# **BÀI 2: CẤP SỐ CỘNG**

## **A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**I. ĐỊNH NGHĨA**

Cấp số cộng là một dãy số, trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi , tức là: 

Số  được gọi là công sai của cấp số cộng.

Nếu  là cấp số cộng với công sai  thì với số tự nhiên , ta có:

*Chú ý:*

Khi  thì cấp số cộng là một dãy số không đổi.

**II.SỐ HẠNG TỔNG QUÁT**

Nếu cấp số cộng $\left(u\_{n}\right)$ có số hạng đầu $u\_{1}$ và công sai $d$ thì số hạng tổng quát $u\_{n}$ được xác định bởi công thức:

$$u\_{n}=u\_{1}+(n-1)d với n\geq 2. $$

*Nhận xét:*

Từ công thức $u\_{n}=u\_{1}+(n-1)d$, ta có: $n=\frac{u\_{n}-u\_{1}}{d}+1$ với $n\geq 2$.

**III. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG**

Cho cấp số cộng  có số hạng đầu  và công sai . Đặt . Khi đó: 

*Nhận xét:*

Do  nên . Suy ra .

## **B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP**

## **Dạng 1. Nhận dạng 1 dãy số là cấp số cộng**

### **1. Phương pháp**

Sử dụng định nghĩa là một cấp số cộng khi và chỉ khi  với *d* là một hằng số.

Để chứng minh dãy số là một cấp số cộng, ta xét 

* Nếu *d* là hằng số thì là một cấp số cộng với công sai *d.*
* Nếu *d* phụ thuộc vào *n* thì không là cấp số cộng.

**2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1.** Chứng minh các dãy số sau là cấp số cộng.

a) Dãy số với 

b) Dãy số với 

**Ví dụ 2.** Chứng minh các dãy số sau không phải là cấp số cộng.

a) Dãy số với 

b) Dãy số với 

## **Dạng 2. Xác định số hạng , công sai và số hạng tổng quát của cấp số cộng**

### **1. Phương pháp**

* Xác định một cấp số cộng là xác định số hạng đầu  và công sai d
* Từ những giải thiết ta thường lập hệ phương trình theo ẩn số  và d rồi giải hệ đó.

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Cho cấp số cộng  có  và . Tìm 

**Ví dụ 2:** Một cấp số cộng có  số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai  của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

**Ví dụ 3:** Cho cấp số cộng  có  và . Tìm số hạng .

**Ví dụ 4:** Cho cấp số cộng  có  và . Tìm số hạng .

Cho cấp số cộng có  và . Tính số hạng đầu  và công sai  của cấp số cộng.

## **Dạng 3. Tính tổng các số hạng trong một cấp số cộng**

### **1. Phương pháp**

Tính tổng n số hạng đầu tiên nhờ công thức: 

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Cho cấp số cộng  có  và  Tính tổng số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

**Ví dụ 2:** Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tính tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên

**Ví dụ 3:** Tính tổng  với  và 

**Ví dụ 4:** Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

**Ví dụ 5:** Cho cấp số cộng  có công sai  và  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  của  số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

**Ví dụ 5.** Biết  Tính 

## **Dạng 4: Giải phương trình ( tìm x trong cấp số cộng)**

### **1. Phương pháp**

Ba số (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi 

Sử dụng các tính chất của cấp số cộng

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Cho các số  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm 

**Ví dụ 2:** Nếu các số  theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì  bằng bao nhiêu?

**Ví dụ 3:** Với giá trị nào của  và  thì các số  theo thứ tự đó lập thành một cấp số công?

## **Dạng 5. Chứng minh một hệ thức trong cấp số cộng lập thành cấp số cộng, bài toán có sử dụng yếu tố cấp số cộng**

### **1. Phương pháp**

Nếu  là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối cùng đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là 

**Hệ quả:** Ba số (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi 

Sử dụng các tính chất của cấp số cộng

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Chứng minh rằng ba số dương  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi các số  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

**Ví dụ 2.** Cho là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, chứng minh rằng

a)  b) 

**Ví dụ 3.** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3a và ba cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính độ dài ba cạnh của tam giác theo a.

