

MÔN: TOÁN 8

Thời gian: 90phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1(1.5 điểm): Thực hiện phép tính

a) $9^8 \cdot 2^8 - (18^4 - 1)(18^4 + 1)$

b) $(2x - 1)^2 + 2(2x - 1)(x + 1) + (x + 1)^2$

c) $\left(2x + 1 - \frac{1}{1 - 2x}\right) : \left(2 - \frac{4x}{2x - 1}\right)$

Câu 2(1.5 điểm): Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^3 - 9x$

b) $4x^2 - 3x - 1$

c) $ab(a - b) + bc(b - c) + ca(c - a)$

Câu 3. (1.5 điểm):

a) Chứng minh rằng: Nếu $a \in \mathbb{N}$, $a > 1$ thì $A = (a^2 + a + 1)(a^2 + a + 2) - 12$ là hợp số

b) Cho $10a^2 = 10b^2 - c^2$. Chứng minh rằng: $(7a - 3b - 2c)(7a - 3b + 2c) = (3a - 7b)^2$

Câu 4(1.5 điểm): Cho $A = \frac{a^2 + 4a + 4}{a^3 + 2a - 4a - 8}$

a) Rút gọn A

b) Tìm số nguyên a để A là số nguyên

Câu 5(3.25 điểm): Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH. Trong nửa mặt phẳng bờ AH có chứa C, vẽ hình vuông AHKE. Gọi P là giao điểm của AC và KE

a) Chứng minh $\triangle ABP$ vuông cân

b) Gọi Q là đỉnh thứ tư của hình bình hành APQB, gọi I là giao điểm của BP và AQ. Chứng minh H, I, E thẳng hàng

c) Tứ giác HEKQ là hình gì? Chứng minh

Câu 6(0.75 điểm): Tính diện tích hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), biết $AB = 42\text{cm}$, $\angle A = 45^\circ$; $\angle B = 60^\circ$ và chiều cao của hình thang bằng 18m

----- **HẾT** -----

Câu	Đáp án	Điểm
1	$a/ = 18^8 - (18^8 - 1)$ $= 18^8 - 18^8 + 1 = 1$	0.25 0.25
	$b/ = [(2x - 1) + (x + 1)]^2$ $= (3x)^2 = 9x^2$	0.25 0.25
	$c/ = \left(2x + 1 + \frac{1}{2x - 1}\right) : \left(2 - \frac{4x}{2x - 1}\right) = \frac{4x^2 - 1 + 1}{2x - 1} : \frac{4x - 2 - 4x}{2x - 1}$ $= \frac{4x^2}{2x - 1} : \frac{-2}{2x - 1} = -2x^2$	0.25 0.25
2	$a/ = x(x^2 - 9)$ $= x(x + 3)(x - 3)$	0.25 0.25
	$b/ = 4x^2 + 4x - x - 1 = (4x^2 + 4x) - (x + 1)$ $= 4x(x + 1) - (x + 1) = (x + 1)(4x - 1)$	0.25 0.25
	$c/ = ab(a - b) + b^2c - bc^2 + ac^2 - a^2c$ $= ab(a - b) + (b^2c - a^2c) + (ac^2 - bc^2)$ $= ab(a - b) + c(b^2 - a^2) + c^2(a - b)$ $= (a - b)[ab - ac - (bc - c^2)] = (a - b)[a(b - c) - c(b - c)]$ $= (a - b)(b - c)(a - c)$	0.25 0.25
3	$a/ \text{Đặt } a^2 + a + 1 = x \text{ (1)}$ $A = x(x + 1) - 12 = x^2 + x - 12 = x^2 - 3x + 4x - 12$ $= (x^2 - 3x) + (4x - 12) = x(x - 3) + 4(x - 3)$ $= (x - 3)(x + 4)$ Thay (1) vào biểu thức A, ta có $A = (a^2 + a - 2)(a^2 + a + 5)$ $= (a^2 + 2a - a - 2)(a^2 + a + 5)$ $= (a -)(a + 2)(a^2 + a + 5)$ Ta thấy $A : a - 1; A : a + 2; A : a^2 + a + 5$ Vậy A là hợp số	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
	$b/ VT = (7a - 3b)^2 - 4c^2 = 49a^2 - 42ab + 9b^2 - 4c^2$ mà $10a^2 = 10b^2 + c^2$ nên $c^2 = 10a^2 - 10b^2$ nên $VT = 49a^2 - 42ab + 9b^2 - 4(10a^2 - 10b^2)$ $= 49a^2 - 42ab + 9b^2 - 40a^2 + 40b^2$ $= 9a^2 - 42ab + 49b^2 = (3a - 7b)^2 = VP$	0.25
4	$a/ A = \frac{(a + 2)^2}{(a^3 - 2a^2) + (4a^2 - 8a) + (4a - 8)}$ $= \frac{(a + 2)^2}{(a - 2)(a^2 + 4a + 4)} = \frac{(a + 2)^2}{(a - 2)(a + 2)^2} = \frac{1}{a - 2}$	0.25 0.5
	$b/ \text{Để } A \in Z \Rightarrow \frac{1}{a - 2} \in Z \text{ nên } a - 2 \text{ là ước của}$ Với $a - 2 = 1$ thì $a = 3$	0.25

