

ĐỀ THI VÀO 10

Câu 1: (4.0điểm)

a) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{14 + \sqrt{40} + \sqrt{56} + \sqrt{140}}}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$

Không dùng máy tính cầm tay hãy tính giá trị của A.

b) Cho biểu thức $B = \frac{2\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{2a} - \sqrt{3b}) + \sqrt{3b}(2\sqrt{a} - \sqrt{3b}) - 2a\sqrt{2}}{a\sqrt{2} + \sqrt{3ab}}$.

i) Tìm điều kiện của a và b để B xác định và rút gọn B.

ii) Không dùng máy tính cầm tay hãy tính giá trị của B khi $a = 1 + 3\sqrt{2}$, $b = 10 + \frac{11\sqrt{8}}{3}$.

Câu 2: (6.0điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$, với m là tham số (1).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $0 \leq m \leq 1$.

b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1).

i) Chứng minh $|x_1 + x_2 + x_1x_2| \leq \frac{9}{8}$.

ii) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu thỏa $|x_1 - x_2| = 1$.

Câu 3: (4.0điểm)

a) Cho biểu thức $x^2 - x - 1 = 0$

Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2014}{x^6 - x^3 - 3x^2 - 3x + 2014}$.

b) Cho các V số dương x, y, z. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\sqrt{\frac{x}{y+z}} + \sqrt{\frac{y}{x+z}} + \sqrt{\frac{z}{x+y}} > 2.$$

Câu 4: (6.0điểm)

Cho đường tròn (O), đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm C và D. Từ điểm M tùy ý trên d, kẻ các tiếp tuyến MA và MB với (O), A và B là các tiếp điểm. Gọi I là trung điểm của CD.

a) Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp.

b) Các đường thẳng MO và AB cắt nhau tại H. chứng minh H thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác COD.

c) Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua điểm cố định khi M thay đổi trên đường thẳng d.

d) Chứng minh: $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$

..... HẾT.

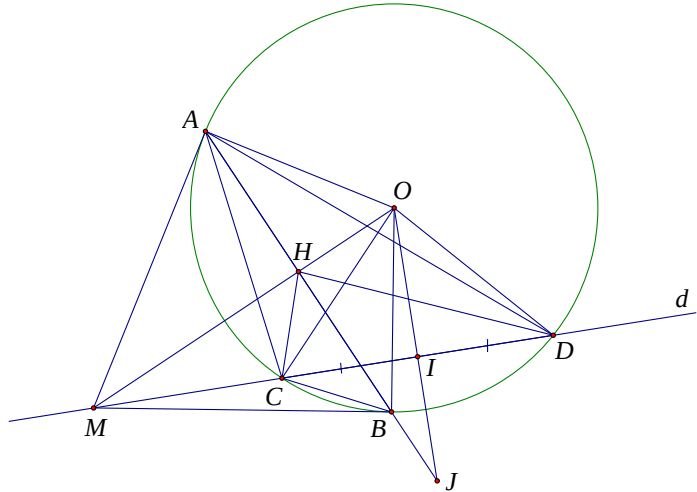
GIẢI ĐỀ THI TS THPT CHUYÊN BẾN TRE 2014-2015

Môn :Toán (chuyên)

