

Người làm: Ngô Thịnh

Zalo: Ngô Thịnh - số đt zalo: 0368876057

Email:

CD9: TỈ LỆ THỨC VÀ DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU**Dạng 1. Tìm số hạng chưa biết dựa vào tỉ lệ thức****Câu 1. (HSG 7 huyện Minh An 2016 - 2017)**Tìm x, y, z biết: $2x = 3y; 4y = 5z$ và $4x - 3y + 5z = 7$ **Lời giải**Từ $2x = 3y; 4y = 5z; 8x = 12y = 15z$

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{8}} = \frac{y}{\frac{1}{12}} = \frac{z}{\frac{1}{15}} = \frac{4x}{\frac{1}{2}} = \frac{3y}{\frac{1}{4}} = \frac{5z}{\frac{1}{3}} = \frac{4x - 3y + 5z}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{7}{\frac{1}{12}} = 12$$

$$\Rightarrow x = 12 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2}; y = 12 \cdot \frac{1}{12} = 1; z = 12 \cdot \frac{1}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{3}{2}; y = 1; z = \frac{4}{5}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Hương Khê 2016 - 2017)Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$

$$B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$$

Hãy tính giá trị của biểu thức

Lời giảiNếu $a+b+c \neq 0$, Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$$

$$\text{Mà } \frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2 \Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$$

$$\text{Vậy } B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+c}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$$

+) Nếu $a+b+c = 0$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 0$$

$$\text{Mà } \frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 1 \Rightarrow \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 1$$

$$\text{Vậy } B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+c}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 1$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Hoàng Hoá 2016 - 2017)

Tìm 3 số x, y, z biết rằng: $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}; \frac{y}{2} = \frac{z}{5}$ và $x + y + z = -110$

Lời giải

$$\text{Từ } \frac{x}{3} = \frac{y}{7} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{14}; \frac{y}{2} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{y}{14} = \frac{z}{35} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{14} = \frac{z}{35}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{14} = \frac{z}{35} = \frac{x+y+z}{6+14+35} = \frac{-110}{55} = -2$$

$$\Rightarrow x = -2.6 = -12; y = -2.14 = -28; z = -2.35 = -70$$

Vậy $x = -12, y = -28, z = -70$

Câu 4. (HSG 7 huyện Duyên Hải 2016 - 2017)

Tìm các số x, y, z biết rằng: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}, \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và $2x + 3y - z = 186$

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20} \text{ và } \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \Rightarrow \frac{y}{20} = \frac{z}{28}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{28}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{28} = \frac{2x+3y-z}{30+60-28} = \frac{186}{62} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{15} = 3 \\ \frac{y}{20} = 3 \\ \frac{z}{28} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 60 \\ z = 84 \end{cases}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Việt Yên 2016 - 2017)

Tìm x, y, z biết:

$$\text{a) } \frac{4+x}{7+y} = \frac{4}{7} \text{ và } x+y=55$$

$$\text{b) } \frac{x}{10} = \frac{y}{15}, x = \frac{z}{2} \text{ và } x+2y-3z=-24$$

Lời giải

$$a) \frac{4+x}{7+y} = \frac{4}{7} \Rightarrow 28+7x=28+4y \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{4+7}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{22}{11} = 2 \Rightarrow x=8; y=14$$

$$b) \text{ Từ } \frac{x}{10} = \frac{y}{15} \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{z}{2} \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{z}{4}$$

$$\text{Do đó } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ hay } \frac{x}{2} = \frac{2y}{6} = \frac{3z}{12}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{2y}{6} = \frac{3z}{12} = \frac{x+2y-3z}{2+6-12} = \frac{-24}{-4} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = 6 \Rightarrow x=12; y=18; z=24.$$

Suy ra

Vậy $x=12; y=18; z=24$.

