

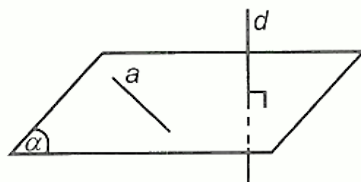
MỤC LỤC

	▶ BÀI 2. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC MẶT PHẪNG.....	2
2	 Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	
	 Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản	
4		
	•Dạng ❶: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.....	4
	•Dạng ❷: Liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.....	6
	•Dạng ❸: Phép chiếu vuông góc.....	9
	 Ⓒ. Dạng toán rèn luyện	
10		
	•Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	10
	•Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	31
	•Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	61

A. Tóm tắt kiến thức

1. Định nghĩa

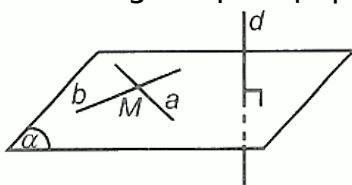
- Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a thuộc mặt phẳng (α) .
- Kí hiệu: $d \perp (\alpha)$ hay $(\alpha) \perp d$.



$$d \perp (\alpha) \Leftrightarrow d \perp a, \forall a \subset (\alpha)$$

Định lý 1

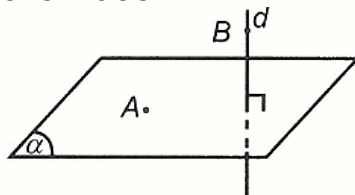
- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng khi và chỉ khi nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng ấy.



$$\begin{cases} d \perp a \\ d \perp b \\ a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \cap b = M \end{cases} \Rightarrow d \perp (\alpha).$$

Định lý 2

- Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

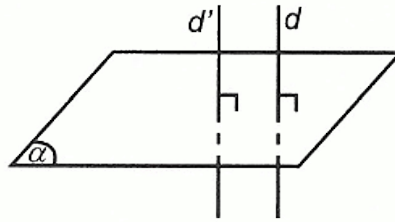


- Có duy nhất đường thẳng d đi qua B và vuông góc với (α) .
- Có duy nhất mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với d .

2. Liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng

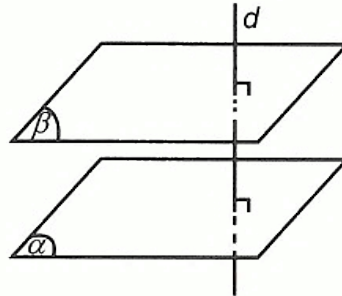
Định lý 3

- a) Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì vuông góc với đường thẳng kia
- b) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì



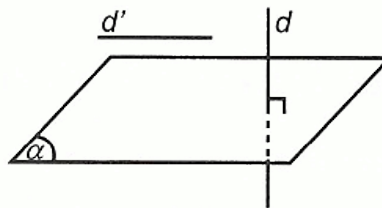
✎ Định lý 4

- ✓ a) Cho hai mặt phẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì vuông góc với mặt phẳng kia
- ✓ b) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.



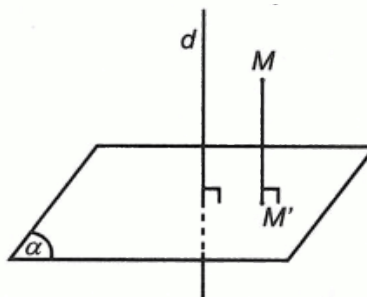
✎ Định lý 5

- ✓ a) Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Đường thẳng nào vuông góc với (α) thì cũng vuông góc với a .
- ✓ b) Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (α) (không chứa a) cùng vuông góc với một đường thẳng b thì chúng song song với nhau.



③. Phép chiếu vuông góc

- ✓ Cho đường thẳng $d \perp (\alpha)$. Phép chiếu song song theo phương d lên mặt phẳng (α) được gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (α)



- ✓ M' là hình chiếu của M lên (α) .

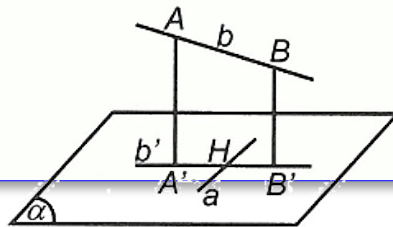
✍ **Chú ý:**

- ✓ Phép chiếu vuông góc lên một mặt phẳng là một trường hợp đặc biệt của phép chiếu song song nên có đầy đủ các tính chất của phép chiếu song song.
- ✓ Người ta còn dùng “ phép chiếu lên (P) ” thay cho “ phép chiếu vuông góc lên (P) ” và dùng (H') là hình chiếu của (H) trên (P) thay cho (H') là hình chiếu vuông góc của (H) trên (P)

4. Định lí ba đường vuông góc

✍ **Định lý 6**

- ✓ Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và b là đường thẳng không thuộc (α) đồng thời không vuông góc với (α) . Gọi b' là hình chiếu của b trên (α) .
- ✓ Khi đó $a \perp b \Leftrightarrow a \perp b'$.