CÂU	LỜI GIẢI
1	a) $A = \frac{\sqrt{14+\sqrt{40}}+\sqrt{56}+\sqrt{140}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2+5+7+2\sqrt{10}}+2\sqrt{14}+2\sqrt{35}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ $= \frac{\sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^2}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}} = 1$ b-i) B xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a\sqrt{2} + \sqrt{3ab} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ $B = \frac{2a + 2a\sqrt{2} - 2\sqrt{3ab} + 2\sqrt{3ab} - 3b - 2a\sqrt{2}}{a\sqrt{2} + \sqrt{3ab}} = \frac{2a - 3b}{a\sqrt{2} + \sqrt{3ab}}$ $= \frac{(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})(\sqrt{2a} - \sqrt{3b})}{\sqrt{a}(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})} = \frac{\sqrt{2a} - \sqrt{3b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{2} - \sqrt{\frac{3b}{a}}$ b-ii) với $a = 1 + 3\sqrt{2}$, $b = 10 + \frac{11\sqrt{8}}{3}$, ta có: $\frac{3b}{a} = \frac{30 + 22\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + 1} = \frac{(30 + 22\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 1)}{(3\sqrt{2} + 1)(3\sqrt{2} - 1)} = 6 + 4\sqrt{2}$ $\Rightarrow B = \sqrt{2} - \sqrt{\frac{3b}{a}} = \sqrt{2} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}} = \sqrt{2} - (2 + \sqrt{2}) = -2$
2	a) $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$ (1) $\Delta' = (m-1)^2 - (2m^2 - 3m + 1) = -m^2 + m$ Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -m^2 + m \geq 0 \Leftrightarrow m(m-1) \leq 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$ (vô nghiệm) b) Với $0 \leq m \leq 1$, pt (1) có hai nghiệm x_1, x_2 Theo đl Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = 2m^2 - 3m + 1 \end{cases}$ $ x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 2(m-1) + 2m^2 - 3m + 1 = 2m^2 - m - 1 = (2m+1)(m-1) $ Vì $0 \leq m \leq 1$ nên $\begin{cases} m-1 \leq 0 \\ 2m+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow (m-1)(2m+1) \leq 0$

	Suyra: $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = -(2m^2 - m - 1) = -2\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8} \leq \frac{9}{8}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$ (thỏa đk) Vậy: $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 \leq \frac{9}{8}$
	c) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu $\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 < 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m + 1 < 0 \Leftrightarrow (m - 1)(2m - 1) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$ Ta có: $x_1 - x_2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 1$ $\Leftrightarrow 4(m - 1)^2 - 4(2m^2 - 3m + 1) = 1$ $\Leftrightarrow (2m - 1)^2 = 0$ $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (không thỏa đk) Vậy: không có giá trị của m để pt (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu thỏa $x_1 - x_2 = 1$
3	a) Cho biểu thức: $x^2 - x - 1 = 0$, ta có: ● $x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2014 = (x^6 - x^5 - x^4) + (-2x^5 + 2x^4 + 2x^3) + (2x^4 - 2x^3 - 2x^2) + (-x^3 + x^2 + x) + (x^2 - x - 1) + 2015 = (x^2 - x - 1)(x^4 - 2x^3 - 2x^2 - x + 1) + 2015 = 2015$ ● $x^6 - x^3 - 3x^2 - 3x + 2014 = (x^6 - x^5 - x^4) + (x^5 - x^4 - x^3) + (2x^4 - 2x^3 - 2x^2) + (2x^3 - 2x^2 - 2x) + (x^2 - x - 1) + 2015 = (x^2 - x - 1)(x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 1) + 2015 = 2015$ Suyra: $Q = \frac{x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2014}{x^6 - x^3 - 3x^2 - 3x + 2014} = \frac{2015}{2015} = 1$ b) Vì $x, y, z > 0$, nên áp dụng BĐT Côsi, ta có: $x + (y + z) \geq 2\sqrt{x(y + z)}$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y + z}} \geq \frac{2\sqrt{x}}{x + y + z}$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{x}{y + z}} \geq \frac{2x}{x + y + z} \quad (1)$ Chứng minh tương tự ta được: $\sqrt{\frac{y}{x + z}} \geq \frac{2y}{x + y + z} \quad (2)$ $\sqrt{\frac{z}{x + y}} \geq \frac{2z}{x + y + z} \quad (3)$ Cộng (1), (2), (3) vế theo vế, ta được: $\sqrt{\frac{x}{y + z}} + \sqrt{\frac{y}{x + z}} + \sqrt{\frac{z}{x + y}} \geq \frac{2(x + y + z)}{x + y + z} = 2$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + z \\ y = x + z \\ z = x + y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 0$ Vì $x, y, z > 0$ nên dấu “=” của BĐT không thể xảy ra.

