 3x + 2 + |x - 1| = 0$
- Xác định giá trị của m để phương trình: $m^3(x - 2) - 8(x + m) = 4m^2$ có nghiệm duy nhất là số không lớn hơn 1
- Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức :
$$P = \frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z}$$

Câu 4. Cho tam giác ABC đều cạnh $2a, M$ là trung điểm của BC . $\angle My = 60^\circ$ quay quanh đỉnh M cố định sao cho hai tia Mx, My cắt AB, AC lần lượt tại D và E . Chứng minh rằng:

- $\triangle BDM \sim \triangle CME$ và tích $BD.CE$ không phụ thuộc vào vị trí của $\angle My$
- DM là phân giác của $\angle BDE$
- $BD.ME + CE.MD > a.DE$
- Chu vi $\triangle ADE$ không đổi khi $\angle My$ quay quanh M

Câu 5. Trong bảng ô vuông kích thước 8×8 gồm 64 ô vuông đơn vị, người ta đánh dấu 13 ô bất kỳ. Chứng minh rằng với mọi cách đánh dấu luôn có ít nhất 4 ô được đánh dấu không có điểm chung (hai ô có điểm chung là hai ô có chung đỉnh hoặc chung cạnh).

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1a) ĐKXĐ: $x \neq 1$; Rút gọn được: $A = \frac{1}{x-1}$

1b) $A < 0 \Leftrightarrow x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$

Đôi chiều với ĐKXĐ, ta được $x < 1$

1c) Ta có: $(x+2)A = \frac{x+2}{x-1} = 1 + \frac{3}{x-1}$

Lập luận để suy ra : $x \in \{0; -2; 2; 4\}$

Bài 2

2a) Ta có: $k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4}k(k+1)(k+2) \cdot 4 = \frac{1}{4}k(k+1)(k+2)[(k+3) - (k-1)]$

$$= \frac{1}{4}k(k+1)(k+2)(k+3) - \frac{1}{4}k(k+1)(k+2)(k-1)$$

$$\Rightarrow 4S = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 - 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + k(k+1)(k+2)(k+3)$$

$$- k(k+1)(k+2)(k-1) = k(k+1)(k+2)(k+3)$$

$$\Rightarrow 4S + 1 = k(k+1)(k+2)(k+3) + 1$$

Mặt khác:

$$k(k+1)(k+2)(k+3) + 1 = k(k+3)(k+1)(k+2) + 1$$

$$= (k^2 + 3k)(k^2 + 3k + 2) + 1 = (k^2 + 3k + 1)^2$$

Mà $k \in \mathbb{N}^*$ nên $k^2 + 3k + 1 \in \mathbb{N}^*$ nên suy ra đpcm.

2b) Ta có: $y^3 - x^3 = 2x^2 + 3x + 2 = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} > 0 \Rightarrow x < y \quad (1)$

$$(x+2)^3 - y^3 = 4x^2 + 9x + 6 = \left(2x + \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} > 0 \Rightarrow y < x+2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $x < y < x+2$, mà x, y nguyên suy ra $y = x+1$

Thay $y = x + 1$ vào phương trình ban đầu và giải phương trình tìm được $\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$
 Từ đó tìm được hai cặp số (x, y) thỏa mãn bài toán là: $(-1; 0); (1; 2)$

Bài 3.

3a) $x^2 - 3x + 2 + |x - 1| = 0 \quad (1)$

+ Nếu $x \geq 1: (1) \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1(TM)$

+ Nếu $x < 1: (1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 3(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(ktm) \\ x = 3(ktm) \end{cases}$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$

$$m^3(x - 2) - 8(x + m) = 4m^2$$

$$\Leftrightarrow (m^3 - 8)x = 2m(m^2 + 2m + 4)$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)(m^2 + 2m + 4)x = 2m(m^2 + 2m + 4)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2m}{m - 2} \text{ (Do } m^2 + 2m + 4 > 0)$$

3b) Ta có:

$$\frac{2m}{m - 2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2(TM)$$

Để nghiệm này không lớn hơn 1 thì

Vậy $-2 \leq m \leq 2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất và nghiệm đó không lớn hơn 1

3c) Ta có:

$$P = \frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z} = (x + y + z) \left(\frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z} \right) = \left(\frac{y}{16x} + \frac{x}{4y} \right) + \left(\frac{z}{16x} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{z}{4y} + \frac{y}{z} \right) + \frac{21}{16}$$

Theo BĐT cô si ta có: $\frac{y}{16x} + \frac{x}{4y} \geq \frac{1}{4}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow y = 2x$

