

GVSB: Nguyễn Trường An
GVPB1: Trần Huyền Trang
GVPB1: Vũ Huyền

Email: truongannn@gmail.com
Email: tranhuyentrang.hnue@gmail.com
Email: danhde79@gmail.com

CD 57. Các đường đặc biệt trong tam giác
(đường trung tuyến, đường cao, trung trực, phân giác)
Cấp độ: Nhận biết

I. ĐỀ BÀI

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Kết quả nào dưới đây sai?

- A.** $AG = \frac{2}{3}AM$ **B.** $GM = \frac{1}{2}GA$ **C.** $GA = \frac{1}{3}GM$ **D.** $MB = MC$

Câu 2: Nếu các đường phân giác trong của tam giác cắt nhau tại điểm A thì

- A.** A là trọng tâm của tam giác. **B.** A là trực tâm của tam giác.
C. A cách đều ba đỉnh tam giác. **D.** A cách đều ba cạnh tam giác.

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông tại A . Trực tâm của tam giác ABC

- A.** là điểm nằm bên trong tam giác. **B.** là điểm nằm bên ngoài tam giác.
C. là trung điểm của cạnh huyền BC . **D.** trùng với điểm A .

Câu 4: Cho tam giác ABC có AM, BN là hai đường trung tuyến, G là trọng tâm. Nhận định nào sau đây đúng.

- A.** $AG = 2GM$ **B.** $GM = 2AM$
C. $AG = BG$ **D.** $BG = 6BN$

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , có AK là phân giác (K thuộc cạnh BC). Nhận định nào sau đây sai?

- A.** $KB = KC$ **B.** $AK \perp BC$
C. $AK = KC$ **D.** AK là trung trực ứng với cạnh BC .

Câu 6: Trong một tam giác, tâm của đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác là

- A.** giao điểm của ba đường trung tuyến.
B. giao điểm của ba đường trung trực.
C. giao điểm của ba đường phân giác.
D. giao điểm của ba đường cao.

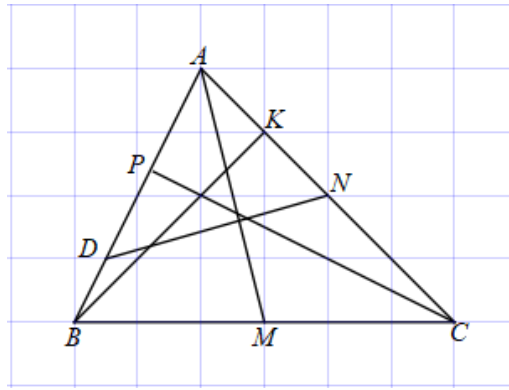
Câu 7: Trong một tam giác, tâm của đường tròn tiếp xúc ba cạnh của tam giác là

- A.** giao điểm của ba đường trung tuyến.
B. giao điểm của ba đường trung trực.
C. giao điểm của ba đường phân giác.
D. giao điểm của ba đường cao.

Câu 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Hai đường trung trực của hai cạnh AB, AC cắt nhau tại điểm O . Nhận định nào sau đây đúng.

- A.** $OA > OB$ **B.** $\angle OAB > \angle OAC$
C. $OA \perp BC$ **D.** Điểm O cách đều ba cạnh của $\triangle ABC$

Câu 9: Trong hình vẽ sau, đoạn thẳng nào là đường trung tuyến của tam giác ABC



- A. DN . B. AM . C. PC . D. BK .

Câu 10: Điểm nằm trong tam giác và cách đều 3 cạnh của tam giác đó là:

- A. Giao điểm của 3 đường trung trực.
B. Giao điểm của 3 đường phân giác.
C. Giao điểm của 3 đường trung tuyến.
D. Giao điểm của 3 đường cao.

Câu 11: Chọn câu trả lời đúng

- A. Trong một tam giác, giao điểm của ba đường phân giác thì cách đều ba cạnh của tam giác đó.
B. Trong một tam giác, giao điểm của ba đường phân giác là trọng tâm của tam giác đó.
C. Trong một tam giác, giao điểm của ba đường phân giác thì cách đều 3 đỉnh của tam giác đó.
D. Trong một tam giác, giao điểm của ba đường phân giác luôn nằm ngoài tam giác đó.

Câu 12: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AE và BD cắt nhau tại G. Phát biểu nào sau đây sai?

- A. $GB = \frac{2}{3}BD$. B. $GE = \frac{1}{3}AE$.
C. $GA = GB$. D. $GA = 2GE$.

Câu 13: Cho tam giác DEF, trung tuyến DM, trọng tâm G. Nhận định nào sau đây đúng?

