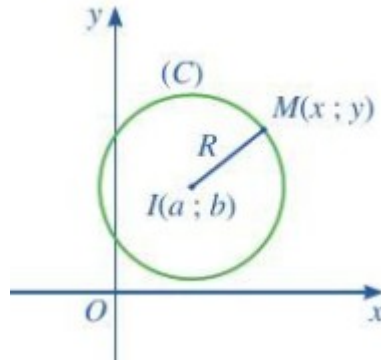


Bài 5. ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

PHẦN A. LÝ THUYẾT

1. Phương trình đường tròn



Phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R là $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

Phương trình đường tròn ở dạng trên thường được gọi là phương trình chính tắc của đường tròn.

Ví dụ 1. Lập phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

- Đường tròn tâm O bán kính R ;
- Đường tròn tâm $I(-1; 3)$ bán kính 7.

Giải

- Phương trình đường tròn tâm O bán kính R là

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = R^2.$$

- Phương trình đường tròn tâm $I(-1; 3)$ bán kính 7 là

$$[x - (-1)]^2 + (y - 3)^2 = 7^2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 49.$$

Ví dụ 2. Tìm tâm và bán kính của đường tròn có phương trình là

$$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 9$$

Giải

Ta có: $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 9 \Leftrightarrow [x - (-2)]^2 + (y - 5)^2 = 3^2$.

Vậy đường tròn đã cho có tâm là $I(-2; 5)$ bán kính $R = 3$

Nhận xét: Ta có thể viết phương trình $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ của đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R về phương trình có dạng là $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Dạng đó thường được gọi là phương trình tổng quát của đường tròn.

Ví dụ 3

- Phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ có phải là phương trình đường tròn không? Nếu phải, xác định tọa độ tâm và bán kính của đường tròn đó.

- Xác định điều kiện của a, b, c để phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn.

Khi đó, xác định tọa độ tâm và bán kính theo a, b, c .

Giải

- Ta có:

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 9 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 3^2.$$

Phương trình trên là phương trình đường tròn tâm $I(2; -1)$ bán kính $R = 3$.

- Ta có:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2ax + a^2) + (y^2 - 2by + b^2) = a^2 + b^2 - c$$

$$\Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2 + b^2 - c.$$

Do đó, phương trình trên là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 > c$. Lúc này đường tròn đã cho có tâm $I(a; b)$ bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

2. Phương trình đường tròn đi qua ba điểm không thẳng hàng

Do có duy nhất một đường tròn đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước nên ta có thể lập được phương trình đường tròn đó khi biết tọa độ của ba điểm nói trên.

Ví dụ 4. Lập phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(-1; 1), B(0; -2), C(0; 2)$.

Giải

Giả sử tâm của đường tròn là điểm $I(a; b)$. Ta có $IA = IB = IC \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 = IC^2$. Vì $IA^2 = IB^2, IB^2 = IC^2$ nên

$$\begin{cases} (-1 - a)^2 + (1 - b)^2 = (0 - a)^2 + (-2 - b)^2 \\ (0 - a)^2 + (-2 - b)^2 = (0 - a)^2 + (2 - b)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a - 2b + 2 = a^2 + b^2 + 4b + 4 \\ a^2 + b^2 + 4b + 4 = a^2 + b^2 - 4b + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a - 2b + 2 = a^2 + b^2 + 4b + 4 \\ a^2 + b^2 + 4b + 4 = a^2 + b^2 - 4b + 4 \end{cases}$$

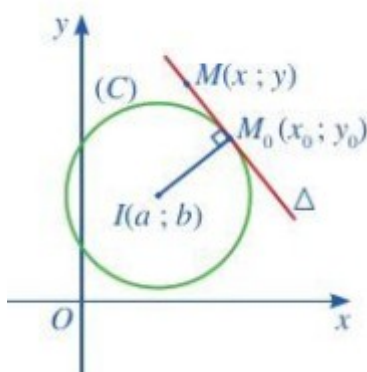
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b = 4b + 2 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Đường tròn tâm $I(1; 0)$ bán kính $R = IC = \sqrt{a^2 + b^2 - 4b + 4} = \sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn là $(x - 1)^2 + (y - 0)^2 = (\sqrt{5})^2$.

