

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1

- Câu 1:** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(\log_5^2 x - \log_5 x^3 + 2)\sqrt{6561 - 3^x} \geq 0$ là
- A. 8. B. 5. C. 6. **!** D. 7.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x > 0 \\ 6561 - 3^x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq \log_3 6561 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 8.$$

Với điều kiện trên ta có:

$$(\log_5^2 x - \log_5 x^3 + 2)\sqrt{6561 - 3^x} \geq 0 \Leftrightarrow (\log_5^2 x - 3\log_5 x + 2)\sqrt{6561 - 3^x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 8 \\ (\log_5^2 x - 3\log_5 x + 2)\sqrt{6561 - 3^x} = 0 \\ (\log_5^2 x - 3\log_5 x + 2)\sqrt{6561 - 3^x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 8 \\ x = 8 \\ \log_5^2 x - 3\log_5 x + 2 = 0 \\ \begin{cases} 0 < x < 8 \\ \log_5^2 x - 3\log_5 x + 2 > 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 8 \\ x = 8 \\ \log_5 x = 1 \\ \log_5 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 8 \\ x = 8(tm) \\ x = 5(tm) \\ x = 25(ktm) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ 0 < x \leq 5 \\ \begin{cases} 0 < x < 8 \\ \log_5 x > 2 \\ \log_5 x < 1 \end{cases} \end{cases}$$

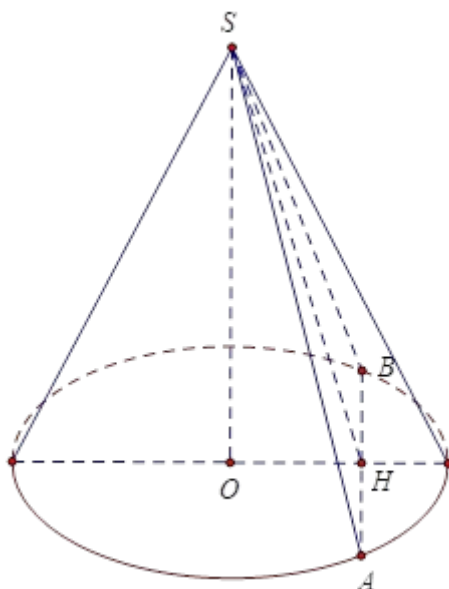
Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 8\} \Rightarrow$ có 6 số nguyên x thỏa mãn.

- Câu 2:** Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh S là tam giác đều có cạnh bằng 16 và tạo với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối nón đó bằng:

- A. $16\sqrt{7}\pi$. B. 448π **!** C. 1344π . D. $192\sqrt{7}\pi$.

Lời giải

Chọn B



Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình nón.

Giả sử thiết diện qua đỉnh S cắt mặt đáy theo một dây cung AB . Gọi H là trung điểm AB và O là tâm của đáy.

Ta có tam giác SAB đều cạnh là 16 $\Rightarrow SH = 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}, AH = 8$

Có góc giữa (SAB) và mặt đáy là $\angle SHO \Rightarrow \angle SHO = 60^\circ$

Xét $\triangle SHO$ vuông tại O có: $h = SO = SH \cdot \sin 60^\circ = 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12; OH = SH \cdot \cos 60^\circ = 4\sqrt{3}$

Xét $\triangle OHA$ vuông tại O có: $R = OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 8^2} = 4\sqrt{7}$

Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (4\sqrt{7})^2 \cdot 12 = 448\pi$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-4; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt trục Oy và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$

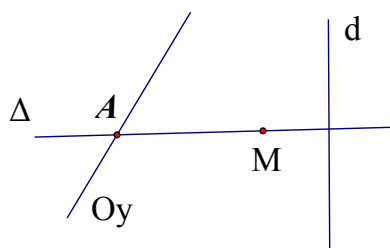
B. $\begin{cases} x = -4 + 4t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -4 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -4 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

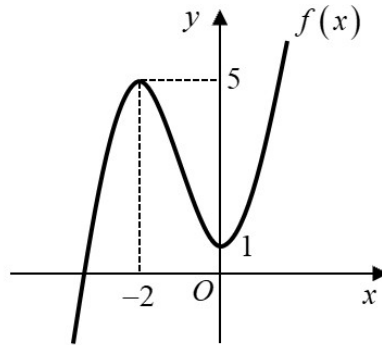


Đường thẳng d có vector chỉ phương là $u = (1; 1; 1)$.

Giả sử đường thẳng Δ cắt trục Oy tại $A(0; a; 0)$ suy ra $\overrightarrow{AM} = (-4; -2 - a; 3)$.
 $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{u} \Leftrightarrow a = -3 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-4; 1; 3)$.

