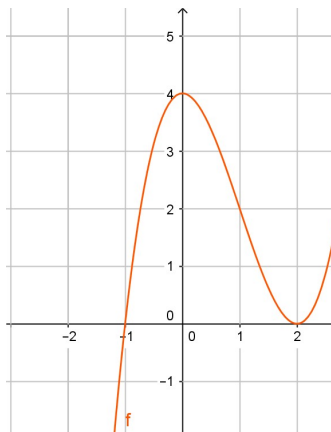


PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

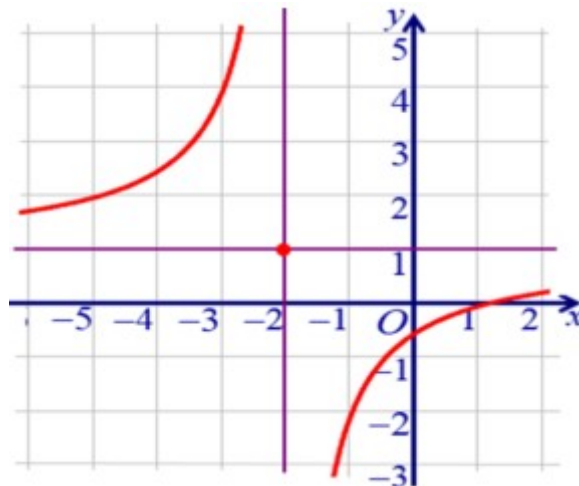
A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?



A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

C. $y = 1$.

D. $y = -2$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

A. $\int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

B. $\int \sin 3x dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$.

C. $\int \sin 3x dx = -3 \cos 3x + C.$

D. $\int \sin 3x dx = 3 \cos 3x + C.$

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và vector $\vec{n} = (2; 4; -6)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và nhận vector $\vec{n}$ làm vector pháp tuyến.

A. $x + 2y - 3z - 5 = 0.$

B. $x + 2y - 3z + 7 = 0.$

C. $2x + 4y - 6z + 5 = 0.$

D. $x + 5y - 6z + 5 = 0.$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{3}$. Trong các vector sau, vector nào là vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

A. $\vec{u} = (1; 3; 2).$

B. $\vec{u} = (1; 2; 3).$

C. $\vec{u} = (1; 0; 2).$

D. $\vec{u} = (1; 1; 2).$

Câu 6: Mặt cầu (S) có tâm $A(1; -2; 2)$ và bán kính $R = 8$. Tìm phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 64.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 8.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8.$

D. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 64.$

Câu 7: Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , ký hiệu là $P(A|B)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

B. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

C. Nếu $P(A \cap B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(A \cap B)}$.

D. Nếu $P(A \cap B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A \cap B)}$.

Câu 8: Thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 7 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng 1.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25.

B. 30.

C. 6.

D. 69,8.

Câu 9: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

- A. $5Q_1$. B. $Q_1 - Q_3$. C. $Q_3 - Q_1$. D. $Q_3 + 2Q_1 - Q_2$.

Câu 10: Tìm công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 11: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 1.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40;45)	42,5	4
[40;45)	47,5	14
[40;45)	52,5	8
[40;45)	57,5	10
[40;45)	62,5	6
[40;45)	67,5	2
		N = 44
Bảng 1		

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 53,2. B. 46,1. C. 30. D. 11.

Câu 12: Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{nr}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là $1,47\%$ một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

- A. 2015. B. 2014. C. 2016. D. 2017.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): x + 2y + 3z - 4 = 0$ và $(P_2): 2x - y + z - 5 = 0$

(1;2;3)

(P_1)

a) Vector có tọa độ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng.

(- 1;1;- 5)

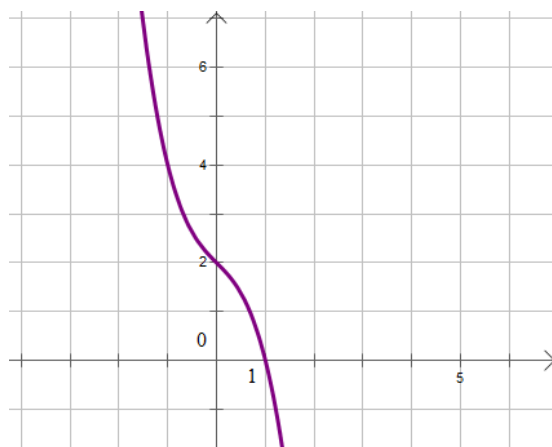
(P_2)

b) Vector có tọa độ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng.

c) Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$ và $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$ bằng $-\frac{\sqrt{21}}{14}$.

d) Góc giữa hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) bằng 70° .