Vậy phương trình đường tròn là $(x - 1)^2 + y^2 = 5$.

II. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn



- Đường thẳng M_0t đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{IM_0} = (x_0 - a; y_0 - b)$.

- Phương trình tiếp tuyến M_0t là $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$.

Ví dụ 5. Lập phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_0(2; 1)$ thuộc đường tròn $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$.

Giải

Đường tròn có tâm $I(1; 3)$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_0(2; 1)$ thuộc đường tròn $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$ là

$$(2-1)(x-2) + (1-3)(y-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1(x-2) - 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y = 0.$$

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , một vật chuyển động tròn đều ngược chiều kim đồng hồ trên đường tròn tâm $I(3;2)$ bán kính 5 dưới tác dụng của lực căng dây. Khi vật chuyển động tới điểm $M(6;6)$ thì dây căng bị đứt.

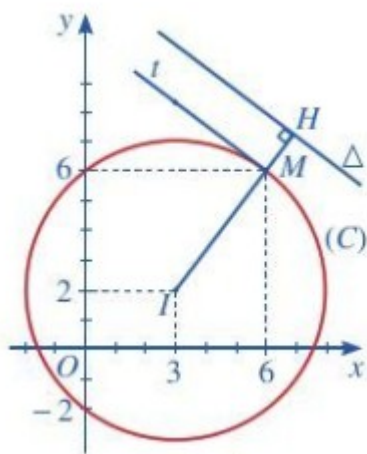
a) Viết phương trình quỹ đạo chuyển động của vật sau khi dây bị đứt, biết rằng vật chỉ chịu tác động của duy nhất lực căng dây trong bài toán này.

b) Một vật khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng có phương trình

$$\Delta: 3x + 4y + 23 = 0.$$

Chứng minh hai vật này không gặp nhau tại bất kì thời điểm nào.

Giải



a) Quỹ đạo chuyển động của vật thứ nhất trước khi dây bị đứt là đường tròn (C) có phương trình:

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5^2 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-2)^2 = 25.$$

Khi dây bị đứt, do vật thứ nhất chỉ chịu tác động của duy nhất lực căng dây nên vật đó tiếp tục chuyển động theo tiếp tuyến Mt tại điểm $M(6;6)$ thuộc đường tròn (C) . Phương trình tiếp tuyến Mt là:

$$(6-3)(x-6) + (6-2)(y-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(x-6) + 4(y-6) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 42 = 0.$$

Vậy quỹ đạo chuyển động của vật thứ nhất sau khi dây bị đứt là tia Mt , đường thẳng Mt có phương trình là: $3x + 4y - 42 = 0$.

b) Khoảng cách từ tâm đường tròn (C) đến đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 23 = 0$ là:

$$IH = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 23|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 8 > 5.$$

Vì khoảng cách từ tâm đường tròn (C) đến đường thẳng Δ lớn hơn bán kính của đường tròn (C) nên đường tròn (C) và đường thẳng Δ không có điểm chung, tức là vật thứ hai không gặp vật thứ nhất khi dây chưa đứt. Mặt khác, vì $\Delta \parallel Mt$ nên vật thứ hai không gặp vật thứ nhất sau khi dây bị đứt. Vậy hai vật không bao giờ gặp nhau.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Nhận dạng phương trình đường tròn

Đưa phương trình về dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = P(*)$

- Nếu $P > 0$ thì $(*)$ là phương trình đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R = \sqrt{P}$

- Nếu $P \leq 0$ thì $(*)$ không phải là phương trình đường tròn.

Câu 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

a) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$ (1) b) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$ (2)

c) $2x^2 + 2y^2 - 6x - 4y - 1 = 0$ (3) d) $2x^2 + y^2 + 2x - 3y + 9 = 0$ (4)

Câu 2. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m - 2)y + 6 - m = 0$ (1)

- a) Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.
b) Nếu (1) là phương trình đường tròn, hãy tìm tâm và bán kính theo m .