- A. $\frac{DG}{DM} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{GM}{DG} = \frac{1}{2}$.
C. $\frac{GM}{DM} = \frac{1}{2}$. D. $DM = 3DG$.

Câu 14: Trong tam giác DEF có điểm O cách đều 3 đỉnh của tam giác. Vậy O là giao điểm của

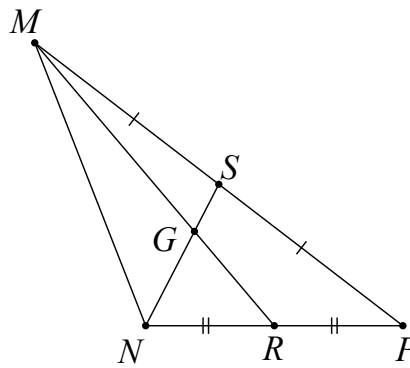
- A. ba đường trung trực. B. ba đường phân giác.
C. ba đường trung tuyến. D. ba đường cao.

Câu 15: Trong tam giác ABC, các đường cao AE và BF cắt nhau tại H. Vậy điểm H là

- A. là trọng tâm của DABC . B. cách đều ba cạnh của DABC .
C. cách đều ba đỉnh của DABC . D. là trực tâm của DABC .

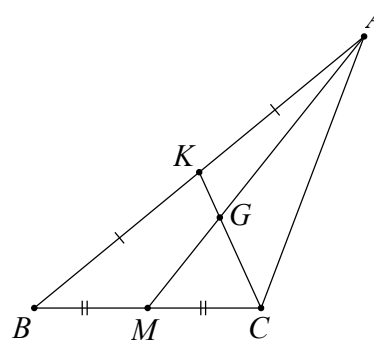
B. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1: Cho hình vẽ bên, hãy điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau



- a) $MG = ..MR; GR = ..NR$
 b) $GR = ..MG; NS = ..NG$
 c) $NS = ..GS; NG = ..GS$

Câu 2: Cho hình vẽ bên, hay điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau:



- a) $GK = ..CK; AG = ..GM$
 b) $GK = ..CG; AM = ..AG$
 c) $AM = ..GM$.

Câu 3: Cho tam giác ABC , các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G . Tính tỉ số $\frac{BD}{BG}$ và $\frac{CE}{CG}$.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , M là trung điểm của BC . Chứng minh AM là đường trung trực của BC .

Câu 5: Cho $\triangle ABC$, O là giao điểm của ba đường trung trực. Chứng minh rằng $OA = OB = OC$.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ nhọn có ba đường cao AD, BE, CF . Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$.

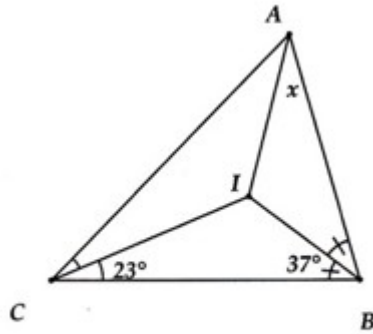
- a) Hãy chỉ ra các đường cao của $\triangle HBC$. Từ đó hãy xác định trực tâm của tam giác đó.
 b) Tương tự, hãy xác định trực tâm của $\triangle HAB$; $\triangle HAC$

Câu 7: Cho $\triangle DMNP$ vuông tại M . Trên cạnh MN lấy điểm Q , kẻ $QR \perp NP$ ($R \in NP$). Gọi O là giao điểm của các đường thẳng PM và RQ . Chứng minh $PQ \perp ON$.

Câu 8: Cho $\triangle DMNP$ có ba góc nhọn, các đường cao NQ, PR cắt nhau tại S . Chứng minh $MS \perp NP$.

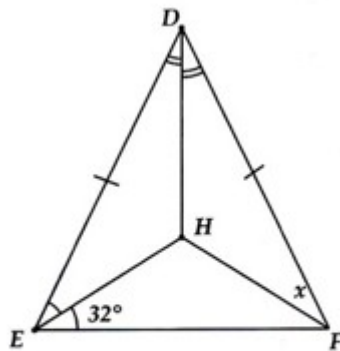
Câu 9: Cho tam giác ABC cân tại A . Kẻ các tia phân giác BD, CE . Lấy M là trung điểm của BC . Chứng minh AM là tia phân giác của $\angle BAC$.

Câu 10: Tìm x trong hình vẽ sau biết CI và BI là hai phân giác của $\hat{C}$ và $\hat{B}$,



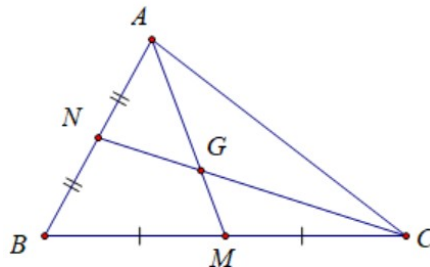
Hình 1

Câu 11: Tìm x trong hình vẽ sau biết EH và FH là hai phân giác của $\hat{DEF}$ và $\hat{DFE}$.



