

Câu 223. [C.LỘC-HTI-L1] [1D3-1] Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $u_5 = 15$. B. $u_4 = 8$. C. $u_3 = 5$. D. $u_2 = 2$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2.4 = 5$.

Câu 224. [H.LĨNH-HTI-L1] [1D3-1] Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

- A. $u_2 = -6$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = 1$. D. $u_2 = -18$.

Lời giải

Chọn A.

Số hạng u_2 là $u_2 = u_1 \cdot q = -6$

Câu 225. [L.Q.ĐÔN-HPO-L1] [1D3-1] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

- A. 51,2. B. 51,3. C. 51,1. D. 102,3.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $u_{10} = \frac{2^{10-1} + 1}{10} = 51,3$.

Câu 226. [P.Đ.PHÙNG-HTI-L1] [1D3-1] Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

- A. 16. B. 12. C. 15. D. 14.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 5$; $u_3 = u_2 + 2 = 7$; $u_4 = u_3 + 3 = 10$. Do đó số hạng thứ 5 của dãy số là $u_5 = u_4 + 4 = 14$.

Câu 227. [Đ.THỌ-HTI-L1] [1D3-2] Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{1001}^2$ bằng

- A. 1002001. B. 1001001. C. 1001002. D. 1002002.

Lời giải

Chọn A.

Từ giả thiết $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}$ ta có $u_{n+1}^2 = u_n^2 + 2$.

Xét dãy số $v_n = u_n^2$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $v_{n+1} = u_{n+1}^2 = u_n^2 + 2$ hay $v_{n+1} = v_n + 2 \Rightarrow$ dãy số (v_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $v_1 = u_1^2 = 1$ và công sai $d = 2$.
Do đó

$$S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{1001}^2 = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{1001} = \frac{1001[2.1 + (1001-1)2]}{2} = 10002001.$$

- Câu 228. [Đ.T.HƯỞNG-NAN-L1] [1D3-2]** Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là $4,5$ triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm $0,3$ triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.
- A. $83,7$ (triệu đồng). B. $78,3$ (triệu đồng). C. $73,8$ (triệu đồng). D. $87,3$ (triệu đồng).

Lời giải

Chọn C.

Ta có 3 năm bằng 12 quý.

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{12}$ là tiền lương kĩ sư đó trong các quý (từ quý 1 đến quý 12).

Suy ra (u_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 4,5$ công sai $d = 0,3$.

Vậy số tiền lương kĩ sư nhận được là

$$S_{12} = n \frac{2u_1 + (n-1)d}{2} = 12 \frac{2 \times 4,5 + 11 \times 0,3}{2} = 73,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

- Câu 229. [5-TRG-S.HỒNG-L1] [1D3-2]** Cho 3 số a, b, c theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1 . Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám

của một cấp số cộng với công sai là $s \neq 0$. Tính $\frac{a}{s}$.

- A. $\frac{4}{9}$. B. 3 . C. $\frac{4}{3}$. D. 9 .

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} b^2 = ac \\ b = a + 3s \\ c = a + 7s \end{cases} \Rightarrow (a + 3s)^2 = a(a + 7s) \Leftrightarrow 9s^2 - as = 0.$$

$$\text{Do } s \neq 0 \text{ nên } a = 9s \Rightarrow \frac{a}{s} = 9.$$

- Câu 230. [CH.ĐHSPHN-L1] [1D3-2]** Cho dãy số (u_n) gồm 89 số hạng thỏa mãn $u_n = \tan n^\circ, \forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 89$. Gọi P là tích của tất cả 89 số hạng của dãy số. Giá trị của biểu thức $\log P$ là

- A. 1 . B. 0 . C. 10 . D. 89 .

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \dots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1 \\ &\Rightarrow \log P = \log 1 = 0. \end{aligned}$$

- Câu 231. [PTNK-HCM-CS2-L1] [1D3-2]** Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

A. 215.

B. 315.

C. 415.

D. 515.

Lời giải

Chọn B.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases}$.

Ta có: $u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_6}{u_1}} = \frac{1}{2}$.

$$S = \frac{u_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{160 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right)}{\frac{1}{2}} = 315$$

Suy ra tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

Câu 232. [PTNK-HCM-CS2-L1] [1D3-2] Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

A. 31.

B. 30.

C. 29.

D. 28.

Lời giải

Chọn B.

