

## MỤC LỤC

|                                                                                   |                                                         |                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|---------------------------------|
|  | <b>BÀI 1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN.....</b>           | <b>1</b>                        |
|                                                                                   | .....                                                   | <b>Ⓐ. Tóm tắt kiến thức</b>     |
| <b>1</b>                                                                          |                                                         |                                 |
|                                                                                   | .....                                                   | <b>Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản</b> |
| <b>2</b>                                                                          |                                                         |                                 |
|                                                                                   | •Dạng ❶: Hệ trục tọa độ trong không gian.....           | <b>2</b>                        |
|                                                                                   | •Dạng ❷: Tọa độ của điểm và vectơ trong không gian..... | <b>4</b>                        |
|                                                                                   | •Dạng ❸: Ứng dụng thực tế.....                          | <b>6</b>                        |
|                                                                                   | .....                                                   | <b>Ⓒ. Dạng toán rèn luyện</b>   |
| <b>8</b>                                                                          |                                                         |                                 |
|                                                                                   | •Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....  | <b>8</b>                        |
|                                                                                   | •Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....                 | <b>18</b>                       |
|                                                                                   | •Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....              | <b>42</b>                       |

## **BÀI 2. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

### **Ⓐ. Tóm tắt kiến thức**

#### **❶. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

- ✓ Trong không gian, ba trục  $Ox, Oy, Oz$  đôi một vuông góc với nhau tại gốc  $O$  của mỗi trục.
- ✓ Gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ .
- ✓ Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes vuông góc  $Oxyz$ , hay đơn giản là hệ tọa độ  $Oxyz$ .
- ✓ Điểm  $O$  được gọi là gốc tọa độ.
- ✓ Các mặt phẳng  $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$  đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.

## 2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM, TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

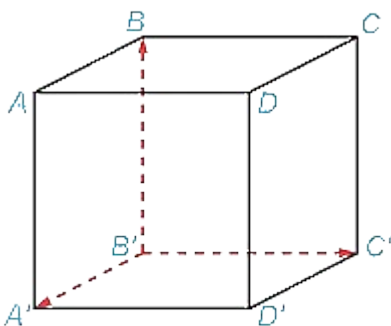
- ✓ Trong không gian  $Oxyz$ , cho một điểm  $M$  tùy ý. Bộ ba số  $(x; y; z)$  duy nhất sao cho  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  được gọi là tọa độ của điểm  $M$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Khi đó, ta viết  $M = (x; y; z)$  hoặc  $M(x; y; z)$ , trong đó  $x$  là hoành độ,  $y$  là tung độ và  $z$  là cao độ của  $M$ .
- ✓ Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a}$  tùy ý. Bộ ba số  $(x; y; z)$  duy nhất sao cho  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  được gọi là tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Khi đó, ta viết  $\vec{a} = (x; y; z)$  hoặc  $\vec{a}(x; y; z)$ .
- ✓ Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$  và  $N(x_N; y_N; z_N)$ .

### B. Phân dạng toán cơ bản

#### • Dạng 1: Hệ trục tọa độ trong không gian

##### ☞ Các ví dụ minh họa

**Câu 1:** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có độ dài mỗi cạnh bằng 1 (H.2.36). Có thể lập một hệ tọa độ Oxyz có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $B'$  và các vector  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vector  $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$  không? **giải** thích vì sao.



Hình 2.36

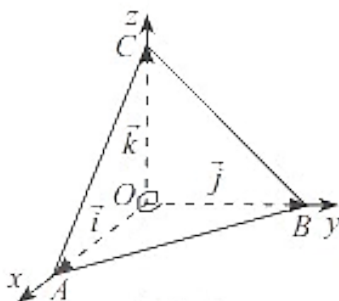
### Lời giải

- ♦ Hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có các cạnh  $B'A', B'C'$  và  $B'B$  đôi một vuông góc với nhau.
- ♦ Vì hình lập phương có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên các vector  $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$  cùng có điểm đầu là  $B'$  và đều có độ dài bằng 1.
- ♦ Từ các điều trên, suy ra có thể lập một hệ tọa độ Oxyz có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $B'$  và các vector  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vector  $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ .

**Câu 2:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và có độ dài bằng 1. Vẽ hệ trục tọa độ Oxyz có gốc là  $O$ , các điểm  $A, B, C$  lần lượt nằm trên các tia  $Ox, Oy, Oz$  và chỉ ra các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

### Lời giải

- ♦ Với  $O$  là gốc tọa độ, ta vẽ được các trục  $Ox, Oy, Oz$  như Hình 3.
- ♦ Ba vector đơn vị trên ba trục lần lượt là  $\vec{i} = \overrightarrow{OA}, \vec{j} = \overrightarrow{OB}, \vec{k} = \overrightarrow{OC}$



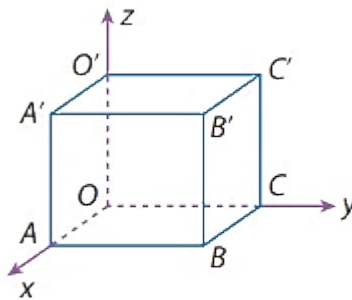
Hình 3

### Lời giải

- ♦ Với  $O$  là gốc toạ độ, ta vẽ được các trục  $Ox, Oy, Oz$  như Hình 3.
- ♦ Ba vector đơn vị trên ba trục lần lượt là  $\vec{i} = \overrightarrow{OA}, \vec{j} = \overrightarrow{OB}, \vec{k} = \overrightarrow{OC}$

**Câu 3:** Cho hình hộp chữ nhật  $OABC \cdot O' A' B' C'$ . Hệ toạ độ  $Oxyz$  được chọn sao cho các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt chứa các điểm  $A, C, O'$  (Hình 2.30).

- Mặt bên  $OC C' O'$  nằm trong mặt phẳng toạ độ nào?
- $Ox$  có vuông góc với mặt bên  $OC C' O'$  không?
- Mặt bên  $OA A' O'$  có vuông góc với mặt phẳng toạ độ ( $Oxy$ ) không?



Hình 2.30

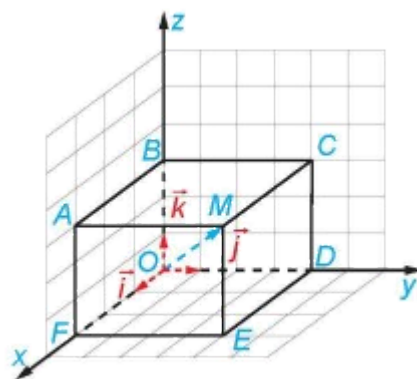
### Lời giải

- Mặt bên  $OC C' O'$  nằm trong mặt phẳng toạ độ ( $Oyz$ ).
- $Ox \perp (Oyz)$  nên  $Ox \perp (OC C' O')$ .
- Mặt bên  $OA A' O'$  nằm trong mặt phẳng toạ độ ( $Oxz$ ). Các mặt phẳng toạ độ đôi một vuông góc với nhau nên  $(OA A' O') \perp (Oxy)$ .

### •Dạng 2: Tọa độ của điểm và vector trong không gian

#### 📖 Các ví dụ minh họa

**Câu 1:** Hình 2.38 minh họa một hệ toạ độ  $Oxyz$  trong không gian cùng với các hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm toạ độ của điểm  $M$ .

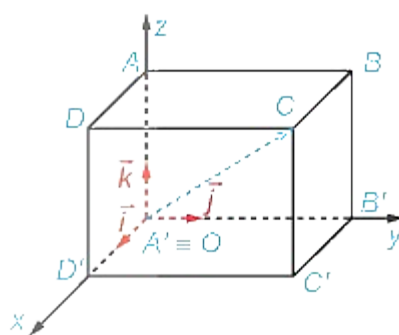


Hình 2.38

### Lời giải

- ♦ Trong Hình 2.38, ABCM.FODE là hình hộp chữ nhật.
- ♦ Áp dụng quy tắc hình hộp suy ra
- ♦  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .
- ♦ Vì vậy, tọa độ của điểm  $M$  là  $(3; 4; 3)$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đỉnh  $A'$  trùng với gốc  $O$  và các đỉnh  $D', B', A$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy, Oz$  (H.2.40). Giả sử đỉnh  $C$  có tọa độ là  $(2; 3; 5)$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hãy tìm tọa độ của các đỉnh  $D', B', A$  đối với hệ tọa độ đó.



Hình 2.40

### Lời giải

- ♦ Vì đỉnh  $D'$  thuộc tia  $Ox$  nên hai vectơ  $\overrightarrow{OD'}$  và  $\vec{i}$  cùng phương, suy ra có số thực  $m$  sao cho  $\overrightarrow{OD'} = m\vec{i}$ .
- ♦ Tương tự, có các số thực  $n, p$  sao cho  $\overrightarrow{OB'} = n\vec{j}$  và  $\overrightarrow{OA} = p\vec{k}$ . Theo quy tắc hình hộp, suy ra  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OA} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k}$  và do đó điểm  $C$  có tọa độ là  $(m; n; p)$ .

- ♦ Mặt khác, đỉnh  $C$  có tọa độ là  $(2;3;5)$  nên  $m=2, n=3, p=5$ , tức là  $\overrightarrow{OD'}=2\vec{i}, \overrightarrow{OB'}=3\vec{j}$  và  $\overrightarrow{OA}=5\vec{k}$ .
- ♦ Từ đây suy ra  $D'(2;0;0), B'(0;3;0)$  và  $A(0;0;5)$ .

**Câu 3:** Trong không gian Oxyz, hãy tìm tọa độ của các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}$  và  $\vec{k}$ .

### Lời giải

- ♦ Vì  $\vec{i}=1\cdot\vec{i}+0\cdot\vec{j}+0\cdot\vec{k}$  nên  $\vec{i}=(1;0;0)$ .
- ♦ Vì  $\vec{j}=0\cdot\vec{i}+1\cdot\vec{j}+0\cdot\vec{k}$  nên  $\vec{j}=(0;1;0)$ .
- ♦ Vì  $\vec{k}=0\cdot\vec{i}+0\cdot\vec{j}+1\cdot\vec{k}$  nên  $\vec{k}=(0;0;1)$ .

### •Dạng ③: Ứng dụng thực tế

#### 📖 Các ví dụ minh họa

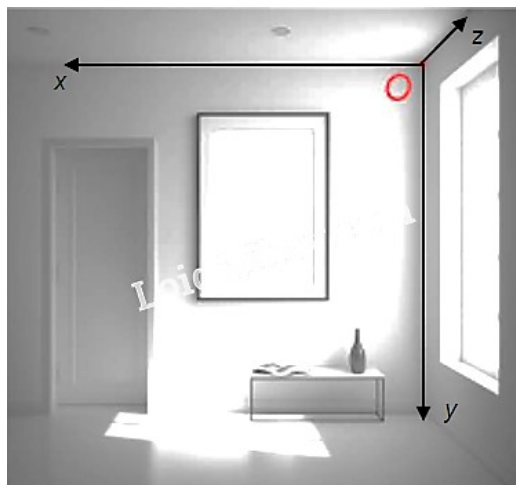
**Câu 1:** Hãy mô tả hệ tọa độ Oxyz trong căn phòng ở Hình 2.44 sao cho gốc O trùng với góc trên của căn phòng, khung tranh nằm trong mặt phẳng (Oxy) và mặt trần nhà trùng với mặt phẳng (Oxz).



Hình 2.44

### Lời giải

- ♦ Hình vẽ phù hợp với mô tả:



**Câu 2:** Một sân tennis với hệ tọa độ Oxyz được chọn như ở Hình 20.

- a) Hỏi mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?  
b) Trục Oz có vuông góc với mặt sân hay không?

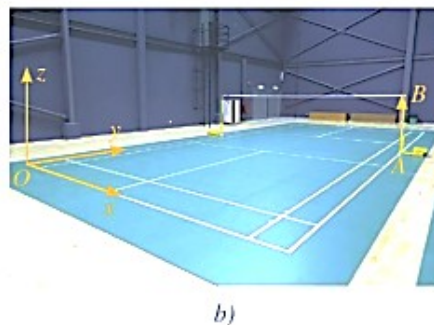
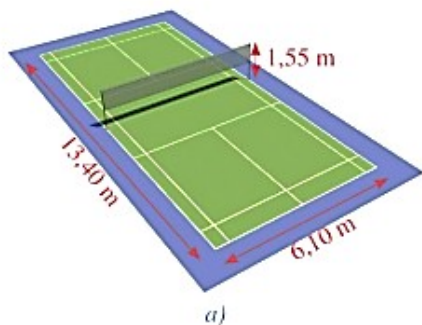


Hình 20

**Lời giải**

- a) Mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ (Oxy).  
b) Trục Oz vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên trục Oz vuông góc với mặt sân.

**Câu 3:** Hình 33a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như ở Hình 33b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$ .



Hình 33

**Lời giải**

- ♦ Gọi tọa độ điểm A là  $(x_A; y_A; z_A)$ . Vì chiều rộng của sân là 6,1 m nên  $x_A = 6,1$ .
- ♦ Do một nửa chiều dài của sân là 6,7 m nên  $y_A = 6,7$ . Điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên  $z_A = 0$ .