Hình 2

Câu 12: Quan sát hình bên



- a) Biết $AM = 15cm$, tính AG
 b) Biết $GN = 6cm$, tính CN

Câu 13: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BP , CQ cắt nhau tại G . Trên tia đối của tia PB lấy điểm E sao cho $PE = PG$. Trên tia đối của tia QG lấy điểm F sao cho $QF = QG$. Chứng minh:

- a) $GB = GE$, $GC = GE$; b) $EF = BC$ và $EF \parallel BC$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AD , BE cắt nhau tại G . Trên tia đối của tia DG lấy điểm M sao cho D là trung điểm của đoạn thẳng MG . Trên tia đối của tia EG lấy điểm N sao cho E là trung điểm của GN . Chứng minh:

- a) $GN = GB$, $GM = GA$; b) $AN = MB$ và $AN \parallel MB$.

Câu 15: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , đường cao BE cắt đường trung tuyến AD ở H . Chứng minh CH tạo với AB một góc 90° .

I. ĐÁP ÁN

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2.D	3.D	4.A	5.C	6.B	7.C	8.C	9.B	10.B
11.A	12.C	13.B	14.A	15.D					

Câu 1: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Kết quả nào dưới đây sai?

- A.** $AG = \frac{2}{3}AM$ **B.** $GM = \frac{1}{2}GA$ **C.** $GA = \frac{1}{3}GM$ **D.** $MB = MC$

Lời giải

Chọn A

Vì trọng tâm cách mỗi đỉnh bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến nên $AG = \frac{2}{3}AM$

Câu 2: Nếu các đường phân giác trong của tam giác cắt nhau tại điểm A thì

- A.** A là trọng tâm của tam giác.
B. A là trực tâm của tam giác.
C. A cách đều ba đỉnh tam giác.
D. A cách đều ba cạnh tam giác.

Lời giải

Chọn D

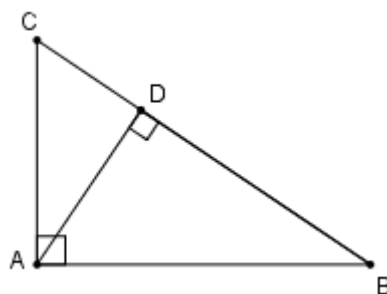
Trong một tam giác ba đường phân giác cùng đi qua một điểm và cách đều ba cạnh của tam giác.

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông tại A . Trực tâm của tam giác ABC

- A.** là điểm nằm bên trong tam giác.
B. là điểm nằm bên ngoài tam giác.
C. là trung điểm của cạnh huyền BC .
D. trùng với điểm A .

Lời giải

Chọn D



Trong tam giác vuông ABC , có AB, AC là hai đường cao, AD là đường cao thứ ba. Ba đường cao này đồng quy tại A .

Câu 4: Cho tam giác ABC có AM, BN là hai đường trung tuyến, G là trọng tâm. Nhận định nào sau đây đúng.

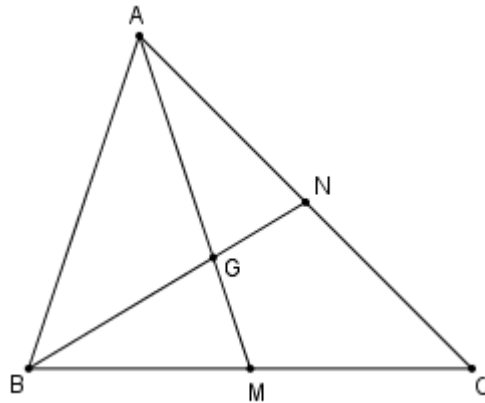
- A.** $AG = 2GM$ **B.** $GM = 2AM$

C. $AG = BG$.

D. $BG = 6BN$.

Lời giải

Chọn A



Vì trọng tâm của tam giác chia đường trung tuyến thành ba đoạn thẳng bằng nhau nên $AG = 2GM$

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , có AK là phân giác (K thuộc cạnh BC). Nhận định nào sau đây sai?

A. $KB = KC$.

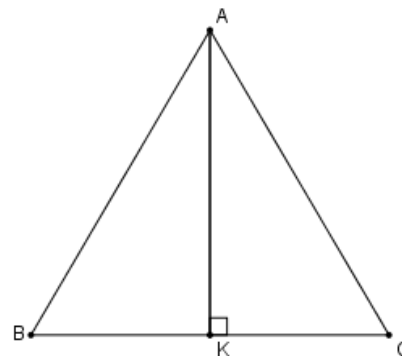
B. $AK \perp BC$.