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Tổng số cây trồng được là $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

Câu 233. [THTT SỐ 7/18] [1D3-2] Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{3n(n+3)}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào dưới đây là đúng và đầy đủ nhất.

A. (x_n) là cấp số cộng với công sai âm.B. (x_n) là cấp số nhân với công bội âm.C. (x_n) là cấp số cộng với công sai dương.D. (x_n) là cấp số nhân với công bội dương.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $x_n = \frac{3n(n+3)}{2} - \frac{3(n-1)(n-1+3)}{2} = 3n+3$

Ta lại có: $x_{n+1} - x_n = 3(n+1)+3 - 3n - 3 = 3$.

Vậy (x_n) là cấp số cộng với công sai dương.

Câu 234. [CH.KHTNHN-L3] [1D3-2] Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_6 = 2$ và $u_9 = 6$. Tìm giá trị của u_{21} .

A. 18.

B. 54.

C. 162.

D. 486.

Lời giải**Chọn D.**

Gọi (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q .

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_6 = 2 \\ u_9 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 q^5 = 2 \\ u_1 q^8 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \sqrt[3]{3} \\ u_1 = \frac{2}{3(\sqrt[3]{3})^2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } u_{21} = u_1 \cdot q^{20} = \frac{2}{3(\sqrt[3]{3})^2} \cdot (\sqrt[3]{3})^{20} = 486.$$

- Câu 235. [S.TÂY-HNO-L1] [1D3-2]** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?
A. 4.000.000 đồng. **B.** 10.125.000 đồng. **C.** 52.500.000 đồng. **D.** 52.500.000 đồng.

Lời giải**Chọn B.**

* Áp dụng công thức tính tổng của n số hạng đầu của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 80.000$, công sai $d = 5.000$ ta được số tiền phải trả khi khoan đến mét thứ n là

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

* Khi khoan đến mét thứ 50, số tiền phải trả là

$$S_{50} = \frac{50[2.80000 + (50-1).5000]}{2} = 10.125.000 \text{ đồng.}$$

- Câu 236. [PTNK-HCM-CS2-L2] [1D3-2]** Cho cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là $S_n = -9800$. Giá trị n là
A. 100. **B.** 99. **C.** 101. **D.** 98.

Lời giải**Chọn A.**

$$S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d) = -9800 \Leftrightarrow n[2 - 2(n-1)] + 19600 = 0 \Leftrightarrow n = 100.$$

- Câu 237. [SGD K.GIANG] [1D3-2]** Xác định x để 3 số $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

A. $x = \frac{1}{3}$. **B.** $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $x = \pm \frac{1}{3}$. **D.** $x = \pm \sqrt{3}$.

Lời giải**Chọn B.**

Vì $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân

$$\text{nên } x^2 = (2x-1)(2x+1) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

- Câu 238. [SGDBRV-T-L1] [1D3-2]** Cho ba số $x; 5; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số $x; 4; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|x - 2y|$ bằng
- A. $|x - 2y| = 8$. B. $|x - 2y| = 9$. C. $|x - 2y| = 6$. D. $|x - 2y| = 10$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$$\begin{cases} x + (2y) = 10 \\ x \cdot (2y) = 4^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 10 \\ x \cdot (2y) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ 2y = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 8 \end{cases}.$$

Từ đó, ta có $|x - 2y| = |8 - 2| = 6$.

- Câu 239. [SGDBRV-T-L1] [1D3-2]** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- A. $u_{10} = 55$. B. $u_{10} = 67$. C. $u_{10} = 61$. D. $u_{10} = 59$.

Lời giải

Chọn C.

Từ giả thiết ta có $S_1 = u_1 = 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 7$.

Ta có $S_n = 3n^2 + 4n = \frac{n(8+6n)}{2} = \frac{n(7+6n+1)}{2} \Rightarrow u_n = 6n + 1 \Rightarrow u_{10} = 61$.

- Câu 240. [SGDBRV-T-L1] [1D3-2]** Cho ba số $x, 5, 3y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số $x, 3, 3y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|3y - x|$ bằng?
- A. 8. B. 6. C. 9. D. 10.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $x, 5, 3y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng $\Rightarrow x + 3y = 10 \Leftrightarrow x = 10 - 3y$.

Lại có $x, 3, 3y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Rightarrow x \cdot 3y = 3^2 \Leftrightarrow xy = 3$.

$$\text{Do đó } y(10 - 3y) = 3 \Leftrightarrow 3y^2 - 10y + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow |3y - x| = 8 \\ y = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 9 \Rightarrow |3y - x| = 8 \end{cases}$$

Vậy $|3y - x| = 8$.

