**C/ TÌM NHÂN TỬ CỦA PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM VÔ TỶ**

**- Phương án 01:** Sử dụng các chức năng **TABLE**

**Ví dụ 1.** Tìm nhân tử của phương trình 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **THỨ TỰ** | **NỘI DUNG** | **THAO TÁC TRÊN MÁY TÍNH CASIO** | **KẾT QUẢ HIỂN THỊ** | **Ý NGHĨA** |
| **3.a.1** | **Viết phương trình  trên máy tính CaSiO** | Tương tự các bước từ: **1.1** đến **1.14** |  |  |
| **3.a.2** | Gán giá trị: **Solve for X là: 9** và chờ kết quả… | Thực hiện lại các bước từ **1.15** đến **1.18** |  | Phương trình có nghiệm 1.618033989 |
| **- Chú ý:** Chúng ta không quy đổi kết quả đó có giá trị chính xác là bao nhiêu mà đi tìm nhân tử của phương trình ban đầu dựa vào kết quả đó. | | | | |
| **3.a.3** | Gán biến X cho biến A | **ALPHA** |  |  |
| **3.a.4** | **)** |  |  |
| **3.a.4** | **SHIFT** |  |  |
| **3.a.5** | **RCL** |  |  |
| **3.a.6** |  | 1.618033989 |  |
| **3.a.7** | Kiểm tra giá trị của hàm số | **MODE**  **SETUP** |  | Nhập hàm số |
| **3.a.8** | **7** |  |
| **3.a.9** | Trong khoảng  và cách nhau 1 đơn vị | **ALPHA** |  |  |
| **3.a.10** |  |  |  |
| **3.a.11** |  |  |  |
| **3.a.12** |  |  |  |
| **3.a.13** | **ALPHA** |  |  |
| **3.a.14** |  |  |  |
| **3.a.15** | **ALPHA** |  |  |
| **3.a.16** | **)** |  |  |
| **3.a.17** |  | Start ?  1 | Giá trị bắt đầu |
| **3.a.18** |  |  | Bắt đầu bằng: |
| **3.a.19** | **9** |  |
| **3.a.20** |  | **End ?**  **5** | Giá trị kết thúc |
| **3.a.21** | **9** |  | Kết thúc là: 9 |
| **3.a.22** |  | **Step ?**  **1** | Cách nhau 1 đơn vị |
| **3.a.23** | **1** |  |
| **3.a.24** | Kiểm tra các giá trị của  thể hiện trên bảng. Chúng ta chỉ quan tâm đến giá trị  nguyên |  |  | Phương trình có nhân tử là |
| **Kết quả:** | | **Phương trình có nhân tử là:** | | |
| **Đề xuất:** Phương pháp giải toán | | **Nhân liên hợp đưa phương trình về dạng:** | | |

**- Nhận xét:** Phương án 01 chỉ đưa về chương trình:

  không đưa về được phương trình:  

Nguyên nhân: Trên bảng **TABLE** ta cho **Step?** Nhận giá trị là **1** nên máy tính chỉ được kiểm tra các giá trị biến X nguyên và cách nhau **1** đơn vị.

**- Phương án 02:** Sử dụng các chức năng RCL (gán biến)

**Ví dụ 2:** Tìm nhân tử của phương trình: 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **THỨ TỰ** | **NỘI DUNG** | **THA TÁC TRÊN MÁY TÍNH CASIO** | **KẾT QUẢ HIỂN THỊ** | **Ý NGHĨA** |
| **3.b.1** | **Viết phương trình**    **Trên máy tính CaSiO** | Tương tự các bước từ 1.1 đến 1.14 |  |  |
| **3.b.2** | Gán giá trị: **Solve for X là: 9** và chờ kết quả… | Thực hiện lại các bước từ 1.15 đến 1.15 |  | Phương trình có nghiệm  0.1513878189 |
| Tìm nghiệm của phương trình và gán biến **X** cho biến **A** | | | | |
| **3.b.3** | Gán biến **X** cho biến **A** | **ALPHA** |  |  |
| **3.b.4** | **)** |  |  |
| **3.b.5** | **SHIFT** |  |  |
| **3.b.6** | **RCL** |  |  |
| **3.b.7** |  | 0.1513878189 |  |
| Tìm nghiệm khác của phương trình và gán biến **X** cho biến **B** | | | | |
| **3.b.8** | **Viết phương trình**  **Trên máy tính CaSiO** | Tương tự các bước từ **1.1** đến **1.14** |  |  |
| **3.b.9** | Gán giá trị: **Solve for X là: 9** và chờ kết quả… | Thực hiện lại các bước **1.15** đến **1.18** |  | Phương trình có nghiệm |
| **3.b.10** | Gán biến **X** cho biến **B** | **ALPHA** |  |  |
| **3.b.11** | **)** |  |  |
| **3.b.12** | **SHIFT** |  |  |
| **3.b.13** | **RCL** |  |  |
| **3.b.14** |  |  |  |
| **Nhận thấy biến A và biến B có giá trị khác nhau. Ta tiếp tục thực hiện như sau: (Chú ý:** Nếu bước: **3.b.9** cho kết quả giống với bước **3.b.2** ta cần gán giá trị **Solve for X** khác) | | | | |
| **3.b.15** | Tìm tổng: | **ALPHA** |  |  |
| **3.b.16** |  | **A** |  |
| **3.b.17** |  |  |  |
| **3.b.18** | **ALPHA** |  |  |
| **3.b.19** |  |  |  |
| **3.b.20** |  |  |  |
| **3.b.21** | Tìm tích | **ALPHA** |  |  |
| **3.b.22** |  |  |  |
| **3.b.23** | **X** |  |  |
| **3.b.24** | **ALPHA** |  |  |
| **3.b.25** |  |  |  |
| **3.b.26** |  |  |  |
| **Kết quả:** | | **Nhân tử của phương trình đã cho là:**  **tức là:** | | |
| **Đề xuất:** Phương pháp giải toán | | **Nhân liên hợp, đưa phương trình về dạng:** | | |

