

MỤC LỤC

▶ BÀI 2. HOÁN VỊ CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP.....2

.....(A). Tóm tắt kiến thức
2

.....(B). Phân dạng toán cơ bản
3

- Dạng 1: Hoán vị.....3
- Dạng 2: Chỉnh hợp.....4
- Dạng 3: Tổ hợp.....5
- Dạng 4: Tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng máy tính cầm tay
6

.....(C). Dạng toán rèn luyện
6

- Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....6
- Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....22
- Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....31

A. Tóm tắt kiến thức

1. HOÁN VỊ

✍ **Định nghĩa:** Một hoán vị của một tập hợp có n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó (với n là số tự nhiên, $n \geq 1$).

✍ **Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là**

✓ $P_n = n! = n(n-1)(n-2)\dots 1.$

✍ **Chú ý:**

✓ Có $n!$ cách xếp n người vào n ghế xếp thành một dãy.

✓ Có $(n-1)!$ cách xếp n người vào n ghế xếp quanh một bàn tròn nếu không có sự phân biệt giữa các ghế.

2. CHỈNH HỢP

✍ **Định nghĩa:** Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $1 \leq k \leq n$).

✍ **Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $1 \leq k \leq n$ là**

✓ $A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

3. TỔ HỢP

✍ **Định nghĩa:** Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $0 \leq k \leq n$).

✍ **Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $(1 \leq k \leq n)$ là**

✓ $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

④. HAI TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA SỐ C_n^k

✍ Tính chất 1:

- ✓ Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$.

✍ Tính chất 2:

- ✓ Cho các số nguyên n và k với $1 \leq k \leq n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$.

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Hoán vị

✍ Phương pháp

- ✓ Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$).
- ✓ Mỗi cách sắp xếp n phần tử của A theo một thứ tự gọi là một **hoán vị** các phần tử đó (gọi tắt là hoán vị của A hay của n phần tử).
- ✓ Kí hiệu P_n là số hoán vị của n phần tử.
- ✓ Người ta chứng minh được rằng:
- ✓ Số các hoán vị của n phần tử ($n \geq 1$) bằng $P_n = n(n-1)(n-2) \cdots 2 \cdot 1$.
- ✍ **Chú ý:**
- ✓ Ta đưa vào kí hiệu: $n! = n(n-1)(n-2) \cdots 2 \cdot 1$ và đọc là n giai thừa hoặc giai thừa của n . Khi đó, $P_n = n!$
- ✓ Quy ước: $0! = 1$.

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Bãi đỗ xe ô tô còn lại ba chỗ trống như Hình. Có ba chiếc ô tô (kí hiệu A, B, C) đang đi vào bãi để đỗ xe.



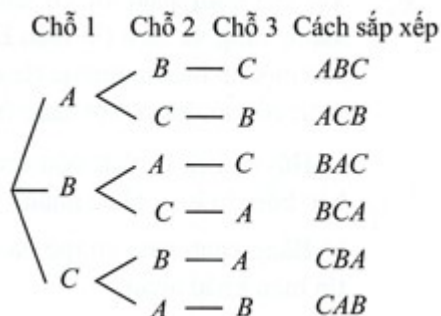
- Có bao nhiêu cách sắp xếp ba chiếc xe vào ba chỗ trống?
- Vẽ sơ đồ hình cây về các cách sắp xếp và kiểm tra kết quả tính toán ở trên.

Lời giải

a) Mỗi cách sắp xếp ba chiếc xe vào ba chỗ trống là một hoán vị của ba chiếc xe. Do đó, số cách sắp xếp ba chiếc xe vào ba chỗ trống là

$$P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ (cách).}$$

b) Sơ đồ hình cây như Hình. Sơ đồ có ba cành lớn, mỗi cành lớn có hai cành vừa, mỗi cành vừa có một cành bé. Từ đó, số cành bé bằng $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Từ đó, số cách sắp xếp ba chiếc xe vào ba chỗ trống là 6 cách.



Câu 2: Từ các chữ số 1;2;3;4;5, lập các số có năm chữ số khác nhau.

a) Có thể lập được bao nhiêu số như vậy?

b) Trong số đó có bao nhiêu số chẵn?

Lời giải

a) Mỗi số tự nhiên có năm chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số 1;2;3;4;5 là một hoán vị của năm chữ số này. Do đó, số số tự nhiên lập được là

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ (số).}$$

b) Bước 1: chọn chữ số hàng đơn vị là chữ số chẵn. Có 2 cách chọn (chọn 2 hoặc 4).

Bước 2: chọn bốn chữ số còn lại, có $P_4 = 4!$ cách chọn.

Từ đó, theo quy tắc nhân, số số tự nhiên chẵn có năm chữ số khác nhau lập từ các chữ số đã cho là

$$2 \cdot P_4 = 2 \cdot 4! = 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48 \text{ (số).}$$

•Dạng 2: Chỉnh hợp

Phương pháp

- ✓ Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$) và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.
- ✓ Mỗi cách lấy k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự gọi là một **chỉnh hợp** chập k của n phần tử đó.
- ✓ Kí hiệu A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- ✓ Người ta chứng minh được rằng:
- ✓ Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$) bằng

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$



✍ **Nhận xét:** Mỗi hoán vị của n phần tử cũng chính là chỉnh hợp chập n của n phần tử đó. Ta có $P_n = A_n^n, n \geq 1$

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính: a) A_5^3 , b) A_7^4 ; c) A_5^2 .

Lời giải

a) $A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$;

b) $A_7^4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$;

c) $A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20$

Câu 2: Phần thi chung kết nội dung chạy cự li $1500m$ của một giải đấu có 10 vận động viên tham gia. Có bao nhiêu khả năng về kết quả 3 vận động viên đoạt huy chương vàng, bạc và đồng sau khi phần thi kết thúc? Biết rằng không có hai vận động viên nào về đích cùng lúc.



Lời giải

Mỗi kết quả về 3 vận động viên đoạt huy chương vàng, bạc và đồng của nội dung thi đấu là một chỉnh hợp chập 3 của 10 vận động viên. Do đó, số kết quả có thể là

$$A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720.$$

•Dạng ③: Tổ hợp

✍ Phương pháp

- ✓ Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$).
- ✓ Mỗi tập con gồm k phần tử ($1 \leq k \leq n$) của A được gọi là một **tổ hợp** chập k của n phần tử.
- ✓ Kí hiệu C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$).
- ✓ Người ta chứng minh được rằng:
- ✓ Số các tổ hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$) bằng

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$



✍ **Chú ý:** Người ta quy ước $C_n^0 = 1$.

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tổ Một có 9 thành viên. Tuần tới là phiên trực nhật của tổ, nên cần phân công 4 bạn đi bê ghế của lớp cho buổi chào cờ.



- a) Tổ có bao nhiêu cách phân công 4 bạn đi bê ghế?
b) Tổ có bao nhiêu cách chọn 5 bạn không phải đi bê ghế?

Lời giải

a) Mỗi cách phân công 4 bạn từ 9 bạn là một tổ hợp chập 4 của 9 bạn. Do đó, số cách phân công 4 bạn của tổ đi bê ghế là

$$C_9^4 = \frac{9!}{4!5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 126 \quad (\text{cách}).$$

b) Tương tự, số cách chọn 5 bạn từ 9 bạn không phải đi bê ghế là

$$C_9^5 = \frac{9!}{5!4!} = 126 \quad (\text{cách}).$$

Nhận xét: Ở Ví dụ 5, ta thấy $C_9^4 = C_9^5$. Tổng quát, ta có hệ thức

$$C_n^k = C_n^{n-k} \quad (0 \leq k \leq n).$$

•Dạng ④: Tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp bằng máy tính cầm tay

✍ **Phương pháp**

- ✓ Với một số máy tính cầm tay, ta có thể tính toán nhanh số các hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau?

- A. 256. B. 720. C. 120. D. 24.

Lời giải

Số cách lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau từ các chữ số đã cho là số hoán vị của 6 phần tử, do đó có $6! = 720$

Câu 2: Cho các số 1, 5, 6, 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho.

- A. 64. B. 24. C. 256. D. 12.

Lời giải

Số các số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho là: $4! = 24$ số.