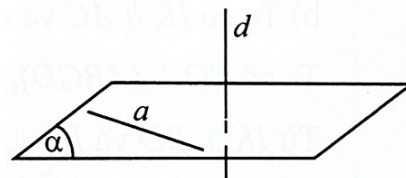
B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng 1: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

✍ **Phương pháp**

✍ **Định nghĩa**

- ✓ Đường thẳng d gọi là vuông góc với mặt phẳng (α) nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong (α) , kí hiệu $d \perp (\alpha)$.



Hình 2

✍ **Định lý 1**

- ✓ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) thì $d \perp (\alpha)$.

✍ **Định lý 2**

- ✓ Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng cho trước. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho biết cột của trụ gôn của một sân bóng đá là đường thẳng d vuông góc với mặt sân (Hình 3). Tìm góc giữa d và một đường thẳng a kẻ trên sân.

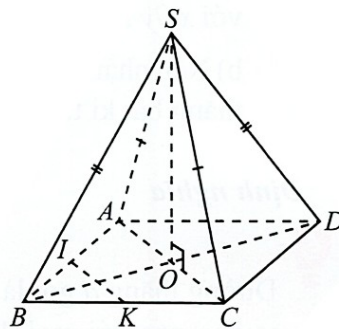
Lời giải

Do đường thẳng d vuông góc với mặt sân nên suy ra d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trên mặt sân. Vậy ta có góc giữa d và a bằng 90° .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $ABCD$ tâm O và có $SA = SC, SB = SD$. Cho I, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Chứng minh rằng:

- $SO \perp (ABCD)$;
- $IK \perp (SBD)$.

Lời giải



Hình 5

a) Ta có $ABCD$ là hình thoi, suy ra AC, BD vuông góc với nhau và có cùng trung điểm O .

Tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$. Tương tự, ta có $SO \perp BD$. Do SO vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau AC và BD trong $(ABCD)$, suy ra $SO \perp (ABCD)$.

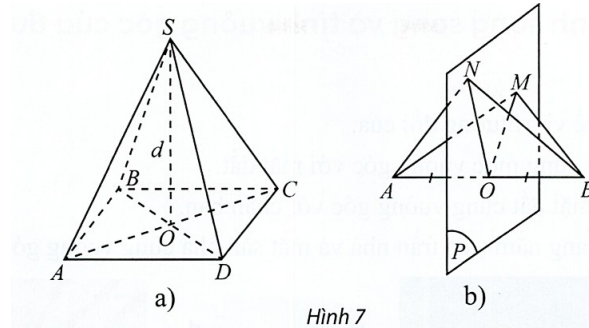
b) Ta có $IK \parallel AC$ và $AC \perp BD$, do đó $IK \perp BD$.

Ta có $SO \perp (ABCD)$, do đó $SO \perp IK$.

Từ $IK \perp BD$ và $IK \perp SO$ suy ra $IK \perp (SBD)$.

Câu 3: a) Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O (Hình 7a). Gọi d là đường thẳng đi qua S và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Chứng minh d đi qua O .

b) Cho đoạn thẳng AB có O là trung điểm. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O và vuông góc với AB ; M, N là hai điểm cách đều hai đầu của đoạn thẳng AB sao cho M, N, O không thẳng hàng (Hình 7b). Chứng minh M và N thuộc mặt phẳng (P) .



Lời giải

a) Ta có: $SA = SC$ suy ra $SO \perp AC$; $SB = SD$ suy ra $SO \perp BD$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Theo giả thiết, ta có đường thẳng d đi qua S và vuông góc với $(ABCD)$. Do qua điểm S chỉ có duy nhất một đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ nên d phải trùng với đường thẳng SO , suy ra d đi qua O .

b) Ta có: $MA = MB$ suy ra $OM \perp AB$; $NA = NB$ suy ra $ON \perp AB$. Suy ra $AB \perp (OMN)$.