- ♦ Vì vậy, điểm  $A$  có tọa độ là  $(6, 1; 6, 7; 0)$ .
- ♦ Độ dài đoạn thẳng  $AB$  là  $1,55 \text{ m}$  nên điểm  $B$  có tọa độ là  $(6, 1; 6, 7; 1,55)$ .
- ♦ Vậy ta có:  $\overrightarrow{AB} = (6, 1 - 6, 1; 6, 7 - 6, 7; 1,55 - 0)$ , tức là  $\overrightarrow{AB} = (0; 0; 1,55)$ .

## ©. Dạng toán rèn luyện

### • Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là:

A.  $(3; 3; -1)$       B.  $(-1; -1; -3)$       C.  $(3; 1; 1)$       D.  $(1; 1; 3)$

Lời giải

Chọn D

Tọa độ của một véc tơ là tọa độ của điểm sau trừ đi tọa độ điểm đầu.

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 3)$$

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

A.  $(1; 2; 3)$       B.  $(-1; -2; 3)$       C.  $(3; 5; 1)$       D.  $(3; 4; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$$

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho véc-tơ  $\overrightarrow{AO} = 3(i + 4j) - 2k + 5j$ . Tọa độ của điểm  $A$  là

A.  $(3; 17; -2)$       B.  $(-3; -17; 2)$       C.  $(3; -2; 5)$       D.  $(3; 5; -2)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AO} = 3(i + 4j) - 2k + 5j = 3i + 12j - 2k + 5j = 3i + 17j - 2k$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{OA} = -3i - 17j + 2k \text{ nên } A(-3; -17; 2)$$

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-1; 2; -2)$  trên trục  $Oz$  là điểm

A.  $H(0; 0; -1)$       B.  $E(-1; 2; 0)$       C.  $F(0; 0; -2)$       D.  $G(0; 0; 2)$

Lời giải



### Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-1; 2; -2)$  trên trục  $Oz$  là điểm  $F(0; 0; -2)$

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$ ?

- A.  $M(3; 4; 0)$       B.  $P(-2; 3; 0)$       C.  $Q(2; 0; 0)$       D.  $N(0; 4; -1)$

### Lời giải

### Chọn D

Mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$  là tập hợp các điểm có hoành độ  $x=0$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Xác định tọa độ điểm  $M'$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

- A.  $M'(-1; 2; -3)$       B.  $M'(1; 2; 0)$       C.  $M'(1; 0; 0)$       D.  $M'(0; 0; 3)$

### Lời giải

### Chọn B

Do  $M'$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  nên:

$$\begin{cases} x_{M'} = x_M = 1 \\ y_{M'} = y_M = 2 \\ z_{M'} = 0 \end{cases} \Rightarrow M'(1; 2; 0)$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -1; 3)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

- A.  $(0; -1; 0)$       B.  $(5; 0; 0)$       C.  $(0; -1; 3)$       D.  $(-1; 3; 0)$

### Lời giải

### Chọn C

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -1; 3)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0; -1; 3)$ .

**Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1; 2; 3)$  trên trục  $Oy$  là điểm

- A.  $R(1; 0; 0)$       B.  $P(1; 0; 3)$       C.  $Q(0; 2; 0)$       D.  $S(0; 0; 3)$

### Lời giải

### Chọn C

Hình chiếu của điểm  $A(a; b; c)$  trên trục  $Oy$  là điểm  $B(0; b; 0)$ .

Suy ra: Hình chiếu của điểm  $M(1; 2; 3)$  trên trục  $Oy$  là điểm  $Q(0; 2; 0)$ .

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 1)$  lên mặt phẳng có tọa độ là

- A.  $(0; -6; 0)$       B.  $(0; -6; 1)$       C.  $(5; -6; 0)$       D.  $(5; 0; 1)$

### Lời giải

#### Chọn D

Hình chiếu của điểm  $M(5; -6; 1)$  lên mặt phẳng là điểm có tọa độ  $(5; 0; 1)$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $d: Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; -3)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A.  $Q(0; -2; -3)$ .      B.  $P(1; 0; -3)$ .      C.  $N(1; -2; 0)$ .      D.  $K(1; 0; 3)$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $(0; -2; -3)$ .

**Câu 11:** Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5; -4; 3)$  trên trục  $Ox$  là điểm

- A.  $A'(5; 4; -3)$ .      B.  $A'(-5; 4; 0)$ .      C.  $A'(-5; 4; -3)$ .      D.  $A'(5; 0; 0)$ .

### Lời giải

#### Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5; -4; 3)$  trên trục  $Ox$  là  $A'(5; 0; 0)$ .

**Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của  $M(1; 3; 5)$  lên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là điểm có tọa độ

- A.  $(0; 3; 5)$ .      B.  $(0; 0; 5)$ .      C.  $(1; 3; 0)$ .      D.  $(1; 0; 5)$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Hình chiếu vuông góc của  $M(1; 3; 5)$  lên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là  $(1; 3; 0)$ .

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A.  $(3; 5; 1)$ .      B.  $(-1; -2; 3)$ .      C.  $(3; 4; 1)$ .      D.  $(1; 2; 3)$ .

### Lời giải

#### Chọn D

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2-1; 3-1; 2+1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$ .

**Câu 14:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -1; 3)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là

- A.  $(2; 0; 0)$ .      B.  $(0; -1; 0)$ .      C.  $(0; 0; 3)$ .      D.  $(2; -1; 0)$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -1; 3)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  $(0; 0; 3)$ .

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(2; -3; 5)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  
**A.**  $(0; -3; 0)$       **B.**  $(0; 0; 5)$       **C.**  $(2; 0; 0)$       **D.**  $(-3; 0; 0)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(2; -3; 5)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $(0; -3; 0)$ .

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(4; 2; -3)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  
**A.**  $(0; 2; -3)$       **B.**  $(4; 2; -3)$       **C.**  $(0; 0; -3)$       **D.**  $(4; 2; 0)$

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi điểm  $A'(x_0; y_0; z_0)$  là hình chiếu của  $A$  trên mặt phẳng  $(Oxy) \Rightarrow A'(x_0; y_0; 0)$

Mặt phẳng  $(Oxy)$  có VTPT là:  $n = (0; 0; 1)$

Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Oxy)$ , ta có:

$$d: \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = -3 + t \end{cases}$$

Khi đó  $A'$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(Oxy) \Rightarrow A'(4; 2; 0)$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3; -4; -3)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  
**A.**  $(0; -4; 0)$       **B.**  $(0; 0; -3)$       **C.**  $(3; -4; 0)$       **D.**  $(3; 0; 0)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử  $M \in Oz \Rightarrow M(0; 0; c)$ .

$M$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $Oz \Rightarrow z_M = z_A = -3$ .

Vậy hình chiếu của  $A$  trên  $Oz$  có tọa độ là  $(0; 0; -3)$ .

**Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 2; 0)$ ,  $C(0; 0; 2)$  và  $D(2; 2; 2)$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Tọa độ trung điểm của  $MN$  là  
**A.**  $I(1; -1; 2)$       **B.**  $I(1; 1; 0)$       **C.**  $I(1; 1; 1)$       **D.**  $I(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

### Lời giải

#### Chọn C

Vì  $M$  là trung điểm của  $AB$  nên  $M(1;1;0)$ .

Vì  $N$  là trung điểm của  $CD$  nên  $N(1;1;2)$ .

Vì  $I$  là trung điểm của  $MN$  nên  $I(1;1;1)$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3;2;1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

A.  $(3;0;-1)$

B.  $(0;2;1)$

C.  $(-3;0;1)$

D.  $(-3;2;0)$

### Lời giải

#### Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3;2;1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(-3;0;1)$ .

**Câu 20:** Trong không gian  $Oxyz$  với hệ tọa độ  $(O;i;j;k)$  cho  $\vec{OA} = j - 2i + 5k$ . Tìm tọa độ điểm  $A$ .

A.  $(5;-2;1)$

B.  $(-2;1;5)$

C.  $(1;-2;5)$

D.  $(-2;5;1)$

### Lời giải

#### Chọn B

Ta có:

$$\vec{OA} = j - 2i + 5k = -2i + j + 5k \Rightarrow A(-2;1;5)$$

**Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3;2;1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là

A.  $(-3;0;0)$

B.  $(0;2;1)$

C.  $(0;2;0)$

D.  $(0;0;1)$

### Lời giải

#### Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3;2;1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là  $(-3;0;0)$ .

**Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;4;-2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

A.  $Q(3;0;0)$

B.  $G(3;4;0)$

C.  $E(0;4;-2)$

D.  $F(3;0;-2)$

### Lời giải

#### Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;4;-2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $F(3;0;-2)$ .

**Câu 23:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(2;1;1)$ ,  $B(-1;2;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua điểm  $B$ .

A.  $A'(3;4;-3)$

B.  $A'(-4;3;1)$

C.  $A'(4;-3;3)$

D.  $A'(4;3;3)$

### Lời giải

#### Chọn B

Điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua điểm  $B \Rightarrow B$  là trung điểm của đoạn  $AA' \Rightarrow$  Tọa độ

$$A' \text{ thỏa: } \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_{A'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_B - x_A = 2 \cdot (-1) - 2 = -4 \\ y_{A'} = 2y_B - y_A = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \\ z_{A'} = 2z_B - z_A = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ  $A'(-4; 3; 1)$ .

**Câu 24:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 2; 0), B(-1; 0; 1), C(0; 2; -1)$ . Tính độ dài của vector  $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .

A.  $\sqrt{21}$ .

B. 21.

C.  $\sqrt{13}$ .

D. 13.

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 1), \overrightarrow{AC} = (-1; 0; -1), \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = (0; -2; 3)$ .

Khi đó độ dài của vector  $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$  là:  $|\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ .

**Câu 25:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -1; 1), B(3; 2; -2), C(-3; 1; 5)$ . Tìm

tọa độ điểm  $M(x; y; z)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{CM}$ . Khi đó tổng  $S = \frac{9}{x} + \frac{3}{y} - \frac{27}{z}$  bằng

A. 6.

B. -15.

C. 16.

D. -13.

### Lời giải

#### Chọn D

$$\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{CM} \Rightarrow \begin{cases} 1 - x - 2 \cdot 2 = 4(x + 3) \\ -1 - y - 2 \cdot 3 = 4(y - 1) \\ 1 - z - 2 \cdot (-3) = 4(z - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{3}{5} \\ z = \frac{27}{5} \end{cases}$$

Ta có

$$\text{Khi đó } S = \frac{9}{-3} + \frac{3}{-\frac{3}{5}} - \frac{27 \cdot 5}{27} = -13$$

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm đối xứng của  $A(1; 2; 3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm nào dưới đây

A.  $Q(-1; 2; 3)$

B.  $N(1; -2; 3)$

C.  $P(1; 2; -3)$

D.  $M(1; -2; -3)$

### Lời giải

**Chọn A**

Nếu  $H$  là hình chiếu của  $A(1;2;3)$  lên  $(Oyz)$  thì  $H(0;2;3)$ . Gọi  $A'$  là điểm đối xứng của  $A(1;2;3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  thì  $H(0;2;3)$  là trung điểm của  $AA'$ . Do đó, ta có

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \\ z_{A'} = 2z_H - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \cdot 0 - 1 \\ y_{A'} = 2 \cdot 2 - 2 \\ z_{A'} = 2 \cdot 3 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -1 \\ y_{A'} = 2 \\ z_{A'} = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(-1;2;3) \equiv Q(-1;2;3).$$

**Câu 27:** Trong không gian cho  $Oxyz$  vectơ  $\overrightarrow{OM} = i - 3j + 4k$ . Gọi  $M'$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$ . Khi đó tọa độ của điểm  $M'$  trong hệ tọa độ  $Oxyz$  là

A.  $(1; -3; 4)$       B.  $(1; 4; -3)$       C.  $(0; 0; 4)$       D.  $(1; -3; 0)$

**Lời giải****Chọn D**

Ta có  $\overrightarrow{OM} = i - 3j + 4k \Rightarrow M(1; -3; 4)$

$M'$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên mặt phẳng  $(Oxy) \Rightarrow M'(1; -3; 0)$

**Câu 28:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 2; 5)$ ,  $B(3; -6; 3)$ . Hình chiếu vuông góc của trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm nào dưới đây?

A.  $P(3; 0; 0)$       B.  $N(3; -1; 5)$       C.  $M(0; -2; 4)$       D.  $Q(0; 0; 5)$

**Lời giải****Chọn C**

Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$ :  $I(1; -2; 4)$

Tọa độ hình chiếu của  $I$  mặt phẳng  $(Oyz)$ :  $M(0; -2; 4)$

**Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; 2; -3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

A.  $(-1; 2; -3)$       B.  $(0; 2; -3)$       C.  $(1; 0; 0)$       D.  $(1; -2; 3)$

**Lời giải****Chọn B**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; 2; -3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0; 2; -3)$ .

**Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(-2; -4; 9)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ . Độ dài đoạn thẳng  $OM$  là:

A. 5.      B. 3.      C.  $\sqrt{17}$       D.  $\sqrt{54}$ .

**Lời giải****Chọn D**

Điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  và  $MA = 2MB$

Nên  $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7)$$

Độ dài đoạn thẳng  $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}$

**Câu 31:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

- A.  $(0; -6; 0)$       B.  $(5; 0; 2)$       C.  $(5; -6; 0)$       D.  $(0; -6; 2)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình  $y = 0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(5; 0; 2)$ .

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(5; -1; 1)$ . Hình chiếu của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm

- A.  $M(5; 0; 0)$       B.  $N(0; -1; 1)$       C.  $P(0; -1; 0)$       D.  $Q(0; 0; 1)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có hình chiếu của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm  $N(0; -1; 1)$ .