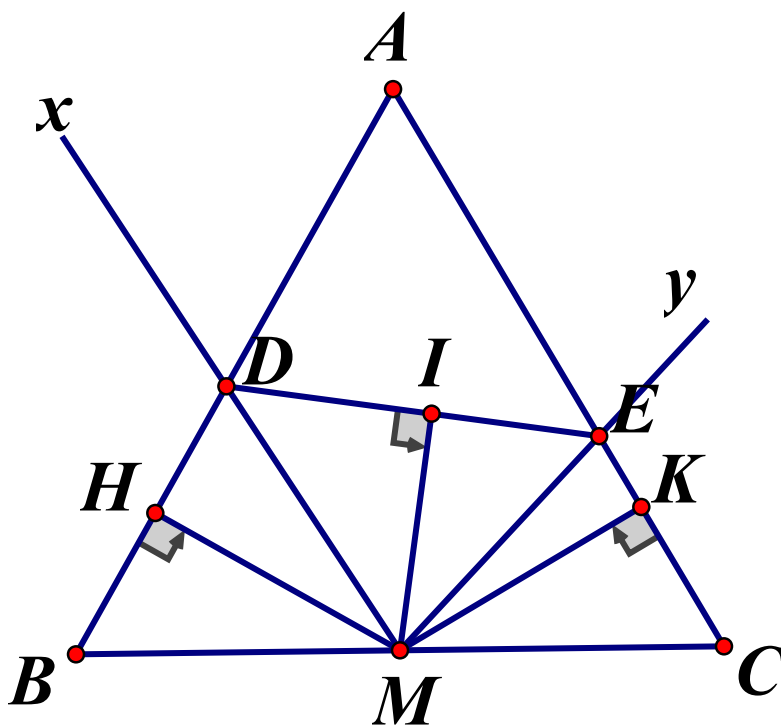
Tương tự: $\frac{z}{16x} + \frac{x}{z} \geq \frac{1}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow z = 4x$

$$\frac{z}{4y} + \frac{y}{z} \geq 1, \text{ dấu "}" xảy ra } \Leftrightarrow z = 2y;$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{49}{16}. \text{ Dấu "}" xảy ra khi } x = \frac{1}{7}; y = \frac{2}{7}; z = \frac{4}{7}$$

$$\text{Vậy } \min P = \frac{49}{16} \Leftrightarrow x = \frac{1}{7}; y = \frac{2}{7}; z = \frac{4}{7}$$

Bài 4.



a) Ta có: $\angle BMC = 60^\circ + \angle CME = 60^\circ + \angle BDM \Rightarrow \angle BDM = \angle CME$

Suy ra: $\triangle BMD \sim \triangle CEM (g.g)$ vì $\angle BDM = \angle CME = 60^\circ; \angle BDM = \angle CME (cmt)$

Suy ra $\frac{BD}{BM} = \frac{CM}{CE} \Rightarrow BD \cdot CE = BM \cdot CM = a^2$ (không đổi)

b) Vì $\triangle BMD \sim \triangle CEM \Rightarrow \frac{BD}{MD} = \frac{CM}{EM}$ hay $\frac{BD}{MD} = \frac{BM}{ME}$

Lại có: $\angle BDM = \angle CME = 60^\circ \Rightarrow \triangle BMD \sim \triangle MED (c.g.c)$

$\Rightarrow \angle BDM = \angle EDM$ suy ra DM là phân giác của $\angle BDE$

c) Vì $\triangle BMD \sim \triangle MED \Rightarrow \frac{BD}{DM} = \frac{BM}{ME} \Rightarrow BD \cdot ME = a \cdot DM (1)$

Tương tự chứng minh được: $\triangle CEM \sim \triangle MED \Rightarrow CE \cdot MD = a \cdot ME (2)$

Cộng vế theo vế của (1) và (2) ta được:

$$BD \cdot ME + CE \cdot MD = a \cdot DM + a \cdot ME = a \cdot (DM + ME) < a \cdot DE$$

d) Kẻ MH, MI, MK lần lượt vuông góc với AB, DE, AC tại H, I, K suy ra

$$MH = MI = MK$$

Suy ra $DI = DH, EI = EK$. Suy ra chu vi $\triangle ADE = 2AH$

Vì $\angle HBM = 60^\circ$ và $BM = a$ nên $BH = \frac{a}{2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{2}$. Suy ra chu vi tam giác ADE không đổi và bằng $3a$

Bài 5

Chi 64 ô vuông của bảng 8×8 thành 4 loại như hình vẽ (các ô cùng loại được đánh số giống nhau). Khi đó theo cách chia này rõ ràng các ô trong cùng loại sẽ không có điểm chung.

Khi đánh dấu 13 điểm bất kỳ, thì 13 điểm này sẽ thuộc 4 loại ô vừa chia. Vì

$13 = 4 \cdot 3 + 1$ nên theo nguyên lý Dirichle sẽ tồn tại ít nhất 4 ô thuộc cùng một loại, khi đó 4 ô này sẽ không có điểm chung. Suy ra đpcm.

	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4