Câu 3: Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A.** 32. **B.** 24. **C.** 256. **D.** 18.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập A là hoán vị của 4 phần tử.

Vậy có $4! = 24$ số cần tìm.

Câu 4: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau:

- A.** 120. **B.** 720. **C.** 16. **D.** 24.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5 là một hoán vị của 5 phần tử đó. Nên số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P_5 = 5! = 120$ (số).

Câu 5: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?

- A.** 60. **B.** 120. **C.** 24. **D.** 48.

Lời giải

Mỗi cách lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một hoán vị của 5 phần tử.

Vậy có $5! = 120$ số cần tìm.

Câu 6: Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là

- A.** $10!$. **B.** 10^2 . **C.** 2^{10} . **D.** 10^{10} .

Lời giải

Số các hoán vị của 10 phần tử: $10!$.

Câu 7: Số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là

- A.** 720. **B.** 966. **C.** 696. **D.** 669.

Lời giải

Lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau, ta tìm được: $6!$ số.

Lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau nhưng bắt đầu bằng 12, ta tìm được: $4!$ số.

Vậy số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 là $6! - 4! = 696$ số.

Câu 8: Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

- A. 384. B. 120. C. 216. D. 600.

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6! - 5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5! - 4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau là: $6! - 5! - (2.5! - 4!) = 384$.

Câu 9: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 5^5 . B. $5!$. C. $4!$. D. 5.

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

Câu 10: Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài là

- A. 120. B. 24. C. 5. D. 1.

Lời giải

Ta có số cách xếp 5 học sinh vào một bàn dài là số các hoán vị của 5 học sinh đó. Vậy kết quả là: $P_5 = 5! = 120$.

Câu 11: Có bao nhiêu các sắp xếp 10 bạn học sinh thành một hàng ngang ?

- A. P_{10} . B. C_{10}^1 . C. A_{10}^1 . D. C_{10}^{10} .

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 10 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của tập hợp có 10 phần tử.

Suy ra số cách sắp xếp là P_{10} .

Câu 12: Ban chấp hành chi đoàn lớp 11D có bạn An, Bình, Công. Hỏi có bao nhiêu cách phân công các bạn này vào các chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm?

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách phân công 3 bạn An, Bình, Công vào 3 chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm là một hoán vị của 3 phần tử. Vậy có $3! = 6$ cách.

Câu 13: Có tất cả bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách?

- A. $5!$ B. 6^5 C. $6!$ D. 6^6

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách sắp xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy số cách sắp xếp là $6!$.

Câu 14: Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?

- A. 120 . B. 625 . C. 3125 D. 80 .

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 5 sinh viên vào 5 vị trí thỏa đề là một hoán vị của 5 phần tử. Suy ra số cách xếp là $5! = 120$ cách.

Câu 15: Trong kì thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một Điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?

- A. 625 . B. 3125 . C. 120 . D. 80 .

Lời giải

Số cách phân công 5 vị trí trực khác nhau cho 5 người là: $5! = 120$.

Câu 16: Cho tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

- A. $4!$. B. A_9^4 . C. 4^9 . D. C_9^4 .

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là: A_9^4 .

Câu 17: Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. C_7^2 .

B. 7^2 .

C. A_7^2 .

D. 2^7 .

Lời giải

Mỗi số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau thành lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là một chỉnh hợp chập 2 của 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Vậy số các số tự nhiên thành lập được là A_7^2 .

Câu 18: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?.

A. 2^8 .

B. C_8^2 .

C. A_8^2 .

D. 8^2 .

Lời giải

Số số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 là số cách chọn 2 chữ số khác nhau từ 8 số khác nhau có thứ tự.

Vậy có A_8^2 số.

Câu 19: Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5?

A. A_5^4 .

B. P_5 .

C. C_5^4 .

D. P_4 .

Lời giải

Số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử

Vậy có A_5^4 số cần tìm.

Câu 20: Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

A. 24.

B. 720.

C. 840.

D. 35.

Lời giải

Ta có: $A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840$.

Câu 21: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$.

B. 9^5 .

C. C_9^5 .

D. A_9^5 .

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là A_9^5 số.

Câu 22: Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?

- A. 360. B. 120. C. 15. D. 20.

Lời giải

Từ tập S lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

Câu 23: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số khác nhau và đều khác 0?

- A. 90. B. 9^2 . C. C_9^2 . D. A_9^2 .

Lời giải

Số tự nhiên cần lập có 2 chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số từ 1 đến 9 nên có A_9^2 số như vậy.

Câu 24: Từ tập $X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

- A. 60. B. 125. C. 10. D. 6.

Lời giải

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3 = 60$ (số).

Câu 25: Cho tập $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

- A. 720. B. 360. C. 120. D. 24.

Lời giải

Tập A gồm có 6 phần tử là những số tự nhiên khác 0.

Từ tập A có thể lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau.

Câu 26: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là

- A. A_{10}^2 . B. C_2^{10} . C. C_{10}^2 . D. A_2^{10} .

Lời giải

Chọn A

Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là: A_{10}^2 .

Câu 27: Tính số các chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử.

- A. 21. B. 2520. C. 5040. D. 120.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết công thức tính số các chỉnh hợp chập 5 của 7:

$$A_7^5 = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520.$$

Câu 28: Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6. Có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

- A. 216. B. 120. C. 504. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách lập số là một chỉnh hợp chập 3 của 6.

Vậy có $A_6^3 = 120$ số.

Câu 29: Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử.

- A. 35. B. 24. C. 720. D. 840.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840.$

Câu 30: Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau

- A. C_9^3 . B. A_9^3 . C. $9!$. D. $A_9^3 - A_8^2$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi số tự nhiên lập được có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 là một chỉnh hợp chập 3 của 9.

Vậy lập được A_9^3 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 31: Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

- A. A_{10}^2 . B. C_{10}^2 . C. A_{10}^8 . D. 10^2 .

Lời giải

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Câu 32: Cho tập M gồm 10 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của M là

- A. 40. B. A_{10}^4 . C. C_{10}^4 . D. 10^4 .

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 4 phần tử của M là số cách chọn 4 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M .

Do đó số tập con gồm 4 phần tử của M là C_{10}^4 .

Câu 33: Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?

- A. 100. B. 80. C. 45. D. 90.

Lời giải

Chọn C

Mỗi tập con có 8 phần tử của tập hợp E là một tổ hợp chập 8 của 10. Vậy số tập con có 8 phần tử của tập hợp E là: $C_{10}^8 = 45$.

Câu 34: Cho tập A gồm 12 phần tử. Số tập con có 4 phần tử của tập A là

- A. A_{12}^8 . B. C_{12}^4 . C. $4!$. D. A_{12}^4 .

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa tổ hợp: “Giả sử tập A có n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho”.

Do đó theo yêu cầu bài toán số tập con có 4 phần tử của tập A là C_{12}^4 .

Vậy chọn ý B

Câu 35: Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?

- A. 100. B. 90. C. 45. D. 80.

Lời giải

Mỗi tập con có 8 phần tử của tập hợp E là một tổ hợp chập 8 của 10 phần tử nên số tập con cần tìm là $C_{10}^8 = 45$.

Câu 36: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$.

- A. 120. B. 30. C. 40. D. 20.

Lời giải

Vì số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$ nên $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Suy ra số các số có dạng $\overline{abc}$ là $C_6^3 = 20$.

Câu 37: Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

- A. 1260. B. 40320. C. 120. D. 1728.

Lời giải

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_9^2 cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_7^3 cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_4^4 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_9^2 C_7^3 C_4^4 = 1260$ số.

Câu 38: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục?

- A. 48. B. 72. C. 54. D. 36.

Lời giải

Cứ hai số được chọn từ trong chín chữ số đã cho chỉ lập được duy nhất một số theo yêu cầu, nghĩa là ta được một tổ hợp chập 2 của 9 phần tử.

Vậy số các số cần lập là $C_9^2 = 36$.

Câu 39: Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$, hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên mỗi số có 4 chữ số khác nhau mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước?

- A. 4536. B. 2513. C. 126. D. 3913.

Lời giải

Vì chữ số cần lập mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nên không có chữ số 0.

Chọn 4 chữ số khác nhau từ các chữ số $1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$ có $C_9^4 = 126$ cách chọn.