Câu 3. Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2 + y^2 + (m + 2)x - (m + 4)y + m + 1 = 0$ (2)

- a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn.
b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi.
c) Chứng minh rằng khi m thay đổi, họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Dạng 2. Thiết lập phương trình đường tròn

Cách 1:

- Tìm tọa độ tâm $I(a; b)$ của đường tròn (C) .
- Tìm bán kính R của đường tròn (C) .
- Viết phương trình đường tròn (C) theo dạng $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

Cách 2: Giả sử phương trình đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (Hoặc $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$).

- Từ điều kiện của đề Câu thành lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c .

Giải hệ để tìm a, b, c từ đó tìm được phương trình đường tròn (C) .

Câu 4. Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

- a) Có tâm $I(1; -5)$ và đi qua $O(0; 0)$.
b) Nhận AB làm đường kính với $A(1; 1), B(7; 5)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-3; -1), B(-1; 3), C(-2; 2)$.

Câu 6. Cho hai điểm $A(8; 0), B(0; 6)$.

- a) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB .
b) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y - 5 = 0$ và hai điểm $A(1; 2), B(4; 1)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc d và đi qua hai điểm A, B .

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x + 3y + 8 = 0, d_2: 3x - 4y + 10 = 0$ và điểm $A(-2; 1)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc d_1 , đi qua điểm A và tiếp xúc với d_2 .

Câu 9. Trong mặt phẳng oxy cho 2 điểm $A(-1; 1), B(3; 3)$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 8 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) qua A, B và tiếp xúc d .

Câu 10. Trong mặt phẳng oxy cho $d: 2x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với các trục tọa độ và có tâm thuộc d .

Câu 11. Trong mặt phẳng oxy cho $d: 2x - y - 4 = 0$: viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc d đồng thời tiếp xúc với $\Delta_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $\Delta_2: 4x - 3y - 5 = 0$

Câu 12. Trong mặt phẳng oxy cho $d: x + 2y - 3 = 0$ và $\Delta: x + 3y - 5 = 0$ viết phương trình (C) có bán kính $R = \frac{2\sqrt{10}}{5}$, có tâm thuộc d và tiếp xúc với Δ .

Câu 13. Trong mặt phẳng oxy cho (C): $x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$ tia oy cắt (C) tại A. Viết phương trình (C') có bán kính $R' = 2$ và tiếp xúc ngoài với (C) tại A.

Câu 14. Trong mặt phẳng oxy cho (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm $M(5; 1)$ biết (C') cắt (C) tại 2 điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ hệ oxy cho đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ và hai đường tròn $(C_1): (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 8$; $(C_2): (x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 32$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I thuộc d và tiếp xúc ngoài với hai đường tròn trên.

Dạng 3. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

1. Vị trí tương đối của đường thẳng với đường tròn

1.1. Phương pháp 1

Cho đường thẳng (Δ) và đường tròn (C) có tâm I bán kính R

- Nếu $d(I; \Delta) < R$ thì (Δ) cắt (C) tại hai điểm phân biệt.
- Nếu $d(I; \Delta) = R$ thì (Δ) tiếp xúc với (C)
- Nếu $d(I; \Delta) > R$ thì (Δ) và (C) không có điểm chung.

1.2. Phương pháp 2

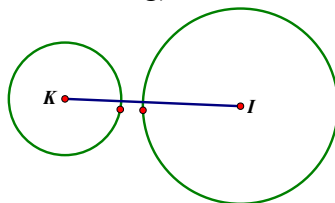
Cho đường thẳng $(\Delta): Ax + By + C = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \end{cases} \quad (I)$$

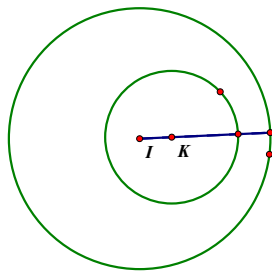
- Nếu hệ (I) có hai nghiệm thì (Δ) cắt (C) tại hai điểm phân biệt.
- Nếu hệ (I) có một nghiệm thì (Δ) tiếp xúc (C).
- Nếu hệ (I) vô nghiệm thì (Δ) và (C) không có điểm chung.