**Câu 33:** Cho  $A(1; 3; 5)$ ,  $B(2; 4; 6)$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên đoạn  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ . Tìm tọa độ điểm  $M$ .

- A.  $M\left(\frac{5}{3}; \frac{11}{3}; \frac{17}{3}\right)$       B.  $M\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; \frac{21}{3}\right)$       C.  $M\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}; \frac{16}{3}\right)$       D.  $M\left(\frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{31}{6}\right)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\vec{AM} = -2\vec{BM} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -2(x-2) \\ y-3 = -2(y-4) \\ z-5 = -2(z-6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = \frac{17}{3} \end{cases}$$

Ta có:

- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vector  $a(5;7;2)$ ,  $b(3;0;4)$ ,  $c(-6;1;-1)$ . Tìm tọa độ của vector  $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ .
- A.  $\vec{m}(3;22;-3)$       B.  $\vec{m}(3;22;3)$       C.  $\vec{m}(-3;22;-3)$       D.  $\vec{m}(3;-22;3)$

Lời giải

Chọn A

$$a(5;7;2) \Rightarrow 3a(15;21;6) \quad b(3;0;4) \Rightarrow 2b(6;0;8)$$

$$\text{Vậy } \vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = (15-6-6; 21+1; 6-8-1) = (3;22;-3)$$

- Câu 35:** Tìm tọa độ điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(1;2;3)$  qua gốc tọa độ  $O$ .
- A.  $M'(-1;2;3)$       B.  $M'(-1;-2;3)$   
 C.  $M'(-1;-2;-3)$       D.  $M'(1;2;-3)$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(1;2;3)$  qua gốc tọa độ  $O$  là  $M'(-1;-2;-3)$

**Phương án nhiều A:** Học sinh nhầm:

Điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(3;2;1)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$   $\Rightarrow M'(-1;2;3)$

**Phương án nhiều B:** Học sinh nhầm:

Điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(3;2;1)$  qua trục  $Oz$   $\Rightarrow M'(-1;-2;3)$

**Phương án nhiều D:** Học sinh nhầm:

Điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(3;2;1)$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$   $\Rightarrow M'(1;2;-3)$

- Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $a=(1;3;3)$ , vector  $b=(-2;2;1)$  và vector  $c=(-1;2;3)$ . Tìm vector  $x$  biết  $x+a-b=c$ .
- A.  $x=(4;-1;-1)$       B.  $x=(-4;1;1)$       C.  $x=(2;3;5)$       D.  $x=(-2;7;7)$

Lời giải

Chọn B



Từ bài toán ta có  $x = c + b - a$  hay  $c + b - a = (-4; 1; 1)$ .

Vậy  $x = c + b - a = (-4; 1; 1)$ .

**Câu 37:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 3)$ . Tọa độ điểm  $M$  thỏa  $\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{AO} = \vec{0}$  là

- A.  $M(-1; -2; -3)$       B.  $M(2; 4; 6)$       C.  $M(-2; -4; -6)$       D.  $M(2; -4; -6)$

Lời giải

Chọn B

Ta có  $\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{AO} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} = (2; 4; 6)$ . Do đó  $M(2; 4; 6)$

**Câu 38:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các vector  $a = (1; 2; 1)$ ,  $b = (-2; 3; 4)$ ,  $c = (0; 1; 2)$  và  $d = (4; 2; 0)$ . Biết rằng  $d = x.a + y.b + z.c$ . Giá trị  $x + y + z$  là

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{d} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b} + z\overrightarrow{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

**Câu 39:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $a = (10 - m; m + 2; m^2 - 10)$  và  $b = (7; -1; 3)$ .

Giá trị của  $m$  để  $a$  cùng phương với  $b$  là

- A.  $m = 4$       B.  $m = -4$       C.  $m = -2$       D.  $m = 2$

Lời giải

Chọn B

$a$  cùng phương với  $b$  khi và chỉ khi  $\frac{10 - m}{7} = \frac{m + 2}{-1} = \frac{m^2 - 10}{3} \Leftrightarrow m = -4$ ,

**Câu 40:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $a = (1; 0; 3)$  và  $b = (-2; 2; 5)$ . Tích vô hướng  $a.(a + b)$  bằng

- A. 25      B. 23      C. 27      D. 29

Lời giải

Chọn B

Ta có  $a + b = (-1; 2; 8)$ .

Suy ra  $a.(a + b) = 1.(-1) + 0.2 + 3.8 = 23$ .

Vậy  $a.(a+b)=23$ .

- Câu 41:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vector  $a(2; -5; 3)$ ,  $b(0; 2; -1)$ ,  $c(1; 7; 2)$ . Tọa độ vector  $\vec{d} = a - 4b + 2c$  là
- A.  $(1; -1; 3)$       B.  $(4; 1; 11)$       C.  $(-3; 5; 7)$       D.  $(0; 2; 6)$

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $\vec{d} = a - 4b + 2c = (2 - 4.0 + 2.1; -5 - 4.2 + 2.7; 3 - 4.(-1) + 2.2) = (4; 1; 11)$ .

- Câu 42:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(2; -3; 4)$ . Tìm điểm  $M \in (Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng
- A.  $M(1; 1; 0)$       B.  $M(3; -5; 7)$       C.  $M(-3; 5; 0)$       D.  $M(-2; 1; 0)$

Lời giải

Chọn D

$$M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$$

Ta có:

$$\vec{AB} = (1; -1; 1); \vec{AM} = (x-1; y+2; -3)$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \vec{AB}, \vec{AM} \text{ cùng phương} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{-3}{1} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 1; 0)$$

### •Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

**Câu 1:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -4; 3)$  và  $B(2; 2; 7)$ . Trung điểm của đoạn  $AB$  có tọa độ là  $(2; -1; 5)$
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vector  $\vec{AB}$  có tọa độ là  $(3; 1; 1)$
- c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vector  $\vec{AB}$  có tọa độ là  $(1; 2; 3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho véc-tơ  $\vec{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là  $(3; 17; -2)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5)$$

a) Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Khi đó

b) Chọn Sai

c) Ta có  $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$

d) Chọn Sai

**Câu 2:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-1; 2; -2)$  trên trục  $Oz$  là điểm  $G(0; 0; 2)$

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1; 0; 1)$  và  $B(1; -1; 2)$  tọa độ véc tơ  $\overrightarrow{AB}$  là  $(2; -1; 1)$

c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai véc tơ  $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$  và  $\vec{u}_2 = (-1; 0; 3)$ . Véc tơ  $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$  có tọa độ là  $(2; -2; -2)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -1; 3)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(5; 0; 0)$

**Lời giải**

**a) S**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a) Chọn sai

b) Tọa độ véc tơ  $\overrightarrow{AB}(2; -1; 1)$ . Đúng

c) Ta có:  $\vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (1+1; -2-0; 1-3) \Rightarrow \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2; -2; -2)$  Đúng

d) Chọn sai

**Câu 3:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1; 2; 3)$  trên trục  $Oy$  là điểm  $Q(0; 2; 0)$

b) Trong không gian  $Oxyz$ , điểm thuộc trục  $Oz$  là  $M(0; 0; -2)$

c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Tọa độ điểm  $M'$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  là  $M'(-1; 2; -3)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(-1; 0; -2)$ . Tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng là  $M(0; 1; -1)$ .

### Lời giải

**a) Đ**

**b) Đ**

**c) S**

**d) Đ**

a) Hình chiếu của điểm  $A(a; b; c)$  trên trục  $Oy$  là điểm  $B(0; b; 0)$ . Suy ra: Hình chiếu của điểm  $M(1; 2; 3)$  trên trục  $Oy$  là điểm  $Q(0; 2; 0)$ .

b) Điểm  $M(0; 0; -2) \in Oz$ .

c) Do  $M'$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  nên: 
$$\begin{cases} x_{M'} = x_M = 1 \\ y_{M'} = y_M = 2 \\ z_{M'} = 0 \end{cases} \Rightarrow M'(1; 2; 0)$$
.

d) Theo công thức tọa độ trung điểm của đoạn thẳng, ta có  $M(0; 1; -1)$ .

**Câu 4:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 1)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(0; -6; 1)$

b) Trong không gian  $d: Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; -3)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $Q(0; -2; -3)$ .

c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5; -4; 3)$  trên trục  $Ox$  là điểm  $A'(-5; 4; -3)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của  $M(1; 3; 5)$  lên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là điểm có tọa độ  $(1; 3; 0)$

### Lời giải

**a) S**

**b) Đ**

**c) S**

**d) Đ**

a) Hình chiếu của điểm  $M(5; -6; 1)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  là điểm có tọa độ  $(5; 0; 1)$ .

b) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $(0; -2; -3)$ .

c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5; -4; 3)$  trên trục  $Ox$  là  $A'(5; 0; 0)$ .

d) Hình chiếu vuông góc của  $M(1; 3; 5)$  lên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là  $(1; 3; 0)$ .

**Câu 5:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là  $(1; 2; 3)$

- b) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(2; -3; 5)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $(-3; 0; 0)$
- c) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3; 2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(3; 0; -1)$
- d) Trong không gian  $Oxyz$  với hệ tọa độ  $(O; i; j; k)$  cho  $\vec{OA} = j - 2i + 5k$ , tọa độ điểm  $A$  là  $(-2; 1; 5)$

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) S**

**c) S**

**d) Đ**

- a) Ta có  $\vec{AB} = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) \Rightarrow \vec{AB} = (1; 2; 3)$ .
- b) Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(2; -3; 5)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $(0; -3; 0)$ .
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3; 2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(-3; 0; 1)$ .
- d) Ta có:  $\vec{OA} = j - 2i + 5k = -2i + j + 5k \Rightarrow A(-2; 1; 5)$

**Câu 6:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3; 2; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là  $(0; 2; 1)$
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , vector  $u = 2i - 3k$  có tọa độ là  $(2; -3; 0)$
- c) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $(0; 1; 0)$
- d) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của  $M(1; -2; 3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $A(1; -2; 0)$

**Lời giải**

**a) S**

**b) S**

**c) Đ**

**d) Đ**

- a) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(-3; 2; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là  $(-3; 0; 0)$ .
- b) Ta có:  $u = 2i - 3k = 2i + 0j - 3k$ . Suy ra  $u = (2; 0; -3)$ .
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $(0; 1; 0)$ .
- d) Chọn đúng

**Câu 7:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho vec tơ  $u = 2i - 3k$ , khi đó  $u = (2; -3; 0)$

- b) Trong không gian  $Oxyz$ , véc tơ đơn vị trên trục  $Oy$  là  $j = (0; 1; 0)$
- c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $a(-2; -3; 3)$ ,  $b(0; 2; -1)$ ,  $c(-3; 2; 5)$ . tọa độ của vector  $u = 2a - 3b + 4c$  là  $u(-16; -4; 29)$
- d) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $E(-1; 3; 2)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(-1; 3; 0)$

### Lời giải

**a) S**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a) Ta có:  $u = 2i - 3k \Leftrightarrow u = (2; 0; -3)$

b) Theo định nghĩa, véc tơ đơn vị trên trục  $Oy$  là  $j = (0; 1; 0)$ .

c) Ta có:  $2a = (-4; -6; 6)$ ,  $-3b = (0; -6; 3)$ ,  $4c = (-12; 8; 20)$

Suy ra:  $u = 2a - 3b + 4c = (-16; -4; 29)$

d) Hình chiếu vuông góc của điểm  $E(-1; 3; 2)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0; 3; 2)$ .

**Câu 8:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 0; -2)$ ,  $B(2; 1; -1)$ ,  $C(1; -2; 2)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là  $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

b) Cho hai điểm  $M(1; -2; 3)$  và  $N(3; 0; -1)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $MN$  là  $I(2; -1; 1)$

c) Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(3; 1; -2)$ ,  $C(2; 3; -3)$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Vector chỉ phương của đường thẳng  $OG$  là  $u = (2; 2; -2)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 3; -5)$ ,  $B(-3; 1; -1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$  là  $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -2\right)$

### Lời giải

**a) S**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a) Ta có:  $G\left(\frac{1+2+1}{3}; \frac{0+1-2}{3}; \frac{-2-1+2}{3}\right) = G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .

b) Trung điểm  $I$  có tọa độ là  $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+0}{2}; \frac{3-1}{2}\right) \Leftrightarrow I(2; -1; 1)$ .

c) Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $OG(2; 2; -2)$ .

d) Tọa độ trọng tâm của tam giác  $OAB$  là  $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -2\right)$ .

**Câu 9:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; 0; -2)$ ,  $B(2; 1; -1)$ ,  $C(1; -2; 2)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác là  $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(0; 4; 1)$  và  $C(2; 1; -3)$ . Trọng tâm tam giác  $ABC$  có tọa độ là  $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -2\right)$ .

c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2; 1; 3)$ ,  $B(5; 0; 2)$  và  $C(0; 2; 4)$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  có tọa độ là  $(3; 3; 9)$ .

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; -2; 3)$ ,  $B(-1; 2; 5)$ ,  $C(1; 0; 1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là  $G(1; 0; 3)$ .

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) S**

**c) S**

**d) Đ**

a) Áp dụng công thức tìm tọa độ trọng tâm.

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow G(1; 1; 0)$$

b)  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ :

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

c) Trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  có tọa độ:

Vậy  $G(1; 1; 3)$ .

d) Theo công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác.