Ứng với mỗi cách chọn đó chỉ có duy nhất 1 cách xếp mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước. Do đó có 126 số thỏa mãn đề bài.

Câu 40: Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

A. 2^5 .

B. C_5^2 .

C. A_5^2 .

D. 5^2 .

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử.
vậy có C_5^2 cách.

Câu 41: Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

A. A_6^2 .

B. C_6^2 .

C. 2^6 .

D. 6^2 .

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là: C_6^2 .

Câu 42: Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7 .

B. A_7^2 .

C. C_7^2 .

D. 7^2 .

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử.
Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là: C_7^2 .

Câu 43: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?

A. 2^{38}

B. C_{38}^2

C. 38^2

D. A_{38}^2

Lời giải

Chọn B

Câu 44: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

A. 2^{34} .

B. A_{34}^2 .

C. 34^2 .

D. C_{34}^2 .

Lời giải

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^2 .

Câu 45: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?

A. A_{38}^2 .

B. 2^{38} .

C. C_{38}^2 .

D. 38^2 .

Lời giải

$$C_{38}^2$$

Câu 46: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

A. C_{10}^2

B. 10^2

C. A_{10}^8

D. A_{10}^2

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử $\Rightarrow$ Số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2

Câu 47: Một lớp có 48 học sinh. Số cách chọn 2 học sinh trực nhật là

A. 2256.

B. 2304.

C. 1128.

D. 96.

Lời giải

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong 48 là một tổ hợp chập 2 của 48 phần tử.
Suy ra số cách chọn là $C_{48}^2 = 1128$.

Câu 48: Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Lời giải

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 49: Từ các chữ số của tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó chữ số 2 xuất hiện đúng ba lần, các chữ số còn lại đôi một khác nhau?

A. 31203.

B. 12600.

C. 181440.

D. 27000

Lời giải

Chọn D

*Ý tưởng: Đầu tiên, ta chọn 7 chữ số gồm 3 chữ số 2 và 4 chữ số bất kì từ tập $\{0;1;3;4;5;6;7\}$ rồi xếp vào 7 vị trí. Sau đó, ta trừ đi những trường hợp mà chữ số 0 đứng đầu.

Bước 1: Ta xếp 3 chữ số 2 vào 3 trong 7 vị trí $\Rightarrow$ Có C_7^3 cách.

Chọn 4 chữ số còn lại từ tập $\{0;1;3;4;5;6;7\}$ và xếp vào 4 vị trí còn lại $\Rightarrow$ Có A_7^4 cách.

Bước 2: Chọn chữ số đầu tiên bên trái là 0.

Ta xếp 3 chữ số 2 vào 3 trong 6 vị trí còn lại $\Rightarrow$ Có C_6^3 cách 3 chữ số còn lại có A_6^3 cách chọn.

Kết luận: tổng cộng có $C_7^3 \times A_7^4 - C_6^3 \times A_6^3 = 27000$ số tự nhiên thỏa mãn đề bài.

Câu 50: Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong sáu bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

- A. 36. B. 180. C. 72. D. 18.

Lời giải

Xếp hai bạn vào ghế mang số chẵn có A_3^2 cách.

Xếp hai bạn vào ghế mang số lẻ có A_3^2 cách.

Số cách xếp hai bạn còn lại vào hai vị trí còn lại là $2!$ cách.

Vậy số cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó là $A_3^2 \cdot A_3^2 \cdot 2! = 72$ (cách).

Câu 51: Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

- A. 786240. B. 846000. C. 907200. D. 151200.

Lời giải

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0 .

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_5^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 52: Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số sao cho chữ số 2 xuất hiện 4 lần, còn các chữ số khác xuất hiện một lần.

- A.** 120. **B.** 840. **C.** 576. **D.** 1680.

Lời giải

Chọn 4 trong 8 vị trí để xếp số 2 : có C_8^4 cách chọn.

Xếp các chữ số $1; 3; 4; 5$ vào 4 vị trí còn lại: có $4!$ cách chọn.

Vậy có $C_8^4 \cdot 4! = 1680$ (số).

Câu 53: Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn từ đó 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư đó ấy lên 3 bì thư đã chọn, mỗi bì thư chỉ dán một tem thư. Hỏi có bao nhiêu cách làm như vậy?

- A.** 1200. **B.** 1800. **C.** 1000. **D.** 200.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 bì thư có C_6^3 .

Chọn 3 tem thư và dán nó vào 3 bì thư có A_5^3 .

Số cách chọn cần tìm là $C_6^3 \cdot A_5^3 = 1200$.

Câu 54: Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa có khác nhau vào 5 lọ khác nhau sao cho mỗi lọ cắm không quá một bông?

- A.** A_5^3 . **B.** $3!$. **C.** C_5^3 . **D.** A_5^2 .

Lời giải

Chọn ra 3 lọ trong 5 lọ để cắm hoa. Số cách chọn lọ là: C_5^3

Số cách cắm 3 bông hoa vào 3 lọ được chọn là: $3!$

Số cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ là: $C_5^3 \cdot 3! = A_5^3$.

Câu 55: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

- A.** 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Lời giải

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có : $6! \cdot A_5^3 = 43200$ cách.

Câu 56: Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

- A. 72. B. 36. C. 18. D. 180.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên chẵn là A_3^2 .

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên lẻ là A_3^2 .

Còn lại 2 vé cho hai bạn còn lại có $2!$ cách.

Vậy số cách chọn là: $A_3^2 \cdot A_3^2 \cdot 2! = 72$ cách.

Câu 57: Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

- A. 36 B. 18 C. 12 D. 72

Lời giải

Chọn A

Có hai người mà mỗi người nhận một đồ vật và một người nhận hai đồ vật.

Chọn hai người để mỗi người nhận một đồ vật: có C_3^2 cách chọn.

Chọn hai đồ vật trao cho hai người: có A_4^2 cách chọn.

Hai đồ vật còn lại trao cho người cuối cùng.

Vậy số cách chia là : $C_3^2 \cdot A_4^2 = 36$ cách.

Câu 58: Một Thầy giáo có 10 cuốn sách Toán đôi một khác nhau, trong đó có 3 cuốn Đại số, 4 cuốn Giải tích và 3 cuốn Hình học. Ông muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 học sinh sao cho sau khi tặng mỗi loại sách còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách tặng.

- A. 24412 B. 23314. C. 32512. D. 24480.

Lời giải

Chọn D

Số cách lấy 5 cuốn sách và đem tặng cho 5 học sinh: $S = A_{10}^5 = 30240$ cách.

Số cách chọn sao cho không còn sách Đại số: $S_1 = C_7^2 \cdot 5! = 2520$ cách

Số cách chọn sao cho không còn sách Giải tích: $S_2 = C_6^1 \cdot 5! = 720$ cách

Số cách chọn sao cho không còn sách Hình học: $S_3 = C_7^2 \cdot 5! = 2520$ cách.

Vậy số cách tặng thỏa yêu cầu bài toán:: $S - S_1 - S_2 - S_3 = 24480$ cách tặng.

Câu 59: Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Lời giải

Chọn D

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 60: Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và một nữ?

A. 12141421.

B. 5234234.

C. 4989600.

D. 4144880

Lời giải

Chọn C

Có C_{12}^4 cách phân công 4 nam về tỉnh thứ nhất

Với mỗi cách phân công trên thì có C_8^4 cách phân công 4 nam về tỉnh thứ hai và có C_4^4 cách phân công 4 nam còn lại về tỉnh thứ ba.

Khi phân công nam xong thì có $3!$ cách phân công ba nữ về ba tỉnh đó.

Vậy có tất cả $C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4 \cdot 3! = 4989600$ cách phân công.

Câu 61: Có hai học sinh lớp A , ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B . Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy ?

- A.** 80640. **B.** 108864. **C.** 145152. **D.** 217728.

Lời giải

Xét các trường hợp sau :

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2! \cdot 8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^1 \cdot 7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^2 \cdot 6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^3 \cdot 5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^4 \cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!(8! + A_4^1 7! + A_4^2 6! + A_4^3 5! + A_4^4 4!) = 145152$ cách.

Câu 62: Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ.

- A.** 141666. **B.** 241561. **C.** 111300. **D.** 131444.