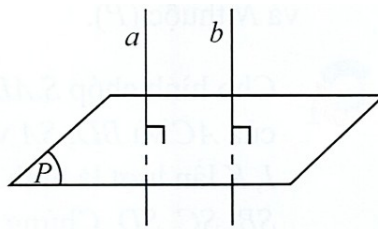
Theo giả thiết, ta có (P) là mặt phẳng đi qua O và vuông góc với AB . Do qua điểm O chỉ có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với AB nên (P) phải trùng với (OMN) , suy ra M và N thuộc (P) .

•Dạng 2: Liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng

✍ Phương pháp

✍ Định lý 3

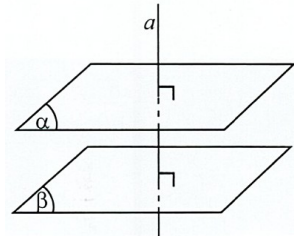
- ✓ Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
- ✓ Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.



Hình 11

✍ Định lý 4

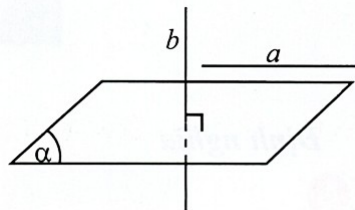
- ✓ Cho hai mặt phẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
- ✓ Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.



Hình 13

✍ Định lý 5

- ✓ Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Đường thẳng nào vuông góc với (α) thì cũng vuông góc với a .
- ✓ Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (α) (không chứa a) cùng vuông góc với một đường thẳng b thì chúng song song với nhau.



Hình 16

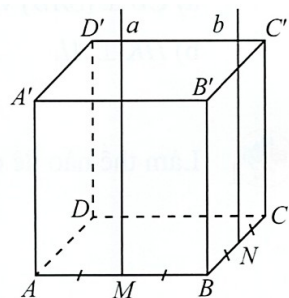
📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AA' \perp (ABCD)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC .

a) Qua M vẽ đường thẳng a song song với AA' . Chứng minh $a \perp (ABCD)$.

b) Qua N vẽ đường thẳng b vuông góc với $(ABCD)$. Chứng minh $b \parallel AA'$.

Lời giải



Hình 12

a) Theo đề bài ta có $a \parallel AA'$ và $AA' \perp (ABCD)$, suy ra $a \perp (ABCD)$.

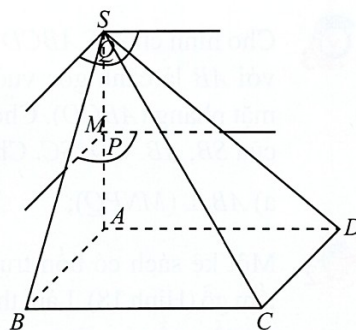
b) Theo đề bài ta có $b \perp (ABCD)$ và $AA' \perp (ABCD)$, suy ra $b \parallel AA'$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$.

a) Vẽ mặt phẳng (Q) đi qua S và song song với mặt phẳng $(ABCD)$. Chứng minh $SA \perp (Q)$.

b) Cho M là trung điểm của SA . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $(ABCD)$. Chứng minh $SA \perp (P)$.

Lời giải



Hình 14

a) Ta có $SA \perp (ABCD)$ (1) và $(Q) \parallel (ABCD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SA \perp (Q)$.

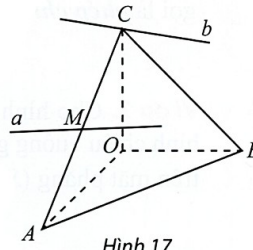
b) Ta có $(P) \parallel (ABCD)$ (3). Từ (1) và (3) suy ra $SA \perp (P)$.

Câu 3: Cho ba đoạn thẳng OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau.

a) Cho M là trung điểm của CA và a là đường thẳng tùy ý đi qua M và song song với mặt phẳng (OAB) . Chứng minh $a \perp OC$.

b) Gọi b là một đường thẳng tùy ý đi qua C và b vuông góc với OC . Chứng minh $b \parallel (OAB)$.

Lời giải



Hình 17

a) Ta có $OC \perp OA$ và $OC \perp OB$, suy ra $OC \perp (OAB)$. (1)

Ta có $a \parallel (OAB)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a \perp OC$.

b) Ta có $b \perp OC$. (3)

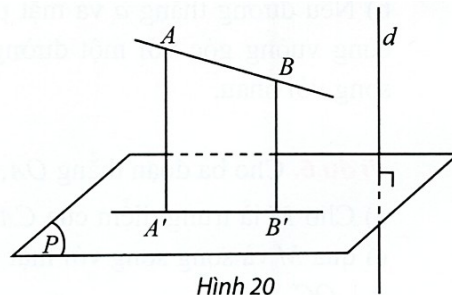
Từ (1) và (3), suy ra $b \parallel (OAB)$.