**Câu 10:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $a = -i + 2j - 3k$ . Tọa độ của véc tơ  $a$  là  $a = (2; -3; -1)$
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho các điểm  $M(1; 2; 3)$ ;  $N(3; 4; 7)$ . Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{MN}$  là  $\overrightarrow{MN}(2; 2; 4)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; -4)$ . Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là  $(1; 2; -4)$
- d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -3)$  và  $B(3; -2; -1)$ . Tọa độ trung điểm đoạn thẳng  $AB$  là điểm  $I(2; 0; -2)$

### Lời giải

**a) S**

**b) Đ**

**c) S**

**d) Đ**

a) Ta có:  $a = -i + 2j - 3k \Rightarrow a = (-1; 2; -3)$ .

b) Ta có:  $\overrightarrow{MN}(2; 2; 4)$ .

c) Tọa độ hình chiếu của điểm  $M$  trên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  là  $(1; 2; 0)$ .  
(Hoành độ, tung độ giữ nguyên, cao độ bằng không)

d) Tọa độ trung điểm  $AB$  là điểm  $I$  ta có: 
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow I(2; 0; -2)$$

**Câu 11:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(-3; 1; 4)$  và  $A(1; 0; -1)$ ,  $B(2; 3; 5)$ . Tọa độ điểm  $C$  là  $C(4; 2; -1)$
- b) Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2; 1; 3)$ ,  $B(1; -2; 2)$ ,  $C(x; y; 5)$  thẳng hàng. Khi đó  $x + y$  bằng  $x + y = 11$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các vector  $a = (2; -1; 3)$ ,  $b = (1; 3; -2)$ . Tọa độ của vector  $c = a - 2b$  là  $c = (0; -7; -7)$



d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vector  $a(2; -5; 3)$ ,  $b(0; 2; -1)$ ,  $c(1; 7; 2)$ . Tọa độ vector  $\vec{d} = a - 4b + 2c$  là  $(-3; 5; 7)$

**Lời giải**

a) S

b) Đ

c) S

d) S

a) Gọi  $C(x; y; z)$ .

Do  $G(-3; 1; 4)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên 
$$\begin{cases} -3 = \frac{1+2+x}{3} \\ 1 = \frac{0+3+y}{3} \\ 4 = \frac{-1+5+z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = 0 \\ z = 8 \end{cases} \text{ hay } C(-12; 0; 8)$$

b) Ta có  $\vec{AB} = (-1; -3; -1)$ ,  $\vec{AC} = (x-2; y-1; 2)$ .

Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$  cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11$$

$$-2b = (-2; -6; 4) \quad a = (2; -1; 3) \Rightarrow c = (0; -7; 7)$$

c) Ta có

mà

d) Ta có:  $\vec{d} = a - 4b + 2c = (2 - 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1; -5 - 4 \cdot 2 + 2 \cdot 7; 3 - 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 2) = (4; 1; 11)$ .

**Câu 12:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho các vector  $\vec{AB} = (3; -2; 5)$  và  $\vec{AC} = (1; 4; -1)$ . Độ dài trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$  là  $AM = 3$

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -3; 2)$ . Tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $A'(-1; -3; 2)$

c) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 3; -1), B(3; -1; 5)$ . Tọa độ của điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\vec{MA} = 3\vec{MB}$  là  $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -3\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 1; 1)$ ,  $B(0; 3; -1)$  và điểm  $C$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Điểm  $C$  có tọa độ là  $(1; 2; 1)$

**Lời giải**

**a) Đ****b) Đ****c) S****d) S**

a) Ta có  $\vec{CB} = \vec{AB} - \vec{AC}$  suy ra  $\vec{CB} = (2; -6; 6)$   
 $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{38}$   $AC = |\vec{AC}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{2}$   
 và  $CB = |\vec{CB}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 6^2} = 2\sqrt{19}$

Độ dài đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$  là  $AM^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$   
 $= \frac{(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2}{2} - \frac{(2\sqrt{19})^2}{4} = 9$   
 Suy ra  $AM = 3$ .

b) Vì đối xứng qua mặt phẳng  $(Oyz)$  nên tọa độ sẽ được giữ lại biến  $y$ , biến  $z$  và đổi dấu biến  $x$ .  
 Suy ra tọa độ điểm  $A'(-1; -3; 2)$ .

c) Gọi điểm  $M(x; y; z)$ , theo đề bài  $\vec{MA} = 3\vec{MB}$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x = 3(3 - x) \\ 3 - y = 3(-1 - y) \\ -1 - z = 3(5 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \\ z = 8 \end{cases}$$

d) Do  $C$  nằm trên  $Oxy$  nên  $C(x; y; 0)$

$A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \vec{AC}$  cùng phương  $\vec{AB} \Leftrightarrow \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{0-1}{-2}$   
 Suy ra  $x=1, y=2$

**Câu 13:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tập hợp các điểm có tọa độ  $(x; y; z)$  sao cho  $-1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 3$  là tập các điểm của một khối đa diện (lồi) có một tâm đối xứng. Tọa độ của tâm đối xứng đó là  $(1; 1; 1)$

b) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; 2; -3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(-1; 2; -3)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vector  $a(5; 7; 2)$ ,  $b(3; 0; 4)$ ,  $c(-6; 1; -1)$ .  
 Tọa độ của vector  $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$  là  $\vec{m}(3; 22; -3)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;0)$ ,  $B(-1;3;5)$ . Gọi  $I(a;b;c)$  là điểm thỏa mãn  $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$ . Khi đó, giá trị của biểu thức  $a + 2b + 2c$  bằng 50

### Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

a) Dễ thấy khối đa diện đó là một khối lập phương có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ, tâm có tọa độ là  $\left(\frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}\right) = (1;1;1)$ .

b) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1;2;-3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0;2;-3)$ .

c)  $a(5;7;2) \Rightarrow 3a(15;21;6)$ ;  $b(3;0;4) \Rightarrow 2b(6;0;8)$ . Vậy  $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$   
 $= (15 - 6 - 6; 21 + 1; 6 - 8 - 1) = (3; 22; -3)$ .

d) Ta có:

$$\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1-a; 2-b; -c) = (3+3a; 3b-9; 3c-15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-a=3+3a \\ 2-b=3b-9 \\ -c=3c-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{11}{4} \\ c=\frac{15}{4} \end{cases} \text{ . Khi đó } a+2b+2c = \frac{25}{2}$$

**Câu 14:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1;-3;-5)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0;-3;0)$

b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $\vec{AB} = (-3;0;4)$ ,  $\vec{AC} = (5;-2;4)$ . Độ dài đường trung tuyến  $AM$  là  $3\sqrt{2}$

c) Trong không gian, cho hai điểm  $A(-2;2;-1)$ ,  $B(0;-1;-2)$ . Tọa độ điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng là  $M(-4;5;0)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (1;2;1)$ ,  $\vec{b} = (-2;3;4)$ ,  $\vec{c} = (0;1;2)$  và  $\vec{d} = (4;2;0)$ . Biết rằng  $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ . Giá trị  $x + y + z$  là 1

### Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Cho điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$ . Khi đó:

Hình chiếu vuông góc  $H$  của  $M$  trên mặt phẳng  $Oxy$  là  $H(x_M; y_M; 0)$

Hình chiếu vuông góc  $H$  của  $M$  trên mặt phẳng  $Oxz$  là  $H(x_M; 0; z_M)$  Hình chiếu vuông góc  $H$  của  $M$  trên mặt phẳng  $Oyz$  là  $H(0; y_M; z_M)$

b) Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (2; -2; 8)$

Vì  $AM$  là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$  nên:

Ta có:  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = (1; -1; 4) \Rightarrow AM = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2} = 3\sqrt{2}$

c) Gọi  $M(a; b; 0) \in (Oxy)$

$\overrightarrow{AM} = (a+2; b-2; 1)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -1)$

Điều kiện cần và đủ để ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng hay  $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$  cùng phương là

$$\frac{a+2}{2} = \frac{b-2}{-3} = \frac{1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}$$

Vậy  $M(-4; 5; 0)$

$$\overrightarrow{d} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b} + z\overrightarrow{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

d)

**Câu 15:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(5; 0; 2)$

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -1; 2)$  và  $B(3; 1; 0)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$  là  $I(2; 0; 1)$

c) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm thuộc trục  $Oy$  và cách đều hai điểm  $A(3; 4; 1)$  và  $B(1; 2; 1)$  là  $M(0; 5; 0)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(-2; -4; 9)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$ . Độ dài đoạn thẳng  $OM$  là  $\sqrt{17}$

**Lời giải**

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình  $y = 0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm  $M(5; -6; 2)$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là  $(5; 0; 2)$ .

b) Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là  $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-1+1}{2}; \frac{2+0}{2}\right)$  hay  $I(2; 0; 1)$

c) Gọi  $M(0; b; 0) \in Oy$

Theo đề:  $MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{10 + (4 - b)^2} = \sqrt{2 + (2 - b)^2} \Leftrightarrow 4b = 20 \Leftrightarrow b = 5$ .

Vậy  $M(0; 5; 0)$

d) Điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$  và  $MA = 2MB$

Nên  $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7)$$

Độ dài đoạn thẳng  $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}$

**Câu 16:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(x; y; -3)$ ,  $B(6; -2; 4)$ ,  $C(-3; 7; -5)$ . Giá trị của  $x, y$  để  $A, B, C$  thẳng hàng là  $x = 1; y = -5$ .

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm thuộc trục  $Ox$  và cách đều hai điểm  $A(4; 2; -1)$ ,  $B(2; 1; 0)$ ,  $M(4; 0; 0)$  là

c) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; 2; -3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(0; 2; -3)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(0; -1; 1)$ ,  $B(-2; 1; -1)$ ,  $C(-1; 3; 2)$ . Biết rằng  $ABCD$  là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm  $D$  là  $D(-1; -3; -2)$ .

**Lời giải**

**a) S**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a) Ta có:  $\overrightarrow{BA} = (x - 6; y + 2; -7)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (-9; 9; -9)$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-6}{-9} = \frac{y+2}{9} = \frac{7}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$$

b) Gọi  $M \in Ox : M(x; 0; 0)$ ,  $M$  cách đều  $A, B$  nên  $MA = MB$ , do đó:

$$\sqrt{(4-x)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{(2-x)^2 + 1^2} \Leftrightarrow x^2 - 8x + 21 = x^2 - 4x + 5 \Leftrightarrow x = 4.$$

c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; 2; -3)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm  $M'(0; 2; -3)$ .

$$\text{d) Gọi } D(x; y; z), \text{ ta có } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}. \text{ Vậy } D(1; 1; 4).$$

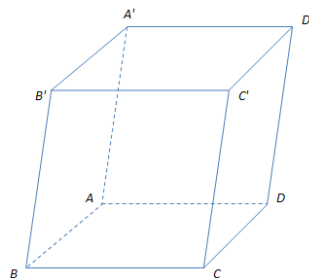
**Câu 17:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $((S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 17)$  cắt trục  $Oz$  tại hai điểm  $A, B$ . Độ dài đoạn  $AB$  bằng  $2\sqrt{17}$

b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai điểm  $A(3; 1; 0), B(1; 5; 2)$ . Gọi  $A'$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $B'$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$ . Khi đó  $A'B'$  bằng  $2\sqrt{6}$ .

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A, B, C$  có tọa độ thỏa mãn  $\overrightarrow{OA} = i + j + k$ ,  $\overrightarrow{OB} = 5i + j - k$ ,  $\overrightarrow{BC} = 2i + 8j + 3k$ . Tọa độ điểm  $D$  để tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành là  $D(3; 9; 4)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 1)$ ,  $B'(1; 0; 0)$ ,  $C'(1; 1; 0)$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm  $D$  là  $D(0; 1; 1)$



**Lời giải**

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

a) Gọi  $M$  là giao điểm của  $(S)$  với trục  $Oz$ .

Ta có  $M \in Oz \Rightarrow M(0;0;t)$

Mà  $M \in (S)$  nên:

$$0^2 + 0^2 + (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow |t+2| = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 - \sqrt{17} \\ t = -2 + \sqrt{17} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ các giao điểm là:  $A(0;0;-2-\sqrt{17})$ ,  $B(0;0;-2+\sqrt{17}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{17}$

b) Ta có:  $A'(3;1;0)$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Và  $B'(0;5;2)$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$

$$AB' = \sqrt{(0-3)^2 + (5-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{29}$$

c) Ta có:  $\vec{OA} = i + j + k \Rightarrow A(1;1;1)$

$$\vec{OB} = 5i + j - k \Rightarrow B(5;1;-1)$$

$$\vec{BC} = 2i + 8j + 3k \Rightarrow \vec{BC} = (2;8;3)$$

$$\vec{AD} = (x_D - 1; y_D - 1; z_D - 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_D - 1 = 2 \\ y_D - 1 = 8 \\ z_D - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 9 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(3;9;4)$$

Để  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\vec{AD} = \vec{BC}$

$$\vec{AD} = (2;8;3) \quad \vec{AB} = (4;0;-2)$$

Do đó  $\vec{AD}$ ,  $\vec{AB}$  không cùng phương nên  $A$ ,  $B$ ,  $D$  không thẳng hàng.