Lời giải

Chọn C

Vì trong 5 người được chọn phải có ít nhất 1 nữ và ít nhất phải có 2 nam nên số học sinh nữ gồm 1 hoặc 2 hoặc 3 nên ta có các trường hợp sau:

- chọn 1 nữ và 4 nam.

+) Số cách chọn 1 nữ: 5 cách

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2

+) Số cách chọn 2 nam còn lại: C_{13}^2

Suy ra có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2$ cách chọn cho trường hợp này.

- chọn 2 nữ và 3 nam.

+) Số cách chọn 2 nữ: C_5^2 cách.

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

+) Số cách chọn 1 còn lại: 13 cách.

Suy ra có $13A_{15}^2 \cdot C_5^2$ cách chọn cho trường hợp này.

- Chọn 3 nữ và 2 nam.

+) Số cách chọn 3 nữ: C_5^3 cách.

+) Số cách chọn 2 làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

Suy ra có $A_{15}^2 \cdot C_5^3$ cách chọn cho trường hợp 3.

Vậy có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2 + 13A_{15}^2 \cdot C_5^2 + A_{15}^2 \cdot C_5^3 = 111300$ cách.

Câu 63: Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

A. 720 .

B. 1440 .

C. 18720 .

D. 40320 .

Lời giải

Chọn C

Ta dùng phân bù.

Sắp 8 người vào 8 vị trí theo hàng dọc có $8!$ cách sắp xếp.

Sắp ông và bà An vào 2 trong 6 vị trí (trừ vị trí đầu và cuối hàng) có A_6^2 cách.

Sắp 6 người con vào 6 vị trí còn lại có $6!$ cách.

Vậy có $8! - A_6^2 \cdot 6! = 18720$ cách sắp xếp.

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Một trường trung học phổ thông có 20 bạn học sinh tham dự tọa đàm về tháng Thanh niên do Quận Đoàn tổ chức. Vị trí ngồi của trường là khu vực gồm 4 hàng ghế, mỗi hàng có 6 ghế, khi đó:

a) Có C_{20}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên

b) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai

c) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_8^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba

d) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_6^2 cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 20 bạn để ngồi vào hàng ghế đầu tiên là một chỉnh hợp chập 6 của 20. Vậy có A_{20}^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên.

b) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 14 bạn để ngồi vào hàng ghế thứ hai là một chỉnh hợp chập 6 của 14. Vậy có A_{14}^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên.

c) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 8 bạn để ngồi vào hàng ghế thứ ba là một chỉnh hợp chập 6 của 8. Vậy có A_8^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba sau khi sắp xếp xong hai hàng ghế đầu.

d) Còn lại 2 bạn ngồi vào hàng ghế cuối cùng. Mỗi cách chọn 2 ghế trong 6 ghế để xếp chỗ ngồi cho 2 bạn là một chỉnh hợp chập 2 của 6. Vậy có A_6^2 cách xếp 2 bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng.

Câu 2: Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc, khi đó:

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).

b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).

c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).

d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc: $P_8 = 8! = 40320$ (cách).

b) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhóm 5 học sinh nam.

Số cách xếp trong $X: 3!$; số cách xếp trong $Y: 5!$.

Số cách hoán đổi $X, Y: 2!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1440$ (cách).

c) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong $X: 3!$.

Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam (ta xem có 6 đơn vị): $6!$

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4320$ (cách).

d) Sắp xếp trước cho 5 nam sinh, số cách hình vẽ): C_6^3 (cách).



Sắp xếp 3 nữ sinh vào 3 vị trí vừa được chọn: $3!$ (cách).

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $5!C_6^3 3! = 14400$.

Lưu ý: Việc chọn 3 vị trí từ 6 vị trí để sắp xếp 3 nữ sinh vào có thể được thực hiện gộp bởi công thức A_6^3 . Khi đó số cách xếp thỏa mãn là $5!A_6^3$.

Câu 3: Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu, khi đó:

a) Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng

b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng

c) Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng

d) Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Khách lên tàu tùy ý nên mỗi khách sẽ có 3 lựa chọn. Vậy số khả năng thỏa mãn là $3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 3

c) Số cách chọn 3 toa để xếp 3 hành khách là: $A_3^3 = 3! = 6$.

d) Giai đoạn 1: Chia 3 hành khách ra làm hai nhóm X, Y: một nhóm có 2 người và một nhóm có 1 người. Số cách thực hiện là: $C_3^2 \times 1$.

Giai đoạn 2: Chọn 2 trong 3 toa tàu để xếp hai nhóm vào, số cách thực hiện là A_3^2 .

$$C_3^2 \times 1 \times A_3^2 = 18$$

Vậy số cách xếp khách lên tàu thỏa mãn là .

Câu 4: Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

a) Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách

b) Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách

c) Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách

d) Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

a) Số cách chọn 4 bông từ 9 bông: $C_9^4 = 126$ (cách).

b) Số cách chọn 2 bông hồng từ 5 bông hồng: C_5^2 (cách).

Số cách chọn 2 bông trắng từ 4 bông trắng: C_4^2 (cách).

Số cách chọn một bó bông thỏa mãn đề bài: $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

c) 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).

d) Cách giải 1: Làm trực tiếp.

Trường hợp 1: 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).

Trường hợp 2: 2 bông hồng, 2 bông trắng: có $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

Trường hợp 3: 1 bông hồng, 3 bông trắng: có $C_5^1 \cdot C_4^3 = 20$ (cách).

Theo quy tắc cộng ta có tất cả $40 + 60 + 20 = 120$ (cách chọn).

Cách giải 2: Phương pháp loại trừ.

Số cách chọn 4 bông từ 9 bông (tùy ý): $C_9^4 = 126$ (cách).

Số cách chọn 4 bông chỉ một màu (hồng hoặc trắng): $C_5^4 + C_4^4 = 6$ (cách).

Vậy số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: $126 - 6 = 120$ (cách).

Câu 5: Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A ,¹⁰ học sinh khối B và 5 học sinh khối C , cần chọn ra 15 học sinh, khi đó:

a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là ²⁵²²⁵²

b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C ,¹³ học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{15}^{13}$ cách.

c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C ,¹⁰ học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.

d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là ⁵¹⁸⁶¹⁹⁵⁰

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Số cách chọn 5 học sinh mỗi khối (A, B, C) lần lượt là: $C_{15}^5, C_{10}^5, C_5^5$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_{15}^5 \times C_{10}^5 \times C_5^5 = 756756$ (cách).

d) Ta sử dụng quy tắc loại trừ như lời giải sau:

Xét bài toán 1: Chọn 2 học sinh khối C ,¹³ học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{25}^{13}$ cách.

Xét bài toán 2: Chọn 2 học sinh khối C ,¹³ học sinh khối B và khối A không thỏa mãn yêu cầu.

- Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh khối C ,¹⁰ học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.

- Trường hợp 2: Chọn 2 học sinh khối C ,⁹ học sinh khối B và 4 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^9 C_{15}^4$ cách.

$$C_5^2 C_{25}^{13} - C_{10}^{10} C_{15}^3 - C_{10}^9 C_{15}^4 = 51861950$$

Vậy số cách chọn thỏa mãn là (cách).

Câu 6: An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó:

- a) Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý
- b) Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau
- c) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau
- d) Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Xếp tùy ý 9 bạn lên hàng ghế nằm ngang, ta có $9! = 362880$ (cách xếp).

b) Xếp chỗ cho An và Bình ngồi cạnh nhau (thành nhóm X), số cách xếp trong X là $2!$.

Số cách xếp nhóm X với 7 người còn lại (ta xem là hoán vị của 8 phần tử), số cách xếp là $8!$.

Số cách xếp hàng thỏa mãn là $2!8! = 80640$ (cách).

c) Số cách xếp 9 bạn vào 9 chỗ là $9!$ cách. Vậy số cách xếp để An và Bình không ngồi cạnh nhau là: $9! - 2!8! = 282240$ (cách).

d) Số cách xếp để An, Bình ngồi 2 đầu dãy ghế là: $2! \cdot 7! = 10080$

Câu 7: Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG, khi đó

- a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách
- b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.
- c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.
- d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách,

Trường hợp này có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2)$ cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 8: Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B . Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người, khi đó:

a) Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có C_{14}^6 cách

b) Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B , có C_{12}^4 cách

c) Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B , có C_{12}^6 cách

d) Có C_{12}^6 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có C_{14}^6 cách

Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B , có C_{12}^4 cách

Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B , có C_{12}^6 cách

Suy ra số cách chọn 6 bạn có mặt A, B nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ là: $C_{14}^6 - C_{12}^4 - C_{12}^6 = 1584$ cách,
 Chọn 1 tổ trưởng từ nhóm 6 bạn này, có 6 cách.