- Câu 241. [L.Q.ĐÔN-HNO-L1] [1D3-2]** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4$?
- A. - 20. B. - 6. C. - 8. D. - 24.

Lời giải

Chọn D.

Ta gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\begin{aligned} u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4 &= 4(4+d) + (4+d)(4+2d) + 4(4+2d) \\ &= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d+6)^2 - 24 \geq -24 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $d = -6$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$ là -24 .

Câu 242. [H.H.TẬP-HTI-L1] [1D3-2] Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$.

B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$.

C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$.

D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi d là công sai của cấp số cộng và các cạnh có độ dài lần lượt là $a-d$, a , $a+d$ ($0 < d < a$).

Vì tam giác có chu vi bằng 3 nên $3a = 3 \Leftrightarrow a = 1$.

Vì tam giác vuông nên theo định lý Pytago ta có $(1+d)^2 = (1-d)^2 + 1^2 \Leftrightarrow 4d = 1 \Leftrightarrow d = \frac{1}{4}$.

Suy ra ba cạnh của tam giác có độ dài là $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$.

Câu 243. [H.H.TẬP-HTI-L1] [1D3-2] Cho cấp số nhân $u_1 = -1$, $u_6 = 0,00001$. Khi đó q và số hạng tổng quát là

A. $q = \frac{1}{10}$, $u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$.

B. $q = \frac{-1}{10}$, $u_n = -10^{n-1}$.

C. $q = \frac{-1}{10}$, $u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$.

D. $q = \frac{1}{10}$, $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 0,00001 \Leftrightarrow q^5 = \frac{-1}{10^5} \Leftrightarrow q = \frac{-1}{10} \Rightarrow u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -1 \cdot \left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$.

Câu 244. [L.Q.ĐÔN-HPO-L1] [1D3-2] Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 6$, $u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

A. $3 \cdot 2^{12} - 3$.

B. $2^{12} - 1$.

C. $3 \cdot 2^{12} - 1$.

D. $3 \cdot 2^{12}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi công bội của CSN bằng q . Suy ra $u_4 = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \pm 2$. Do CSN có các số hạng không âm nên $q = 2$.

Ta có $S_{12} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{12}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - 2^{12}}{1 - 2} = 3(2^{12} - 1)$.

Câu 245. [CH. V.PHÚC-L1] [1D3-2] Xác định x dương để ba số $2x-3$; x ; $2x+3$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân.

A. $x = \sqrt{3}$.

B. $x = 3$.

C. $x = \pm\sqrt{3}$.

D. không có giá trị nào của x .

Lời giải

Chọn A.

$$2x-3; x; 2x+3 \text{ lập thành cấp số nhân } \Leftrightarrow x^2 = (2x-3)(2x+3) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 3 \\ \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

Vì x dương nên $x = \sqrt{3}$.

- Câu 246. [C. TIỀNGIANG-L1] [1D3-2]** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là
- A.** $S_{20} = 600$. **B.** $S_{20} = 60$. **C.** $S_{20} = 250$. **D.** $S_{20} = 500$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S_{20} = 20u_1 + \frac{20 \cdot 19}{2}d = 20 \cdot (-35) + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot 5 = 250.$$

- Câu 247. [P.Đ.PHÙNG-HTI-L1] [1D3-2]** Tam giác ABC có ba cạnh a, b, c thỏa mãn a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau
- A.** $\tan^2 A, \tan^2 B, \tan^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
B. $\cot^2 A, \cot^2 B, \cot^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
C. $\cos A, \cos B, \cos C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
D. $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có
 $a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$

Theo giả thiết a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên $a^2 + c^2 = 2b^2$
 $\Leftrightarrow 4R^2 \cdot \sin^2 A + 4R^2 \cdot \sin^2 C = 2 \cdot 4R^2 \cdot \sin^2 B \Leftrightarrow \sin^2 A + \sin^2 C = 2 \cdot \sin^2 B$.

Vậy $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

- Câu 248. [SGD HÀ NỘI-L1] [1D3-2]** Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng
- A.** 800. **B.** 600. **C.** 570. **D.** 630

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: $S_{15} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15} = (u_1 + u_{15}) + (u_2 + u_{14}) + (u_3 + u_{13}) + \dots + (u_7 + u_9) + u_8$

Vì $u_1 + u_{15} = u_2 + u_{14} = u_3 + u_{13} = \dots = u_7 + u_9 = 2u_8$ và $u_3 + u_{13} = 80 \Rightarrow S = 7 \cdot 80 + 40 = 600$.