Vậy điểm  $D(3;9;4)$  là điểm cần tìm.

d) Gọi tọa độ điểm  $D(a;b;c)$

$$\text{Suy ra } \vec{C'D} = (a-1; b-1; c) \text{ và } \vec{B'A} = (-1; 0; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \vec{C'D} = \vec{B'A}$$

Vậy tọa độ điểm  $D(0;1;1)$

**Câu 18:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(2;-1;3)$  và trọng tâm  $G$  của tam giác có tọa độ là  $G(2;1;0)$ . Khi

đó  $\vec{AB} + \vec{AC}$  có tọa độ là  $(0;6;-9)$

- b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1;0;2)$ ,  $B(-2;1;3)$ ,  $C(3;2;4)$ ,  $D(6;9;-5)$ . Tọa độ trọng tâm của tứ diện  $ABCD$  là  $(2;3;1)$ .
- c) Cho ba điểm  $A(1;0;-2)$ ,  $B(2;1;-1)$ ,  $C(1;-2;2)$  và điểm  $E$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCE$  thì tọa độ của  $E$  là  $(0;-1;3)$ .
- d) Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;1;1)$ ,  $B(-1;2;3)$  và  $C(3;2;1)$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc đường thẳng  $BC$  sao cho  $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$ . Để  $BMDA$  là hình bình hành thì tọa độ  $D$  là  $D(5;-1;-1)$ .

### Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG} = 3(0;2;-3) = (0;6;-9)$ .

b) Gọi  $G(x;y;z)$  là tọa độ trọng tâm của tứ diện  $ABCD$  ta có:

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-2+3+6}{4} \\ y = \frac{0+1+2+9}{4} \\ z = \frac{2+3+4-5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases}$$

c) Giả sử  $E(x_E; y_E; z_E)$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_E \\ y_A + y_C = y_B + y_E \\ z_A + z_C = z_B + z_E \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = -3 \\ z_E = 1 \end{cases}$$

$ABCD$  là hình bình hành

Vậy  $E(0;-3;1)$ .

d)  $\overrightarrow{BC} = (4;0;-2)$ . Gọi  $D(x;y;z)$  suy ra  $\overrightarrow{AD} = (x-1; y-1; z-1)$ .

$BMDA$  là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BM} \rightarrow D(5;1;-1)$

**Câu 19:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCE$  với  $A(3;1;2)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(2;3;0)$ . Tọa độ đỉnh  $E$  là  $E(4;4;1)$ .

b) Cho 3 điểm  $M(2;0;0)$ ,  $N(0;-3;0)$ ,  $P(0;0;4)$ . Nếu  $MNPQ$  là hình bình hành thì tọa độ của điểm  $Q$  là  $(2;3;4)$ .



- c) Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $G(1; -2; 3)$  và ba điểm  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$ . Biết  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì  $a+b+c$  bằng 6
- d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  với  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(5; 0; -1)$ ,  $C(4; 3; 6)$  và  $D(a; b; c)$ . Giá trị của  $a+b+c$  bằng 15

### Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) Đ

a) Cần nhớ: Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  hoặc  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ .

Áp dụng:

Gọi  $E(x; y; z)$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -1)$  và  $\overrightarrow{EC} = (2-x; 3-y; -z)$ .

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -2 \\ 3-y = -1 \\ -z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vì  $ABCE$  là hình bình hành nên

b) Ta có:  $\overrightarrow{NP} = (0; 3; 4)$ ;  $\overrightarrow{MQ} = (x_Q - 2; y_Q; z_Q)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_Q = 2 \\ y_Q = 3 \\ z_Q = 4 \end{cases}$$

$MNPQ$  là hình bình hành khi  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ .

Vậy tọa độ của điểm  $Q(2; 3; 4)$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{a+0+0}{3} \\ -2 = \frac{0+b+0}{3} \\ 3 = \frac{0+0+c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = 9 \end{cases}$$

c) Vì  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$

Do đó  $a+b+c = 3+(-6)+9 = 6$ .

d)  $ABCD$  là hình bình hành

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(x_A + x_C - x_B; y_A + y_C - y_B; z_A + z_C - z_B) = (0; 5; 10)$ .

Vậy  $a+b+c = 0+5+10 = 15$ .

**Câu 20:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(-1; 3; 5)$ . Gọi  $I(a; b; c)$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ . Khi đó, giá trị của biểu thức  $a+2b+2c$  bằng  $\frac{25}{2}$

b) Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(3; -4; 3)$ . Tổng khoảng cách từ  $A$  đến ba trục tọa độ bằng  $\frac{\sqrt{34}}{2}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , để hai vec tơ  $a = (m; 2; 3)$  và  $b = (1; n; 2)$  cùng phương thì  $2m + 3n$  bằng 9

d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; -2; -5)$ ,  $B(3; 4; 4)$ ,  $C(x; y+1; 1)$  thẳng hàng. Khi đó  $3x - y$  bằng 5

### Lời giải

**a) Đ**

**b) S**

**c) S**

**d) Đ**

a) Ta có:

$$\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1-a; 2-b; -c) = (3+3a; 3b-9; 3c-15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-a=3+3a \\ 2-b=3b-9 \\ -c=3c-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{11}{4} \\ c=\frac{15}{4} \end{cases} \text{ . Khi đó } a+2b+2c=\frac{25}{2}$$

b) Hình chiếu của  $A$  lên trục  $Ox$  là  $A_1(3; 0; 0)$  nên  $d(A, Ox) = AA_1 = 5$ .

Hình chiếu của  $A$  lên trục  $Oy$  là  $A_2(0; -4; 0)$  nên  $d(A, Oy) = AA_2 = 3\sqrt{2}$ .

Hình chiếu của  $A$  lên trục  $Oz$  là  $A_3(0; 0; 3)$  nên  $d(A, Oz) = AA_3 = 5$ .

Tổng khoảng cách từ  $A$  đến ba trục tọa độ bằng  $10 + 3\sqrt{2}$ .

c)  $a$  và  $b$  cùng phương  $\Leftrightarrow a = kb \ (k \neq 0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=k.1 \\ 2=k.n \\ 3=2.k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{3}{2} \\ n=\frac{4}{3} \\ m=\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 2m+3n=2.\frac{3}{2}+3.\frac{4}{3}=7$$

d) Ta có  $\vec{AB} = (3; 6; 9)$ ,  $\vec{AC} = (x; y+3; 6)$ .

$A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y+3}{6} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$   
 $\Rightarrow 3x - y = 3.2 - 1 = 5$ .

Vậy  $3x - y = 5$ .

**Câu 21:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(6; -3; 4)$ ,  $B(a; b; c)$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là giao điểm của đường thẳng  $AB$  với các mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$ ,  $(Oxz)$  và  $(Oyz)$ . Biết rằng  $M, N, P$  nằm trên đoạn  $AB$  sao cho  $AM = MN = NP = PB$ . Giá trị của tổng  $a + b + c$  là -11
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho 4 điểm  $A(2; 4; -1)$ ,  $B(1; 4; -1)$ ,  $C(2; 4; 3)$ ,  $D(2; 2; -1)$ , biết  $M(x; y; z)$  để  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $x + y + z$  bằng  $\frac{21}{4}$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ . Tọa độ chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(-5; 6; 4)$  và  $C(0; 1; -2)$ . Độ dài đường phân giác trong của góc  $A$  của  $\Delta ABC$  là  $\frac{2\sqrt{64}}{3}$

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) Đ**

**c) S**

**d) S**

a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (a - 6; b + 3; c - 4)$ .

Vì  $M, N, P$  lần lượt là giao điểm của  $AB$  với các mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $(Oxz)$  và  $(Oyz)$  nên  $M(x_M; y_M; 0)$ ,  $N(x_N; 0; z_N)$ ,  $P(0; y_P; z_P)$ .

Vì  $M, N, P$  nằm trên đoạn  $AB$  sao cho  $AM = MN = NP = PB$  nên ta có:

$$\overline{4AM} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_M - 6) = a - 6 \\ 4(y_M + 3) = b + 3 \\ 4(0 - 4) = c - 4 \Rightarrow c = -12 \end{cases}$$

$$\overline{2AN} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_N - 6) = a - 6 \\ 2(0 + 3) = b + 3 \\ 2(z_N - 4) = c - 4 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

$$\frac{4}{3}\overline{AP} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}(0 - 6) = a - 6 \\ \frac{4}{3}(y_P + 3) = b + 3 \\ \frac{4}{3}(z_P - 4) = c - 4 \Rightarrow a = -2 \end{cases}$$

Vậy  $a + b + c = -11$ .

b) Xét điểm  $I(a; b; c)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ . Khi đó  $I\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$ .

Ta có  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID})^2$

$$= 4MI^2 + 2MI(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2$$

$$= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \geq IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \quad (\text{vì } MI^2 \geq 0 \text{ với mọi điểm } M)$$

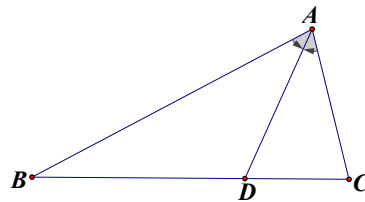
Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow M \equiv I$  tức là  $M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right) \Rightarrow x + y + z = \frac{7}{4} + \frac{7}{2} = \frac{21}{4}$ .

c) Ta có:  $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}; \overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{26}$

Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong kẻ từ  $B$  lên  $AC$  của tam giác  $ABC$

Suy ra:  $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$ .

d)



Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong của góc  $BAC$ , ta có  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ . Ta có  $AB = 2\sqrt{26}$ ;  $AC = \sqrt{26}$ . Suy ra  $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$ . Gọi  $D(x; y; z)$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} -5 - x = -2(-x) \\ 6 - y = -2(1 - y) \\ 4 - z = -2(-2 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = \frac{8}{3} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; 0\right)$$

Từ  $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$

Vậy  $AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}$ .

**Câu 22:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ . Gọi  $D(a; b; c)$  là chân đường phân giác trong của góc  $B$  của tam giác  $ABC$ . Giá trị  $a + b + 2c$  bằng 5

b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình thang  $ABCD$  có  $AB$  song song với  $CD$ . Biết  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(2; 0; -1)$ ,  $C(6; 1; 0)$  và diện tích hình thang  $ABCD$  bằng  $6\sqrt{2}$ . Gọi  $D(a; b; c)$ , khi đó biểu thức  $T = a - 2b + 4c$  là  $T = 3$

- c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(3;1;0)$ ,  $B$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$  và có hoành độ dương,  $C$  nằm trên trục  $Oz$  và  $H(2;1;1)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Tọa độ các điểm  $B$ ,  $C$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $B(3;1;0)$ ,  $C(0;0;-3)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;-1;3)$ ,  $C(-4;7;5)$ . Tọa độ chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$

### Lời giải

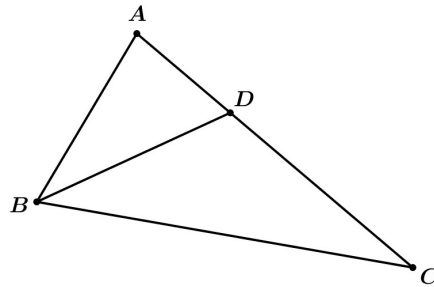
a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a)



Vì  $BD$  là phân giác trong của góc  $B$  nên  $D$  nằm giữa  $A$  và  $C$ .

Ta có  $BA = \sqrt{1+9+16} = \sqrt{26}$ ;  $BC = \sqrt{36+64+4} = 2\sqrt{26}$ .

Ta có  $\frac{CD}{DA} = \frac{BC}{BA} = 2 \Rightarrow CD = 2DA \Rightarrow \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{DA}$ . Do đó ta có hệ

$$\begin{cases} a+4=2(1-a) \\ b-7=2(2-b) \\ c-5=2(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{11}{3} \\ c=1 \end{cases} \quad \text{Vậy} \quad a+b+2c = -\frac{2}{3} + \frac{11}{3} + 2 = 5.$$

b) Ta có  $\overrightarrow{BA}(-1;2;2)$ ;  $\overrightarrow{BC}(4;1;1)$ . Suy ra  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  và có diện tích bằng  $6\sqrt{2}$

Suy ra  $AD = \sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$  và  $\overrightarrow{AD}(a-1;b-2;c-1) \Rightarrow D\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{4}{3}\right)$

c) Giả sử  $B(x;y;0) \in (Oxy)$ ,  $(x > 0)$ ,  $C(0;0;z) \in Oz$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ và } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AH} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}] \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z=0 \\ 2x+y-7=0 \\ x-3y+yz-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \quad (\forall x > 0). \text{ Vậy } B(3;1;0), C(0;0;-3).$$

d) Ta có:  $\vec{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\vec{BA}| = \sqrt{26}; \vec{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\vec{BC}| = 2\sqrt{26}$

Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong kẻ từ  $B$  lên  $AC$  của tam giác  $ABC$

Suy ra:  $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \vec{DC} = -2\vec{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$ .