Vậy có $1584 \cdot 6 = 9504$ cách chọn thỏa yêu cầu đề.

Câu 9: Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi, khi đó:

- a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách.
- b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách.
- c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách.
- d) Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: $C_6^2 \cdot 5 \cdot 4 = 300$ cách.

b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: $6 \cdot C_5^2 \cdot 4 = 240$ cách.

c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: $6 \cdot 5 \cdot C_4^2 = 180$ cách.

d) $300 + 240 + 180 = 720$ cách.

Câu 10: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp $^{12}A, 3$ học sinh lớp ^{12}B và 2 học sinh lớp ^{12}C . Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng, khi đó:

a) Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách.

b) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp ^{12}A và ^{12}B có: 21 cách.

c) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp ^{12}B và ^{12}C có: 2 cách.

d) Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: $C_9^5 = 126$ cách.

* Chọn 5 học sinh có cả học sinh 2 lớp, xảy ra các tình huống sau:

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp ^{12}A và ^{12}B có: $C_7^5 = 21$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp ^{12}A và ^{12}C có: $C_6^5 = 6$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp ^{12}B và ^{12}C có: $C_5^5 = 1$ cách.

* Chọn 5 học sinh chỉ có một lớp duy nhất: không có.

Vậy số cách chọn 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh là:

$$126 - (21 + 6 + 1) = 98 \text{ cách.}$$

Câu 11: Cho phương trình $A_x^3 + C_x^{x-3} = 14x$

a) Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$.

b) Phương trình có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

d) Nghiệm của phương trình là số nguyên tố

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$. Ta có: $A_x^3 + C_x^{x-3} = 14x$

$$\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-3)!} + \frac{x!}{(x-3)!3!} = 14x \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) + \frac{x(x-1)(x-2)}{6} = 14x$$

$$\Leftrightarrow 7(x-1)(x-2) = 84$$

$$(x > 0) \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (n)} \\ x = -2 \text{ (l)} \end{cases}$$

(vì

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 5$.

Câu 12: Cho bất phương trình $\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^3} \geq \frac{1}{C_{n+1}^2}$.

a) Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$

b) Bất phương trình có chung tập nghiệm với bất phương trình $n^2 - 6n + 5 \leq 0$

- c) Bất phương trình đã cho có 4 nghiệm thỏa mãn
d) Các nghiệm thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của phương trình
 $x^3 - 12x^2 + 47x - 60 = 0$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Ta có:

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n(n-1)} + \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \geq \frac{2}{n(n+1)}$$

$$\Leftrightarrow (n+1)(n-2) + (n+1) \geq 2(n-1)(n-2) \Leftrightarrow n^2 - 6n + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq n \leq 5.$$

Vì $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên $n \in \{3; 4; 5\}$.

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

Trả lời: 7440

Lời giải

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321,

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn bốn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số,

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123,

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn ba số b, c, d ,

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 4 \cdot A_6^3 = 2880$ số.

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2880) = 7440$.

Câu 2: Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.

Trả lời: 111300

Lời giải

- Chọn 2 trong 15 nam làm tổ trưởng và tổ phó có A_{15}^2 cách.

- Chọn 3 tổ viên, trong đó có nữ.

+ Chọn 1 nữ và 2 nam có $5 \cdot C_{13}^2$ cách,

+ Chọn 2 nữ và 1 nam có $13 \cdot C_5^2$ cách,

+ Chọn 3 nữ có C_5^3 cách.

Vậy có $A_{15}^2 (5 \cdot C_{13}^2 + 13 \cdot C_5^2 + C_5^3) = 111300$ cách.

Câu 3: Lớp $10A$ có 38 học sinh. Trong buổi sinh hoạt lớp, giáo viên yêu cầu các học sinh bầu ra 3 bạn để làm cán bộ lớp gồm lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó kỉ luật. Hỏi có bao nhiêu cách bầu cán bộ lớp?

Trả lời: 50616

Lời giải

Mỗi cách chọn ba bạn để bầu làm cán bộ lớp (có sự phân chia lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó kỉ luật) là một chỉnh hợp chập 3 của 38 phần tử. Vậy số cách để bầu cán bộ lớp là: $A_{38}^3 = 50616$ (cách).

Câu 4: Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Trả lời: 180

Lời giải

Số cách chọn ra chữ số hàng trăm là 6 cách. Với chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị, mỗi cách chọn ra 2 số chính là một chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử. Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau lập được là: $6 \cdot A_6^2 = 180$ (cách).

Câu 5: Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 2 mà mỗi số có ba chữ số khác nhau?

Trả lời: 320

Lời giải

Gọi số có ba chữ số cần tìm là $\overline{abc} (a \neq 0)$.

Vì số cần tìm chia hết cho 2 nên số cách chọn chữ số c là 5 cách.

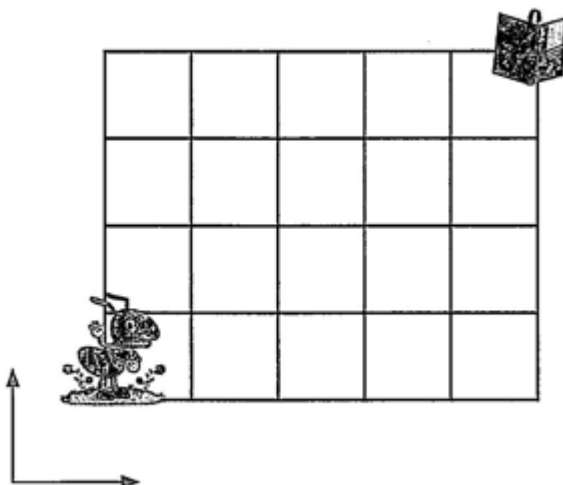
Số cách chọn chữ số a là C_8^1 (cách).

Số cách chọn chữ số b là C_8^1 (cách).

Vậy số các số chia hết cho 2 mà mỗi số có ba chữ số khác nhau là:

$5 \cdot C_8^1 \cdot C_8^1 = 5 \cdot 8 \cdot 8 = 320$ (số)

Câu 6: Một chú kiến đứng tại góc dưới cùng của lưới 4×5 ô vuông như hình sau đây. Mỗi bước di chuyển chú kiến là một ô, và chú kiến chỉ có thể đi sang phải hoặc đi lên trên theo đường kẻ. Hỏi chú kiến có bao nhiêu cách đến vị trí cuốn sách?



Trả lời: 126

Lời giải

Để đi đến vị trí cuốn sách, chú kiến cần bước 9 bước gồm 4 bước đi lên và 5 bước đi sang phải. Số cách chọn 4 bước đi lên và 5 bước đi sang phải chính là số cách chọn 4 bước đi lên trong dãy 9 bước cần di chuyển. Do đó, số cách chú kiến có thể chọn để đi đến vị trí cuốn sách là: $C_9^4 = 126$ (cách).

Câu 7: Lớp 10B có 15 bạn (trong đó có lớp trưởng) tham gia hoạt động trò chơi do Đoàn trường tổ chức. Trong trò chơi chạy tiếp sức, cô giáo phải xếp đội hình gồm 6 bạn và thứ tự chạy của họ. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách xếp đội hình để lớp trưởng là người chạy cuối.

Trả lời: 240240

Lời giải

Lớp trưởng là người chạy cuối: có 1 cách xếp.

Mỗi cách xếp đội hình 5 bạn còn lại trong 14 bạn là một chỉnh hợp chập 5 của 14 phần tử nên số cách xếp đội hình theo yêu cầu là: $A_{14}^5 \cdot 1 = 240240$.

Câu 8: Cho 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ sao cho điểm đầu và điểm cuối của mỗi vectơ đó là 2 trong 18 điểm đã cho?