	Với $a - 2 = -1$ thì $a = 1$. Vậy $a \in [-1; 1]$ thì A là số nguyên	0.5
5	a/ CM được $\triangle BHA = \triangle PEA$ (g.c.g) $\Rightarrow AB = AP$ mà $\angle BAP = 90^\circ$ (gt) Vậy $\triangle BPA$ vuông cân b/ Ta có : $HA = HK$ $\Rightarrow H$ nằm trên đường trung trực của AK Ta có : $AE = KE$ $\Rightarrow E$ nằm trên đường trung trực của KA $\triangle PBK$ vuông có $IB = IP$ (t/c đ/c hhh ABQP) $\Rightarrow IK = IP = IB$ (*) Ta có ABQP là hhh(gt), có $BA = AP$ ($\triangle BPA$ vuông cân tại A) $\Rightarrow APQB$ là hình thoi, mà $\angle BAP = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow APQB$ là hình vuông nên $PI = IA$ (**). Từ (*) và (**) suy ra $IK = IA$ nên I nằm trên đường trung trực của AK Vậy H, I, E thẳng hàng. c/ Ta có APQB là hình vuông (cmt) nên $AP = BQ$ mà $IK = \frac{PB}{2} \Rightarrow IK = \frac{AQ}{2}$ $\triangle AKQ$ có $AI = IQ$ (t/c đ/c hv) Mà $IK = \frac{AQ}{2}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle AKQ$ vuông ở K $\Rightarrow AK \perp KQ$ mà $AK \perp HE$ (EAHK là hv) $\Rightarrow QK \parallel HE$ Vậy HEKQ là hình thang	0.5 0.25 0.25 0.25 0.25 0.5 0.25 0.25 0.25 0.5
6	Qua A và B kẻ AA' và BB' vuông góc với CD. Tứ giác $ABB'A'$ là hcn và $A'A = BB' = 18m$ $\angle A'AB = 90^\circ, \angle BAB = 45^\circ \Rightarrow \angle A'AD = 45^\circ$ Do đó $\triangle A'AD$ vuông cân $\Rightarrow A'D = A'A = 18m$ $\angle B'BA = 90^\circ, \angle BBA = 60^\circ \Rightarrow \angle B'BC = 30^\circ$ vì thế trong tam giác vuông $B'BC$ ta có $B'C = \frac{BB'}{2}$. Theo định lí Pi ta go, ta có: $B'C^2 = BC^2 - B'B^2$ $\Rightarrow B'C^2 = 4B'C^2 - B'B^2$ $\Rightarrow 3B'C^2 = B'B^2$ $\Rightarrow B'C = \frac{B'B}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} (cm)$ Suy ra : $CD = A'B' - A'D - B'C = 42 - 18 - \frac{18}{\sqrt{3}} = 24 - \frac{18}{\sqrt{3}} (cm)$ Vậy $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD).AA' = \frac{1}{2}\left(42 + 24 - \frac{18}{\sqrt{3}}\right)18 \approx 498,6 (cm^2)$	0.25 0.25 0.25

----- HẾT -----