Câu 6. (HSG 7 huyện Tiền Hải 2016 - 2017)

Tìm các số x, y, z biết rằng: $3x=4y, 5y=6z$ và $xyz=30$

Lời giải

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{3}; \frac{y}{6} = \frac{z}{5} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = k \Rightarrow x=8k, y=6k, z=5k$$

$$xyz=30 \Rightarrow 8k.6k.5k=30 \Leftrightarrow k^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x=4, y=3, z=\frac{5}{2}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Trục Tĩnh 2016 - 2017)

Tìm x, y, z biết: $\frac{2x-y}{5} = \frac{3y-2z}{15}$ và $x+z=2y$

Lời giải

Từ $x+z=2y$ ta có:

$$x-2y+z=0 \text{ hay } 2x-4y+2z=0 \text{ hay } 2x-y-3y+2z=0$$

$$\text{Hay } 2x-y=3y-2z$$

$$\text{Vậy nếu } \frac{2x-y}{5} = \frac{3y-2z}{15} \text{ thì } 2x-y=3y-2z=0$$

$$\text{Từ } 2x-y=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}y$$

$$\text{Từ } 3y - 2z = 0 \text{ và } x + z = 2y \Rightarrow x + z + y - 2z = 0 \text{ hay } \frac{1}{2}y + y - z = 0$$

$$\text{Hay } \frac{3}{2}y - z = 0 \text{ hay } y = \frac{2}{3}z, \text{ suy ra : } x = \frac{1}{3}z$$

$$\text{Vậy các giá trị } x, y, z \text{ cần tìm là } \left\{ x = \frac{1}{3}z; y = \frac{2}{3}z; z \in \mathbb{R} \right\} \text{ hoặc } \left\{ x = \frac{1}{2}y; y \in \mathbb{R}; z = \frac{3}{2}y \right\} \text{ hoặc } \{ x \in \mathbb{R}, y = 2x, z = 3x \}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Giao Thủy 2016 - 2017)

Tìm x, y biết:

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{5} \text{ và } 5x + 4y = 120$$

Lời giải

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{5} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{5x}{40} = \frac{4y}{20} = \frac{5x + 4y}{40 + 20} = \frac{120}{60} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2.8 = 16 \\ y = 2.5 = 10 \end{cases}$$

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức

Câu . (HSG 7 huyện Thanh Hà 2016 - 2017)

$$\text{Cho } \frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}. \text{ Chứng minh rằng: } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$$

Lời giải

$$\frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}$$

Suy ra:

$$\frac{4(3x - 2y)}{16} = \frac{3(2z - 4x)}{9} = \frac{2(4y - 3z)}{4} = \frac{12x - 8y + 6z - 12x + 8y - 6z}{29} = 0$$

$$\text{Vậy } \frac{3x - 2y}{4} = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2z - 4x}{3} = 0 \Rightarrow 2z = 4x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{z}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được : } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Nga Sơn 2016 - 2017)

$$\text{Cho tỉ lệ thức } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}. \text{ Chứng minh rằng: } \frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$$

Lời giải

Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$

$$\Rightarrow \frac{a.b}{c.d} = \frac{a+b}{c+d} \cdot \frac{a+b}{c+d} \Rightarrow \frac{a.b}{c.d} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Nguyễn Du 2016 - 2017)

Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $a, b, c, d \neq 0; a \neq \pm b, c \neq \pm d$. Chứng minh:

a) $\frac{b}{b-a} = \frac{d}{d-c}$ và $\frac{c+d}{a+b} = \frac{c}{a}$

b) $\left(\frac{a-b}{c-d} \right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$

Lời giải

a) Ta có $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow 1 - \frac{a}{b} = 1 - \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d} \Rightarrow$ Kết luận

Ta có $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ hay $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{c}{a} = \frac{d}{b} = \frac{c+d}{a+b} \text{ suy ra } \frac{c+d}{a+b} = \frac{c}{a}$$

b) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} \Rightarrow \left(\frac{a}{c} \right)^{2013} = \left(\frac{b}{d} \right)^{2013} = \left(\frac{a-b}{c-d} \right)^{2013} = \frac{a^{2013} + b^{2013}}{c^{2013} + d^{2013}}$

Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Oai, Trường Mỹ Hưng 2016 - 2017)

Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ với $a, b, c \neq 0$. Chứng minh rằng:

a) $\frac{a}{b} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2}$ b) $\frac{b-a}{a} = \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2}$