C. $AK = KC$.

D. AK là trung trực ứng với cạnh BC .

Lời giải

Chọn C



Câu 6: Trong một tam giác, tâm của đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác là

A. giao điểm của ba đường trung tuyến.

B. giao điểm của ba đường trung trực.

C. giao điểm của ba đường phân giác.

D. giao điểm của ba đường cao.

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Trong một tam giác, tâm của đường tròn tiếp xúc ba cạnh của tam giác là

A. giao điểm của ba đường trung tuyến.

B. giao điểm của ba đường trung trực.

C. giao điểm của ba đường phân giác.

D. giao điểm của ba đường cao.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Hai đường trung trực của hai cạnh AB, AC cắt nhau tại điểm O . Nhận định nào sau đây đúng.

A. $OA > OB$.

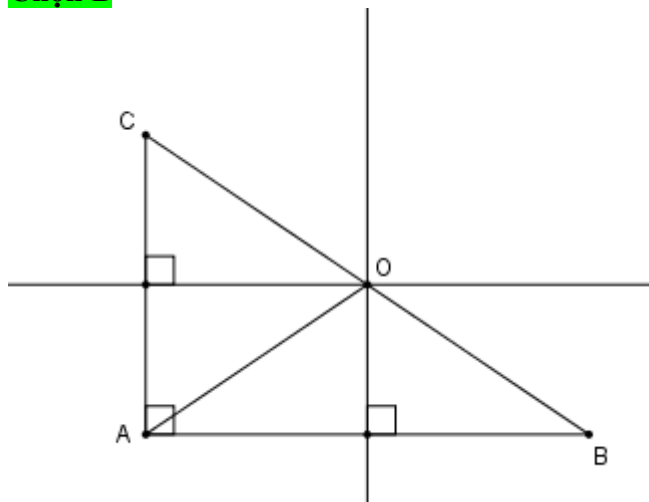
B. Điểm O cách đều ba đỉnh của $\triangle ABC$.

C. $OA \perp BC$.

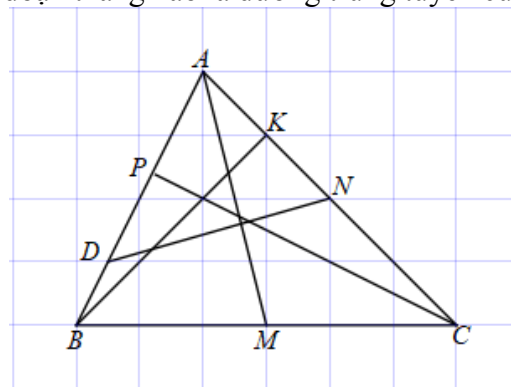
D. Điểm O cách đều ba cạnh của $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn B



Câu 9: Trong hình vẽ sau, đoạn thẳng nào là đường trung tuyến của tam giác ABC



A. DN .

B. AM .

C. PC .

D. BK .

Lời giải

Chọn B

Câu 10: Điểm nằm trong tam giác và cách đều 3 cạnh của tam giác đó là:

A. Giao điểm của 3 đường trung trực.

B. Giao điểm của 3 đường phân giác.

C. Giao điểm của 3 đường trung tuyến.

D. Giao điểm của 3 đường cao.

Lời giải

Chọn B

Câu 11: Chọn câu trả lời đúng

A. Trong một tam giác, giao điểm của ba đường phân giác thì cách đều ba cạnh của tam giác đó.

B. Trong một tam giác, giao điểm của ba đường phân giác là trọng tâm của tam giác đó.

C. Trong một tam giác, giao điểm của ba đường phân giác thì cách đều 3 đỉnh của tam giác đó.

D. Trong một tam giác, giao điểm của ba đường phân giác luôn nằm ngoài tam giác đó.

Lời giải

Chọn A

Câu 12: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AE và BD cắt nhau tại G. Phát biểu nào sau đây sai?