•Dạng ③: Phép chiếu vuông góc

✍ **Phương pháp**

✍ **Định nghĩa**

- ✓ Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng d vuông góc với (P) . Phép chiếu song song theo phương của d lên mặt phẳng (P) được gọi là phép chiếu vuông góc lên (P) .



Hình 20

✍ **Định lý ba đường vuông góc**

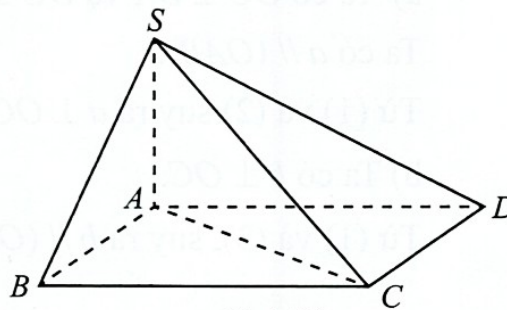
✍ **Định lý 6**

- ✓ Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và b là đường thẳng không nằm trong (P) và không vuông góc với (P) . Gọi b' là hình chiếu vuông góc của b trên (P) . Khi đó a vuông góc với b khi và chỉ khi a vuông góc với b' .

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ và $SA \perp (ABCD)$. Tìm hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ và hình chiếu vuông góc của điểm D trên mặt phẳng (SAB) .

Lời giải



Hình 21

Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$.

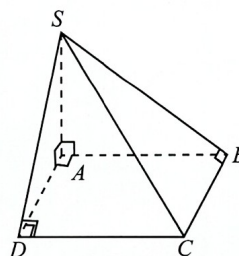
Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra $SA \perp AD$. (1)

Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật, suy ra $AB \perp AD$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $AD \perp (SAB)$, suy ra A là hình chiếu vuông góc của điểm D trên (SAB) .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ và có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Chứng minh $CD \perp SD$ và $CB \perp SB$.

Lời giải



Hình 23

Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra DA là hình chiếu vuông góc của DS trên $(ABCD)$ và BA là hình chiếu vuông góc của BS trên $(ABCD)$. Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $CD \perp DA$, suy ra theo định lý ba đường vuông góc ta có $CD \perp SD$.

Tương tự ta cũng có $CB \perp AB$, suy ra theo định lý ba đường vuông góc ta có $CB \perp SB$.

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.

B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.

C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.

D. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

Lời giải

Nếu $a \perp (P)$ và $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.

Câu 2: Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

A. Vô số.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Theo tính chất 1 SGK Hình học 11 trang 100.

Câu 3: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) thì d vuông góc với hai đường thẳng trong mặt phẳng (α) .

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với mặt phẳng (α) .

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với bất kỳ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) .

D. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a \parallel (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Lời giải

Khẳng định **B sai** vì: đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) mà hai đường thẳng đó song song thì d không vuông góc với mặt phẳng (α) .

Câu 4: Trong không gian, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 5: Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A.** Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Q) .
- B.** Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song với đường thẳng b .
- C.** Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song hoặc trùng với đường thẳng b .
- D.** Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

Lời giải

Phát biểu D đúng theo định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

Câu 6: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

- A.** Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- B.** Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.
- C.** Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.
- D.** Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

Lời giải

Hiển nhiên **B** đúng.

Có vô số mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng cho trước. Do đó, **A** sai.

Nếu hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau và cắt nhau thì mặt phẳng chứa cả a và b không thể vuông góc với b . Do đó, **C** sai.

Qua một đường thẳng có vô số mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác. Do đó, **D** sai.

Câu 7: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng?

- A.** Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. **B.** Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$. **D.** Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Lời giải

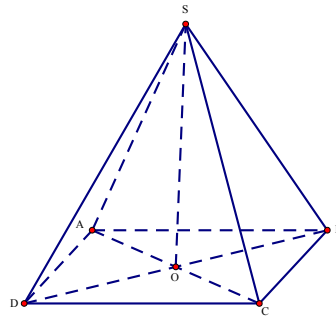
Chọn B

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SA \perp (ABCD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$. **C.** $SC \perp (ABCD)$. **D.** $SB \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có O là trung điểm của AC, BD

Mà $SA = SC, SB = SD \Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD$

$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

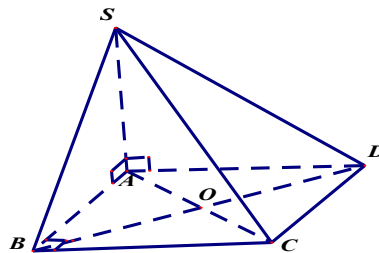
Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$.