Trả lời: 306

Lời giải

Mỗi cách chọn một vectơ là một cách chọn 2 điểm trong 18 điểm đã cho rồi xếp thứ tự điểm đầu và điểm cuối, tức là một chỉnh hợp chập 2 của 18 phần tử. Vậy số vectơ thỏa mãn đề bài là: $A_{18}^2 = 306$.

Câu 9: Bạn Phú chọn mật khẩu cho tài khoản Microsoft Teams của mình gồm 8 ký tự đôi một khác nhau, trong đó 2 ký tự đầu tiên là hai chữ cái in thường, 2 ký tự tiếp theo là hai chữ cái in hoa (các chữ cái chọn từ bảng chữ cái Tiếng Anh gồm 26 chữ cái), 3 ký tự tiếp theo là các chữ số và ký tự cuối cùng là một trong các ký tự đặc biệt:@, ., . Hỏi bạn Phú có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?

Trả lời: 912600000

Lời giải

Có 26 chữ cái và 10 chữ số. Chọn 2 ký tự đầu tiên là chữ cái in thường nên ta có A_{26}^2 cách chọn.

Chọn 2 ký tự tiếp theo là chữ cái in hoa nên ta có A_{26}^2 cách chọn.

Chọn 3 ký tự tiếp theo là chữ số trong 10 chữ số nên có A_{10}^3 cách chọn.

Chọn 1 ký tự cuối cùng có 3 cách.

Vậy ta có $3(A_{26}^2)^2 A_{10}^3 = 912600000$ cách để bạn Phú tạo ra một mật khẩu.

Câu 10: Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

Trả lời: 541900800

Lời giải

Vì mỗi bạn nam ngồi đối diện một bạn nữ nên có 4 bạn nam và 4 bạn nữ được chọn ngồi vào hai dãy ghế.

Chọn 1 bạn nam thứ nhất xếp vào chỗ bất kì trong 8 chỗ có $7 \cdot 8 = 56$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ hai xếp vào chỗ bất kì trong 7 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất có $6 \cdot 6 = 36$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ ba xếp vào chỗ bất kì trong 6 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai có $5 \cdot 4 = 20$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ tư xếp vào chỗ bất kì trong 5 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba có $4 \cdot 2 = 8$ cách.

Chọn 4 bạn nữ và xếp vào 4 ghế còn lại có A_8^4 cách.

Vậy có $56 \cdot 36 \cdot 20 \cdot 8 \cdot A_8^4 = 541900800$ cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ.

Câu 11: Từ n điểm phân biệt, ta lập được 153 đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong n điểm đã cho. Tìm n .

Trả lời: 18

Lời giải

Số đoạn thẳng lập được từ n điểm đã cho là C_n^2 .

Theo đề bài, ta có:

$$C_n^2 = 153 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 153 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} = 153 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 153$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n - 306 = 0. \text{ Suy ra } n = 18.$$

Câu 12: Tính số đường chéo của một đa giác lồi có 14 đỉnh.

Trả lời: 77

Lời giải

Tổng số đoạn thẳng lập được từ $n(n > 3)$ đỉnh là C_n^2 . Trong số các đoạn thẳng đó thì có n cạnh của đa giác, còn lại là đường chéo.

Vậy số đường chéo của đa giác n đỉnh là:

$$C_n^2 - n = \frac{n!}{2!(n-2)!} - n = \frac{n(n-3)}{2}.$$

Với $n = 14$ ta có số đường chéo của đa giác lồi 14 đỉnh là:

$$\frac{14(14-3)}{2} = 77.$$

Câu 13: Cho đa giác lồi có n cạnh ($n \geq 4$). Tìm n để đa giác đó có số đường chéo bằng số cạnh?

Trả lời: 5

Lời giải

Áp dụng công thức bài 28 và theo đề bài ta có:

$$\frac{n(n-3)}{2} = n \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0.$$

Suy ra $n = 5$. Vậy đa giác cần tìm có 5 cạnh.

Câu 14: Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 .

Trả lời: 5950

Lời giải

Trường hợp 1: 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc d_2 .

Số tam giác lập được là: $C_{17}^1 \cdot C_{20}^2 = 3230$.

Trường hợp 2:2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc d_2 .

Số tam giác lập được là: $C_{17}^2 \cdot C_{20}^1 = 2720$.

Vậy có $3230 + 2720 = 5950$ tam giác thỏa mãn đề bài.

Câu 15: Có 3 cuốn sách Lý, 4 cuốn sách Sinh, 5 cuốn sách Địa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách hàng ngang nếu các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau?

Trả lời: 103680

Lời giải

Gọi L là nhóm 3 sách lý, S là nhóm 4 sách sinh, $Đ$ là nhóm 5 sách địa. Số cách xếp trong L là $3!$; số cách xếp trong S là $4!$; số cách xếp trong $Đ$ là $5!$; số cách xếp $L, S, Đ$ với nhau: $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài là: $3!4!5!3! = 103680$ (cách).

Câu 16: Cho 10 điểm trong mặt phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng.

Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác có đỉnh được lấy từ các điểm đó?

Trả lời: 120

Lời giải

Số tam giác lập được cũng bằng với số cách chọn ra 3 điểm phân biệt từ 10 điểm đã cho, ta có: $C_{10}^3 = 120$ (tam giác).

Câu 17: Cho các số: $1, 2, 3, 4, 5$ lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau bắt đầu từ chữ số 2.

Trả lời: 24

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{abcde}$.

Chọn $a = 2$: có 1 cách. Chọn $b(b \neq a)$: có 4 cách.

Chọn $c(c \neq a, c \neq b)$: có 3 cách. Chọn $d(d \neq a, d \neq b, d \neq c)$: có 2 cách.

Chọn e : có 1 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là: $1.4.3.2.1 = 24$.

Câu 18: Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ sao cho hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

Trả lời: 192

Lời giải:

Xét số có hình thức $\overline{0bcdef}$.

Số cách hoán đổi vị trí hai chữ số 3,4 (cùng nhóm X) là 2.

Số cách hoán đổi vị trí của X với các chữ số $1,2,5$ là: $4!$

Vậy số các số được lập theo hình thức này là $2 \cdot 4! = 48$.

Xét số có hình thức $\overline{abcdef}$ trong đó a được phép bằng 0.

Số cách hoán đổi vị trí của hai chữ số 3,4 (cùng nhóm X) là 2.

Số cách hoán đổi vị trí của X với các chữ số $0,1,2,5$ là: $5!$.

Số các số được lập theo hình thức này là $2 \cdot 5! = 240$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là $240 - 48 = 192$.

Câu 19: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 15 chữ số, trong đó các chữ số 1 và 2 mỗi chữ số xuất hiện năm lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và các chữ số lớn hơn 2 không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau.

Trả lời: 293388480

Lời giải:

Trước hết ta sắp xếp năm chữ số 1 và năm chữ số 2 vào 10 vị trí hàng ngang:

- Chọn năm trong mười vị trí để sắp xếp chữ số 1: có C_{10}^5 cách chọn.

- Các vị trí còn lại ta sắp xếp chữ số 2: có 1 cách chọn.

Từ dãy các chữ số 1 và 2 ở trên có chín vị trí xen giữa và hai vị trí hai đầu mút. Các số còn lại gồm $3,4,5,6,7,8,9$ đều lớn hơn 2. Ta cần chọn ra năm trong bảy chữ số trên để sắp xếp vào mười một vị trí cho phép:

- Số cách chọn ra năm trong bảy chữ số: C_7^5 .

- Số cách chọn ra năm trong mười một vị trí để sắp xếp năm chữ số vừa chọn là A_{11}^5 .

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $C_{10}^5 \cdot 1 \cdot C_7^5 \cdot A_{11}^5 = 293388480$.

Câu 20: Rút gọn:
$$A = \frac{7! \cdot 4!}{10!} \left(\frac{8!}{3!5!} - \frac{6!}{2!4!} \right)$$

Trả lời: $\frac{41}{30}$

Lời giải

$$A = \frac{7! \cdot 4!}{10!} \left(\frac{8!}{3!5!} - \frac{6!}{2!4!} \right) = \frac{7! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} \left(\frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5!} - \frac{4! \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 4!} \right) = \frac{1}{30} (56 - 15) = \frac{41}{30}$$

Câu 21: Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Tính số cách sắp xếp để cho học sinh nam và học sinh nữ xen kẽ nhau.