Lời giải

a) Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b} = \left(\frac{a}{c} \right)^2 = \left(\frac{c}{b} \right)^2$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a^2}{c^2} = \frac{c^2}{b^2} = \frac{a^2 + c^2}{c^2 + b^2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} \text{ (đpcm)}$$

b) Áp dụng chứng minh phần a) ta có:

$$\begin{aligned}\frac{a}{c} = \frac{c}{b} &\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} \Rightarrow \frac{b}{a} - 1 = \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 \\&\Rightarrow \frac{b}{a} - \frac{a}{a} = \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - \frac{a^2 + c^2}{a^2 + c^2} \Rightarrow \frac{b - a}{a} = \frac{b^2 + c^2 - a^2 - c^2}{a^2 + c^2} \\&\Rightarrow \frac{b - a}{a} = \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} \text{ (đpcm)}\end{aligned}$$

Câu 5. (HSG 7 Trường Tam Hưng 2016 - 2017)

Cho x, y, z, t là 4 số khác 0 và thỏa mãn các điều kiện sau:

$$y^2 = xz, z^2 = yt \text{ và } y^3 + z^3 + t^3 \neq 0. \text{ Chứng minh: } \frac{y^3 + z^3 + x^3}{y^3 + z^3 + t^3} = \frac{x}{t}$$

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết suy ra } \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{t}$$

Lập phương các tỉ số trên và áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để có:

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3}{y^3 + z^3 + t^3} = \frac{x^3}{y^3}, \text{ mặt khác ta có: } \frac{x^3}{y^3} = \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{z} \cdot \frac{z}{t} = \frac{x}{t}$$

Suy ra được điều phải chứng minh

Câu 6. (HSG 7 huyện Minh An 2016 - 2017)

$$\text{Cho } \frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c}. \text{ Chứng minh: } \frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}\frac{2bz - 3cy}{a} &= \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c} \\&\Leftrightarrow \frac{2abz - 3acy}{a^2} = \frac{6bcx - 2abz}{4b^2} = \frac{3acy - 6bcx}{9c^2} = \frac{2abz - 3acy + 6bcx - 2abz + 3acy - 6bcx}{a^2 + 4b^2 + 9c^2} = 0 \\&\Rightarrow 2bz - 3cy = 0 \Rightarrow \frac{z}{3c} = \frac{y}{2b} \quad (1) \\&\Rightarrow 3cx - az = 0 \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{z}{3c} \quad (2)\end{aligned}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Giao Thủy 2016 - 2017)

$$\text{Cho tỉ lệ thức: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}. \text{ Chứng minh rằng: } \frac{2a + 3b}{2a - 3b} = \frac{2c + 3d}{2c - 3d} \text{ (giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa)}$$

Lời giải

Giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa, từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{2a}{2c} = \frac{3b}{3d}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{2a}{2c} = \frac{3b}{3d} = \frac{2a+2c}{2c+3d} = \frac{2a-3b}{2c-3d} \Rightarrow \frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$$

Dạng 3. Chứng minh bất đẳng thức

Câu 1. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến, 2016 - 2017)

Chứng minh rằng $M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t}$ có giá trị không phải là số tự nhiên $(x, y, z, t \in \mathbb{N}^*)$

Lời giải

Ta có: $\frac{x}{x+y+z+t} < \frac{x}{x+y+z} < \frac{x}{x+y}$

$$\frac{y}{x+y+z+t} < \frac{y}{x+y+t} < \frac{y}{x+y}$$

$$\frac{z}{x+y+z+t} < \frac{z}{y+z+t} < \frac{z}{z+t}$$

$$\frac{t}{x+y+z+t} < \frac{t}{x+z+t} < \frac{t}{z+t}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z+t}{x+y+z+t} < M < \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} \right) + \left(\frac{z}{z+t} + \frac{t}{z+t} \right)$$

Hay $1 < M < 2$. Vậy M có giá trị không phải là số tự nhiên

Dạng 4. Bài toán về dãy tỉ số bằng nhau và chia tỉ lệ

Câu 1. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, 2016 - 2017)

Tìm độ dài 3 cạnh của tam giác có chu vi bằng $13cm$. Biết độ dài 3 đường cao tương ứng lần lượt là $2cm, 3cm, 4cm$.