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $CD \perp (SBC)$. **B.** $SA \perp (ABC)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết, ta có : $SA \perp (ABC) \Rightarrow$ B đúng.

Ta có : $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow$ C đúng.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow$ D đúng.

Do đó: A sai. Chọn **A**

Nhận xét: Ta có cũng có thể giải như sau:

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

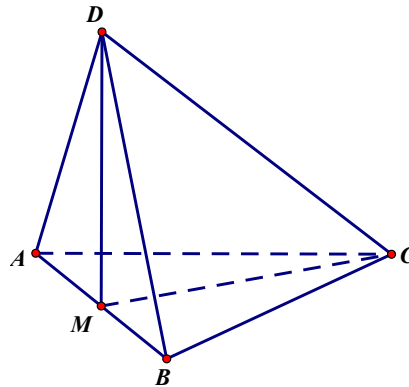
Mà (SCD) và (SAD) không song song hay

Trùng nhau nên $CD \perp (SCD)$ là sai. Chọn **A**

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $CM \perp (ABD)$. **B.** $AB \perp (MCD)$.
C. $AB \perp (BCD)$. **D.** $DM \perp (ABC)$.

Lời giải

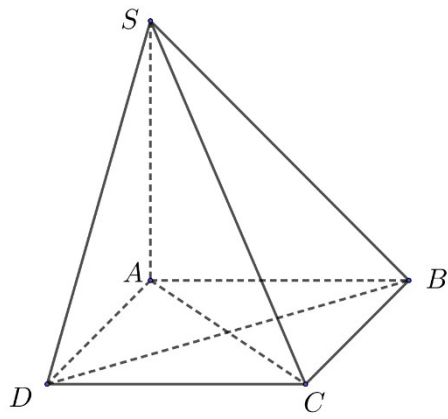


$$\begin{cases} CM \perp AB \\ DM \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CDM)$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $BC \perp (SAB)$. **B.** $AC \perp (SBD)$. **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $CD \perp (SAD)$.

Lời giải



Ta có:

$$+ \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$+ \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

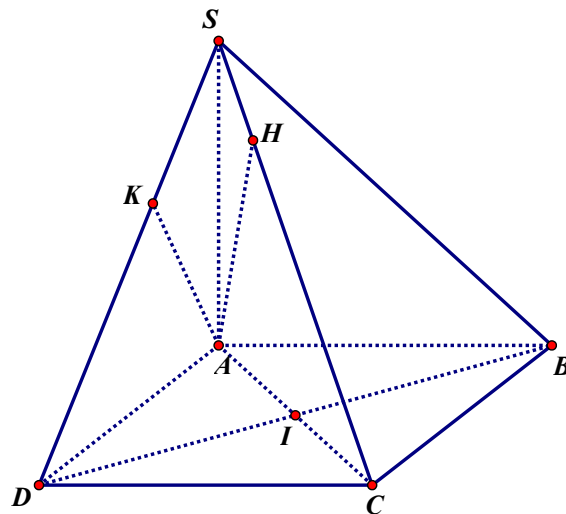
$$+ \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Suy ra: đáp án B sai.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $AH \perp (SCD)$ **B.** $BD \perp (SAC)$ **C.** $AK \perp (SCD)$ **D.** $BC \perp (SAC)$

Lời giải



Có $\left. \begin{matrix} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{matrix} \right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$

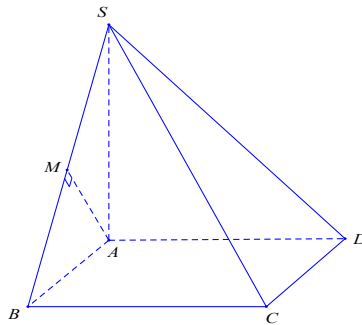
$$\text{Có } \left. \begin{array}{l} AK \perp SD \\ AK \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow AK \perp (SCD)$$

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu của A trên SB . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AM \perp SD$. B. $AM \perp (SCD)$. C. $AM \perp CD$. D. $AM \perp (SBC)$.

Lời giải

Chọn D



Do $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông nên $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB) \end{cases}$.