**- Nhận xét:** Điểm mạnh cuả **phương án 02** là tìm nhân tử đối với những phương trình không chứa căn thức (phương trình sau phép lũy thừa).

**Nguyên nhân:** Một phương trình vô tỷ có thể có 2 nghiệm, nhưng một nghiệm không thảo mãn điều kiện. Vì vậy máy tính đã tự động loại bỏ nó!

**- MỜI CÁC BẠN CÙNG THỰC HÀNH VỚI CÁC VÍ DỤ SAU:**

**C1.** Tìm nhân tử của phương trình sau:  KQ: 

**C2.** Tìm nhân tử của phương trình:  KQ: 

**C3.** Tìm nhân tử của phương trình:  KQ: 

**C4.** Tìm nhân tử của phương trình:  KQ: 

**C5.** Tìm nhân tử của phương trình  KQ: 

**D/ KIỂM TRA MIỀN GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ  BẰNG CHỨC NĂNG TABLE.**

**Ví dụ:** Kiểm tra miền giá trị của hàm số  định hướng cách giải phương trình:  **(VMO – 1995)**

**- Bước 1:** Kiểm tra được rằng phương trình có nghiệm duy nhất  (xem mục **B)**

**- Bước 2:** Kiểm tra miền giá trị của hàm số  trong khoảng  và cách nhau 1 đơn vị.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **THỨ TỰ** | **NỘI DUNG** | **THAO TÁC TRÊN MÁY TÍNH CASIO** | | **KẾT QUẢ HIỂN THỊ** | **Ý NGHĨA** | |
| **4.a.1** | **Kiểm tra trên TABLE hàm số**  **trong khoảng  và cách nhau 1 đơn vị** | Tương tự các bước từ **3.a.7** đến **3.a.22** | |  | | 1. Tại vị trí **13** ta thấy  và nghĩa là phương trình có nghiệm  2. Các giá trị còn lại của X luong cho giá trị |
| **Bước 3:** Kiểm tra giá trị của **X** trong khoảng  với độ rộng  (lân cận nghiệm ) | | | | | | |
| **4.a.2** | **Viết hàm số**  **Trong TABLE** | | Tương tự các bước từ **3.a.7** đến **3.a.16** |  | |  |
| **4.a.3** | Kiểm tra giá trị của **X** trong khoảng  với độ rộng | |  | **Start ?**  1 | |  |
| **4.a.4** | 2 |  | | Bắt đầu với |
| **4.a.5** |  | **End ?**  **5** | |  |
| **4.a.6** | 4 |  | | Kết thúc với |
| **4.a.7** |  | **Step ?**  **1** | |  |
| **4.a.8** | 0 |  | | Kiểm tra các giá trị cách nhau một khoảng |
| **4.a.9** |  |  | |
| **4.a.10** | 1 |  | |
| **4.a.11** | Kiểm tra dấu  thể hiện trên bảng. | |  |  | | Các giá trị của **X** khác **3** trong bảng luôn làm cho |
| **Nhận định:** | | |  | | | |
| **Đề xuất:** Phương pháp giải toán | | | **Đánh giá, hàm số, liên hợp** | | | |

**- Nhận xét:** Trong quá trình giải toán, chúng ta sẽ gặp những phương trình cần sử dụng phương pháp đánh giá để giải quyết trọng vẹn bài toán. Chức năng kiểm tra các giá trị của  trên bảng TABLE sẽ giúp chúng ta có những nhận định chính xác hơn như:  hay , hàm số có đơn điệu không?...

**- Chú ý:**

+ Nếu các giá trị của  tăng dần theo giá trị của X chứng tỏ hàm số đồng biến, và giá trị  giảm dần khi giá trị của X tăng dần chứng tỏ hàm số nghịch biến.

+ Không nên thử các giá trị ngoài tập xác định, bởi chúng ta sẽ hông nhận được kết quả với những giá trị đó.