Đường thẳng Δ qua điểm M và nhận $\overrightarrow{AM}$ làm VTCP có phương trình là
$$\begin{cases} x = -4 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x) - 3) = 0$ là

A. 6.

B. 3.

C. 5

D. 4.

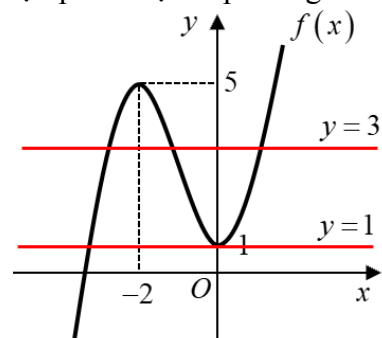
Lời giải

Chọn C

$$f'(f(x) - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 3 = -2 \\ f(x) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \quad (1) \\ f(x) = 3 \quad (2) \end{cases}$$

Ta có

Phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt và phương trình (2) có 3 nghiệm thực phân biệt.



Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thực phân biệt.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 4 = 0$ và

đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại M, N . Gọi $H(a; b; c)$ là trung điểm của MN . Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

A. $-\frac{10}{3}$.

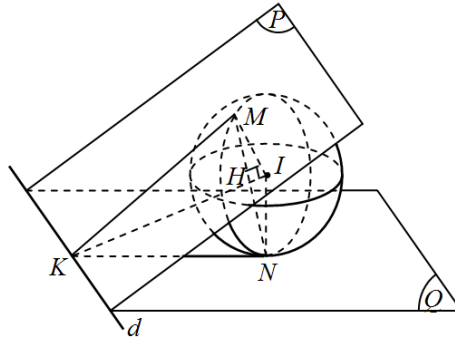
B. $-\frac{10}{3}$

C. $\frac{14}{3}$.

D. $-\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn B



(S) có tâm mặt cầu $I(1; 2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Gọi $K = d \cap (IMN)$.

Ta có $\begin{cases} d \perp IM \\ d \perp IN \end{cases} \Rightarrow d \perp (IMN) \Rightarrow d \perp IK$ nên K là hình chiếu vuông góc của I trên d.

Gọi $K(2t+2; -t; 4t) \in d$.

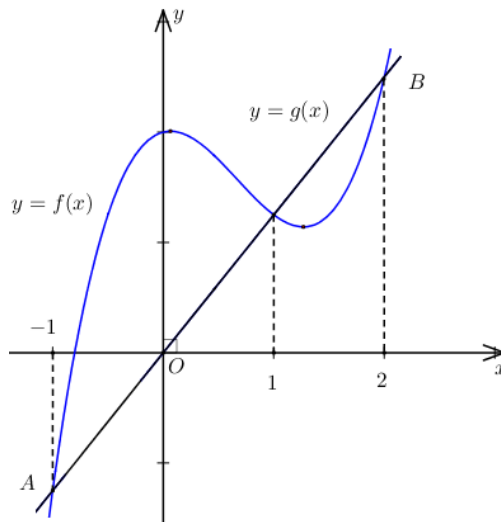
$$\overrightarrow{IK}(2t+1; -t-2; 4t-1), \overrightarrow{u_d} = (2; -1; 4)$$

$$\overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(2t+1) + (-t-2) + 4(4t-1) = 0 \Leftrightarrow 21t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow K(2; 0; 0)$$

$$\frac{IH}{IK} = \frac{IH \cdot IK}{IK^2} = \frac{R^2}{IK^2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{IK} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H - 1 = \frac{1}{3} \cdot 1 \\ y_H - 2 = \frac{1}{3} \cdot (-2) \\ z_H - 1 = \frac{1}{3} \cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \frac{4}{3} \\ y_H = \frac{4}{3} \\ z_H = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

$$\text{Vậy } a+b+c = \frac{10}{3}$$

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + \frac{1}{3}x + c$ và đường thẳng $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Biết $AB = 5$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = 1, x = 2$ bằng

$\frac{5}{12}$.

B. $\frac{13}{12}$.

C. $\frac{17}{12}$.

D. $\frac{19}{12}$.

A.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng AB qua $O(0;0)$ có dạng $y = mx, (m > 0)$

$$\Rightarrow A(-1; -m), B(2; 2m) \Rightarrow AB = (3; 3m) \Rightarrow |AB| = \sqrt{3^2 + (3m)^2} = 5 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3} \Rightarrow (AB): y = \frac{4}{3}x$$

Ta có $f(x) - g(x) = ax^3 + bx^2 + \frac{1}{3}x + c - \frac{4}{3}x = a(x-1)(x+1)(x-2) \Rightarrow a = 1$

Suy ra $f(x) = a(x-1)(x+1)(x-2) + g(x) = (x-1)(x+1)(x-2) + \frac{4}{3}x$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = 1, x = 2$ là

$$S = \int_1^2 \left((x-1)(x+1)(x-2) + \frac{4}{3}x \right) dx = \frac{19}{2}$$

Câu 7: Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 40i = i(z + \bar{z} - 1)^2$ và $\left| z - \frac{1}{2} + 3i \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = 3b - 8a$

$S = 19$.