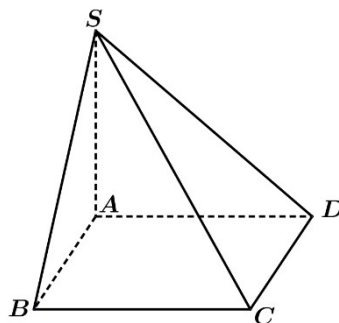
$$\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ AM \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow AM \perp BC \quad ; \quad \begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC)$$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $BA \perp (SAD)$. B. $BA \perp (SAC)$. C. $BA \perp (SBC)$. D. $BA \perp (SCD)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$BA \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD) \text{)}$$

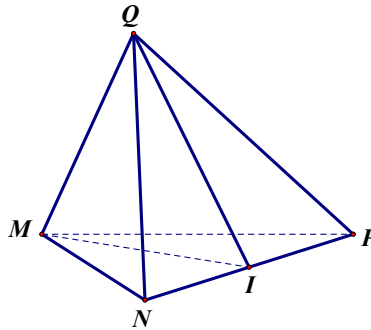
$$BA \perp AD \text{ (do } ABCD \text{ là hình vuông)}$$

$$\Rightarrow BA \perp (SAD)$$

- Câu 15:** Cho tứ diện $MNPQ$ có hai tam giác MNP và QNP là hai tam giác cân lần lượt tại M và Q . Góc giữa hai đường thẳng MQ và NP bằng
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

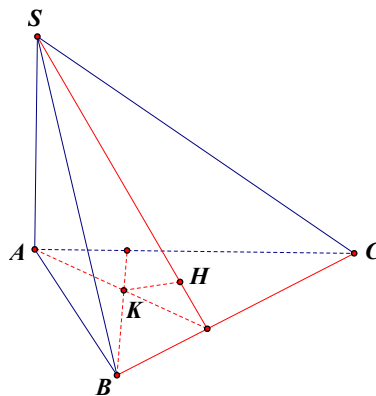
Chọn D



Gọi I là trung điểm của NP , ta có: $\left. \begin{array}{l} NP \wedge MI \\ NP \wedge QI \end{array} \right\} \Rightarrow NP \wedge (QIM) \Rightarrow NP \wedge QM$.

- Câu 16:** Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC . Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?
- A. $BC \perp (SAH)$. B. $HK \perp (SBC)$.
C. $BC \perp (SAB)$. D. SH, AK và BC đồng quy.

Lời giải



Cách 1:

Ta có $\left\{ \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp SH \end{array} \right. \Rightarrow BC \perp (SAH)$ nên A đúng suy ra C sai vì mặt phẳng (SAH) và mặt phẳng (SAB) là hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với BC suy ra $(SAH) \parallel (SAB)$. Điều này không thể vì hai mặt phẳng này có SA chung.

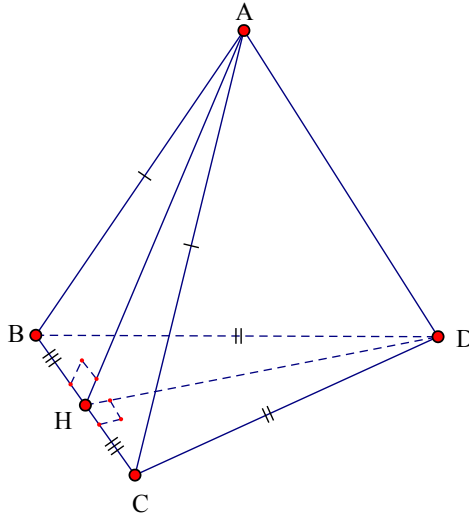
Cách 2:

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp BA$ nên tam giác ABC vuông tại B , điều này giả thiết không cho suy ra C sai.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=2, DB=DC=3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC \perp AD$. B. $AC \perp BD$. C. $AB \perp (BCD)$. D. $DC \perp (ABC)$.

Lời giải



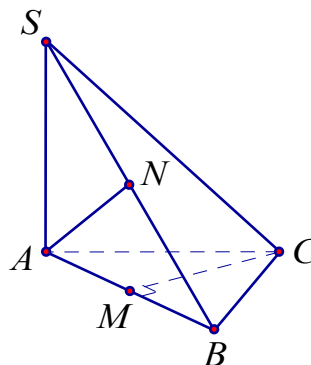
Theo đề bài ta có: $\triangle ABC, \triangle DBC$ lần lượt cân tại A, D . Gọi H là trung điểm của BC .

$$\Rightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ DH \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AD \subset (ADH) \\ BC \perp (ADH) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AD.$$

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- A. $CM \perp SB$. B. $CM \perp AN$. C. $MN \perp MC$. D. $AN \perp BC$.