2. Vị trí tương đối của hai đường tròn

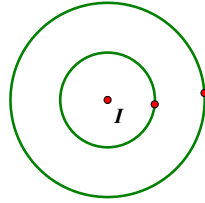
- Cho hai đường tròn $(C_1); (C_2)$ có tâm lần lượt là I; K bán kính $R_1; R_2$. Ta có
- +) (C_1) và (C_2) ở ngoài nhau (không có điểm chung) khi và chỉ khi $IK > R_1 + R_2$



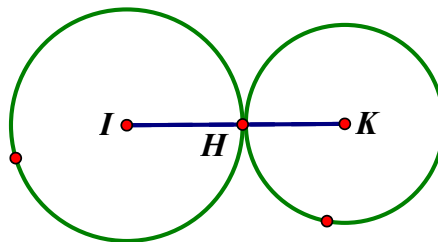
- +) (C_1) và (C_2) đựng nhau (không có điểm chung) khi và chỉ khi $IK < |R_1 - R_2|$



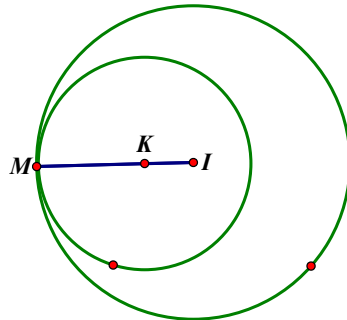
+) (C_1) và (C_2) đồng tâm (không có điểm chung) khi và chỉ khi $I \equiv K; R_1 \neq R_2$



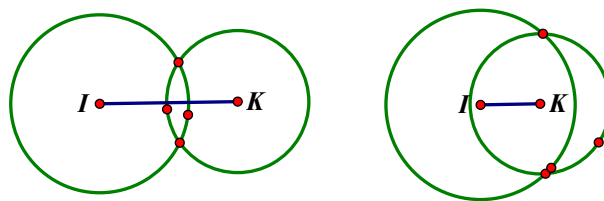
+) (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài khi và chỉ khi $I_1 I_2 = R_1 + R_2$



+) (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong khi và chỉ khi $I_1 I_2 = |R_1 - R_2|$



+) (C_1) và (C_2) cắt nhau khi và chỉ khi $|R_1 - R_2| < I_1 I_2 < R_1 + R_2$



Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ oxy, cho đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

a) Chứng minh M(2;1) nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối của Δ và (C).

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ oxy, cho 2 đường tròn (C) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$ và (C'): $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0$. Chứng minh 2 đường tròn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A, B.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ oxy cho đường tròn (C) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$. Tìm m để (C) cắt Δ tại 2 điểm phân biệt.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ oxy cho đường tròn (C) $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ và đường thẳng $\Delta: mx - y - 3m - 2 = 0$. Biện luận theo m số giao điểm của Δ và (C).

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ oxy cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$ và: $(C_m): x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4my - 5 = 0$. Tìm m để hai đường tròn tiếp xúc trong.

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn: $(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ và $(C_2): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$. Viết phương trình đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường tròn đó.

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: 3x + 4y - 2 = 0$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

Câu 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$ và điểm $M(7;3)$. Lập phương trình đường thẳng d qua M cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $MA = 3MB$

Câu 24. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$ và điểm $M(-1;2)$. Lập phương trình đường thẳng d qua M cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho độ dài dây cung AB nhỏ nhất.

Câu 25. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm $K(5;-2)$ và cắt đường tròn (C) theo một dây cung AB có độ dài bằng $\sqrt{2}$.

Câu 26. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$, Lập phương trình đường tròn (C') tiếp xúc với hai trục tọa độ và tiếp xúc ngoài (C).

