

○ Bài 02

PHƯƠNG TRÌNH LỒI GIÀU CÔ BAÙN

1) Phương trình $\sin x = a$

Trường hợp $|a| > 1$ phương trình vô nghiệm, vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ với mọi x .

Trường hợp $|a| \leq 1$ phương trình có nghiệm, cụ thể:

• $a \in \left[0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1\right]$. Khi đó

$$\sin x = a \Leftrightarrow \sin x = \sin a \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + k2\pi \\ x = \pi - a + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

• $a \in \left[0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1\right]$. Khi đó $\sin x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

2) Phương trình $\cos x = a$

Trường hợp $|a| > 1$ phương trình vô nghiệm, vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ với mọi x .

Trường hợp $|a| \leq 1$ phương trình có nghiệm, cụ thể:

• $a \in \left[0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1\right]$. Khi đó

$$\cos x = a \Leftrightarrow \cos x = \cos a \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + k2\pi \\ x = -a + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

• $a \in \left[0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1\right]$. Khi đó $\cos x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arccos a + k2\pi \\ x = -\arccos a + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

3) Phương trình $\tan x = a$

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

• $a \in \left[0; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right]$. Khi đó $\tan x = a \Leftrightarrow \tan x = \tan a \Leftrightarrow x = a + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

• $a \in \left[0; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right]$. Khi đó $\tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

4) Phương trình $\cot x = a$

Điều kiện: $x \neq p + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

• $a \in \left[0; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right]$. Khi đó $\cot x = a \Leftrightarrow \cot x = \cot a \Leftrightarrow x = a + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

• $a \in \left[0; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right]$. Khi đó $\cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Giải phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{p}{3}\right) = 0$.

- A. $x = kp$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $x = \frac{2p}{3} + \frac{k3p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = \frac{p}{3} + kp$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = \frac{p}{2} + \frac{k3p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 7.

Câu 3. Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{p}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 6.

Câu 4. Với những giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \sin 3x$ và $y = \sin x$ bằng nhau?

- A. $x = k2p$
 $x = \frac{p}{4} + k2p$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 B. $x = kp$
 $x = \frac{p}{4} + k\frac{p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = k\frac{p}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = k\frac{p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 5. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\frac{2\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $x_0 \in \left(0; \frac{p}{4}\right)$ B. $x_0 \in \left(\frac{p}{4}; \frac{p}{2}\right)$ C. $x_0 \in \left(\frac{p}{2}; \frac{3p}{4}\right)$ D. $x_0 \in \left(\frac{3p}{4}; p\right)$

Câu 6. Hỏi trên đoạn $[-2017; 2017]$, phương trình $(\sin x + 1)(\sin x - \sqrt{2}) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 4034. B. 4035. C. 641. D. 642.

Câu 7. Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin\left(3x - \frac{p}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bằng:

- A. $\frac{p}{9}$. B. $-\frac{p}{6}$. C. $\frac{p}{6}$. D. $-\frac{p}{9}$.

Câu 8. Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos(5x - 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $x_0 \in (-30^\circ; 0^\circ)$. B. $x_0 \in (-45^\circ; -30^\circ)$.
 C. $x_0 \in (-60^\circ; -45^\circ)$. D. $x_0 \in (-90^\circ; -60^\circ)$.

Câu 9. Hỏi trên đoạn $\left[\frac{p}{2}; 2p\right]$, phương trình $\cos x = \frac{13}{14}$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 10. Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{2x}{3} + 15^\circ\right) = \sin x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $290^\circ \hat{=} X$. B. $20^\circ \hat{=} X$. C. $220^\circ \hat{=} X$. D. $240^\circ \hat{=} X$.

Câu 11. Tính tổng T các nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$ trên $[0; 2p]$.

- A. $T = 3p$. B. $T = \frac{5p}{2}$. C. $T = 2p$. D. $T = p$.

Câu 12. Trên khoảng $\frac{3p}{8}; 2p$, phương trình $\cos \frac{3p}{8} - 2x = \sin x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 13. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng:

- A. 0° . B. -30° . C. 30° . D. -60° .

Câu 14. Giải phương trình $\cot(3x - 1) = -\sqrt{3}$.

- A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5p}{18} + k\frac{p}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \frac{1}{3} + \frac{p}{18} + k\frac{p}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{5p}{18} + k\frac{p}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \frac{1}{3} - \frac{p}{6} + kp$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 15. Với những giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \tan \frac{3p}{4} - x$ và $y = \tan 2x$ bằng nhau?

- A. $x = \frac{p}{4} + k\frac{p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \frac{p}{12} + k\frac{p}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{p}{12} + kp$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \frac{p}{12} + k\frac{p}{3} + \frac{3m+1}{2}$; $k, m \in \mathbb{Z}$.

Câu 16. Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3p}{11}$ trên khoảng $\frac{p}{4}; 2p$ là?

- A. 1 B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; p)$ bằng:

- A. p . B. $\frac{3p}{2}$. C. $2p$. D. $\frac{5p}{2}$.

Câu 18. Giải phương trình $\tan 3x \cdot \cot 2x = 1$.

- A. $x = k\frac{p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = -\frac{p}{4} + k\frac{p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = kp$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. Vô nghiệm.

Câu 19. Cho $\tan \frac{3p}{8} + \frac{p}{2} = 0$. Tính $\sin \frac{3p}{8} - \frac{p}{6}$.

- A. $\sin \frac{3p}{8} - \frac{p}{6} = -\frac{1}{2}$. B. $\sin \frac{3p}{8} - \frac{p}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $\sin \frac{3p}{8} - \frac{p}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sin \frac{3p}{8} - \frac{p}{6} = \frac{1}{2}$.

Câu 20. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$?

- A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\cot x = 1$. D. $\cot^2 x = 1$.

Câu 21. Giải phương trình $\cos 2x \tan x = 0$.

- A.** $x = k\frac{p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
B. $x = \frac{p}{2} + kp$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{p}{4} + k\frac{p}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
D. $x = \frac{p}{2} + kp$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm.

- A.** $m \in [1, 2]$.
B. $m^3 - 1$.
C. $-1 \leq m \leq 1$.
D. $m \in [-1, 1]$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm.

- A.** $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
B. $m \in (1; +\infty)$.
C. $m \in [-1; 1]$.
D. $m \in (-\infty; -1)$.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?

- A.** 1.
B. 2.
C. 3.
D. Vô số.

Câu 25. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos 2x - \frac{p}{3} = m = 2$ có nghiệm. Tính tổng T của các phần tử trong S .

- A.** $T = 6$.
B. $T = 3$.
C. $T = -2$.
D. $T = -6$.