Trả lời: 28800

Lời giải:

Ta xếp 5 nam sinh trước tiên, số cách xếp là $5!$.

Giữa các nam sinh và hai đầu, cuối hàng sẽ có 6 vị trí (đánh số từ 1 đến 6) để có thể sắp xếp 5 nữ sinh vào sao cho nam, nữ xen kẽ.

Trường hợp 1: 5 nữ sinh xếp vào vị trí từ số 1 đến số 5, số cách xếp là $5!$.

Trường hợp 2: 5 nữ sinh xếp vào vị trí từ số 2 đến số 6, số cách xếp là $5!$.

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn đề bài là $5!(5! + 5!) = 28800$.

Câu 22: Nam xếp 5 quyển sách Toán khác nhau, 4 quyển sách Hóa khác nhau và 3 quyển sách Lí khác nhau lên một giá sách theo từng môn học. Hỏi Nam có bao nhiêu cách sắp xếp?

Trả lời: $3! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 3!$

Lời giải:

Có 3 môn học nên có $3!$ cách sắp xếp sách theo môn.

Ứng với mỗi cách sắp xếp theo môn có $5!$ cách xếp sách Toán, $4!$ cách xếp sách hóa và $3!$ cách xếp sách Lí.

Vậy số cách xếp sách là: $3! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 3!$

Câu 23: Có bao nhiêu cách phân chia 8 học sinh vào hai nhóm: một nhóm 5 học sinh, nhóm kia có 3 học sinh?

Trả lời: 56

Lời giải:

Chọn 5 học sinh thành một nhóm, số cách chọn là C_8^5 .

Số học sinh còn lại (3 học sinh) phải vào nhóm còn lại nên có 1 cách chọn.

Vậy sẽ có tất cả $C_8^5 \cdot 1 = 56$ cách chọn thỏa mãn.

Câu 24: Lớp 10 của một trường THPT có 40 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 2 bạn vào Đội Cờ đỏ và 3 bạn vào Ban chấp hành Chi Đoàn sao cho không có bạn nào kiêm cả hai nhiệm vụ. Hỏi thầy giáo chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn?

Trả lời: 6580080

Lời giải:

Chọn 2 bạn trong số 40 bạn vào Đội Cờ đỏ: có C_{40}^2 cách.

Chọn 3 trong số 38 bạn còn lại vào Ban chấp hành Chi đoàn: có C_{38}^3 cách.

Theo quy tắc nhân, có $C_{40}^2 \cdot C_{38}^3 = 6580080$ cách chọn thỏa mãn.

Câu 25: Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 viên bi đỏ có bán kính khác nhau và 3 viên bi xanh bán kính bán kính giống nhau vào một dãy có 8 ô trống?

Trả lời: 6720

Lời giải:

Do 4 bi đỏ có bán kính khác nhau nên ta quan tâm đến thứ tự sắp xếp của chúng. Xếp 4 bi đỏ vào 8 ô trống sẽ có A_8^4 cách.

Sau khi xếp bi đỏ rồi, còn lại: $8 - 4 = 4$ ô trống.

Do 3 bi xanh giống nhau nên ta bỏ qua thứ tự sắp xếp giữa chúng. Đặt 3 bi xanh vào 3 trong 4 ô trống còn lại, ta có C_4^3 cách.

Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn là: $A_8^4 \cdot C_4^3 = 6720$ (cách).

Câu 26: Ban văn nghệ lớp $10A$ có 7 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Cần chọn ra 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ để ghép thành 5 cặp nam nữ diễn tiết mục thời trang. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thỏa mãn yêu cầu trên?

Trả lời: 317520

Lời giải:

Chọn 5 nam sinh từ 7 nam sinh: có C_7^5 cách.

Chọn 5 nữ sinh từ 9 nữ sinh: có C_9^5 cách.

Khi ghép những học sinh được chọn, ta cần làm hai việc liên tiếp:

- Cố định một vị trí bất kỳ cho 5 nam sinh: có 1 cách.

- Sắp xếp 5 nữ sinh vào 5 vị trí nam sinh được cố định trước đó: có $5!$ cách.

Vậy có $C_7^5 \cdot C_9^5 \cdot 1 \cdot 5! = 317520$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: Một đa giác đều có 44 đường chéo, hỏi số cạnh của đa giác đó bằng bao nhiêu?

Trả lời: 11

Lời giải:

Hai đỉnh của đa giác n đỉnh ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$) tạo thành một đoạn thẳng (bao gồm cả cạnh và đường chéo của đa giác đó).

$$\begin{aligned} \text{Vậy số đường chéo đa giác là: } C_n^2 - n = 44 &\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} - n = 44 \\ &\Leftrightarrow n(n-1) - 2n = 88 \Leftrightarrow \begin{cases} n=11 \\ n=-8 \end{cases} \Leftrightarrow n=11 \text{ (vì } n \in \mathbb{N}). \end{aligned}$$

Câu 28: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác mà đỉnh của chúng là các điểm nói trên. Tìm n .

Trả lời: 20

Lời giải:

Nhận xét: Một tam giác được tạo thành cần 2 điểm thuộc d_1 , 1 điểm thuộc d_2 và ngược lại. Vì vậy số tam giác có được là: $C_{10}^2 C_n^1 + C_{10}^1 C_n^2$.

$$\text{Ta có: } C_{10}^2 C_n^1 + C_{10}^1 C_n^2 = 2800 \Leftrightarrow 45n + 5n(n-1) - 2800 = 0 \Leftrightarrow n = 20.$$

Câu 29: Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Trả lời: 207900

Lời giải:

Ta có $C_3^1 \cdot C_{12}^4$ cách phân công các thanh niên về tỉnh thứ nhất.

Với mỗi cách này thì có $C_2^1 \cdot C_8^4$ cách phân công số thanh niên còn lại về tỉnh thứ hai. Với mỗi cách phân công trên thì có $C_1^1 \cdot C_4^4$ cách phân công số thanh niên còn lại về tỉnh thứ 3.

$$\text{Do đó ta có: } C_3^1 C_{12}^4 C_2^1 C_8^4 C_1^1 C_4^4 = 207900 \text{ cách phân công thỏa mãn đề bài.}$$

Câu 30: Cho sáu chữ số 4, 5, 6, 7, 8, 9. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số khác nhau lập thành từ sáu chữ số đã cho.

Trả lời: 60

Lời giải:

Gọi số cần lập có dạng: $\overline{abc}$.

Chọn c với $c \in \{4; 6; 8\}$: có 3 cách. Chọn $\overline{ab}$: có A_5^2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $3 \cdot A_5^2 = 60$ số tự nhiên thỏa mãn.

Câu 31: Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số, sao cho mỗi số đó, chữ số đứng sau lớn hơn chữ số chữ số đứng trước?

Trả lời: 126

Lời giải:

Vì chữ số đầu tiên của số tự nhiên phải khác 0, các chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nên số 0 không thể xuất hiện trong số tự nhiên cần lập.

Xét dãy các số đã được sắp thứ tự là $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

Mỗi cách lấy 5 chữ số từ 9 chữ số này (không thay đổi thứ tự) sẽ cho ra số tự nhiên thỏa mãn đề bài, vậy ta có $C_9^5 = 126$ số tự nhiên thỏa mãn.

Câu 32: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số được chọn từ 1, 2, 3, 4, 5 sao cho chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Trả lời: 1260

Lời giải:

Xét bảy ô tương ứng với bảy chữ số của số tự nhiên cần lập.

Chọn hai từ bảy vị trí để đặt chữ số 2: có C_7^2 (cách).

Chọn ba từ năm vị trí còn lại để đặt chữ số 3: có C_5^3 (cách).

Chọn hai chữ số từ $\{1; 4; 5\}$ rồi xếp vào hai vị trí cuối: A_3^2 (cách).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $C_7^2 C_5^3 A_3^2 = 1260$.

Câu 33: Tìm tất cả nghiệm thực của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$.

Trả lời: $S = \{5; 11\}$

Lời giải:

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, x \geq 10$.

