

ĐỀ SỐ 24**Câu 1:(6,0 điểm)**

a) Giải phương trình: $\frac{\sin 2x + 3 \tan 2x + \sin 4x}{\tan 2x - \sin 2x} = 2.$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y^3(x^6 - 1) + 3y(x^2 - 2) + 3y^2 + 4 = 0 \\ (4x + 3)\left(\sqrt{4 - xy(x^2 - 1)} + \sqrt[3]{3x + 8} - 1\right) = 9 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 2:(3,0 điểm)

Cho đa giác đều có 15 đỉnh. Gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập M , tính xác suất để tam giác được chọn là một tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

Câu 3:(5,0 điểm) Cho hình tứ diện $OABC$

a) Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc miền trong của hình tứ diện $OABC$ và $x_1; x_2; x_3; x_4$; lần lượt là khoảng cách từ M đến bốn mặt $(ABC), (OBC), (OAC)$ và (OAB) . Gọi $h_1; h_2; h_3; h_4$ lần lượt là chiều cao của các hình chóp tam giác $O.ABC$; $A.OBC$; $B.OAC$ và $C.OAB$. Chứng minh tổng $\frac{x_1}{h_1} + \frac{x_2}{h_2} + \frac{x_3}{h_3} + \frac{x_4}{h_4}$ là một hằng số.

2) Các tia OA, OB, OC đôi một hợp với nhau một góc 60° , cạnh $OA = a$ và góc $\widehat{BAC}$ bằng 90° . Đặt $OB + OC = m$. ($m > 0, a > 0$). Chứng minh $m > 2a$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$ theo m và a .

Câu 4:(3,0 điểm)

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 6, BC = 12, \widehat{ABC} = 60^\circ$. Thể tích của khối chóp $C'.ABB'A'$ bằng 216 . Gọi M là điểm nằm trong tam giác $A'B'C'$ sao cho tổng diện tích tất cả các mặt của hình chóp $M.ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Chứng minh rằng M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'B'C'$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $B'M$ và AC' .

Câu 5:(4,0 điểm)

a) Cho dãy số (u_n) được xác định:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{2}{2013} \\ u_n^2(2 - 9u_{n+1}) = 2u_{n+1}(2 - 5u_n), \forall n \geq 1 \end{cases}.$$

Xét dãy số $v_n = \frac{u_1}{1 - u_1} + \frac{u_2}{1 - u_2} + \dots + \frac{u_n}{1 - u_n}$. Tìm $\lim v_n$.

b) Cho a, b, c là ba số dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 1}} - \frac{2}{(a + 1)(b + 1)(c + 1)}$$

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