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp SA \\ SA, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAB) \Rightarrow CM \perp SB$$

$$\text{Mà } AN \subset (SAB) \Rightarrow CM \perp AN$$

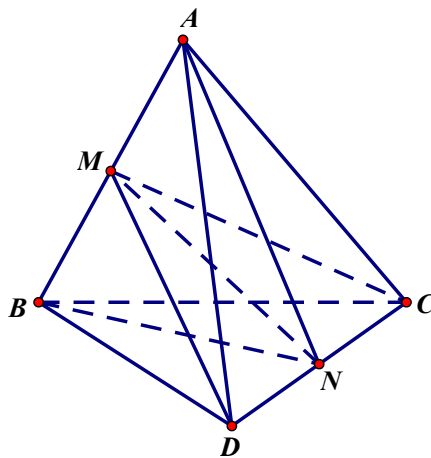
$$\text{Mặt khác } \begin{cases} MN \parallel SA \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow MN \perp (ABC)$$

$$\text{Vì } \begin{cases} MN \subset (SAB) \\ CM \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow MN \perp CM$$

Câu 19: Cho tứ diện đều $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $MN \perp AB$. **B.** $MN \perp BD$. **C.** $MN \perp CD$. **D.** $AB \perp CD$.

Lời giải



- $\triangle NAB$ cân tại N nên $MN \perp AB$.
- $\triangle MCD$ cân tại M nên $MN \perp CD$.
- $CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp AB$.
- Giả sử $MN \perp BD$

mà $MN \perp AB$. Suy ra $MN \perp (ABD)$ (Vô lí vì $ABCD$ là tứ diện đều)

Vậy phương án B sai.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng 2, cạnh bên SA bằng 3 và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh bên SB và N là hình chiếu vuông góc của A trên SO . Mệnh đề nào sau đây đúng?

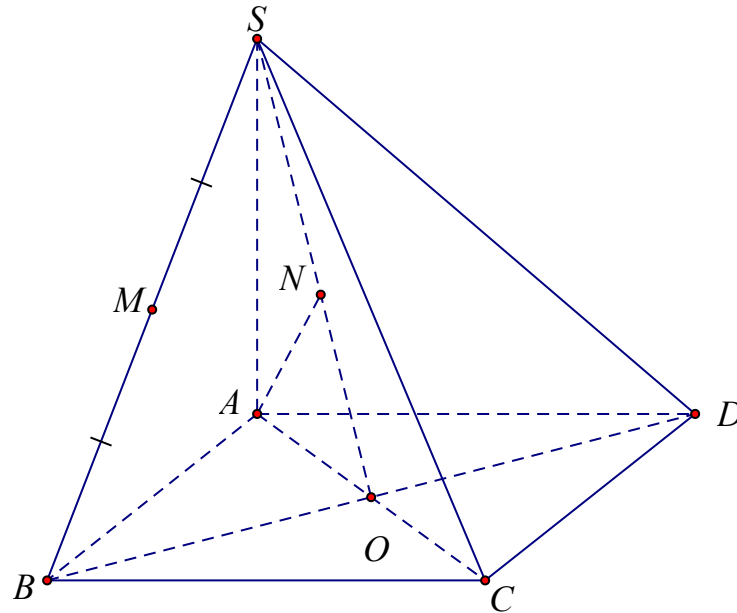
A. $AC \perp (SDO)$.

B. $AM \perp (SDO)$.

C. $SA \perp (SDO)$.

D. $AN \perp (SDO)$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \supset AN \Rightarrow AN \perp BC$.

Theo giả thiết: $AN \perp SO$.

Vậy $AN \perp (SDO)$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Hãy chọn khẳng định **đúng**.

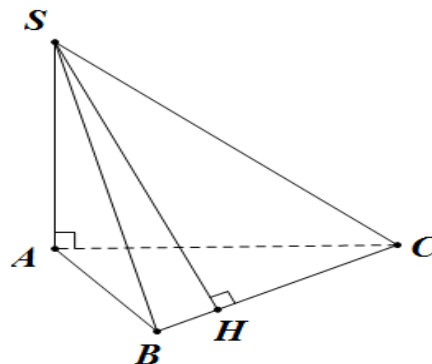
A. $BC \perp SC$.

B. $BC \perp AH$.

C. $BC \perp AB$.

D. $BC \perp AC$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$.

Câu 22: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

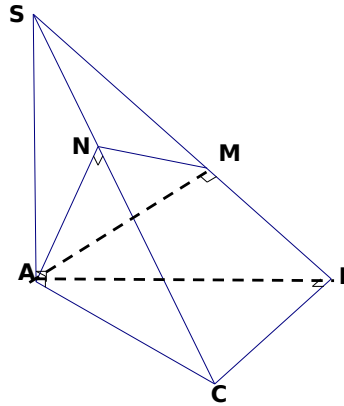
A. $AM \perp SC$.