**Câu 23:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;-2;2)$ ,  $C(x;y;5)$  thẳng hàng. Khi đó  $x+y$  bằng  $x+y=11$

b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;0;-1)$ ,  $B(0;3;-2)$ ,  $C(-4;-5;0)$ . Tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0}$  là  $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(1;1;1)$ ,  $N(2;3;4)$ ,  $P(7;7;5)$ . Để tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $Q$  là  $(6;5;2)$

d) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(1;0;1)$ ,  $B(2;1;2)$ ,  $D(1;-1;1)$ ,  $C'(4;5;-5)$ . Tọa độ của đỉnh  $A'$  là  $A'=(3;4;-1)$

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) Đ**

**c) Đ**

**d) S**

a) Ta có  $\vec{AB} = (-1; -3; -1)$ ,  $\vec{AC} = (x-2; y-1; 2)$

Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$  cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11$$

b) Gọi  $M(a; b; c)$ . Khi đó:

$$\vec{MA} = (2-a; -b; -1-c) \quad \vec{MB} = (-2a; 6-2b; -4-2c) \quad \vec{MC} = (-12-3a; -15-3b; -3c)$$

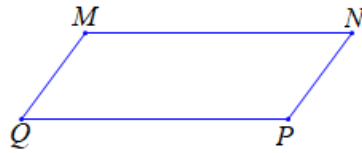
Do đó  $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = (-6a-10; -6b-9; -6c-5)$

Theo giả thiết  $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6a-10=0 \\ -6b-9=0 \\ -6c-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{3} \\ b=-\frac{3}{2} \\ c=-\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$$

Vậy  $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$ .

c)



Gọi  $Q(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{MQ} = (x-1; y-1; z-1)$   $\overrightarrow{NP} = (5; 4; 1)$

$$\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=5 \\ x-1=4 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=5 \\ z=2 \end{cases}$$

Ta có: tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành

Vậy tọa độ điểm  $Q$  là:  $Q(6; 5; 2)$

$$C = (x_C; y_C; z_C) \quad A' = (x_{A'}; y_{A'}; z_{A'})$$

d) Giả sử tọa độ các đỉnh lần lượt là , . Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nên ta có:

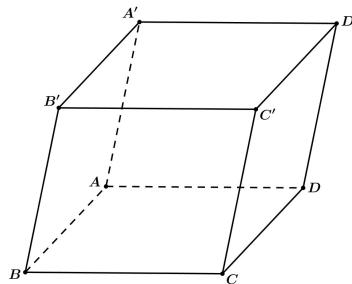
$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 1 \\ y_C + 1 = 1 \\ z_C - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow C = (2; 0; 2)$$

Tứ giác  $AA'C'C$  là hình bình hành nên ta có

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 2 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow A' = (3; 5; -6)$$

**Câu 24:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 1)$ ,  $B'(1; 0; 0)$ ,  $C'(1; 1; 0)$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm  $D$  là  $D(0; 1; 1)$



- b) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(3; 0; 0)$ ,  $D(0; 3; 0)$ ,  $D'(0; 3; -3)$ . Tọa độ trọng tâm tam giác  $A'B'C'$  là  $(2; 1; -2)$ .
- c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(2; 1; 2)$ ,  $D(1; -1; 1)$ ,  $C'(4; 5; -5)$ . Tọa độ của điểm  $A'$  là  $A'(-3; 4; -1)$ .
- d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (m; -2; 1)$  và  $\vec{v} = (3; n; -2)$ , với  $m$  và  $n$  là hai số thực. Để vectơ  $u$  cùng phương với  $v$  thì biểu thức  $T = 2m + n$  có giá trị bằng 4.

### Lời giải

a) Đ

b) Đ

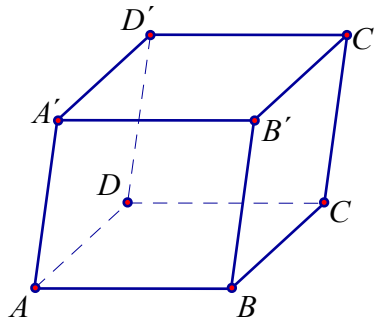
c) S

d) S

a) Gọi tọa độ điểm  $D(a; b; c)$ . Suy ra  $\vec{CD} = (a-1; b-1; c)$  và  $\vec{B'A} = (-1; 0; 1)$ .

Ta có  $\vec{CD} = \vec{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$ . Vậy tọa độ điểm  $D(0; 1; 1)$ .

b)



Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BD'$ . Ta có  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ . Gọi  $G(a; b; c)$  là trọng tâm tam giác

Ta có:  $\vec{DI} = 3\vec{IG}$  với  $\begin{cases} \vec{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \vec{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases}$ . Do đó:  $\begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$ .

Vậy  $G(2; 1; -2)$ .

c) Gọi  $A'(a; b; c)$

$ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp  $\Rightarrow \vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} \Leftrightarrow \vec{AA'} = \vec{AC'} - \vec{AB} - \vec{AD}$  (1)



$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1), \overrightarrow{AD} = (0; -1; 0), \overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6) \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = (2; 5; -7)$$

$$\overrightarrow{AA'} = (a - 1; b; c - 1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = 2 \\ b = 5 \\ c - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = -6 \end{cases}$$

Vậy:  $A'(3; 5; -6)$ .

$$\begin{matrix} \vec{r} \\ u \end{matrix} = k \cdot \begin{matrix} \vec{r} \\ v \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3k \\ -2 = k \cdot n \\ 1 = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{-1}{2} \\ m = \frac{-3}{2} \\ n = 4 \end{cases}$$

d) Ta có vec tơ  $\vec{u}$  cùng phương với  $\vec{v}$  khi có số  $k$  sao cho  
 Khi đó  $T = 2m + n = 1$ .

**Câu 25:** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ . Điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  thỏa mãn độ dài  $AM$  nhỏ nhất. Tọa độ của điểm  $M$  là  $(2; 3; 0)$ .
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 4)$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến trục  $Ox$  bằng  $2\sqrt{3}$ .
- c) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(2; -1; 2)$ ,  $B'(1; 2; 1)$ ,  $C(-2; 3; 2)$ ,  $D'(3; 0; 1)$ . Tọa độ điểm  $B$  là  $B(-1; 2; 2)$ .
- d) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ . Tọa độ chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .

**Lời giải**

**a) Đ**

**b) S**

**c) Đ**

**d) S**

a) Theo giả thiết ta có  $A(2; 3; 5)$ .

Điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ .

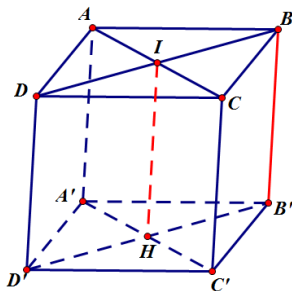
Độ dài  $AM$  nhỏ nhất khi và chỉ khi  $M$  là hình chiếu của  $A$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Vậy  $M(2; 3; 0)$ .

b) Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; -2; 4)$  xuống trục  $Ox$  suy ra  $H(1; 0; 0)$ .

Vậy khoảng cách từ  $M$  đến trục  $Ox$  bằng độ dài  $MH = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}$ .

c)

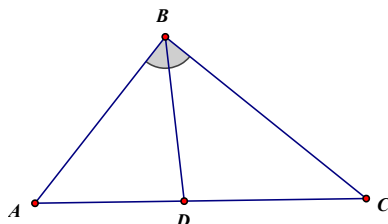


Gọi  $B(x; y; z)$ ;  $I, H$  lần lượt là trung điểm của  $AC, B'D'$ . Suy ra  $I(0; 1; 2), H(2; 1; 1)$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x = 2 - 0 \\ 2 - y = 1 - 1 \\ 1 - z = 1 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{IH}$ .

d)



Ta có  $BA = \sqrt{26}, BC = 2\sqrt{26}$ .

Gọi  $D(x; y; z)$ , theo tính chất phân giác ta có  $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$ . Suy ra  $\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC} (*)$

Ta có  $\overrightarrow{DA} = (1 - x; 2 - y; -1 - z)$  và  $\overrightarrow{DC} = (-4 - x; 7 - y; 5 - z)$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x = -\frac{1}{2}(-4 - x) \\ 2 - y = -\frac{1}{2}(7 - y) \\ -1 - z = -\frac{1}{2}(5 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$$

### •Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Trong không gian Oxyz, hãy xác định tọa độ của vector  $\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$ .

**Lời giải**

Tọa độ của vector  $\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$  là  $(1; 2; 5)$ .

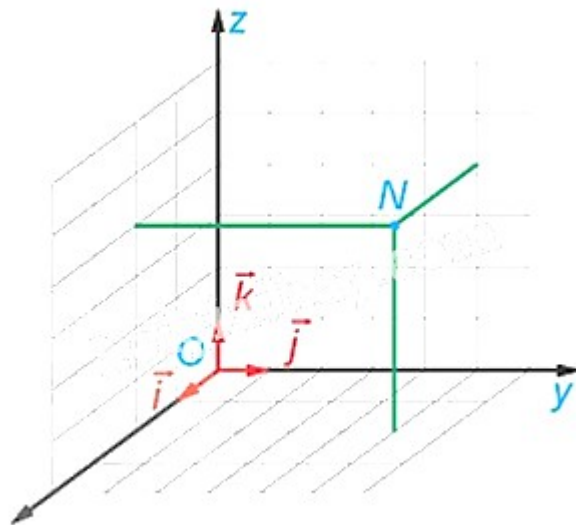
**Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm  $M(-4; 3; -1)$  và  $N(2; -1; -3)$ .

Tìm tọa độ của các vectơ  $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$ .

### Lời giải

Ta có:  $M(-4; 3; -1)$  và  $N(2; -1; -3)$ . Do đó,  $\overrightarrow{OM} = (-4; 3; -1), \overrightarrow{ON} = (2; -1; -3)$ .

**Câu 3:** Tìm tọa độ của điểm N trong Hình 2.39.



Hình 2.39

### Lời giải

Ta có:  $\overrightarrow{ON} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k}$ . Do đó,  $N(2; 5; 4)$ .

**Câu 4:** Trong không gian Oxyz, xác định tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  trong mỗi trường hợp sau:

- a)  $A(0; 0; 0)$  và  $B(4; 2; -5)$ ;      b)  $A(1; -3; 7)$  và  $B(1; -3; 7)$ ;      c)  $A(5; 4; 9)$  và  $B(-5; 7; 2)$ .

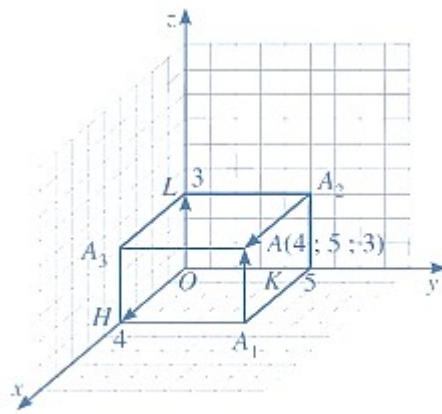
### Lời giải

a)  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (4; 2; -5)$

b)  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (0; 0; 0)$

c)  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (-10; 3; -7)$

**Câu 5:** Tìm tọa độ của các vectơ  $\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{A_2A}$  ở Hình 30.



Hình 30

### Lời giải

Trong Hình 30, ta có:  $\overrightarrow{A_1A} = \overrightarrow{OL}$ ,  $\overrightarrow{A_2A} = \overrightarrow{OK}$  mà  $L(0; 0; 3)$  và  $H(4; 0; 0)$ .

Do đó,  $\overrightarrow{A_1A} = (0; 0; 3)$  và  $\overrightarrow{A_2A} = (4; 0; 0)$ .

**Câu 6:** Trong không gian Oxyz, xác định tọa độ của điểm A trong mỗi trường hợp sau:

- A trùng với gốc tọa độ;
- A nằm trên tia Ox và  $OA = 2$ ;
- A nằm trên tia đối của tia Oy và  $OA = 3$ .

### Lời giải

- A trùng với gốc tọa độ nên  $A(0; 0; 0)$ .
- Vì A nằm trên tia Ox và  $OA = 2$  nên  $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}$ . Do đó,  $A(2; 0; 0)$ .
- vì A nằm trên tia đối của tia Oy và  $OA = 3$  nên  $\overrightarrow{OA} = -3\vec{j}$ . Do đó,  $A(0; -3; 0)$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(1; 2; -3)$  và vectơ  $\vec{u} = (3; -4; 2)$ .

Hãy biểu diễn theo các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}$  và  $\vec{k}$  mỗi vectơ sau:

- $\overrightarrow{OA}$ ;
- $\vec{u}$ .

### Lời giải

- Vì điểm A có tọa độ là  $(1; 2; -3)$  nên

$$\overrightarrow{OA} = (1; 2; -3).$$

Do đó,  $\vec{OA} = 1\vec{i} + 2\vec{j} + (-3)\vec{k} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .

b) Vì  $\vec{u} = (3; -4; 2)$  nên

$$\vec{u} = 3\vec{i} + (-4)\vec{j} + 2\vec{k} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}.$$

**Câu 8:** Trong không gian Oxyz, cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đều khác  $\vec{0}$  và có giá đôi một vuông góc. Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

a) Có thể lập được một hệ tọa độ Oxyz có các trục tọa độ lần lượt song song với giá của các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

b) Có thể lập được một hệ tọa độ Oxyz có các trục tọa độ lần lượt trùng với giá của các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

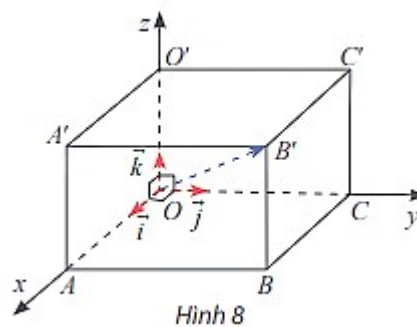
c) Có thể lập được một hệ tọa độ Oxyz có các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt bằng các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

d) Có thể lập được một hệ tọa độ Oxyz có các vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt cùng phương các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

### Lời giải

Cả 4 câu đều đúng.

