

Câu I (2 điểm)

Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 + \frac{1}{3}$ (*) (m là tham số).

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (*) khi $m = 2$.
- 2) Gọi M là điểm thuộc (C_m) có hoành độ bằng -1 . Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $5x - y = 0$.

Câu II (2 điểm)

Giải các phương trình sau:

- 1) $2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 4$.
- 2) $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$.

Câu III (3 điểm)

- 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm $C(2;0)$ và elíp $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E) , biết rằng hai điểm A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.
- 2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x+y-z-2=0 \\ x+3y-12=0 \end{cases}$$

- a) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song với nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng d_1 và d_2 .
- b) Mặt phẳng tọa độ Oxz cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A, B . Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

Câu IV (2 điểm)

- 1) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + \cos x) \cos x dx$.

- 2) Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{A_{n+1}^4 + 3A_n^3}{(n+1)!}$, biết rằng $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$

(n là số nguyên dương, A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử và C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Câu V (1 điểm)

Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy} + \frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz} + \frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx} \geq 3\sqrt{3}.$$

Khi nào đẳng thức xảy ra?

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh.....

Số báo danh.....