Cách 2: Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Ta có $u_3 + u_{13} = 80 \Leftrightarrow (u_1 + 2d) + (u_1 + 12d) = 80 \Leftrightarrow u_1 + 7d = 40$.

Khi đó $S_{15} = \frac{15}{2}(u_1 + u_{15}) = \frac{15}{2}(u_1 + u_1 + 14d) = 15(u_1 + 7d) = 15 \cdot 40 = 600$.

Câu 249. [CH.ĐHSPHN-L4] [1D3-2] Xét các khẳng định sau?

- 1) Tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} > 2,1$
- 2) Tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = 2$
- 3) Tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} > 1,999999$
- Số khẳng định đúng là?
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn B.

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 + \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^n} \right)}{1 - \frac{1}{2}} = 2 - \frac{1}{2^n}$$

Vì $2 - \frac{1}{2^n} < 2$ nên các khẳng định 1 và 2 sai. Khẳng định 3 đúng.

Câu 250. [CH.T.PHÚ-HPO-L2] [1D3-2] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

- A. 1009000. B. 100800. C. 1008000. D. 100900.

Lời giải

Chọn A.

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Khi đó: $u_{2013} + u_6 = 1000 \Leftrightarrow u_1 + 2012d + u_1 + 5d = 1000 \Leftrightarrow 2u_1 + 2017d = 1000$.

Ta có: $S_{2018} = \frac{2018}{2} \cdot (2u_1 + 2017d) = 1009000$.

Câu 251. [PTNK-TPHCM-CS1-L1] [1D3-2] Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2018 để được cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.

- A. 1009. B. $\frac{2019}{2}$. C. 1010. D. $\frac{2021}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng công thức cấp số cộng ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{1001} = u_1 + (1001-1)d \Leftrightarrow 2018 = 1 + (1001-1)d \Rightarrow d = \frac{2017}{1000}$$

Vậy số hạng thứ 501 là $u_{501} = u_1 + (501-1)d = \frac{2019}{2}$.

Câu 252. [CH.L.T.VINH-ĐNA-L1] [1D3-3] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 4u_n(1 - u_n)$ với mọi n nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị của a để $u_{2018} = 0$.

- A. $2^{2016} + 1$. B. $2^{2017} + 1$. C. $2^{2018} + 1$. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: phương trình $4x(1-x)=m \Leftrightarrow 4x^2-4x+m=0$ có $\Delta'=4-4m>0$ với mọi

$0 < m < 1$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1+x_2=1, x_1x_2=\frac{m}{4}$ nên $x_1, x_2 \in (0;1)$.

Ta có: $u_{2018}=4u_{2017}(1-u_{2017})=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_{2017}=0 \\ u_{2017}=1 \end{cases}$

Với $u_{2017}=0$. Suy ra $u_{2017}=4u_{2016}(1-u_{2016})=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_{2016}=0 \\ u_{2016}=1 \end{cases}$.

Với $u_{2017}=1$. Suy ra $u_{2017}=4u_{2016}(1-u_{2016})=1 \Leftrightarrow u_{2016}=\frac{1}{2}$.

Với $u_{2016}=\frac{1}{2}$. Suy ra $u_{2016}=4u_{2015}(1-u_{2015})=\frac{1}{2}$ có hai nghiệm u_{2015} .

Từ các kết quả trên, ta thấy hai số hạng liên tiếp u_k, u_{k+1} đều có thể nhận giá trị lần lượt là $\frac{1}{2}$ và 1. Do đó ta có tất cả các trường hợp sau:

Với $u_2=\dots=u_{2018}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$ nên có 2 giá trị của a .

Với $u_2=1 \Rightarrow 4u_1-4u_1^2=1 \Leftrightarrow u_1=\frac{1}{2} \Rightarrow$ có 2^0 nghiệm u_1 .

Với $u_3=1 \Rightarrow u_2=\frac{1}{2} \Rightarrow 4u_1^2-4u_1+\frac{1}{2}=0 \Rightarrow$ có 2^1 nghiệm u_1 .