**Câu 9:** Cho hình hộp chữ nhật  $OABC \cdot O' A' B' C'$  có cạnh  $OA = 4, OC = 6, OO' = 3$ . Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc tọa độ  $O$ ; các điểm  $A, C, O'$  lần lượt nằm trên các tia  $Ox, Oy, Oz$ . Xác định tọa độ các điểm  $A, B, B'$ .



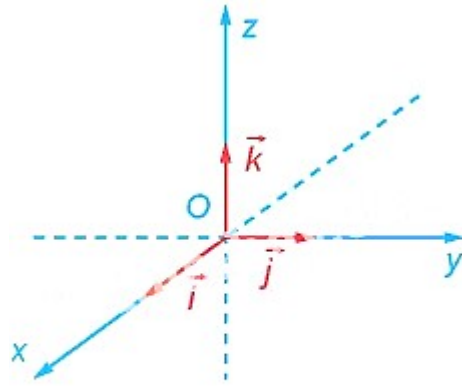
### Lời giải

Ta có:  $\vec{OA} = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$ , suy ra  $A(4; 0; 0)$ ;

$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{OC} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$ , suy ra  $B(4; 6; 0)$

$\vec{OB'} = \vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OO'} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}$ , suy ra  $B'(4; 6; 3)$

**Câu 10:** Trong không gian, xét ba trục  $Ox, Oy, Oz$  có chung gốc  $O$  và đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  là các vector đơn vị trên các trục đó (H.2.35).



Hình 2.35

- Gọi tên các mặt phẳng tọa độ có trong Hình 2.35.
- Các mặt phẳng tọa độ trong Hình 2.35 có đôi một vuông góc với nhau không?

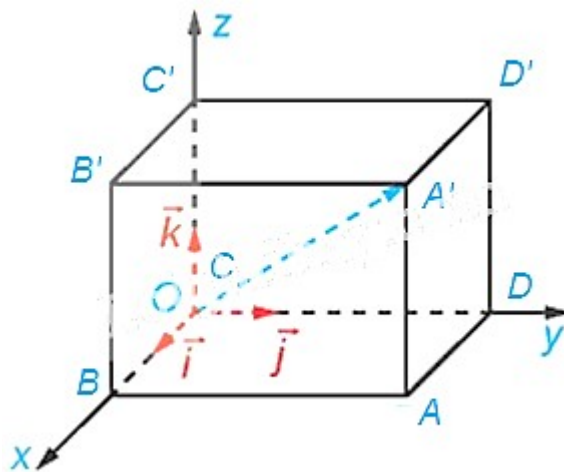
### Lời giải

- Các mặt phẳng có trong hình vẽ là: Mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $(Oyz)$ ,  $(Oxz)$ .
- vì  $Ox \perp Oy, Oy \perp Oz, Ox$  và  $Oz$  cắt nhau tại  $O$  và nằm trong mặt phẳng  $(Oxz)$  nên  $Oy \perp (Oxz)$ . Mà  $Oy \subset (Oxy) \Rightarrow (Oxz) \perp (Oxy), Oy \subset (Oyz) \Rightarrow (Oyz) \perp (Oxz)$

Chứng minh tương tự ta có:  $(Oyz) \perp (Oxy)$

Vậy ba mặt phẳng  $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$  đôi một vuông góc với nhau.

**Câu 11:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Có thể lập một hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $C$  và các vector  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt cùng hướng với các vector  $\vec{CB}, \vec{CD}, \vec{CC'}$  không? Vì sao?



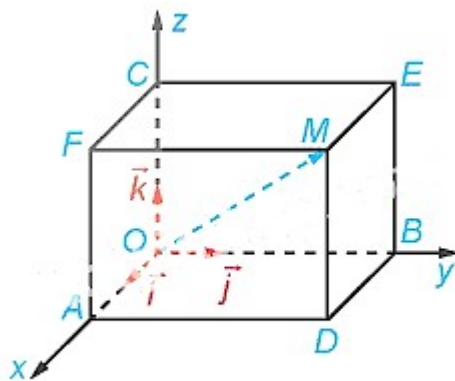
### Lời giải

Vì  $ABCD, A'B'C'D'$  là hình hộp chữ nhật nên các cạnh  $CC', CB$  và  $CD$  đôi một vuông góc với nhau.

Các vector  $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}$  cùng có điểm đầu là  $C$ .

Do đó, suy ra có thể lập một hệ tọa độ Oxyz có gốc  $O$  trùng với đỉnh  $C$  và các vector  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt cùng hướng với các vector  $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CC'}$ .

**Câu 12:** Trong không gian Oxyz, cho một điểm  $M$  không thuộc các mặt phẳng tọa độ. Vẽ hình hộp chữ nhật  $OADB.CFME$  có ba đỉnh  $A, B, C$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy, Oz$  (H.2.37).



Hình 2.37

a) Hai vector  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$  có bằng nhau hay không?

b) Giải thích vì sao có thể viết  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  với  $x, y, z$  là các số thực.

### Lời giải

a) Vì  $OADB.CFME$  là hình hộp chữ nhật nên theo quy tắc hình hộp ta có:  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

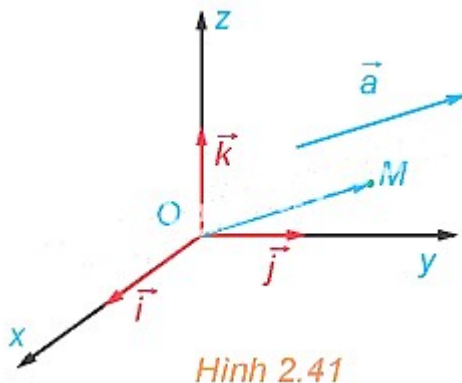
b) vì  $\vec{i}$  là vectơ đơn vị trên trục Ox nên  $\vec{OA} = x\vec{i}$  với x là số thực.

vì  $\vec{j}$  là vectơ đơn vị trên trục Oy nên  $\vec{OB} = y\vec{j}$  với y là số thực.

vì  $\vec{k}$  là vectơ đơn vị trên trục Oz nên  $\vec{OC} = z\vec{k}$  với z là số thực.

Do đó,  $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  với x, y, z là các số thực.

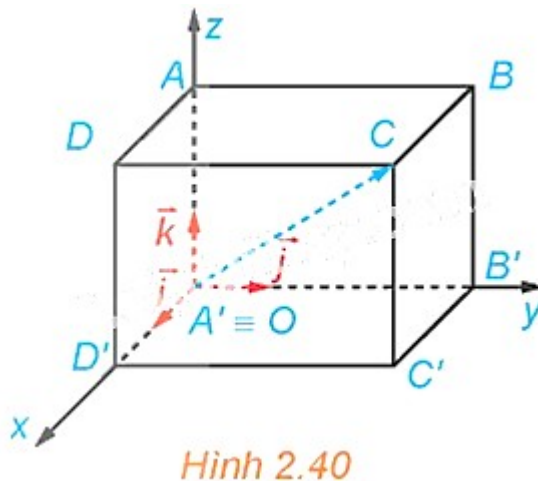
**Câu 13:** Trong không gian Oxyz, cho vectơ  $\vec{a}$  tùy ý (H.2.41). Lấy điểm M sao cho  $\vec{OM} = \vec{a}$  và giải thích vì sao có bộ ba số  $(x; y; z)$  sao cho  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .



**Lời giải**

Theo khái niệm tọa độ trong không gian ta có:  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ . Mà  $\vec{OM} = \vec{a}$  nên  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ . Do đó, có bộ ba số  $(x; y; z)$  sao cho  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

**Câu 14:** Trong Ví dụ 3, hãy xác định tọa độ của các điểm B, D và C'.



**Lời giải**

Theo Ví dụ 3 ta có:  $m=2, n=3, p=5$ .



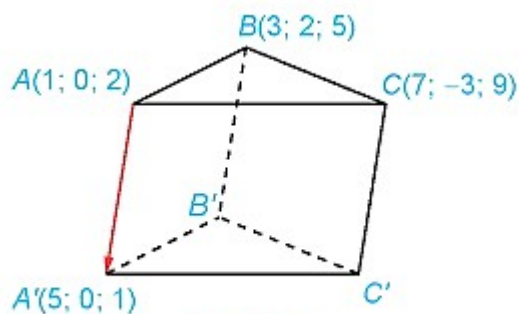
Vì  $ABB'O$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OA} = n\vec{j} + p\vec{k} = 3\vec{j} + 5\vec{k}$ . Do đó,  $B(0; 3; 5)$  Vì  $OB'C'D'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OD'} + \overrightarrow{OB'} = m\vec{i} + n\vec{j} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ . Do đó,  $C'(2; 3; 0)$  Vì  $ADD'A'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD'} = m\vec{i} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 5\vec{k}$ . Do đó,  $D(2; 0; 5)$

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có

$A(1; 0; 2), B(3; 2; 5), C(7; -3; 9)$  và  $A'(5; 0; 1)$ .

a) Tìm tọa độ của  $\overrightarrow{AA'}$ .

b) Tìm tọa độ của các điểm  $B', C'$ .



Hình 2.42

### Lời giải

a) Ta có:  $\overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - x_A; y_{A'} - y_A; z_{A'} - z_A) = (4; 0; -1)$ .

b) Gọi tọa độ của điểm  $B'$  là  $(x; y; z)$  thì  $\overrightarrow{BB'} = (x - 3; y - 2; z - 5)$ . Vì  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ nên  $ABB'A'$  là hình bình hành, suy ra  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$ .

Do đó 
$$\begin{cases} x - 3 = 4 \\ y - 2 = 0 \\ z - 5 = -1 \end{cases} \text{ hay } x = 7, y = 2 \text{ và } z = 4. \text{ Vậy } B'(7; 2; 4).$$

Lập luận tương tự suy ra  $C'(11; -3; 8)$ .

**Câu 16:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành có ba đỉnh  $A(1; 1; -2), B(4; 3; 1)$  và  $C(-1; -2; 2)$ .

a) Tìm tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$ .

b) Tìm tọa độ của điểm  $D$ .

### Lời giải

a) Ta có:

$\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 3 - 1; 1 - (-2)) = (3; 2; 3)$ .

b) Gọi tọa độ của điểm  $D$  là  $(x_D; y_D; z_D)$ , ta có:

$$\overrightarrow{DC} = (-1 - x_D; -2 - y_D; 2 - z_D).$$

Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_D = 3 \\ -2 - y_D = 2 \\ 2 - z_D = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = -4 \\ z_D = -1. \end{cases}$$

Vậy  $D(-4; -4; -1)$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm không thẳng hàng

$$A(2; -1; 4), B(3; 5; -1), C(-1; 1; 2).$$

a) Tìm tọa độ của  $\overrightarrow{AB}$ .

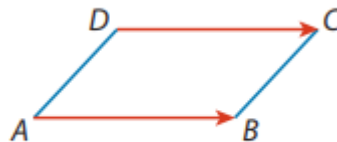
b) Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.

**Lời giải**

a) Vì  $A(2; -1; 4)$  và  $B(3; 5; -1)$  nên  $\overrightarrow{AB} = (3 - 2; 5 - (-1); -1 - 4)$ .

Vậy  $\overrightarrow{AB} = (1; 6; -5)$ .

b)  $A, B, C$  không thẳng hàng nên để  $ABCD$  là hình bình hành thì điểm  $D$  phải thỏa mãn điều kiện  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .



Hình 2.37

Gọi  $(x_D; y_D; z_D)$  là tọa độ điểm  $D$ . Ta có  $\overrightarrow{DC} = (-1 - x_D; 1 - y_D; 2 - z_D)$ .

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_D = 1 \\ 1 - y_D = 6 \\ 2 - z_D = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = -5 \\ z_D = 7 \end{cases}$$

Vậy  $D(-2; -5; 7)$ .

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$  và vector  $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2\right)$ .

a) Tìm tọa độ của  $\vec{u}$ . b) Biểu diễn  $\vec{v}$  theo các vector đơn vị  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ . c) Tìm tọa độ của

$$\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}.$$

### Lời giải

a) Vì  $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$  nên  $\vec{u} = \left(-2; 3; \frac{3}{4}\right)$ .

b) Vì  $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2\right)$  nên  $\vec{v} = 3\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j} + 2\vec{k}$ .

c) Biểu diễn  $\vec{a}$  qua các vectơ đơn vị:

$$\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} = 2\left(-2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}\right) + \frac{1}{3}\left(3\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j} + 2\vec{k}\right)$$

$$= -3\vec{i} + \frac{67}{12}\vec{j} + \frac{13}{6}\vec{k}$$

$$\text{Vậy } \vec{a} = \left(-3; \frac{67}{12}; \frac{13}{6}\right)$$

**Câu 19:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $M(x; y; z)$  và  $N(x'; y'; z')$ .

a) Hãy biểu diễn hai vector  $\vec{OM}$  và  $\vec{ON}$  qua các vector  $\vec{i}, \vec{j}$  và  $\vec{k}$

b) Xác định tọa độ của vector  $\vec{MN}$ .