B. $S = 23$.

C. $S = 7$.

D. $S = 11$.

A.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Ta có $4(z - \bar{z}) - 40i = i(z + \bar{z} - 1)^2 \Leftrightarrow 8b - 40 = (2a - 1)^2, (b \geq 5)$

$$\left| z - \frac{1}{2} + 3i \right| = \left| a + bi - \frac{1}{2} + 3i \right| = \left| \left(\frac{2a-1}{2} \right) + (b+3)i \right| = \sqrt{\left(\frac{2a-1}{2} \right)^2 + (b+3)^2} = \sqrt{b^2 + 8b - 1} \geq 8$$

$$b=5 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow S = 3.5 - 8 \cdot \frac{1}{2} = 11$$

Khi đó

- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 16x$ và $f(0) = 3$. Gọi k là số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = [f(x^2)]^2 + 1$. Tính giá trị biểu thức $T = -2k^2 + k - 5$.
- A.** $T = -33$ **B.** $T = -11$ **C.** $T = -20$ **D.** $T = -96$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} f'(x) = 4x^3 - 16x \\ f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$$

Số điểm cực của hàm số $g(x) = [f(x^2)]^2 + 1$ cũng bằng với số điểm cực trị của hàm số $h(x) = f^2(|x|) + 1$

Xét hàm số $u(x) = f^2(x) + 1 \Rightarrow u'(x) = 2f'(x)f(x)$

$$u'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 16x = 0 \\ x^4 - 8x^2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{4 - \sqrt{13}} \\ x = \pm\sqrt{4 + \sqrt{13}} \end{cases}$$

Ta có

$\Rightarrow u(x)$ có 3 điểm cực trị dương $\Rightarrow h(x) = f^2(|x|) + 1$ có 7 điểm cực trị hay

$g(x) = [f(x^2)]^2 + 1$ có 7 điểm cực trị

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ nên hàm số $g(x) = [f(x^2)]^2 + 1$ có 4 điểm cực tiểu

$$\Rightarrow k = 4 \Rightarrow T = -2k^2 + k - 5 = -33$$

- Câu 9:** Có bao nhiêu số nguyên $y \in [-2022; 2022]$ để bất phương trình $(3x)^{y + \frac{\log_3 x}{10}} \geq 3^{\frac{11}{10} \log_3 x}$ có nghiệm đúng với mọi số thực $x \in (1; 9)$.

- A.** 4044 **B.** 4026 **C.** 2022 **D.** 2023

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \log_3 x \Leftrightarrow x = 3^t \Rightarrow t \in (0; 2)$, khi đó:

$$(3x)^{y + \frac{\log_3 x}{10}} \geq 3^{\frac{11}{10} \log_3 x} \Leftrightarrow (3^{t+1})^{y + \frac{t}{10}} \geq 3^{\frac{11}{10}t}, \forall t \in (0; 2)$$

$$\text{Ta có } (3^{t+1})^{y + \frac{t}{10}} \geq 3^{\frac{11}{10}t} \Leftrightarrow (t+1)(10y+t) \geq 11t$$

$$t+1 > 0, \forall t \in (0;2) \Rightarrow (t+1)(10y+t) \geq 11t \Leftrightarrow 10y \geq \frac{11t}{t+1} - t, \forall t \in (0;2)$$

Do

$$\Rightarrow 10y \geq \frac{16}{3} \Leftrightarrow y \geq \frac{16}{30} \Rightarrow y \in \{1;2;...;2022\}$$

Câu 10: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m số hàm số $f(x) = |x^3 - 3x^2 + mx + 10|$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx + 10$, có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ thì bảng biến thiên của hàm số trong $y = f(x)$ khoảng $(-1;1)$ phải có hình dạng như sau:

x	-1	1
$f'(x)$	+	
$f(x)$		

x	-1	1
$f'(x)$	-	
$f(x)$		

Trường hợp 1: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và không âm trên $(-1;1)$ tức là

$$\begin{cases} f(-1) \geq 0 \\ f'(x) \geq 0, \forall x \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - m \geq 0 \\ m \geq 6x - 3x^2 \quad \forall x \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 6 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq m \leq 6.$$

Trường hợp 2: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ và không dương trên $(-1;1)$ tức là

$$\begin{cases} f(-1) \leq 0 \\ f'(x) \leq 0, \forall x \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - m \leq 0 \\ m \leq 6x - 3x^2 \quad \forall x \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ m \leq -9 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

Kết hợp với điều kiện ta được kết quả $m \in \{3, 4, 5, 6\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m .