Lời giải

Gọi độ dài ba cạnh của tam giác là $x, y, z (cm) (x, y, z > 0)$

Theo bài ra ta có: $x + y + z = 13$

Và $2x = 3y = 4z = 2S_{ABC} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{6+4+3} = \frac{13}{13} = 1 \Rightarrow x = 6, y = 4, z = 3$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Lâm Thao, 2016 - 2017)

Học sinh khối 7 của một trường gồm 3 lớp tham gia trồng cây. Lớp 7A trồng toàn bộ 32,5% số cây. Biết số cây lớp 7B và 7C trồng được theo tỉ lệ $1,5$ và $1,2$. Hỏi số cây cả 3 lớp trồng được là bao nhiêu, biết số cây của lớp 7A trồng được ít hơn số cây của lớp 7B trồng được là 120 cây.

Lời giải

Gọi số cây ba lớp 7A, 7B, 7C trồng lần lượt là a, b, c (cây, $a, b, c \in \mathbb{N}^*$)

Theo đề bài ta có $b:c=1,5:1,2$; $b-a=120$ và $a=32,5\%(a+b+c)$

Ta có $\frac{b}{1,5} = \frac{c}{1,2}$ và $b-120=a$

Đặt $\frac{b}{1,5} = \frac{c}{1,2} = k$ ta có $b=1,5k; c=1,2k; a=1,5k-120$

Thay vào $a=32,5\%(a+b+c)$ ta có

$$1,5k-120 = \frac{13}{40}(1,5k-120+1,5k+1,2k)$$

$$60k-4800=13(4,2k-120)$$

$$60k-4800=54,6k-1560$$

$$5,4k=3240$$

$$k=600$$

Suy ra $a=1,5.600-120=780$; $b=1,5.600=900$; $c=1,2.600=720$

Cả ba lớp trồng được số cây là $720+780+900=2400$ cây

Vậy cả 3 lớp trồng được số cây là 2400 cây

Câu 3. (HSG 7 huyện Nga Sơn, 2016 - 2017)

Cho ba số $x < y < z$ thỏa mãn $x+y+z=51$. Biết rằng 3 tổng của 2 trong 3 số đã cho tỉ lệ với 9,12,13. Tìm x, y, z

Lời giải

Theo đề bài $x < y < z \Rightarrow x+y < x+z < y+z$

Do 3 tổng của 2 trong ba số tỉ lệ với 9,12,13 mà $9 < 12 < 13$ với $x < y < z$ thì chỉ có $x+y < x+z < y+z$

Từ đó suy ra $(x+y):(x+z):(y+z)=9:12:13$

Hay $\frac{x+y}{9} = \frac{x+z}{12} = \frac{y+z}{13}$, áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x+y}{9} = \frac{x+z}{12} = \frac{y+z}{13} = \frac{x+y+x+z+y+z}{9+12+13} = \frac{2(x+y+z)}{34} = \frac{2 \cdot 51}{34} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{9} = 3 \\ \frac{x+z}{12} = 3 \\ \frac{y+z}{13} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=27 \\ x+z=36 \\ y+z=39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=15 \\ z=24 \end{cases}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Oai, Trường Mỹ Hưng, 2016 - 2017)

Tổng ba phân số tối giản bằng $5\frac{25}{63}$ các tử của chúng tỉ lệ nghịch với $20; 4; 5$. Các mẫu của chúng tỉ lệ thuận với $1; 3; 7$. Tìm ba phân số đó.