**- CÁC VÍ DỤ THỰC HÀNH:**

**D1.** Kiểm tra dấu của  từ đó đề xuất phương án giải phương trình 

**D2.** Kiểm tra dấu của , từ đó đề xuất phương án giải phương trình 

**D3.** Kiểm tra dấu của  từ đó đề xuất phương án giải phương trình 

**D4.** Kiểm tra dấu của  từ đó đề xuất phương án giải phương trình 

**D5.** Kiểm tra tính đơn điệu của hàm số  từ đó đề xuất phương án giải phương trình 

**D6.** Kiểm tra tính đơn điệu của hàm số  từ đó đề xuất phương án giải phương trình 

**D7.** Kiểm tra tính đơn điệu của hàm số , từ đó đề xuất phương án giải phương trình 

**PHƯƠNG PHÁP NHÂN TỬ CASIO**

**Tác giả: Bùi Thế Việt – chuyên Thái Bình**

Trên diễn đàn toán học [www.k2pi.net](http://www.k2pi.net), tác giả Bùi Thế Việt đã giải phương trình vô tỷ bằng phương pháp đưa về tích các nhân tử, điểm mạnh của phương pháp chính là tính nhanh gọn trong quá trình xử lý phương trình vô tỷ. Sau đây chúng tôi xin được chia sẽ bài viết của Bùi Thế Việt đến các bạn đọc quan tâm.

Thông thường một phương trình vô tỷ có nghiệm luôn được quy về dạng tích  và để chế tác một phương trình vô tỷ ta cũng xuất phát từ một tích nào đó rồi biến đổi  như các ví dụ:

-  

-  

Nhiệm vụ của người giải toán là làm sao để biến đổi  một cách nhanh chóng, chuyên đề này sẽ giúp các bạn làm công việc đó một cách nhanh chóng nhờ sự hỗ trợ của máy tính CaSiO.

**I. Phương trình vô tỷ chỉ có một căn thức dạng **

Chúng ta sẽ xét phương trình dạng 

**1. Ý tưởng tìm lời giải:**

Chúng ta thử làm một ví dụ đơn giản sau:

**Ví dụ 1:** Giải phương trình vô tỷ: 

Phần nháp: Nếu đặt   thì từ PTVT, ta được  

Nhưng chúng ta sẽ không giải tiếp t mà sẽ ngược lại  vào từng nhân tử:   

Vậy tóm lại ta có:



**Lời gải:** Bạn đọc biến đổi PTVT như biểu thức , từ đó ta được nghiệm của phương trình là 

**- Nhận xét:** Hướng đi của bài này tuy hơi dài, nhưng cũng đủ để cho bạn đọc thấy việc tìm ra nhân tử trong PTVT dạng này là có cơ sở. Chúng ta tạm gọi cách này là phương pháp đặt ẩn.

Tuy nhiên nếu biết trước nghiệm của PTVT, chúng ta có thể tìm ra nhân tử rất nhanh chóng

Thật vậy với  thì 

Nhưng vì đây là PTVT với các hệ số nguyên (gọi tạm là PTVT đơn giản), các nhân tử của nó cũng thường chỉ là có hệ số nguyên. Bạn đọc thử quan sát , các hệ số của x, hệ số tự do, hệ số trong và ngoài căn thức đều nguyên…

Rất có thể  với 

Kết hợp với  ta thấy: 

Vậy là PTVT sẽ có nhân tử  Bước tiếp theo là chỉ cấn biến đổi PTVT để có nhân tử này:







Chúng ta cũng tạm gọi cách làm này là phương pháp biết trươc nghiệm

**- Lưu ý:** Việc tìm nghiệm và phân tích đa thức bậc 4 thành nhân tử được dùng rất nhiều để tìm nhân tử của PTVT. Vì vậy:

+ Xem cách giải phương trình bậc 4 ở trang 

+ Xem cách tìm các nghiệm của phương trình vô tỷ bằng CaSiO ở trang 

**Ví dụ 2:** Giải phương trình 

Phần nháp:

Phương pháp đặt ẩn: Đặt  

Từ PTVT ta có: 

 

Phương pháp biết trước nghiệm: Sử dụng CASIO, t thấy PTVT có đúng một nghiệm 

Do đó, giả sử PTVT có chứa 1 nhân tử là  và nó chứa nghiệm  thì nó cũng có thể chứa một nghiệm khác nghiệm  (trái với điều kiện là PTVT có nghiệm duy nhất).

Hơn nữa,  là một nghiệm đẹp. Vì vậy, với  sẽ giúp biểu thức bên trong nhân tử sẽ chỉ có nghiệm duy nhất.

Từ đó ta được nhân tử là  (vì nhân tử này chứa nghiệm )

Do đó, các bước tiếp theo chỉ cần biến đổi PTVT để có nhân tử :



 



 

**Lời giải:** Dành cho bạn đọc từ làm…

**Ví dụ 3:** Giải phương trình: 

Phần nháp: Đặt  

Ta được: 



 

**Lời giải:** Dành cho bạn đọc tự làm…

**- Nhận xét:** Với lý do là PTVT này vô nghiệm nên việc tìm nhân tử bằng phương pháp biết trước nghiệm sẽ rất khó.