A. $GB = \frac{2}{3}BD$

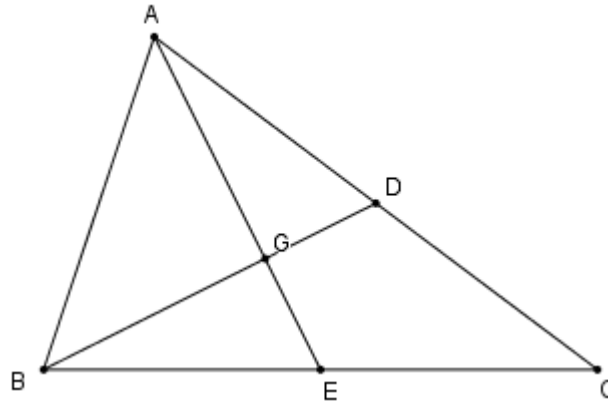
B. $GE = \frac{1}{3}AE$

C. $GA = GB$

D. $GA = 2GE$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $GA = \frac{2}{3}AE$; $GB = \frac{2}{3}BD$ mà $AE \neq BD$ nên GA và GB không bằng nhau

Câu 13: Cho tam giác DEF, trung tuyến DM, trọng tâm G. Nhận định nào sau đây đúng?

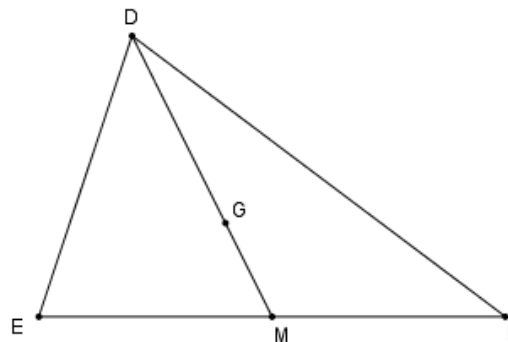
A. $\frac{DG}{DM} = \frac{1}{3}$

B. $\frac{GM}{DG} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{GM}{DM} = \frac{1}{2}$

D. $DM = 3DG$

Lời giải



Chọn B

Câu 14: Trong tam giác DEF có điểm O cách đều ba đỉnh của tam giác. Vậy O là giao điểm của

A. ba đường trung trực.

B. ba đường phân giác.

C. ba đường trung tuyến.

D. ba đường cao.

Lời giải

Chọn A

Câu 15: Trong tam giác ABC, các đường cao AE và BF cắt nhau tại H. Vậy điểm H là

A. là trọng tâm của DABC.

B. cách đều ba cạnh của DABC.

C. cách đều ba đỉnh của $\triangle ABC$.

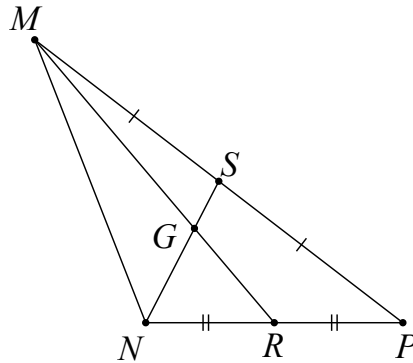
D. là trực tâm của $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn D

B. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1: Cho hình vẽ bên, hãy điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau



a) $MG = \dots MR; GR = \dots MR$

b) $GR = \dots MG; NS = \dots NG$

c) $NS = \dots GS; NG = \dots GS$

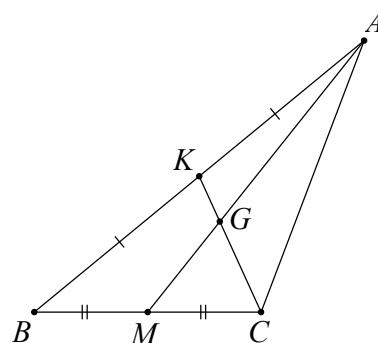
Lời giải

a) $MG = \frac{2}{3}MR; GR = \frac{1}{3}MR$

b) $GR = \frac{1}{2}MG; NS = \frac{3}{2}NG;$

c) $NS = 3GS; NG = 2GS.$

Câu 2: Cho hình vẽ bên, hãy điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau:



a) $GK = \dots CK; AG = \dots GM$

b) $GK = \dots CG; AM = \dots AG$

c) $AM = \dots GM.$

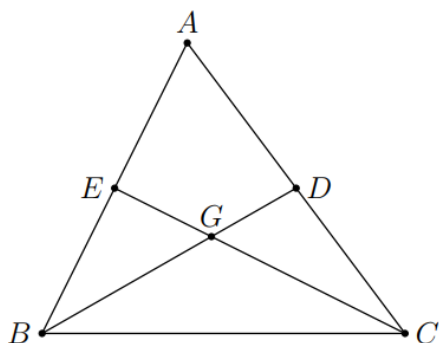
Lời giải

a) $GK = \frac{1}{3}CK; AG = 2GM;$

- b) $GK = \frac{1}{2}CG$; $AM = \frac{3}{2}AG$;
 c) $AM = 3GM$.

Câu 3: Cho tam giác ABC , các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G . Tính tỉ số $\frac{BD}{BG}$ và $\frac{CE}{CG}$.