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 - x + 2$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình bên dưới.



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

b) Hàm số có 2 điểm cực trị.

c) Đạo hàm của hàm số nhận giá trị không âm trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2.

Câu 3: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 4: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 18 học sinh tham gia môn bơi lội và 10 học sinh tham gia môn cầu lông, trong đó có 6 học sinh tham gia cả hai môn bóng đá và cầu lông. Thầy giáo chọn ngẫu nhiên một học sinh từ lớp học để làm nhiệm vụ đặc biệt, gọi A là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn bơi lội", B là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn cầu lông". Khi đó:

a) $P(A) = \frac{9}{20}$.

b) $P(B) = \frac{1}{4}$.

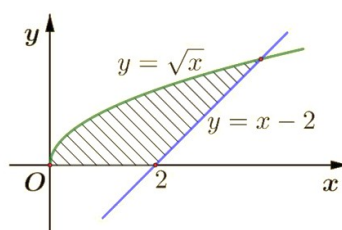
c) $P(AB) = \frac{7}{20}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn có tham gia ít nhất một trong hai môn thể thao bằng $\frac{13}{20}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bác Tư làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25m, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Tính số tiền bác Tư phải trả.

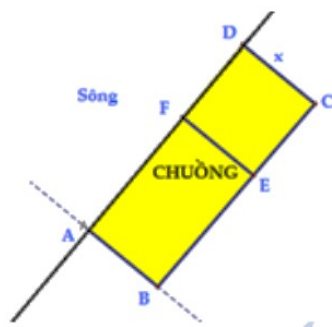
Câu 2: Một khu đất trồng cây cảnh (phần được tô đậm) là hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x) = \sqrt{x}$ và $y = g(x) = x - 2$ như hình bên dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là m). Cần tính diện tích của khu đất để báo cho đơn vị thiết kế trước trồng cây cảnh khi kí hợp đồng. Diện tích của khu đất là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0; 0; 0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688; -185; 8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91; 75; 0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay ra khỏi màn hình radar.

Câu 4: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Chị Mai có tiếp xúc với người bệnh hai lần, một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất để chị Mai bị lây bệnh từ người bệnh truyền nhiễm đó.

Câu 5: Một chủ trang trại nuôi gia cầm muốn rào thành 2 chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng nuôi gà và một chuồng nuôi vịt. Biết rằng đã có sẵn 240 m hàng rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh chuồng là bao nhiêu?



Câu 6: Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 35t - \frac{1}{3}t^3$ (kết quả khảo sát trong 12 tháng liên tục). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ mấy?

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	A	B	B	D	B	A	C	D	B	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ✧ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

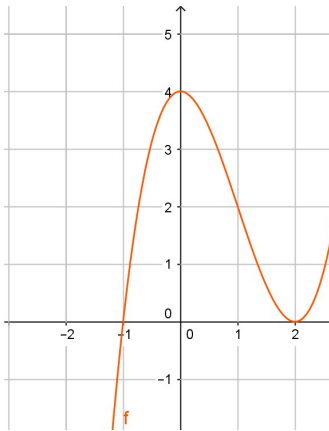
PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	750000	3,3	294,92	0,82	4800	7

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

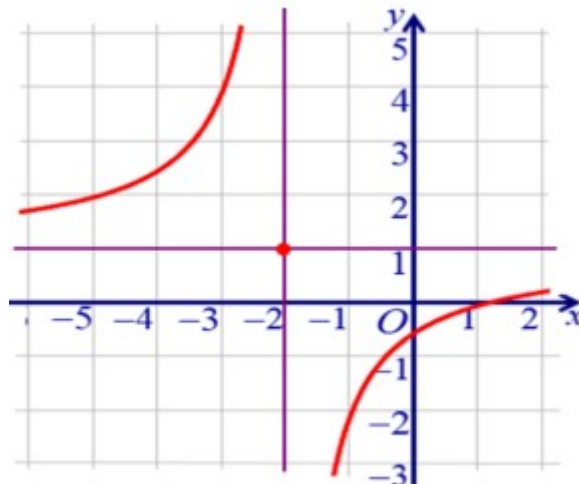
D. 3.

Giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra đồ thị có điểm một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 2. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?



A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

C. $y = 1$.

D. $y = -2$.

Giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

A. $\int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C.$

B. $\int \sin 3x dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C.$

C. $\int \sin 3x dx = -3 \cos 3x + C.$

D. $\int \sin 3x dx = 3 \cos 3x + C.$

Giải

Chọn A

Ta có $\frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{3} \cos 3x + C \right) = \sin 3x.$

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và vector $\vec{n} = (2; 4; -6)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và nhận vector $\vec{n}$ làm vector pháp tuyến.

A. $x + 2y - 3z - 5 = 0.$

B. $x + 2y - 3z + 7 = 0.$

C. $2x + 4y - 6z + 5 = 0.$

D. $x + 5y - 6z + 5 = 0.$

Giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng có dạng: $A(x - x_A) + B(y - y_A) + C(z - z_A) = 0.$

$2(x - 1) + 4(y + 1) + 6(z - 2) = 0$

$\Rightarrow x + 2y - 3z + 7 = 0.$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{3}$. Trong các vector sau, vector nào là vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

A. $\vec{u} = (1; 3; 2).$

B. $\vec{u} = (1; 2; 3).$

C. $\vec{u} = (1; 0; 2).$

D. $\vec{u} = (1; 1; 2).$

Giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ với $a, b, c \neq 0$.

Vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c).$

Câu 6: Mặt cầu (S) có tâm $A(1; -2; 2)$ và bán kính $R = 8$. Tìm phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 64.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 8.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8.$

D. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 64.$

Giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ bán kính R có dạng:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

Câu 7: Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , ký hiệu là $P(A|B)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

B. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

C. Nếu $P(A \cap B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(A \cap B)}$.

D. Nếu $P(A \cap B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A \cap B)}$.

Giải

Chọn B

Công thức tính xác suất của biến cố A khi biết biến cố B đã xảy ra ($P(B) > 0$) là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Câu 8: Thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 7 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng 1.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25.

B. 30.

C. 6.

D. 69,8.

Giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $a_{m+1} - a_1 = 65 - 40 = 25$.

Câu 9: Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là Q_1 ; Q_2 ; Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. $Q_2 - Q_1$.

B. $Q_3 - Q_2$.

C. $Q_3 - Q_1$.

D. $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$.

Giải

Chọn C

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 - Q_1$.

Câu 10: Tìm công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Giải

Chọn D

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Ta có :

Câu 11: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 1.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40;45)	42,5	4
[40;45)	47,5	14
[40;45)	52,5	8
[40;45)	57,5	10
[40;45)	62,5	6
[40;45)	67,5	2
		N = 44

Bảng 1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2. B. 46,12. C. 30. D. 11.

Giải

Chọn B

Chọn B

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:
$$\bar{x} = \frac{4.42,5 + 14.47,5 + 8.52,5 + 10.57,5 + 6.62,5 + 2.67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{4\left(42,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 14\left(47,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 8\left(52,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 10\left(57,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} + \frac{6\left(62,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 2\left(67,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44}$$

$$\approx 46,12$$

Câu 12: Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{nr}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

- A. 2015. B. 2014. C. 2016. D. 2017.

Giải

Chọn A

Ta có: $S = A \cdot e^{nr} \Leftrightarrow e^{nr} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow nr = \ln \frac{S}{A} \Leftrightarrow n = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A}$

với $S = 93713700$ người; $A = 80902400$ người; $r = \frac{1,47}{100} = 0,0147 /$ năm.

Suy ra $n = \frac{1}{0,0147} \ln \frac{93713000}{80902400} \approx 10$.

Vậy tối thiểu đến năm 2015 thì dân số của Việt Nam có khoảng 93713000 người.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): x + 2y + 3z - 4 = 0$ và $(P_2): 2x - y + z - 5 = 0$

$(1; 2; 3)$ (P_1)

a) Vector có tọa độ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng.