Ta có: $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{x!}{(x-8)!}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{(x-10)!} + \frac{1}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{1}{(x-8)!} \Leftrightarrow \frac{(x-8)!}{(x-10)!} + \frac{(x-8)!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{(x-8)!}{(x-8)!}$

$\Leftrightarrow (x-8)(x-9) + (x-8) = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x=11 \\ x=5 \end{cases} \text{ (tm)}.$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{5; 11\}$.

Câu 34: Giải bất phương trình $2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 - 20 < 0$.

Trả lời: $S = \{2\}$

Lời giải:

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Ta có:

$$2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 - 20 < 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} + 3 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} - 20 < 0$$

$$\Leftrightarrow n(n+1) + 3(n-1)n - 20 < 0 \Leftrightarrow 2n^2 - n - 10 < 0 \Leftrightarrow -2 < n < \frac{5}{2}.$$

Vì $n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \Rightarrow n = 2$. Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = \{2\}$.

Câu 35: Giải phương trình $P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x)$.

Trả lời: $S = \{3; 4\}$

Lời giải:

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, x \geq 2$.

Ta có: $P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x) \Leftrightarrow A_x^2(P_x - 6) - 12(P_x - 6) = 0$

$$\Leftrightarrow (P_x - 6)(A_x^2 - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P_x = 6 \\ A_x^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x! = 6 \\ x(x-1) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Do điều kiện, ta loại $x = -3$. Tập nghiệm phương trình là $S = \{3; 4\}$.

Câu 36: Từ tập $X = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

Trả lời: 60

Lời giải

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3 = 60$ (số).

Câu 37: Từ các số $0, 1, 2, 7, 8, 9$ tạo được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

Trả lời: 312

Lời giải

Gọi $\overline{abcde}$ là số cần tìm.

Nếu $e = 0$, chọn 4 trong 5 số còn lại sắp vào các vị trí a, b, c, d có $A_5^4 = 120$ cách,

Nếu $e \neq 0$, chọn e có 2 cách,

Chọn $a \neq 0$ và $a \neq e$ có 4 cách,

Chọn 3 trong 4 số còn lại sắp vào các vị trí b, c, d có A_4^3 cách.

Như vậy có: $A_5^4 + 2 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 312$ số.

Câu 38: Từ các số $0, 1, 2, 7, 8, 9$ tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

Trả lời: 288

Lời giải

Gọi $\overline{abcde}$ là số cần tìm.

Chọn e có 3 cách,

Chọn $a \neq 0$ và $a \neq e$ có 4 cách,

Chọn 3 trong 4 số còn lại sắp vào b, c, d có A_4^3 cách.

Vậy có $3 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 288$ số.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số $3, 4, 5$ và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

Trả lời: 1500

Lời giải

Giả sử mỗi số thỏa mãn yêu cầu bài toán có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$.

Ta thấy các chữ số $3, 4, 5$ luôn đứng cạnh nhau và chữ số 4 đứng giữa hai chữ số còn lại,

Trường hợp 1: $a_2 = 4$, ta có: $2! \cdot A_7^3 = 420$ số.

Trường hợp 2: $a_3 = 4$ hoặc $a_4 = 4$ hoặc $a_5 = 4$ có $3 \cdot 2! \cdot 6 \cdot A_6^2 = 1080$ số.

Vậy có $420 + 1080 = 1500$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$.

Trả lời: 20

Lời giải

Ví số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$ nên $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Suy ra số các số có dạng $\overline{abc}$ là $C_6^3 = 20$.

Câu 41: Các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số $1; 2; 3; 4$. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số $1; 2; 3$ có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt 1 lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).

Trả lời: $\frac{9}{8192}$

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = 4^7$.

Chọn 2 trong 4 vị trí lẻ cho số 1 có C_4^2 cách, 2 vị trí còn lại cho số 3,
Chọn 1 trong 3 vị trí chẵn cho số 4 có 3 cách, 2 vị trí còn lại cho số 2.

$$\text{Vậy } P = \frac{3 \cdot C_4^2}{4^7} = \frac{9}{8192}.$$

Câu 42: Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm tám chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

Trả lời: 2400

Lời giải

Bước 1: ta xếp các số lẻ: có các số lẻ là $1, 1, 1, 3, 5$ vậy có $\frac{5!}{3!}$ cách xếp.

Bước 2: ta xếp 3 số chẵn $2, 4, 6$ xen kẽ 5 số lẻ trên có 6 vị trí để xếp 3 số vậy có A_6^3 cách xếp.

Vậy có $\frac{5!}{3!} \cdot A_6^3 = 2400$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

Trả lời: 151200

Lời giải

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách,

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí),

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0, Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 44: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.

Trả lời: 15

Lời giải

Tổng 5 chữ số bằng 3 thì tập hợp các số đó có thể là $\{0; 1; 2\}, \{1; 1; 1\}, \{3; 0\}$.

TH1: số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 0, 1 chữ số 1 và 1 chữ số 2.

Chọn chữ số xếp vào vị trí đầu có 2 cách, xếp chữ số còn lại vào 4 vị trí cuối có 4 cách nên có: $2 \cdot 4 = 8$ (số).

TH2: số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 1, 2 chữ số 0 có 6 số.

Xếp số 1 vào vị trí đầu có 1 cách, 2 số 1 còn lại vào 4 vị trí cuối có C_4^2 cách nên có: $C_4^2 = 6$ (số).

TH3: số có 5 chữ số gồm 1 chữ số 3, 4 chữ số 0 có 1 số.

Vậy có $8 + 6 + 1 = 15$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45: Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

Trả lời: $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$

Lời giải

Để lập được một đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau ta thực hiện qua 2 giai đoạn.

Giai đoạn 1: Chọn 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau từ 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau có C_{15}^{10} cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 4 câu hỏi tự luận khác nhau từ 8 câu hỏi tự luận khác nhau có C_8^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$ cách lập đề thi.

Câu 46: Từ các chữ số $2, 3, 4$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

Trả lời: 1260

Lời giải

Cách 1: dùng tổ hợp

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_9^2 cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_7^3 cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_4^4 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_9^2 C_7^3 C_4^4 = 1260$ số.

Cách 2: dùng hoán vị lặp

Số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$ số.

Câu 47: Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người?

Trả lời: 45

Lời giải

Chọn một nhóm 2 người, có C_6^2 cách chọn.

Chọn nhóm thứ hai có 2 người, có C_4^2 cách chọn.

Hai nhóm còn lại có: 2 cách chia.

Số cách chia 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai

nhóm 1 người là: $\frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 45$ cách. (do trùng ở hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người).

Câu 48: Đội thanh niên xung kích có của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A , 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong ba lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

Trả lời: 372

Lời giải

TH1: 4 học sinh được chọn thuộc một lớp:

A: có $C_5^4 = 5$ cách chọn,

B: có $C_4^4 = 1$ cách chọn,

Trường hợp này có: 6 cách chọn.

TH2: 4 học sinh được chọn thuộc hai lớp:

A và B : có $C_9^4 - (C_5^4 + C_4^4) = 120$,

B và C : có $C_9^4 - C_4^4 = 125$,

C và A : có $C_9^4 - C_5^4 = 121$,

Trường hợp này có 366 cách chọn.

Vậy có 372 cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49: Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ.

Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về 3 tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ.

Trả lời: 207900

Lời giải

Tỉnh 1 có: $C_{12}^4 \cdot C_3^1$ (cách).

Với mỗi cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất thì:

Tỉnh 2 có: $C_8^4 \cdot C_2^1$ (cách).

Với mỗi cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất và tỉnh thứ hai thì có: Tỉnh 3 có $C_4^4 \cdot C_1^1$ (cách).

Vậy số cách phân công thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

$$C_{12}^4 C_3^1 \cdot C_8^4 C_2^1 \cdot C_4^4 C_1^1 = 207900.$$

Câu 50: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

Trả lời: 7

Lời giải

Giả sử đa giác có n cạnh ($n \geq 3$). Suy ra: số đường chéo là $C_n^2 - n$,

$$\text{Ta có: } C_n^2 - n = 2n \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 3n \Leftrightarrow n-1=6 \Leftrightarrow n=7.$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>