|  |  |
| --- | --- |
| **UBND TỈNH BẮC NINH**  **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **NĂM HỌC 2020-2021**  **Môn thi: TOÁN 9**  **Thời gain làm bài : 150 phút (không kể giao đề)** |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho và Chứng minh rằng 
2. Cho biểu thức 
3. Rút gọn 
4. Tìm giá trị nhỏ nhất của khi 

**Câu 2. (2,0 điểm)** Cho phương trình là tham số)

1. Tìm để phương trình có hai nghiệm
2. Với giá trị nào của thì phương trình có hai nghiệm sao cho  **Câu 3. (4,0 điểm)**
3. Giải hệ phương trình 
4. Tìm các số tự nhiên sao cho 

**Câu 4. (2,0 điểm)** Cho ba số dương thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Câu 5. (6,0 điểm)** Cho tam giác vuông tại ngoại tiếp đường tròn tâm O. Gọi lần lượt là tiếp điểm của với các cạnh Đường thẳng BO cắt các đường thẳng lần lượt tại 

1. Tính số đo góc 
2. Giả sử là điểm di chuyển trên đoạn 
3. Khi gọi là giao điểm của và Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng
4. Gọi là giao điểm của đường thẳngvới cung nhỏ của lần lượt là hình chiếu của trên các đường thẳng . Xác định vị trí điểm để độ dài đoạn thẳng lớn nhất

**Câu 6. (2,0 điểm)**

1. Cho điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng nằm trong một hình lục giác đều có cạnh bằng 1. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có ít nhất một góc không lớn hơn 450 và nằm trong đường tròn có bán kính nhỏ hơn 
2. Tìm các số tự nhiên thỏa mãn và nhận giá trị nguyên.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

* 1. ĐKXĐ:

Từ   
Ta có: 



* 1. a) Điều kiện : 





Áp dụng AM-GM

Vậy 

**Câu 2.**

1. Phương trình có hai nghiệm thì 
2. Theo hệ thức Vi-et ta có : . Ta có :





Trường hợp 1:

Nếu cùng dấu thì 

Khi đó (thỏa mãn (\*))

Trường hợp 2:

Nếu trái dấu thì 

Khi đó 

Vậy 

**Câu 3.**

****

Điều kiện : . Ta có phương trình :



Dễ thấy vô nghiệm do . Thay vào (2) ta được :

. Từ (4) suy ra 

Xét thay vào phương trình (4) ta thấy không thỏa mãn

Xét phương trình (4) tương đương 

Đặt 

Phương trình (4) trở thành : 



Kết hợp điều kiện, hệ có hai nghiệm 

**Câu 3b**

Từ giả thiết ta có :



Vậy 

**Câu 4.**Ta có :



Tương tự ta có :



Từ (1), (2), (3), ta có :

Mà 

Nên 

Lại có 



Dấu xảy ra 

Vậy 

**Câu 5.**

****

**5.1)** Vì là các tiếp tuyến của (O) nên và 

Mà (vì thuộc đường tròn (O)) nên là trung trực của 

tại Kvuông tại K

Chỉ ra tứ giác là hình vuông 

Theo quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cho đường tròn (O), ta có :



vuông cân tại Khay 

**5.2 )**

****

**a)** Tứ giác là hình vuông là trung trực DE 

Có nên tam giác vuông cân tại A

hay 

là tứ giác nội tiếp 

Thấy là tứ giác nội tiếp (3)

Từ (2) và (3)điểm cùng nằm trên một đường tròn

Suy ra 

Mặt khác và hai góc này đồng vị nên 

Từ (1) và (4)thẳng hàng

**5.2b)** Vì nên là tứ giác nội tiếp

(vì cùng chắn cung 

Mặt khác, tứ giác nội tiếp (O) nên hay 

Từ (5) và (6) ta có : , tương tự ta có : 

Từ (7) và (8) suy ra : 

Theo quan hệ đường xiên – vuông góc ta có :

không đổi (do cố định)

Dấu bằng xảy ra khi thẳng hàng

Do vậy khi M là giao điểm của và BN với là điểm đối xứng với D qua O

**Câu 6.**

1. Chia lục giác đều cạnh bằng 1 thành 6 tam giác đều có cạnh bằng 1, có 19 điểm nằm trong lục giác đều nên theo nguyên lý Dirichlet có ít nhất một tam giác chứa 4 điểm trong 19 điểm đã cho. Dễ thấy 4 điểm này đều nằm trong đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh 1 có bán kính 

Trường hợp 1: Giả sử 4 điểm đó là tạo thành một tứ giác lồi (hình 3.1), suy ra có ít nhất một góc nhỏ hơn hoặc bằng giả sử đó là trong hai góc có ít nhất một góc nhỏ hơn hoặc băng Giả sử suy ra tam giác thỏa mãn một góc không lớn hơn 



Trường hợp 2: Giả sử 4 điểm đó tạo thành các hình 3.2 và 3.3

+)Nếu thì một trong hai góc có số đo không lớn hơn Giả sử suy ra tam giác thỏa mãn có một góc không lớn hơn 

+) Nếu thì trong hai góc có một góc không lớn hơn . Giả sử suy ra tam giác thỏa mãn có một góc không lớn hơn 

Như vậy từ các trường hợp trên, ta suy ra 

1. Ta có: 



Hơn nữa 

Nếu 

Vô lý vì Từ đó suy ra và . Ta có 4 trường hợp sau :

Trường hợp 1: ta có 

Do lẻ mà chẵn nên phương trình vô nghiệm

Trường hợp 2: ta có :





Trường hợp 3: ta có :



Trường hợp 4: ta có :



Phương trình vô nghiệm vì vế phải chia hết cho 3 mà vế trái không chia hết cho 3

Vậy thỏa mãn bài toán