$(-1; 1; -5)$ (P_2)

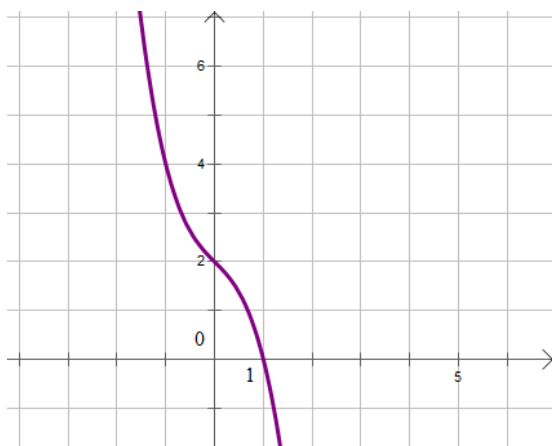
b) Vector có tọa độ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng.

c) Côsin của góc giữa hai vector $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$ và $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$ bằng $-\frac{\sqrt{21}}{14}$.

d) Góc giữa hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) bằng 70° .

a) Đ, b) S, c) Đ, d) S.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 - x + 2$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình bên dưới.



- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
b) Hàm số có 2 điểm cực trị.
c) Đạo hàm của hàm số nhận giá trị không âm trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2.
a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.

Câu 3: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 60 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 20 m . Người lái xe phản ứng 2 giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -12t + 50 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
b) $s(t) = -6t^2 + 50t$.
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 7 giây.
d) Xe ô tô đó va vào chướng ngại vật ở trên đường.
a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.

Câu 4: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 18 học sinh tham gia môn bơi lội và 10 học sinh tham gia môn cầu lông, trong đó có 6 học sinh tham gia cả hai môn bóng đá và cầu lông. Thầy giáo chọn ngẫu nhiên một học sinh từ lớp học để làm nhiệm vụ đặc biệt, gọi A là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn bơi lội", B là biến cố: "Chọn được một học sinh tham gia môn cầu lông". Khi đó:

- a) $P(A) = \frac{9}{20}$.
b) $P(B) = \frac{1}{4}$.

c) $P(AB) = \frac{7}{20}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn có tham gia ít nhất một trong hai môn thể thao bằng $\frac{13}{20}$.

a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.

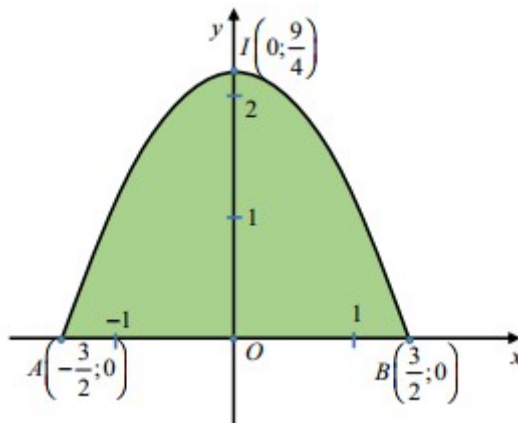
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 1: Bác Tư làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25m, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Tính số tiền bác Tư phải trả.

Giải

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ)



$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c \quad (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình:

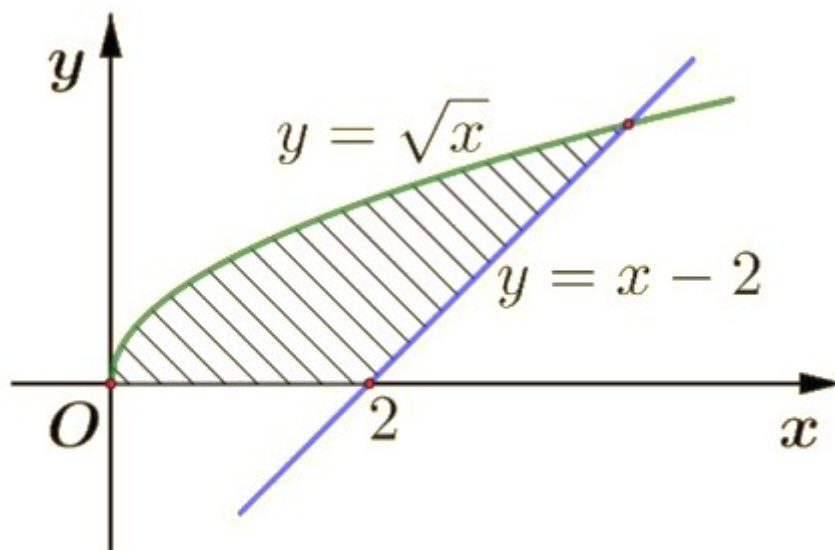
Vậy $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Bigg|_0^{\frac{9}{4}} = \frac{9}{2} (m^2).$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

Số tiền phải trả là $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000$ đồng.