Với $u_4=1 \Rightarrow u_3=\frac{1}{2} \Rightarrow 4u_2^2-4u_2+\frac{1}{2}=0$ có 2 nghiệm $u_2 \in (0;1) \Rightarrow 2^2$ nghiệm u_1 .

.....

Với $u_{2017}=1$ có 2^{2015} nghiệm u_1 .

Vậy có $2+2^0+2^1+2^2+\dots+2^{2015}=2+\frac{2^{2016}-1}{2-1}=2^{2016}+1$ giá trị của a .

Câu 253. [CH.L.SƠN-THO-L2] [1D3-3] Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1=\frac{1}{3}$ và $u_{n+1}=\frac{n+1}{3n}u_n$. Tổng

$$S=u_1+\frac{u_2}{2}+\frac{u_3}{3}+\dots+\frac{u_{10}}{10} \text{ bằng}$$

A. $\frac{3280}{6561}$.

B. $\frac{29524}{59049}$.

C. $\frac{25942}{59049}$.

D. $\frac{1}{243}$.

Lời giải

Chọn B.

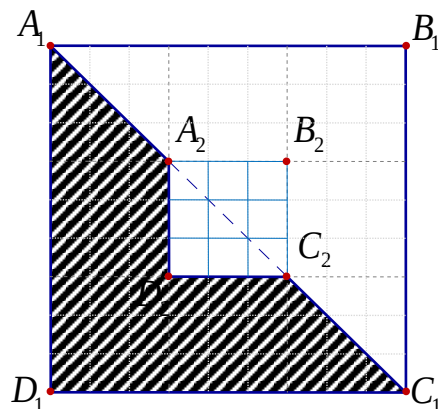
Theo đề ta có: $u_{n+1}=\frac{n+1}{3n}u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1}=\frac{1}{3}\frac{u_n}{n}$.

Đặt $v_n=\frac{u_n}{n}$, với mọi $n \in \mathbb{Z}^+$. Ta có: $v_1=u_1=\frac{1}{3}$ và $v_{n+1}=\frac{1}{3}v_n$.

Do đó (v_n) là một cấp số nhân với $v_1 = \frac{1}{3}$, công bội $q = \frac{1}{3}$. Khi đó:

$$S = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{10} = v_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{29524}{59049}.$$

Câu 254. [CH.H.LONG-QNI-L2] [1D2-3] Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

A. 9 bước.

B. 4 bước.

C. 8 bước.

D. 7 bước.

Lời giải

Chọn B.

Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n , $n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số

nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 255. [CH.NN.H.NỘI-L1] [1D3-3] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6$, $\forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

A. 2587.

B. 2590.

C. 2593.

D. 2584.

Lời giải

Chọn C.

Ta có dãy số (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 6$.

$$\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11 \Leftrightarrow \log_2 u_5 (u_9 + 8) = 11 \quad (*) \quad \text{với } u_5 > 0.$$

$$\text{Mặt khác } u_5 = u_1 + 4d = u_1 + 24 \quad \text{và} \quad u_9 = u_1 + 8d = u_1 + 48.$$

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta được } (u_1 + 24)(u_1 + 48) = 2048 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 8 \Rightarrow u_5 = 32 \\ u_1 = -88 \Rightarrow u_5 = -64 (L) \end{cases}$$

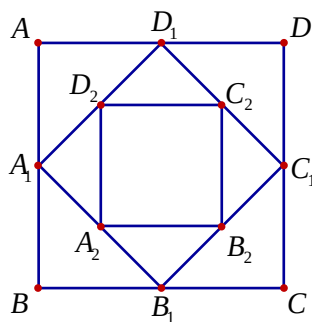
$$\text{Suy ra } u_1 = 8.$$

$$\text{Ta có: } S_n \geq 20172018 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \geq 20172018 \Leftrightarrow 3n^2 + 5n - 20172018 \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n \geq 2592,24 \\ n \leq -2595,9 \end{cases}$$

Vậy số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$ là $n = 2593$.