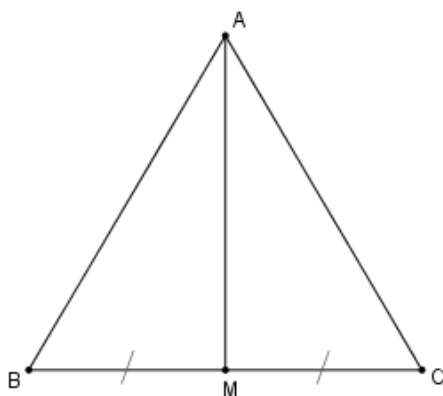
Lời giải



Từ giả thiết, dễ thấy G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\frac{BD}{BG} = \frac{CE}{CG} = \frac{3}{2}$.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , M là trung điểm của BC . Chứng minh AM là đường trung trực của BC ;

Lời giải



Từ giả thiết, $\triangle ABC$ cân tại A , suy ra $AB = AC$; M là trung điểm của BC suy ra $MB = MC$.

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$, ta có:

$$AB = AC \text{ (cmt)}$$

AM là cạnh chung

$$MB = MC \text{ (cmt)}$$

Suy ra: $\triangle DABM = \triangle DACM$ (c - c - c)

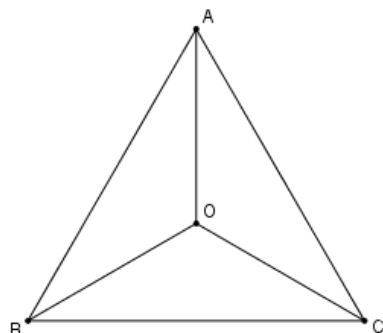
Suy ra: $\angle AMB = \angle AMC = 90^\circ$

Suy ra: $AM \perp BC$

Do đó, AM là đường trung trực của BC .

Câu 5: Cho $\triangle ABC$, O là giao điểm của ba đường trung trực. Chứng minh rằng $OA = OB = OC$

Lời giải



Giả sử điểm O là giao điểm 3 đường trung trực của $\triangle ABC$.

Vì O nằm trên đường trung trực của AB nên $OA = OB$;

Vì O nằm trên đường trung trực của AC nên $OA = OC$;

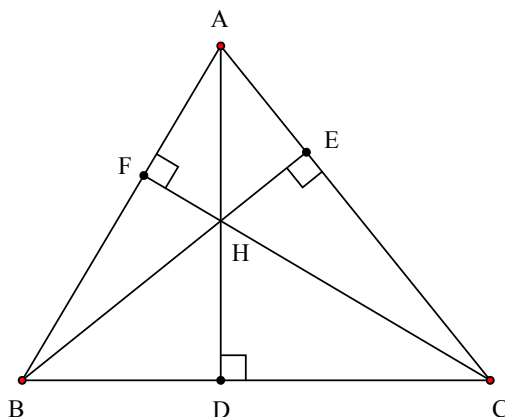
Suy ra: $OA = OB = OC$.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ nhọn có ba đường cao AD, BE, CF . Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$.

a) Hãy chỉ ra các đường cao của $\triangle HBC$. Từ đó hãy xác định trực tâm của tam giác đó.

b) Tương tự, hãy xác định trực tâm của $\triangle HAB$; $\triangle HAC$

Lời giải



Vì H là trực tâm của $\triangle ABC$ nên: $AH \perp BC$ tại D , $BH \perp AC$ tại E , $CH \perp AB$ tại F .

a) Xét $\triangle HBC$ có A là giao điểm 3 đường cao AD, BE, CF .
 $\Rightarrow A$ là trực tâm của $\triangle HBC$.

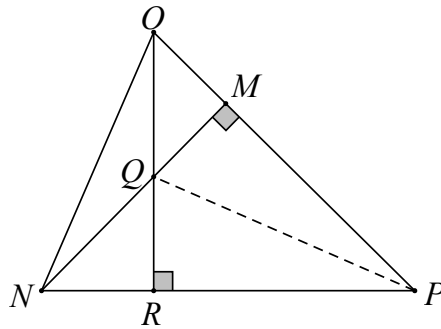
b) Xét $\triangle HAB$ có C là giao điểm của 3 đường cao CF, AD, BE .

$\Rightarrow C$ là trực tâm của $DHAB$.

Xét $DHAC$ có B là giao điểm của 3 đường cao HE, AF, CD
 $\Rightarrow B$ là trực tâm của $DHAC$.

Câu 7: Cho $DMNP$ vuông tại M . Trên cạnh MN lấy điểm Q , kẻ $QR \perp NP$ ($R \in NP$). Gọi O là giao điểm của các đường thẳng PM và RQ . Chứng minh $PQ \perp ON$.