Dạng 4: Tiếp tuyến của đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính R .

a) Nếu biết tiếp điểm là $M(x_0; y_0)$ thì tiếp tuyến đó qua M và nhận vector $\vec{IM}(x_0 - a; y_0 - b)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$.

b) Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện tiếp xúc: Δ tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow d(I; \Delta) = R$ để xác định tiếp tuyến.

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ oxy cho đường tròn (C) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$.

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(3; -4)$.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) qua điểm $B(5; -2)$.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với d:

$$x + y + 2014 = 0$$

d) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến tạo với trục tung một góc 45°

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ oxy cho đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 8x - 8y + 28 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến chung của 2 đường tròn.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ oxy cho đường tròn $(C_1): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 2$ và $(C_2): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$. Viết phương trình tiếp tuyến chung của 2 đường tròn.

Câu 30. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho $(C): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến cắt $Ox; Oy$ lần lượt tại $A; B$ sao cho $OA = 2OB$

Câu 31. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho $(C): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$. Tìm $M \in \Delta: x + y + 2 = 0$ sao cho qua M kẻ được tới (C) hai tiếp tuyến MA, MB thỏa mãn diện tích tứ giác $MAIB$ bằng 10, với I là tâm đường tròn.

Câu 32. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm hai điểm $A(1; -1); B(1; 3)$

a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ B.

Câu 33. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ trong trường

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x + 3y + 4 = 0$.

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45° .

Câu 34. Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau:

$$(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0 \text{ và } (C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

Câu 35. Trong hệ trục Oxy, cho hai đường tròn $(C_1): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$, $(C_2): (x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 8$ và đường thẳng $d: x + y + m = 0$. Tìm m biết đường thẳng d tiếp xúc với cả hai đường tròn (C_1) và (C_2) .

Câu 36. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình thoi ABCD ngoại tiếp đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 8$ và điểm A thuộc đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi, biết rằng $BD = 2AC$ và hoành độ điểm A không nhỏ hơn 2.

Câu 37. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm $M \in d$ sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB

thỏa mãn khoảng cách từ $N\left(0; \frac{1}{2}\right)$ đến đường thẳng AB là lớn nhất.

Dạng 5: Tìm điểm thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp tìm tập hợp các tâm I của đường tròn (C)

⇐ Bước 1. Tìm giá trị của m để tồn tại tâm I .

⇐ Bước 2. Tìm tọa độ tâm I . Giả sử: $I \begin{cases} x = f(m) \\ y = g(m) \end{cases}$.

- ⇐ Bước 3. Tìm mối liên hệ giữa x và y theo m ta được phương trình $F(x; y) = 0$.
- ⇐ Bước 4. Dựa vào điều kiện của m ở bước 1 để giới hạn miền của x hoặc y .
- ⇐ Bước 5. Tập hợp điểm I là $F(x; y) = 0$ cùng với phần giới hạn ở bước 4.

Câu 38. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ và đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$. Tìm những điểm M thuộc đường thẳng d sao cho từ điểm M kẻ được đến (C) hai tiếp tuyến hợp với nhau góc 90° .

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$. Gọi I là tâm và R là bán kính của (C) . Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng $d: x + y + 2 = 0$ sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến (C) (A, B là các tiếp điểm) thỏa mãn

- a) $AB = \frac{12\sqrt{34}}{17}$
- b) Tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng $6\sqrt{2}$
- c) Tứ giác $MAIB$ có chu vi bằng $2(3 + 2\sqrt{2})$
- d) Tứ giác $MAIB$ là hình vuông.

Câu 40. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$. Gọi I là tâm và R là bán kính của (C) . Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng $d: x + y + 2 = 0$ sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến (C) (A, B là các tiếp điểm) thỏa mãn :

- a) Tam giác MAB vuông,
- b) Tam giác MAB đều,
- c) Hai tiếp tuyến MA, MB tạo với nhau một góc bằng 60° ,
- d) Tam giác IAB đều.