Câu 256. [SGD Q.NAM] [1D3-3] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ (tham khảo hình bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.



$$\text{A. } S = \frac{a^2 (2^{100} - 1)}{2^{100}}.$$

$$\text{B. } S = \frac{a^2 (2^{100} - 1)}{2^{99}}.$$

$$\text{C. } S = \frac{a^2}{2^{100}}.$$

$$\text{D. } S = \frac{a^2 (2^{99} - 1)}{2^{98}}.$$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } S_1 = a^2; \quad S_2 = \frac{1}{2}a^2; \quad S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = a^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra } S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1 - q^{100}}{1 - q} = \frac{a^2 (2^{100} - 1)}{2^{99}}.$$

- Câu 257. [SGD-N.ĐỊNH-L1] [1D3-3]** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.
- A. $n = 2017$. B. $n = 2019$. C. $n = 2020$. D. $n = 2018$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^3 \\ u_3 = u_2 + 2^3 \Rightarrow u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 \\ \dots\dots\dots \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases}$$

Ta có

$$1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (1+2+3+\dots+n-1)^2 = \left(\frac{n(n-1)}{2}\right)^2$$

Ta lại có

$$u_n = 1 + \left(\frac{n(n-1)}{2}\right)^2$$

Suy ra

Theo giả thiết ta có

$$\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} \geq 2039190 \Leftrightarrow n(n-1) \geq 4078380 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 2020 \\ n \leq 2019 \end{cases} \text{ mà } n \text{ là số}$$

nguyên dương nhỏ nhất nên $n = 2020$.

- Câu 258. [THTT SỐ 7/18] [1D3-3]** Có hai cơ sở khoan giếng A và B. Cơ sở A giá mét khoan đầu tiên là 8000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 (đồng) so với giá của mét khoan ngay trước đó. Cơ sở B: Giá của mét khoan đầu tiên là 6000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% giá của mét khoan ngay trước đó. Một công ty giống cây trồng muốn thuê khoan hai giếng với độ sâu lần lượt là 20 (m) và 25 (m) để phục vụ sản xuất. Giả thiết chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau. Công ty ấy nên chọn cơ sở nào để tiết kiệm chi phí nhất?

A. luôn chọn A.

B. luôn chọn B.

C. giếng 20 (m) chọn A còn giếng 25 (m) chọn B.

D. giếng 20 (m) chọn B còn giếng 25 (m) chọn B.

Lời giải

Chọn D.

Cơ sở A giá mét khoan đầu tiên là 8000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 (đồng) so với giá của mét khoan ngay trước đó. Do đó theo tổng của một cấp số cộng ta có:

$$+ \text{ Nếu đào giếng } 20 \text{ (m) hết số tiền là } S_{20} = \frac{20}{2} [2.8000 + (20-1)500] = 255000 \text{ (đồng).}$$

$$+ \text{ Nếu đào giếng } 25 \text{ (m) hết số tiền là } S_{25} = \frac{25}{2} [2.8000 + (25-1)500] = 350000 \text{ (đồng).}$$

Cơ sở B giá của mét khoan đầu tiên là 6000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% giá của mét khoan ngay trước đó. Do đó theo tổng của một cấp số nhân ta có:

$$+ \text{ Nếu đào giếng } 20 \text{ (m) hết số tiền là } S'_{20} = 6000 \frac{1 - (1,07)^{20}}{1 - 1,07} \approx 245973 \text{ (đồng).}$$

$$+ \text{ Nếu đào giếng } 25 \text{ (m) hết số tiền là } S'_{25} = 6000 \frac{1 - (1,07)^{25}}{1 - 1,07} \approx 379494 \text{ (đồng).}$$

Ta thấy $S'_{20} < S_{20}$, $S'_{25} > S_{25}$ nên giếng 20 (m) chọn B còn giếng 25 (m) chọn A.

Câu 259. [PTNK-HCM-CS2-L2] [1D3-3] Trong tủ đồ chơi của bạn An có 5 con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.

A. $\frac{16}{31}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{15}{32}$.

D. $\frac{15}{31}$.

Lời giải

Chọn D.

Trường hợp 1: Bạn An chỉ lấy 1 con thú bông $\Rightarrow$ có 5 cách.

Trường hợp 2: Bạn An lấy 2 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^2 cách.

Trường hợp 3: Bạn An lấy 3 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.

Trường hợp 4: Bạn An lấy 4 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^4 cách.

Trường hợp 5: Bạn An lấy cả 5 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^5 cách.

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 5 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 31$.

Gọi A là biến cố: “trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt”

Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 15$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{31}$$

Vậy xác suất cần tìm là

Câu 260. [SGD G.LAI] [1D3-3] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = \sqrt{2}$ và $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ với mọi $n \geq 1$.

Tìm u_{2018} .