Lời giải

Gọi ba phân số cần tìm là a, b, c

Theo bài ra ta có:
$$a + b + c = 5\frac{25}{63}$$

$$a : b : c = \frac{1}{20} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \frac{1}{20} : \frac{1}{12} : \frac{1}{35} = 21 : 35 : 12$$

$$\Rightarrow \frac{a}{21} = \frac{b}{35} = \frac{c}{12} = \frac{a+b+c}{21+35+12} = \frac{5\frac{25}{63}}{68} = \frac{5}{63}$$

$$\Rightarrow a = 21 \cdot \frac{5}{63} = \frac{5}{3}; b = 35 \cdot \frac{5}{63} = \frac{25}{9}; c = 12 \cdot \frac{5}{63} = \frac{20}{21}$$

Vậy ba phân số cần tìm là $\frac{5}{3}; \frac{25}{9}; \frac{20}{21}$

Câu 5. (HSG 7 huyện Hoà Bình, 2016 - 2017)

Hai lớp $7A$ và $7B$ đi lao động trồng cây. Biết rằng tỉ số giữa số cây trồng được của lớp $7A$ và $7B$ là $0,8$. Lớp $7B$ trồng nhiều hơn lớp $7A$ là 20 cây. Tính số cây mỗi lớp trồng được

Lời giải

Gọi x, y theo thứ tự là số cây trồng được của lớp $7A, 7B$. Ta có:

$$y - x = 20 \text{ và } \frac{x}{y} = 0,8 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \quad (1)$$

$$\text{Từ (1) ta có tỉ lệ thức } \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{y-x}{5-4} = \frac{20}{1} = 20 \Rightarrow \begin{cases} x=80 \\ y=100 \end{cases}$$

Câu 6. ((HSG 7 huyện Hoà Bình, 2016 - 2017)

Ba đội máy ủi đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai hoàn thành trong 6 ngày, đội thứ ba hoàn thành trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (cùng năng suất), biết rằng đội thứ nhất nhiều hơn đội thứ hai 2 máy.

Lời giải

Gọi x, y, z theo thứ tự là số máy ủi của đội $1, 2, 3$

Do các máy có cùng công suất, khối lượng công việc của ba đội như nhau

$\Rightarrow$ Số máy và thời gian hoàn thành công việc là tỉ lệ nghịch với nhau.

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{8}$$

Ta có: $\frac{x}{4} = \frac{y}{6}$ và $x - y = 2$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{8} = \frac{x - y}{4 - 6} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$\frac{x}{4} = -1 \Rightarrow x = -4$$

Do đó

$$\frac{y}{6} = -1 \Rightarrow y = -6$$

$$\frac{z}{8} = -1 \Rightarrow z = -8$$

Vậy số máy của ba đội $1, 2, 3$ lần lượt là $4; 6; 8$ máy.

Câu 7. (HSG 7 huyện Sơn Dương, 2016 - 2017)

Tìm các góc của một tam giác. Biết rằng số đo của chúng tỉ lệ với $2, 3, 4$

Lời giải

Gọi số đo độ của ba góc của tam giác là $x^\circ, y^\circ, z^\circ$. Khi đó ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ và } (x + y + z = 180)$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x + y + z}{2 + 3 + 4} = \frac{180}{9} = 20 \quad (x + y + z = 180)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = 20 \Rightarrow x = 40$$

$$\frac{y}{3} = 20 \Rightarrow y = 60$$

$$\Rightarrow \frac{z}{4} = 20 \Rightarrow z = 80$$

Vậy số đo ba góc của tam giác là $40^\circ; 60^\circ; 80^\circ$

Câu 8. (HSG 7 huyện Hương Khê, 2016 - 2017)

Ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với $5; 6; 7$, nhưng sau đó chia theo tỉ lệ $4; 5; 6$ nên có một lớp nhận nhiều hơn 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua.

Lời giải

Gọi tổng số gói tăm ba lớp cùng mua là x ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số gói tăm dự định chia cho ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ lúc đầu là $a; b; c$

Ta có: $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; b = \frac{6x}{18} = \frac{x}{3}; c = \frac{7x}{18}$ (1)

Số gói tăm sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là $a'; b'; c'$ ta có:

$$\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; b' = \frac{5x}{15}; c' = \frac{6x}{15}$$
 (2)

So sánh (1) và (2) ta có $a > a'; b = b'; c < c'$ nên lớp $7C$ nhận nhiều hơn lúc đầu,

Vậy $c - c' = 4$ hay $\frac{6x}{15} - \frac{7x}{18} = 4 \Rightarrow \frac{x}{90} = 4 \Rightarrow x = 360$

Vậy số gói tăm ba lớp đã mua là 360 gói.