Do đó: $\sqrt{\frac{x}{y+z}} + \sqrt{\frac{y}{x+z}} + \sqrt{\frac{z}{x+y}} > 2$



a) Ta có I là trung điểm của dây CD $\Rightarrow OI \perp CD$ tại I

$$\Rightarrow \angle MIO = 90^\circ$$

Mà $\angle MAO = 90^\circ$ (MA là tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \angle MIO + \angle MAO = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác AMIO nội tiếp. (1)

Ta lại có: $\angle MAO + \angle MBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ (MA, MB là tiếp tuyến)

$\Rightarrow$ Tứ giác AMBO nội tiếp. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ 5 điểm M, A, I, O, B cùng thuộc một đường tròn

Do đó tứ giác MAIB nội tiếp.

b) Ta có OM là đường trung trực của đoạn AB (vì OA = OB, MA = MB)

$\Rightarrow MO \perp AB$ tại H

$$\Delta MAO \text{ vuông tại } A \text{ có } AH \text{ là đường cao} \Rightarrow MH.MO = MA^2 \quad (3)$$

ΔMCA và ΔMAD có:

$\angle AMC$ là góc chung

$$\angle MAC = \angle MDA \text{ (cùng chắn } \widehat{AC})$$

$\Rightarrow \Delta MCA \sim \Delta MAD$ (g - g)

$$\Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{MA}{MD} \Rightarrow MC.MD = MA^2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow MH.MO = MC.MD$

ΔMCH và ΔMOD có

$\angle HMC$: góc chung

$$\frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD} \text{ (vì } MH.MO = MC.MD)$$

$\Rightarrow \Delta MCH \sim \Delta MOD$ (c - g - c)

$$\Rightarrow \angle MHC = \angle MDO$$

$\Rightarrow$ Tứ giác CHOD nội tiếp

Hay đường tròn ngoại tiếp tam giác OCD đi qua điểm H.

c) Gọi J là giao điểm của hai đường thẳng AB và OI.

ΔOIM và ΔOHJ có

	$\angle HJ = \angle IM = 90^\circ$ và $\angle HOI$ là góc chung $\Rightarrow \triangle OIM \sim \triangle OHJ$ (g-g) $\Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OM}{OJ} \Rightarrow OI \cdot OJ = OM \cdot OH$ (5) $\triangle MAO$ vuông tại A có AH là đường cao $\Rightarrow OM \cdot OH = OA^2 = R^2$ (6) Từ (5) và (6) $\Rightarrow OI \cdot OJ = R^2 \Rightarrow OJ = \frac{R^2}{OI}$ Vì điểm O và đường thẳng d cố định nên đường thẳng OI cố định (OI là đường trung trực của đoạn CD) và đoạn OI có độ dài không đổi. $\Rightarrow$ đoạn OJ có độ dài không đổi. Do J nằm trên đường thẳng OI cố định và độ dài OJ không đổi nên J cố định. Vậy: đường thẳng AB luôn đi qua điểm J cố định khi M thay đổi trên đường thẳng d.
	d) $\triangle MAD \sim \triangle MCA$ (g - g) $\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{MA}{MC}$ và $MC \cdot MD = MA^2$ Suy ra $\frac{AD^2}{AC^2} = \frac{MA^2}{MC^2} = \frac{MC \cdot MD}{MC^2} = \frac{MD}{MC}$ (7) Ta lại có tứ giác CHOD nội tiếp $\Rightarrow \angle HCD = \angle HOD$; $\angle HMD = \angle HCD$ Mà $\angle HCD = \angle HOD$ ($\triangle OCD$ cân tại O) $\Rightarrow \angle HMD = \angle HOD$ $\Rightarrow \angle BHD = \angle BHC$ (do $\angle BHM = \angle BHO = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle HBD = \frac{1}{2} \angle HOD$ Mặt khác: $\angle HOD = \angle HOD$ (tứ giác CHOD nội tiếp) $\Rightarrow \angle HBD = \frac{1}{2} \angle HOD = \angle HAD$ $\triangle BCH$ và $\triangle ACD$ có: $\angle HBD = \angle HAD$ (cmt) $\angle BHD = \angle HAD$ (cùng chắn cung AC) $\Rightarrow \triangle BCH \sim \triangle DCA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{HB}{HC} = \frac{HA}{HC} \Rightarrow \frac{AD^2}{AC^2} = \frac{HA^2}{HC^2}$ (8) Từ (7) và (8) suy ra: $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$