Lời giải:

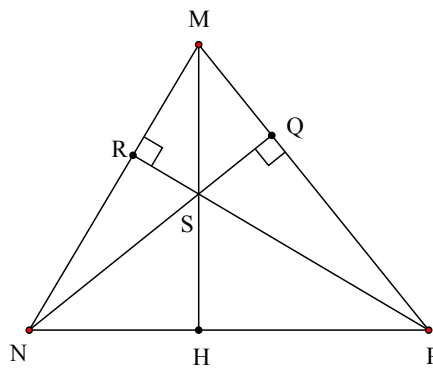


Ta có: $NM \perp PQ, OR \perp PN$

Mà NM giao OR tại Q $\Rightarrow Q$ là trực tâm của $DPON \Rightarrow PQ \perp ON$

Câu 8: Cho $DMNP$ có ba góc nhọn, các đường cao NQ, PR cắt nhau tại S . Chứng minh $MS \perp NP$.

Lời giải



Xét $DMNP$ có:

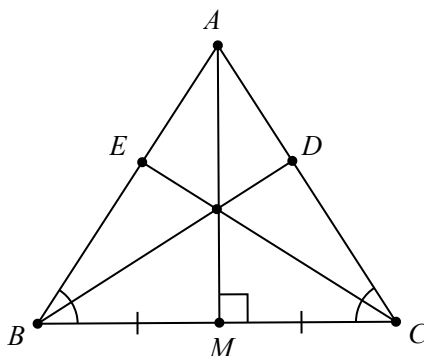
- $PR \perp MN$ (gt)
- $NQ \perp MP$ (gt)
- $PR \cap NQ = \{S\}$ (gt)

$\Rightarrow S$ là trực tâm của $DMNP$

$\Rightarrow MS \perp NP$ tại H .

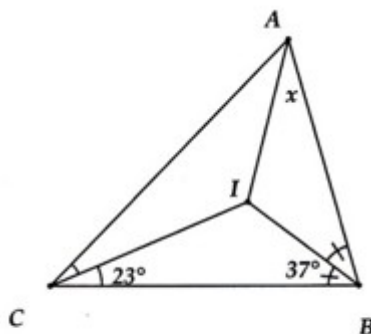
Câu 9: Cho tam giác ABC cân tại A . Kẻ các tia phân giác BD, CE . Lấy M là trung điểm của BC . Chứng minh AM là tia phân giác của $\angle BAC$.

Lời giải



Xét tam giác $DAMB$ và $DAMC$ có
 $AB = AC$ (giả thiết)
 $BM = CM$ (do M là trung điểm BC)
 Cạnh AM chung
 Do đó $DAMB = DAMC$ (c - c - c)
 $\Rightarrow \hat{BAM} = \hat{CAM}$ (hai góc tương ứng)
 Vậy AM là đường phân giác của $\hat{BAC}$.

Câu 10: Tìm x trong hình vẽ sau biết CI và BI là hai tia phân giác của $\hat{C}$ và $\hat{B}$.



Hình 1

Lời giải

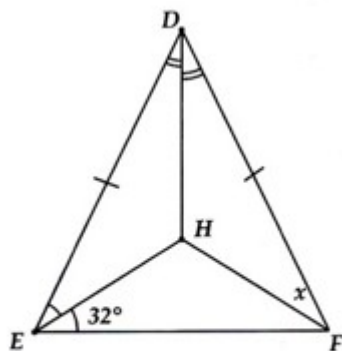
Ta có $\hat{B} + \hat{C} = 2\hat{IBC} + 2\hat{ICB} = 2(\hat{IBC} + \hat{ICB}) = 120^\circ$

$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Mà BI, CI lần lượt là tia phân giác của $\hat{B}$ và $\hat{C}$ nên I là giao điểm của ba đường phân

giác của $DABC \Rightarrow AI$ là tia phân giác của $\hat{A} \Rightarrow x = \frac{\hat{A}}{2} = 30^\circ$.

Câu 11: Tìm x trong hình vẽ sau biết EH và FH là hai phân giác của $\hat{DEF}$ và $\hat{DFE}$.



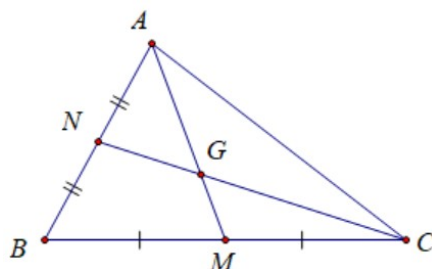
Hình 2

Lời giải

Ta có $\triangle DEF$ cân tại $D \Rightarrow \angle F = \angle E = 2\angle HEF = 64^\circ$.