Câu 9. (HSG 7 huyện Hoàng Hoá, 2016 - 2017)

Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỉ lệ theo $1:2:3$

Lời giải

Gọi a, b, c là các chữ số của số có ba chữ số cần tìm. Không mất tính tổng quát, giả sử

$$a \leq b \leq c \leq 9, \text{ ta có: } 1 \leq a + b + c \leq 27$$

Mặt khác do số cần tìm là bội của 18 nên là bội của 9

Do đó $a + b + c = 9$ hoặc $a + b + c = 18$ hoặc $a + b + c = 27$

Theo đề bài ta có: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6}$

Như vậy $a + b + c$ chia hết cho 6, nên $a + b + c = 18$

Từ đó suy ra $a = 3, b = 6, c = 9$

Do đó số phải tìm là bội của 18 nên chữ số hàng đơn vị chẵn.

Vậy hai số cần tìm là 396, 936

Câu 10. (HSG 7 huyện Phù Yên, Trường Võ Thị Sáu, 2016 - 2017)

Có 3 mảnh đất hình chữ nhật A, B và C . Các diện tích của A và B tỉ lệ với 4 và 5, các diện tích của B và C tỉ lệ với 7 và 8; A và B có cùng chiều dài và tổng các chiều rộng của chúng là 27m B và C có cùng chiều rộng. Chiều dài của mảnh đất C là 24m. Hãy tính diện tích của mỗi mảnh đất.

Lời giải

Gọi diện tích, chiều dài, chiều rộng của các mảnh đất A, B, C theo thứ tự là

$$S_A, d_A, r_A, S_B, d_B, r_B, S_C, d_C, r_C$$

Theo bài ra ta có:

$$\frac{S_A}{S_B} = \frac{4}{5}; \frac{S_B}{S_C} = \frac{7}{8}; d_A = d_B; r_A + r_B = 27(m); r_B = r_C; d_C = 24(m)$$

Hai hình chữ nhật A và B có cùng chiều dài nên các diện tích của chúng tỉ lệ thuận với các chiều rộng. Ta có:

$$\frac{S_A}{S_B} = \frac{4}{5} = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \frac{r_A}{4} = \frac{r_B}{5} = \frac{r_A + r_B}{4 + 5} = \frac{27}{9} = 3 \Rightarrow \begin{cases} r_A = 12m \\ r_B = 15m = r_C \end{cases}$$

Hai hình chữ nhật B và C có cùng chiều rộng nên các diện tích của chúng tỉ lệ thuận với các chiều dài. Ta có:

$$\frac{S_B}{S_C} = \frac{7}{8} = \frac{d_B}{d_C} \Rightarrow d_B = \frac{7d_C}{8} = \frac{7 \cdot 24}{8} = 21(m) = d_A$$

$$\text{Do đó: } S_A = d_A \cdot r_A = 21 \cdot 12 = 252(m^2)$$

$$S_B = d_B \cdot r_B = 21 \cdot 15 = 315(m^2)$$

$$S_C = d_C \cdot r_C = 24 \cdot 15 = 360(m^2)$$

Câu 11. (HSG 7 huyện Anh Sơn, 2016 - 2017)

Ba đội cùng chuyển một khối lượng gạch như nhau. Thời gian để đội thứ nhất, đội thứ hai và đội thứ ba làm xong công việc lần lượt là 2 giờ, 3 giờ, 4 giờ. Tính số người tham gia làm việc của mỗi đội, biết rằng số người của đội thứ ba ít hơn số người của đội thứ hai là 5 người.

Lời giải

Gọi số người tham gia làm việc của đội 1, đội 2, đội 3 lần lượt là x, y, z (giờ)

$$\text{ĐK: } x, y, z > 0$$

Cùng một khối lượng công việc, số người tham gia và thời gian làm việc tỉ lệ nghịch.

$$\text{Theo bài ra ta có: } 2x = 3y = 4z \text{ và } y - z = 5$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{y+z}{3+4} = \frac{5}{12} = 60$$

Do đó $\Rightarrow y=20, z=15, x=30$

Vậy số người tham gia làm việc của đội thứ nhất, đội thứ hai, đội thứ ba lần lượt là 30 người, 20 người, 15 người.

