**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**QUẬN LONG BIÊN**

**KỲ THI HỌC SINH GIỎI CẤP QUẬN VÒNG 2**

**Năm học 2020-2021**

**Môn : TOÁN**

**Câu 1. (6,0 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Cho ba số thực thỏa mãn điều kiện Chứng minh rằng



1. Cho các số nguyên thỏa mãn điều kiện 

Tính giá trị của biểu thức 

**Câu 2. (3,0 điểm)**

1. Cho là các số nguyên thỏa mãn điều kiện : chia hết cho 12. Chứng minh chia hết cho 12
2. Có tồn tại hay không 3 số nguyên thỏa mãn điều kiện :



**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. Cho là hai số thực dương. Chứng minh rằng: 
2. Cho số thực thỏa mãn Tìm của biểu thức :

**Câu 4. (7,0 điểm)** Cho tam giác có ba góc nhọn, ba đường cao cắt nhau tại 

1. Chứng minh : và 
2. Chứng minh 
3. Gọi là trung điểm của Đường thẳng qua vuông góc với cắt đường thẳng lần lượt tại Chứng minh rằng 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Trên bảng, ngưởi ta viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1đến 100 sau đó thực hiện trò chơi như sau: Mỗi lần xóa 2 số bất kỳ trên bảng và viết một số mới bằng lên bảng. Việc làm này thực hiện liên tục, hỏi sau bước số cuối cùng còn lại trên bảng là bao nhiêu ? Tại sao ?

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. **Giải phương trình :** 

Đặt . ĐKXĐ: 

Phương trình trở thành : 





Vậy phương trình có tập nghiệm 

1. **Cho ba số thực** **thỏa mãn điều kiện** **Chứng minh rằng**

****

Ta có : 



1. **Cho các số nguyên thỏa mãn điều kiện **

**Tính giá trị của biểu thức **

Đặt 

Ta có : 

Do là số nguyên có tổng bằng 0 và nên



**Câu 2.**

1. Ta có :



Do 

Giả sử đều chia 2 dư 1 chia 2 dư 1 (1)

Mà (theo giả thiết) (2)

Do đó (1) và (2) mâu thuẫn nên điều giả sử là sai

Trong ba số có ít nhất 1 số chia hết cho 2

Từ (\*) và (\*\*) suy ra 

1. Ta có 

Tương tự ta có: 

Biến đổi phương trình thành mà 

Vậy không tồn tại ba số nguyên thỏa mãn điều kiện : 

**Câu 3.**

1. Ta có : với mọi 



1. Ta có : 

Mà 

Áp dụng BĐT: với , dấuxảy ra khi ta có :







Vậy 

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh và **

Xét và có: 



Cmtt 

Cộng vế với vế hai đẳng thức ta được :



1. **Chứng mnh **

Chứng minh 

Xét vuông tại E

1. **Gọi M là trung điểm của Đường thẳng qua vuông góc với cắt đường thẳng lần lượt tại Q và P. Chứng minh rằng : ** 

Chứng minh 

Chứng minh 

Do cân tại M

**Câu 5.**

Tổng tất cả các số ban đầu trên bảng 

Qua mỗi bước ta thấy tổng giảm đi 2

Lúc đầu tổng , sau 99 bước số còn lại sẽ là 