A. $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2017}}$.

B. $u_{2018} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{2019}}$.

C. $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2018}}$.

D. $u_{2018} = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$u_1 = \sqrt{2} = 2 \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cos \frac{\pi}{2^2}$$

$$u_2 = \sqrt{2 + \sqrt{2}} = 2 \cos \frac{\pi}{8} = 2 \cos \frac{\pi}{2^3}$$

$$\text{Dự đoán: } u_n = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}$$

Chứng minh theo quy nạp ta có.

$$u_1 = 2 \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}, \text{ công thức (1) đúng với } n=1.$$

Giả sử công thức (1) đúng với $n=k, k \geq 1$ ta có $u_k = 2 \cos \frac{\pi}{2^{k+1}}$.

$$\text{Ta có: } u_{k+1} = \sqrt{2+u_k} = \sqrt{2+2 \cos \frac{\pi}{2^{k+1}}} = \sqrt{2 \left(1 + \cos \frac{\pi}{2^{k+1}} \right)} = \sqrt{4 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2^{k+2}} \right)} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{k+2}}$$

(vì $0 < \frac{\pi}{2^{k+2}} < \frac{\pi}{2}$ với mọi $k \geq 1$).

Công thức (1) đúng với $n=k+1$.

$$\text{Vậy } u_n = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}, \forall n \in \mathbb{N}. \text{ Suy ra } u_{2018} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{2019}}.$$

Câu 261. [SGDBRVT-L1] [1D3-3] Ông Trung vay ngân hàng 800 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,5%/tháng. Mỗi tháng ông Trung phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu?

A. 118.000.000 đồng.

B. 126.066.666 đồng.

C. 122.000.000 đồng.

D. 135.500.000 đồng.

Lời giải

Chọn C.

Gọi số tiền gốc ban đầu là N và phần trăm lãi là r .

Tháng thứ nhất ông Trung phải trả số tiền lãi là $N.r$.

Tháng thứ hai ông Trung phải trả số tiền lãi là $\frac{59}{60}N.r$.

Tháng thứ ba ông Trung phải trả số tiền lãi là $\frac{58}{60}N.r$.

..

Tháng thứ sáu mươi ông Trung phải trả số tiền lãi là $\frac{1}{60}N.r$.

Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong suốt quá trình lãi là

$$Nr + \frac{59}{60}.Nr + \frac{58}{60}.Nr + \dots + \frac{1}{60}.Nr = \left(1 + \frac{59}{60} + \frac{58}{60} + \dots + \frac{1}{60} \right) Nr = \left(1 + \frac{60.(60+1)}{2.60} \right) Nr$$

$$= \frac{61}{2}.800.0,5\% = 122.000.000$$

Vậy tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là 122.000.000 đồng.

Câu 262. [CH. V.PHÚC-L1] [1D3-3] Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

A. 2250.

B. 2190.

C. 4380.

D. 1740.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{30}$ lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ... và dãy ghế số ba mươi. Ta có công thức truy hồi ta có $u_n = u_{n-1} + 4$ ($n = 2, 3, \dots, 30$).

Ký hiệu: $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30}$, theo công thức tổng các số hạng của một cấp số cộng với $u_1 = 15$,

$$d = 4 \text{ ta được: } S_{30} = \frac{30}{2}(2u_1 + (30 - 1)4) = 15(2.15 + 29.4) = 2190.$$

Câu 263. [L.T.TỔ-BNI-L1] [1D3-3] Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



A. 59.

B. 30.

C. 61.

D. 57.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: p dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d] \Leftrightarrow 900 = \frac{n}{2} [2.1 + (n - 1).2] \Leftrightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = 30.$$

$$\text{Vậy } u_{30} = 1 + 29 \cdot 2 = 59.$$

Cách 2: Áp dụng công thức $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$, suy ra $n = 30$.

$$\text{Vậy } 2n - 1 = 59.$$

Câu 264. [SGD HÀNỘI-L1] [1D3-3] Giá trị của tổng $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

A. $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$.

B. $\frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right)$.

C. $\frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018 \right)$.

D. $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Đặt $S = 4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ (tổng đó có 2018 số hạng). Ta có:

$$\frac{9}{4}S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9 = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{2018} - 1)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{9}{4}S = (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}) - 2018 = A - 2018.$$

Với $A = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$ là tổng 2018 số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu

$$u_1 = 10, \text{ công bội } q = 10 \text{ nên ta có } A = u_1 \frac{1 - q^{2018}}{1 - q} = 10 \frac{1 - 10^{2018}}{-9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}.$$

$$\text{Do đó } \frac{9}{4}S = \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \Leftrightarrow S = \frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right).$$