Câu 12. (HSG 7 trường Giao Tân, 2016 - 2017)

Tìm các số x, y, z biết: $\frac{xy}{2y+4x} = \frac{yz}{4z+6y} = \frac{zx}{6z+2x} = \frac{x^2+y^2+z^2}{2^2+4^2+6^2}$

Lời giải

Xét $x=0 \Rightarrow y=0, z=0 \Rightarrow 2y+4z=0$ (vô lý)

Suy ra $x \neq 0; y \neq 0; z \neq 0$

Khi đó từ đề suy ra :

$$\frac{2y+4x}{xy} = \frac{4z+6y}{yz} = \frac{6x+2z}{zx} = \frac{2^2+4^2+6^2}{x^2+y^2+z^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = \frac{4}{y} + \frac{6}{z} = \frac{6}{z} + \frac{2}{x} = \frac{2^2+4^2+6^2}{x^2+y^2+z^2} = 2 \cdot \frac{2}{x}$$

$$\text{Đặt } \frac{2}{x} = \frac{4}{y} = \frac{6}{z} = \frac{1}{k} (k \neq 0) \text{ thì } \frac{2^2+4^2+6^2}{x^2+y^2+z^2} = \frac{2}{k}$$

Suy ra : $x=2k; y=4k; z=6k$ và $x^2+y^2+z^2=28k(3)$

Thay $x=2k, y=4k, z=6k$ vào (3) ta được:

$$(2k)^2 + (4k)^2 + (6k)^2 = 28k$$

$$\Rightarrow 56k^2 - 28k = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=0(ktm) \\ k=\frac{1}{2}(tm) \end{cases}$$

$$\text{Với } k=\frac{1}{2} \Rightarrow x=1; y=2; z=3$$

Vậy $x=1, y=2, z=3$

Câu 13. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, 2016 - 2017)

Tìm x, y, z biết: $2x=3y; 4y=5z$ và $x+y+z=11$

Lời giải

$$\text{Ta có : } 2x=3y \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \text{ hay } \frac{x}{15} = \frac{y}{10}$$

$$4y=5z \Rightarrow \frac{y}{5} = \frac{z}{4} \text{ hay } \frac{y}{10} = \frac{z}{8} \text{ . Vậy } \frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8} \text{ .}$$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8} = \frac{x+y+z}{15+10+8} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}, \text{ suy ra } x=5, y=\frac{10}{3}; z=\frac{8}{3}$$

Câu 14. (HSG 7 huyện Quốc Oai, 2016 - 2017) ; (HSG 7 trường Thái Phiên 2016 - 2017)

Tìm x, y, z biết $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 116$

Lời giải

Ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{4+9+16} = \frac{116}{29} = 4$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16} = 4 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \pm 2$$

TH1 : $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = 2 \Rightarrow x=4; y=6; z=8$

TH2 : $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = -2 \Rightarrow x=-4; y=-6; z=-8$

Vậy $(x, y, z) = \{(4, 6, 8); (-4, -6, -8)\}$

Câu 15. (HSG 7 huyện Hậu Lộc 2016 - 2017)

Tìm x, y, z biết: $2x=3y; 4y=5z$ và $x+y+z=11$

Lời giải

$$2x=3y; 4y=5z \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2}; \frac{y}{5} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{8} = \frac{x+y+z}{15+10+8} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x=5; y=\frac{10}{3}; z=\frac{8}{3}$$

Câu 16. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải 2016 - 2017)

Cho $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}, \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính $B = \frac{3x - 4y + 5z}{x - 2y + 5z}$

Lời giải

$$\frac{x}{20} = \frac{y}{35} = \frac{z}{42} = k \Rightarrow x=20k, y=35k, z=42k$$

$$\Rightarrow B = \frac{3.20k - 4.35k + 5.42k}{20k - 2.35k + 5.42k} = \frac{130k}{160k} = \frac{13}{16}$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>