Câu 2: Một khu đất trồng cây cảnh (phần được tô đậm) là hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x) = \sqrt{x}$ và $y = g(x) = x - 2$ như hình bên dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là m). Cần tính diện tích của khu đất để báo cho đơn vị thiết kế trước trồng cây cảnh khi kí hợp đồng. Diện tích của khu đất là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Giải

Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}, y = x - 2$.

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

$$S = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_0^4 (x - 2) dx = \frac{10}{3} \approx 3,3(m^2).$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0; 0; 0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688; -185; 8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91; 75; 0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay ra khỏi màn hình radar.

Giải

Gọi H là vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Khi đó, khoảng OH phải ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi $OH \perp d$.

Vì $H \in d$ nên $H(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$

$$\vec{OH} = (-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$$

Ta có

$$OH \perp d \Leftrightarrow (-688 + 91t) \cdot 91 + (-185 + 75t) \cdot 75 + 8 \cdot 0 = 0$$

$$\Leftrightarrow 13906t - 76483 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{2}.$$

$$H\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right).$$

Suy ra

Khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu lúc đó là:

$$OH = \sqrt{\left(\frac{375}{2}\right)^2 + \left(\frac{455}{2}\right)^2 + 8^2} \gg 294,92(km).$$

Câu 4: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Chị Mai có tiếp xúc với người bệnh hai lần, một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất để chị Mai bị lây bệnh từ người bệnh truyền nhiễm đó.

Giải

Gọi A là biến cố: "Chị Hoa bị nhiễm bệnh khi tiếp xúc người bệnh mà không đeo khẩu trang" và B : "Chị Hoa bị nhiễm bệnh khi tiếp xúc với người bệnh dù có đeo khẩu trang". Dễ thấy $\bar{A}, \bar{B}$ là hai biến cố độc lập.

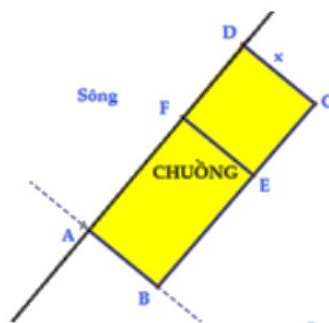
Xác suất để chị Hoa không nhiễm bệnh trong cả hai lần tiếp xúc với người bệnh là

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,9 = 0,18$$

Gọi P là xác suất để chị Hoa bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh, ta có:

$$P = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - 0,18 = 0,82.$$

Câu 5: Một chủ trang trại nuôi gia cầm muốn rào thành 2 chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng nuôi gà và một chuồng nuôi vịt. Biết rằng đã có sẵn 240 m hàng rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh chuồng là bao nhiêu?



Xét hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ, và đặt $AB = x$ ($x > 0$)

Khi đó $BC = 240 - 3x > 0 \Rightarrow x < 80$.

Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là $S = x(240 - 3x) = 240x - 3x^2$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ với $0 < x < 80$.

Xét $f(x) = 240x - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 240 - 6x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40$.

Do $f''(x) = -6 < 0, \forall x \in (0;80)$

Do đó $\max_{x \in (0;80)} S = \max_{x \in (0;80)} f(x) = f(40) = 4800 \Leftrightarrow x = 40$

Vậy diện tích lớn nhất có thể bao quanh là $4800m^2$.

Câu 6: Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3$ (kết quả khảo sát trong 12 tháng liên tục). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ mấy?

Trả lời: ngày thứ 7

Lời giải

Ta có $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3 \Rightarrow f'(t) = 70t - 5t^2 (t > 0)$

Vì $f'(t)$ có đồ thị là một parabol có bề lõm quay xuống nên đạt giá trị cực đại tại $t = -\frac{70}{2(-5)} = 7$.
Vậy vào ngày thứ 7 tốc độ truyền bệnh là nhanh nhất.