$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = 10u_n + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} + \frac{4}{9} = 10 \left(u_n + \frac{4}{9} \right) \end{cases}$$

Cách 2: Xét dãy số có

$$v_n = u_n + \frac{4}{9} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{40}{9} \\ v_{n+1} = 10v_n \end{cases} \Rightarrow v(n)$$

Đặt là cấp số nhân.

$$\text{Ta có: } S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{2018} = v_1 - \frac{4}{9} + v_2 - \frac{4}{9} + \dots + v_{2018} - \frac{4}{9} = v_1 + v_2 + \dots + v_{2018} - \frac{2018 \cdot 4}{9}$$

$$\text{Trong đó } S_{v(2018)} = \frac{1 - q^n}{1 - q} \cdot v_1 = \frac{1 - 10^{2018}}{1 - 10} \cdot \frac{40}{9} = \frac{40 \cdot (10^{2018} - 1)}{81}$$

$$S = \frac{40}{81} (10^{2018} - 1) - \frac{4}{9} \cdot 2018 = \frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right).$$

Vậy tổng là

- Câu 265. [L.NGÂN-BGI-L1] [1D3-4]** Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 2; u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số đã cho là biểu thức có dạng $a \cdot 2^n + bn + c$, với a, b, c là các số nguyên, $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$. Khi đó tổng $a + b + c$ có giá trị bằng
- A.** - 4. **B.** 4. **C.** - 3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Ta có $u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \Leftrightarrow u_n + 3n + 5 = 2[u_{n-1} + 3(n-1) + 5]$, với $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$.

Đặt $v_n = u_n + 3n + 5$, ta có $v_n = 2v_{n-1}$ với $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$.

Như vậy, (v_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$ và $v_1 = 10$, do đó $v_n = 10 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n$.

Do đó $u_n + 3n + 5 = 5 \cdot 2^n$, hay $u_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5$ với $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$.

Suy ra $a = 5, b = -3, c = -5$. Nên $a + b + c = 5 + (-3) + (-5) = -3$.

$$\begin{cases} u_1 = 2a + b + c = 2 \\ u_2 = 4a + 2b + c = 9 \\ u_3 = 8a + 3b + c = 20 \end{cases}$$

Cách 2: Theo giả thiết ta có:

Suy ra $a = 5, b = -3, c = -5$. Vậy $a + b + c = 5 + (-3) + (-5) = -3$.

- Câu 266. [K.MÔN-HDU-L1] [1D3-4]** Cho dãy số xác định bởi $u_1 = 1$,

$$u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2} \right); n \in \mathbb{N}^*.$$

. Khi đó u_{2018} bằng

A. $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$
 $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$

B. $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$
D. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$

C.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right) = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1} \right) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3} \left(u_n - \frac{1}{n+1} \right) \quad (1)$$

Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{n+1}$, từ (1) ta suy ra: $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$

Do đó (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, công bội $q = \frac{2}{3}$.

Suy ra: $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}$

Vậy $u_{2018} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{2017} + \frac{1}{2019} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$

Câu 267. [CH.T.PHÚ-HPO-L2] [1D3-4] Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 10.

Lời giải

Chọn C.

Số tiền anh A cần tiết kiệm là $500 - 500 \cdot 0,12 = 340$ (triệu).

Gọi số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là $u_1 = 10$ (triệu).

Thì số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ hai là

$$u_2 = u_1 \cdot (1 + 0,12) = u_1 \cdot 1,12 \quad (\text{triệu}).$$

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ ba là

$$u_3 = u_1 \cdot (1 + 0,12)^2 = u_1 \cdot (1,12)^2 \quad (\text{triệu}).$$

...

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ n là

$$u_n = u_1 \cdot (1 + 0,12)^{n-1} = u_1 \cdot (1,12)^{n-1} \quad (\text{triệu}).$$

Vậy số tiền mà anh A tiết kiệm được sau n năm là

$$12 \cdot (u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1}) = 12 \cdot (u_n - u_1) = 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1]$$

Cho $12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1] = 340 \Leftrightarrow (1,12)^{n-1} = \frac{23}{6} \Leftrightarrow n = \log_{1,12} \frac{23}{6} + 1 \Rightarrow n = 13$.

Vậy sau ít nhất 13 năm thì anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vn teach.com>