Câu 41. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$ và đường thẳng $d: x - 5y - 4 = 0$. Tìm trên (C) và trên d điểm N sao cho

- a) Hai điểm M, N đối xứng nhau qua điểm $A(-7; -1)$.
- b) Hai điểm M, N đối xứng nhau qua Ox .

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 5$ và đường thẳng $d: 2x + y + 4 = 0$. Tìm trên (C) điểm M và trên d điểm N sao cho

- a) MN có độ dài nhỏ nhất.
- b) MN có độ dài lớn nhất.

Câu 43. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 5y - 2 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$. Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường tròn (C) và đường thẳng d , biết A có hoành độ dương. Tìm tọa độ điểm C thuộc (C) sao cho tam giác ABC vuông ở B .

Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - y - 7 = 0$ và đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 10$. Chứng minh (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm tọa độ điểm C thuộc (C) sao cho tam giác ABC cân tại C .

Câu 45. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng $d: x + my - 2m + 3 = 0$. Gọi I làm tâm của (C) . Tìm m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn:

a) AB lớn nhất.

b) $AB = 2$.

c) Diện tích ΔIAB lớn nhất.

d) Diện tích ΔIAB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và AB lớn nhất.

Câu 46. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + m = 0$. Tìm m để trên đường thẳng d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho:

a) Tam giác PAB đều.

b) Tam giác PAB vuông.

c) Góc giữa hai tiếp tuyến PA, PB bằng 60° .

Dạng 6. Tìm quỹ tích tâm đường tròn

Phương pháp:

Phương pháp tìm tập hợp các tâm I của đường tròn (C)

⇨ Bước 1. Tìm giá trị của m để tồn tại tâm I .

⇨ Bước 2. Tìm tọa độ tâm I . Giả sử: $I \begin{cases} x = f(m) \\ y = g(m) \end{cases}$.

⇨ Bước 3. Tìm mối liên hệ giữa x và y theo m ta được phương trình $F(x; y) = 0$.

⇨ Bước 4. Dựa vào điều kiện của m ở bước 1 để giới hạn miền của x hoặc y .

⇨ Bước 5. Tập hợp điểm I là $F(x; y) = 0$ cùng với phần giới hạn ở bước 4.

Câu 47. Trong mặt phẳng Oxy , cho phương trình đường cong (C) có phương trình:
 $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m + 1)y + 3m + 14 = 0$.

a) Tìm tham số m để (C) là đường tròn.

b) Tìm quỹ tích điểm I là tâm của đường tròn (C) .

Câu 48. Trong mặt phẳng Oxy , tìm quỹ tích điểm I là tâm của đường tròn (C) , biết (C) tiếp xúc với đường thẳng $d: 6x - 8y + 15 = 0$ và có bán kính $R = 3$.

Câu 49. Trong mặt phẳng Oxy , tìm quỹ tích điểm I là tâm của đường tròn (C) có bán kính $R = 2$, biết (C) tiếp xúc tiếp xúc với đường tròn $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$.

Câu 50. Trong mặt phẳng Oxy , tìm quỹ tích điểm I là tâm của đường tròn (C) , biết (C) tiếp xúc với hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 6 = 0$, $d_2: 3x - 2y + 9 = 0$.

Câu 51. Trong mặt phẳng Oxy , tìm quỹ tích điểm I là tâm của đường tròn (C) , biết (C) tiếp xúc với Ox và cắt Oy tại điểm $A(0;1)$.

Câu 52. Cho $(C): x^2 + y^2 - 2mx - 2m^2y - 1 = 0$. Tìm quỹ tích tâm I của đường tròn (C) .

Câu 53. Tìm tập hợp tâm I của đường tròn (C) biết (C) tiếp xúc với 2 đường thẳng $D_1: x + 2y - 3 = 0$ và $D_2: x + 2y + 6 = 0$.

Câu 54. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2(m - 1)x - 4my + 3m + 11 = 0$. Tìm quỹ tích tâm I của đường tròn.

Câu 55. Tìm tập hợp tâm I của đường tròn (C) biết (C) tiếp xúc ngoài với đường tròn $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ và có bán kính $R = 1$.