**Ví dụ 4.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: .

**Ví dụ 5.** Tìm giá trị của tham số  để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: .

## **C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA**

**Bài 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng? Vì sao?
a) ; b) 
c) ; d) .

**Bài 2.** Trong các dãy số  với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng? Nếu là cấp số cộng, hãy tìm số hạng đầu  và công sai .
a)  b)  c) .

**Bài 3.** Cho cấp số cộng  có số hạng đầu , công sai .
a) Viết công thức của số hạng tổng quát .
b) Số 492 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?
c) Số 300 có là số hạng nào của cấp số cộng trên không?

**Bài 4.** Cho cấp số cộng  có . Tính .

**Bài 5.** Cho cấp số cộng  với  và .
a) Tìm công sai  và viết công thức của số hạng tổng quát .
b) Số - 67 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?
c) Số 7 có phải là một số hạng của cấp số cộng trên không?

**Bài 6.** Tính tổng 100 số hạng đầu của dãy số  với  với mọi .

**Bài 7.** Chiều cao (đơn vị: centimét) của một đứa trẻ  tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức:

 

*(Nguồn: https:///bibabo.vn)*

a) Một đứa trẻ phát triển bình thường có chiều cao năm 3 tuổi là bao nhiêu centimét?

b) Dãy số  có là một cấp số cộng không? Trung bình một năm, chiều cao mỗi đứa trẻ phát triển bình thường tăng lên bao nhiêu centimét?

**Bài 8.** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:
Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.
Phuơng án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được

tăng 1,8 triệu.
Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên, em sẽ chọn phương án nào khi:
a) Kí hợp đồng lao động 3 năm?
b) Kí hợp đồng lao động 10 năm?

## **D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

1. Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số cộng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng có số hạng đầu  công sai  Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Viết ba số hạng xen giữa các số  và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

**A.** 7; 12; 17, **B.** 6; 10; 14. **C.** 8; 13; 18. **D.** 6; 12; 18.

1. Cho hai số  và 23. Xen kẽ giữa hai số đã cho  số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai  Tìm n.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Biết các số  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với  Tìm n.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  có các số hạng đầu lần lượt là . Tìm số hạng tổng quát  của cấp số cộng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  có  và  Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  có  và  Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  có  và  Gọi  là tổng  số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  có  và  Tìm số hạng đầu tiên 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của  số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ  của cấp số cộng đó là  có giá trị là bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó công sai  của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Tổng  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là  với . Tìm số hạng đầu tiên  và công sai  của cấp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Tổng  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là  với . Tìm số hạng tổng quát  của cấp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  có  và . Khi đó  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng , biết: . Tính công sai  cảu cấp số cộng đó.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Tính tổng  của $24$ số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Một cấp số cộng có  số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tìm công sai  của câp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Tìm công sai  của câp số cộng đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  thỏa mãn  Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  thỏa Tìm công sai  của cấp số cộng  biết 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  thỏa . Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Tính tổng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Tính tổng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho cấp số cộng  có công sai $d,$ các số hạng của cấp số cộng đã cho đều khác $0.$ Với giá trị nào của  thì dãy số  là một cấp số cộng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Ba góc của một tam giác vuông tạo thành cấp số cộng. Hai góc nhọn của tam giác có số đo (độ) là:

**A.**  và  **B.**  và  **C.**  và  **D.**  và 

1. Ba góc  của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Một tam giác vuông có chu vi bằng  và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

**A.** 1635. **B.** 1792. **C.** 2055. **D.** 3125.

1. Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,.Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

**A.** 73. **B.** 75. **C.** 77. **D.** 79.

1. Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

**A.** 78. **B.** 156. **C.** 300. **D.** 48.

1. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,… và cứ thế tiếp tục đến ô thứ . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

**A.** 98. **B.** 100. **C.** 102. **D.** 104.

1. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**A.** 5.2500.000 đồng. **B.** 10.125.000 đồng. **C.** 4.000.000 đồng. **D.** 4.245.000 đồng.