$\Rightarrow FH$ là tia phân giác của $\angle DFE \Rightarrow x = \frac{\angle DEF}{2} = 32^\circ$.

Câu 12: Quan sát hình bên



a) Biết $AM = 15\text{cm}$, tính AG

b) Biết $GN = 6\text{cm}$, tính CN

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy G là giao điểm của hai đường trung tuyến AM, CN nên G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Khi đó ta có:

a) $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10 \text{ cm}$

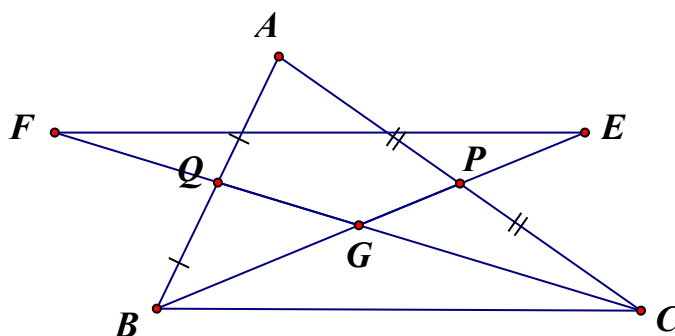
b) $GN = \frac{1}{3}NC \Rightarrow NC = 3GN = 3 \cdot 6 = 18 \text{ cm}$

Câu 13: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BP, CQ cắt nhau tại G . Trên tia đối của tia PB . Lấy điểm E sao cho $PE = PG$. Trên tia đối của tia QG lấy điểm F sao cho $QF = QG$. Chứng minh:

a) $GB = GE, GC = GE$;

b) $EF = BC$ và $EF \parallel BC$.

Lời giải



a) Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $BG = 2GP, CG = 2GQ$.

Lại có $PE = PG, QF = QG$ nên $GE = 2GP, GF = 2GQ$.

Do đó $BG = GE, CG = GF$.

b) Ta chứng minh được, $\triangle GBC = \triangle GEF$ (c.g.c)

Từ đó ta có $EF = BC$ và $\angle GEF = \angle GBC$

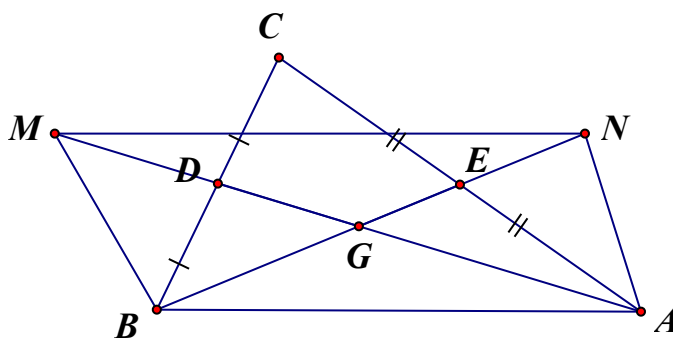
$\Rightarrow EF \parallel BC$

Câu 14: Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AD, BE cắt nhau tại G . Trên tia đối của tia DG lấy điểm M sao cho D là trung điểm của đoạn thẳng MG . Trên tia đối của tia EG lấy điểm N sao cho E là trung điểm của GN . Chứng minh:

a) $GN = GB, GM = GA$;

b) $AN = MB$ và $AN \parallel MB$.

Lời giải



a) Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $BG = 2GE, AG = 2GD$.

Lại có $GN = 2GE, GM = 2GD$ (D, E lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng MG, GN).

Do đó $GN = GB, GM = GA$;

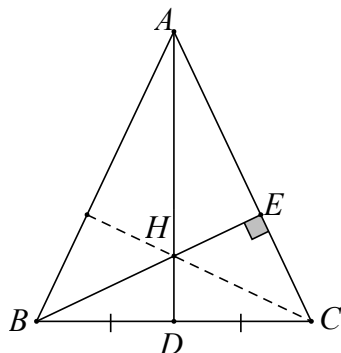
b) Ta chứng minh được: $\triangle GBM = \triangle GNA$ (c.g.c)

Từ đó ta có $AN = MB$ và $\angle GMB = \angle GAN$

▷ $AN // MB$

Câu 15: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , đường cao BE cắt đường trung tuyến AD ở H . Chứng minh CH tạo với AB một góc 90° .

Lời giải



Xét $\triangle ABC$ cân tại A có: AD là đường trung tuyến (gt) ▷ AD cũng là đường trung cao.

Lại có BE là đường cao mà BE cắt AD tại H

▷ H là trực tâm của $\triangle ABC$

▷ $CH \perp AB$ hay CH tạo với AB một góc 90° .

□ HẾT □