|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD & ĐT**  -----\*\*\*----- | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9**  ***NĂM HỌC 2023 – 2024***  **Môn thi : Toán**  **Thời gian : 150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  **Ngày thi** **: ......./....../2023**  *(Đề thi có 01 trang gồm 05 câu)* |

**Câu 1. *(4,0 điểm):***

1. Cho biểu thức: với 

a) Rút gọn biểu thức *P*.

b) Tìm  sao cho  đúng với mọi giá trị 

2. Cho các số thực không âm a,b,c thoả mãn đồng thời các điều kiện: = 8; . Tính giá trị biểu thức:

P = 

**Câu 2. *(4,0 điểm):***

1. Giải phương trình: 

2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3. *(4,0 điểm):***

1. Tìm các nghiệm nguyên  của phương trình: 

2. Cho số nguyên tố và hai số nguyên dương , sao cho  Chứng minh  chia hết cho 12 và  là số chính phương.

**Câu 4. *(6,0 điểm):*** Cho tam giác  với  ngoại tiếp đường tròn  Đường tròn  tiếp xúc với các cạnh BC, AB lần lượt tại D, N. Kẻ đường kính DI của đường tròn  Tiếp tuyến đường tròn  tại I cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh BOE vuông và 

2. Gọi  lần lýợt là trung ðiểm các ðoạn thẳng BC, AD. Q là giao ðiểm của BC và AI. Chứng minh 

3. Gọi  là giao ðiểm của  với cạnh  là giao ðiểm của  với cạnh  là giao ðiểm của  với cạnh AB và  là ðýờng tròn ngoại tiếp ABC. Chứng minh 

**Câu 5. *(2,0 điểm):*** Cho ba số thực dýõng  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: .

...........................**Hết**.........................

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD & ĐT**  **HUYỆN CẨM THỦY**  -----\*\*\*----- | **HD CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9**  ***NĂM HỌC 2023 – 2024***  **Môn thi : Toán**  **Thời gian : 150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  **Ngày thi** **: ......./....../2023**  *(HD chấm gồm 07 trang)* |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **ý** | | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1**  **(4,0đ)** | **1**  **(2,0đ)** | **a)**  **(1,0đ)** | Với  ta có: | **0,5** |
| Vậy: . | **0,5** |
| **b)**  **(1,0đ)** | Điều kiện:  Ta có: | **0,5** |
| Vì nên  Do đó: thì  Vậy: | **0,5** |
| **2**  **(2,0đ)** | | Đặt điều kiện:      (Do ) | **1,0** |
| Ta có:  Lại có:  Tương tự:    =  =  Vậy: P = | **1,0** |
| **Câu 2**  **(4,0đ)** | **1**  **(2,0đ)** | | Ðiều kiện xác ðịnh:    Ta ðặt  Ta thấy | **0,5** |
| Khi ðó phýõng trình trở thành: | **0,5** |
| Vì  nên ta chỉ giải phýõng trình (2):    +) TH1: Với , ta có: | **0,5** |
| +) TH2: Với , ta có:    Vậy tập nghiệm của phýõng trình là . | **0,5** |
| **2**  **(2,0đ)** | | Điều kiện:  Ta có hệ:  Phương trình (1) của hệ tương đương: | **0,5** |
| +) Với , thay vào phương trình (2) ta được:    Nếu    Thay  ta thấy không thỏa mãn phương trình (\*)  Như vậy, phương trình (\*) nhận một nghiệm là | **0,5** |
| Do đó xét phương trình (\*) tương đương:    Ta có: | **0,5** |
| +) Với  Thử lại thấy không thỏa mãn. | **0,25** |
|  | |
| Vậy hệ phương trình có ba nghiệm: | **0,25** |
| **Câu 3**  **(4,0đ)** | **1**  **(2,0đ)** | |  | **0,5** |
| +) Nếu .  Từ (1) (vô nghiệm nguyên) | **0,5** |
| +) Nếu  thì  và từ (1)  Thay  vào (2) ta ðýợc:    (thỏa mãn) | **0,5** |
| Thay  vào (2) ta ðýợc    (thỏa mãn)  Vậy có 4 cặp số nguyên  thỏa mãn là: | **0,5** |
| **2**  **(2,0đ)** | | Ta có:. | **0,25** |
| Các ước của *p*2 là 1, *p* và *p*2 .  Không xảy ra trường hợp *b* + *a* = *b* ‒ *a* = *p*  Do đó chỉ xảy ra trường hợp *b* + *a* = *p*2 và *b* ‒ *a* = 1.  Khi đó: , suy ra: 2*a* = (*p* ‒1)(*p* + 1). | **0,5** |
| Từ *p* lẻ suy ra *p* + 1, *p* ‒1 là hai số chẵn liên tiếp.  ⇒ (*p* ‒1)(*p* + 1) chia hết cho 8.  Suy ra: 2*a* chia hết cho 8 (1) | **0,5** |
| Vì *p* là số nguyên tố lớn hơn 3 nên *p* không chia hết cho 3. Do đó *p* có dạng 3*k* + 1 hoặc 3*k* + 2.  Suy ra một trong hai số *p* + 1; *p* ‒1 chia hết cho 3  ⇒ 2*a* chia hết cho 3 (2)  Từ (1) và (2) suy ra 2*a* chia hết cho 24 hay a chia hết cho 12 (đpcm). | **0,5** |
| Xét:  là số chính phương. | **0,25** |
| **Câu 4**  **(6,0đ)** | **1**  **(2,0đ)** | |  | **0,25** |
| Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có  và  lần lýợt là phân giác của các góc  và  Mà  và là hai góc kề bù  vuông tại | **0,75** |
| Áp dụng hệ thức lýợng trong tam giác vuông ta có  Mà  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) | **0,5** |
| Chứng minh týõng tự ta có  vuông tại  và  Vậy: | **0,5** |
| **2**  **(2,0đ)** | | Ta có:  nên theo ðịnh lý Ta – lét có:  Lại có: | **0,5** |
| Từ  và suy ra: | **0,5** |
| Mà:  Hay  là trung ðiểm của ðoạn | **0,5** |
| Xét  có  là trung ðiểm của  (cmt) và  là trung ðiểm của .  là ðýờng trung bình của  hay  (ðpcm) | **0,5** |
| **3**  **(2,0đ)** | | + Kẻ *AH**BC* tại *H* thì *AH*//*OD*, dẫn đến:  + Chứng minh tương tự, ta được: ; | **0,5** |
| + Do *O* là điểm thuộc miền trong nên ta có: | **0,5** |
|  | **0,5** |
| (vì )  + Do *AB* < *AC* suy ra không phải là tam giác đều nên dấu “=” trong (\*) không thể xảy ra.  Vậy: | **0,5** |
| **Câu 5**  **(2,0đ)** |  | | Ta có:  Ðặt: .  Ta có:    Týõng tự: | **0,5** |
| Áp dụng bất ðẳng thức Cauchy cho hai số dýõng ta có: | **0,5** |
| Chứng minh týõng tự ta có:      Do ðó: | **0,5** |
| Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi:    Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức  là khi và chỉ khi | **0,5** |

…………………….**Hết**……………………

***Chú ý:*** - *Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.*

* *HS vẽ sai hình cơ bản thì không cho điểm bài hình.*