### Lời giải

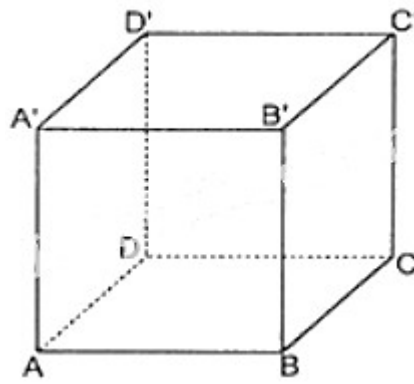
a) Ta có:  $\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}, \vec{ON} = x' \cdot \vec{i} + y' \cdot \vec{j} + z' \cdot \vec{k}$

b) Ta có:  $\vec{MN} = \vec{ON} - \vec{OM} = (x' \cdot \vec{i} + y' \cdot \vec{j} + z' \cdot \vec{k}) - (x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k})$

$$= (x' - x) \cdot \vec{i} + (y' - y) \cdot \vec{j} + (z' - z) \cdot \vec{k}$$

Do đó,  $\vec{MN} = (x' - x; y' - y; z' - z)$ .

**Câu 20:** Trong Ví dụ 5, xác định tọa độ của các điểm  $D$  và  $D'$  sao cho  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  là hình hộp.



### Lời giải

Gọi tọa độ của điểm  $D$  là  $(x; y; z)$ , tọa độ của  $D'$  là  $(x'; y'; z')$

khi đó  $\overrightarrow{AD} = (x-1; y; z-2)$  và  $\overrightarrow{A'D'} = (x-5; y; z-1)$ .

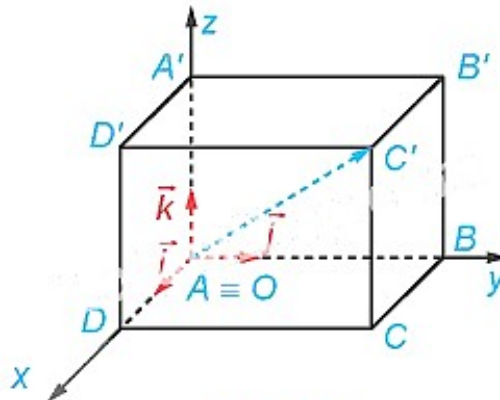
Để  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  là hình hộp thì  $ABCD$  là hình bình hành.

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ y=-5 \\ z-2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-5 \\ z=6 \end{cases} \text{ Suy ra } D(5; -5; 6)$$

Để  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  là hình hộp thì  $A'B'C'D'$  là hình bình hành.

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{B'C'} \Rightarrow \begin{cases} x-5=4 \\ y=-5 \\ z-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=-5 \\ z=5 \end{cases} \text{ Suy ra } D'(9; -5; 5)$$

**Câu 21:** Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đỉnh  $A$  trùng với gốc  $O$  và các đỉnh  $D, B, A'$  có tọa độ lần lượt là  $(2; 0; 0), (0; 4; 0), (0; 0; 3)$  (H.2.45). Xác định tọa độ của các đỉnh còn lại của hình hộp chữ nhật.



Hình 2.45

### Lời giải

Vì A trùng gốc O nên  $A(0;0;0)$ .

Vì D thuộc tia Ox nên hai vector  $\overrightarrow{OD}$  và  $\vec{i}$  cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực m sao cho  $\overrightarrow{OD} = m\vec{i}$ . Mà  $D(2;0;0)$  nên  $m=2$ .

Vì B thuộc tia Oy nên hai vector  $\overrightarrow{OB}$  và  $\vec{j}$  cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực n sao cho  $\overrightarrow{OB} = n\vec{j}$ . Mà  $B(0;4;0)$  nên  $n=4$

Vì A' thuộc tia Oz nên hai vector  $\overrightarrow{OA'}$  và  $\vec{k}$  cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực p sao cho  $\overrightarrow{OA'} = p\vec{k}$ .

Mà  $A'(0;0;3)$  nên  $p=3$ .

Vì ODCB là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = m\vec{i} + n\vec{j} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ . Do đó,  $C(2;4;0)$ .

Vì OA'B'B là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB} = p\vec{k} + n\vec{j} = 3\vec{k} + 4\vec{j}$ . Do đó,  $B'(0;4;3)$ .

Vì OA'D'D là hình bình hành nên  $\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OD} = m\vec{i} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ . Do đó,  $D'(2;0;3)$ .

Vì ABCD. A'B'C'D' là hình hộp chữ nhật nên theo quy tắc hình hộp ta có:

$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA'} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ . Do đó,  $C'(2;4;3)$ .

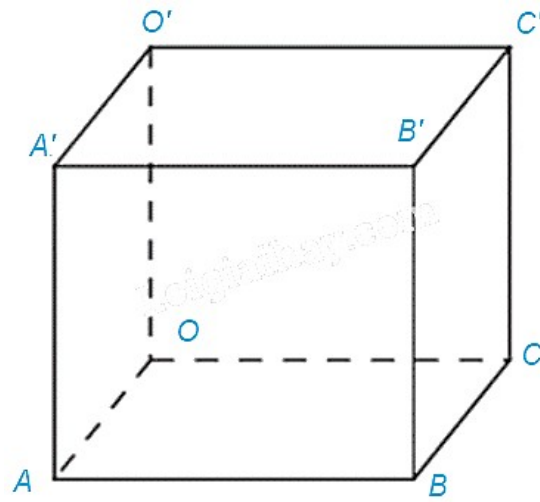
**Câu 22:** Trong không gian Oxyz, cho hình hộp OABC. O' A' B' C' có

$$A(1;1;-1), B(0;3;0), C'(2;-3;6).$$

a) Xác định tọa độ của điểm C.

b) Xác định các tọa độ đỉnh còn lại của hình hộp.

### Lời giải



a) Ta có:  $O(0;0;0)$

vì  $OABC \cdot O'A'B'C'$  là hình hộp nên  $AOBC$  là hình bình hành. Do đó:

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow \begin{cases} x_A = x_B - x_C \\ y_A = y_B - y_C \\ z_A = z_B - z_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = x_A - x_B = 1 \\ y_C = y_A - y_B = -2 \\ z_C = z_A - z_B = -1 \end{cases} \Rightarrow C(1; -2; -1)$$

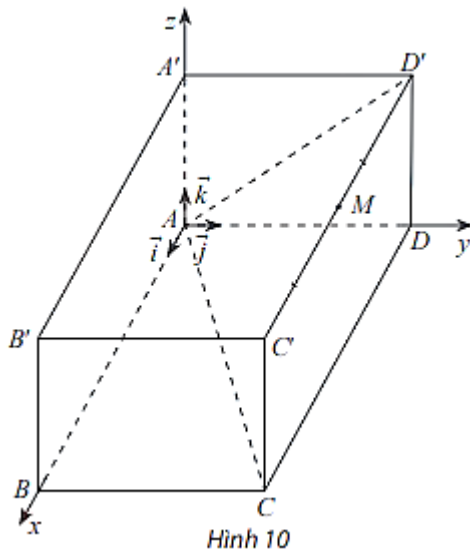
b) Vì  $OABC \cdot O'A'B'C'$  là hình hộp nên

$$\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{O'} = x_C - x_C = 1 \\ y_{O'} = y_C - y_C = -1 \\ z_{O'} = z_C - z_C = 7 \end{cases} \Rightarrow O'(1; -1; 7)$$

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} - x_A = x_C - x_C = 1 \\ y_{A'} - y_A = y_C - y_C = -1 \\ z_{A'} - z_A = z_C - z_C = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \\ y_{A'} = 0 \\ z_{A'} = 6 \end{cases} \Rightarrow A'(2; 0; 6)$$

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{B'} - x_B = (x_C - x_C) = 1 \\ y_{B'} - y_B = (y_C - y_C) = -1 \\ z_{B'} - z_B = (z_C - z_C) = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{B'} = 1 \\ y_{B'} = 2 \\ z_{B'} = 7 \end{cases}$$

**Câu 23:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có đỉnh  $A$  trùng với gốc  $O$ , các vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$  theo thứ tự cùng hướng với  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  và có  $AB=8, AD=6, AA'=4$ . Tìm tọa độ các vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$  và  $\overrightarrow{AM}$  với  $M$  là trung điểm của cạnh  $C'D'$ .



### Lời giải

Để tìm tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$ , ta cần biểu diễn  $\overrightarrow{AB}$  theo ba vectơ  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

Do  $\overrightarrow{AB}$  cùng hướng với  $\vec{i}$  và  $\overrightarrow{AB} \vee \overrightarrow{AB} = 8 = 8 \vee \vec{i}$  nên  $\overrightarrow{AB} = 8\vec{i}$  hay  $\overrightarrow{AB} = 8\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$ .

Tương tự, ta cũng có:  $\overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$ .

Trong hình bình hành  $ABCD$ , ta có:  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$ .

Trong hình bình hành  $AA'C'C$ , ta có:  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$ .

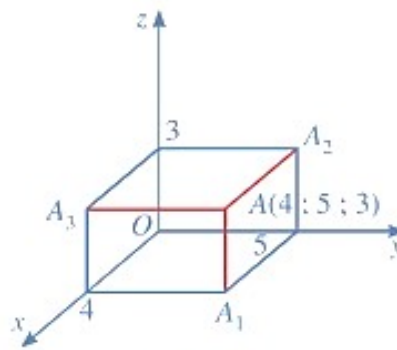
Suy ra  $\overrightarrow{AB} = (8; 0; 0)$ ;  $\overrightarrow{AC} = (8; 6; 0)$ ;  $\overrightarrow{AC'} = (8; 6; 4)$ .

$$\text{Vì } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD'}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$$

$$\vec{i} \frac{1}{2}(8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k} + 6\vec{j} + 4\vec{k}) = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$$

nên  $\overrightarrow{AM} = (4; 6; 4)$ .

**Câu 24:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(4; 5; 3)$ . Gọi  $A_1, A_2, A_3$  lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ  $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$  (Hình 25). Tìm tọa độ của các điểm  $A_1, A_2, A_3$ .



Hình 25

### Lời giải

Gọi  $A_1(x_1; y_1; z_1), A_2(x_2; y_2; z_2), A_3(x_3; y_3; z_3)$ .

Với  $A(4; 5; 3)$ , đặt  $x_A=4, y_A=5, z_A=3$ . Ta có:

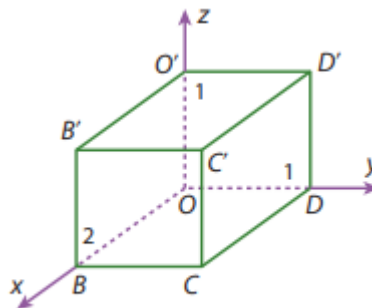
$x_1=x_A=4; y_1=y_A=5$  và  $z_1=0$  (vì  $A_1$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ ). Do đó  $A_1(4; 5; 0)$ .

$y_2=y_A=5; z_2=z_A=3$  và  $x_2=0$  (vì  $A_2$  nằm trên mặt phẳng  $(Oyz)$ ). Do đó  $A_2(0; 5; 3)$ .

$x_3=x_A=4; z_3=z_A=3$  và  $y_3=0$  (vì  $A_3$  nằm trên mặt phẳng  $(Ozx)$ ). Do đó  $A_3(4; 0; 3)$ .

**Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $OBCD.O'B'C'D'$  có  $B(2; 0; 0), D(0; 1; 0), O'(0; 0; 1)$ . Tìm toạ độ các đỉnh còn lại.

### Lời giải



Hình 2.33

Ta cần tìm toạ độ các đỉnh  $O, C, B', C', D'$ .

Toạ độ đỉnh  $O$  là  $(0; 0; 0)$ .

Theo giả thiết, ta có  $\vec{OB}=2\vec{i}, \vec{OD}=\vec{j}, \vec{OO'}=\vec{k}$ .



Suy ra:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 2\vec{i} + \vec{j};$$

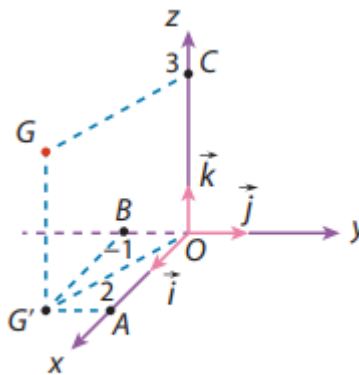
$$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OO'} = 2\vec{i} + \vec{k};$$

$$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OO'} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k};$$

$$\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OO'} = \vec{j} + \vec{k}.$$

Vậy  $C(2; 1; 0), B'(2; 0; 1), C'(2; 1; 1), D'(0; 1; 1)$ .

**Câu 26:** Trong không gian Oxyz, xác định vị trí điểm  $G(2; -1; 3)$ .



Hình 2.35

### Lời giải

Vì  $G(2; -1; 3)$  nên  $\overrightarrow{OG} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ .

Trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt lấy ba điểm A, B, C sao cho:

$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}, \overrightarrow{OB} = -\vec{j}, \overrightarrow{OC} = 3\vec{k}$  (Hình 2.35).

Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), vẽ hình chữ nhật OAG'B'. Nối G' với O. Ta có  $\overrightarrow{OG'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

Trong mặt phẳng (COG'), vẽ hình chữ nhật COG'G. Khi đó  $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OG'} + \overrightarrow{OC}$ .

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \text{ nghĩa là } G(2; -1; 3).$$

Vậy vị trí của điểm cần tìm chính là đỉnh G của hình chữ nhật COG'G.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vn teach.com>