B. $AM \perp MN$.

C. $AN \perp SB$.

D. $SA \perp BC$.

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$, $AM \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

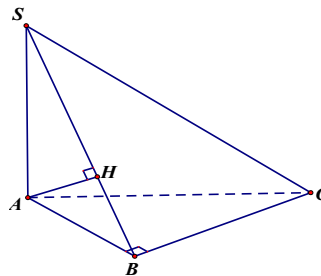
Vậy $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC \Rightarrow$ Đáp án $AM \perp SC$ đúng.

Vì $\begin{cases} AM \perp (SBC) \\ MN \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AM \perp MN \Rightarrow$ Đáp án $AM \perp MN$ đúng.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow$ Đáp án $SA \perp BC$ đúng.

Vậy $AN \perp SB$ sai.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ tam giác ABC vuông tại B cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Mệnh đề nào sau đây **SAI**?



A. Các mặt bên của hình chóp các tam giác vuông

B. $\triangle SBC$ vuông.

C. $AH \perp SC$

D. Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là góc SCB

Lời giải

Chọn D

Ta có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) .

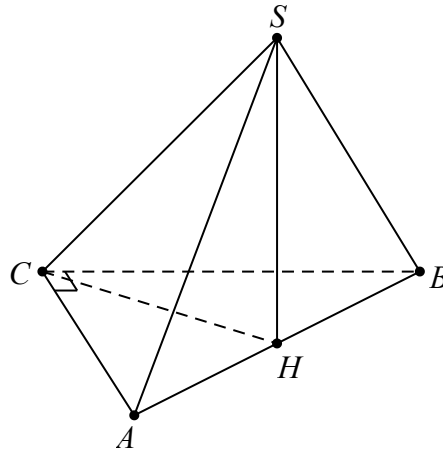
Nên hình chiếu của SC trên mặt phẳng đáy (ABC) là AC

Vậy góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là góc $\angle SCA$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc S lên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** H là trung điểm của cạnh AB . **B.** H là trọng tâm tam giác ABC .
C. H là trực tâm tam giác ABC . **D.** H là trung điểm của cạnh AC .

Lời giải



Do $SA = SB = SC$ nên hình chiếu vuông góc của điểm S trên (ABC) trùng với tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mặt khác tam giác ABC vuông tại C nên H là trung điểm của AB .

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O ; Gọi I là trung điểm của SC ; Xét các khẳng định sau:

$OI \perp (ABCD)$.

$BD \perp SC$.

(SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD .

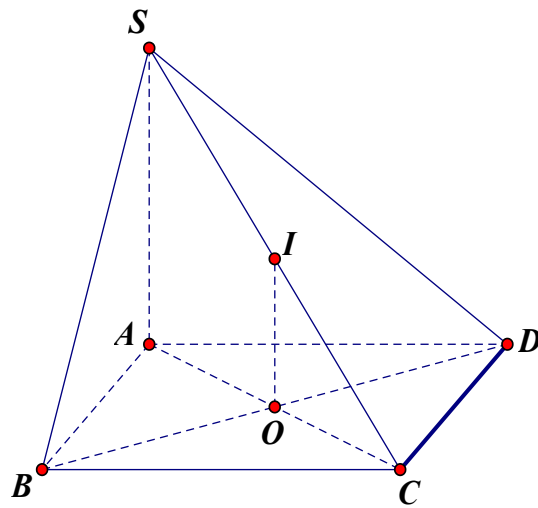
$SB = SC = SD$.

Trong bốn khẳng định trên, số khẳng định **sai** là

- A.** 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



OI là đường trung bình trong tam giác SAC nên Xét khẳng định 1, Ta có:

$OI \parallel SA$, mà $SA \perp (ABCD)$ suy ra $OI \perp (ABCD)$. Khẳng định 1 đúng.

Xét khẳng định 2, Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$. Khẳng định 2 đúng.

Xét khẳng định 3, Ta có: $\begin{cases} BD \cap (SAC) = O \\ BD \perp (SAC) \end{cases}$, O là trung điểm của BD . Khẳng định 3 đúng.

Xét khẳng định 4, Ta có: $\begin{cases} SB^2 = SA^2 + AB^2 \\ SC^2 = SA^2 + AC^2 \\ SD^2 = SA^2 + AD^2 \\ AB \neq AC \end{cases} \Rightarrow SB = SD \neq SC$. Khẳng định 4 sai.

Vậy trong các khẳng định trên số khẳng định sai là 1.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều với cạnh a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. M là một điểm khác B và ở trên SB sao

cho AM vuông góc với MD . Khi đó, tỉ số $\frac{SM}{SB}$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

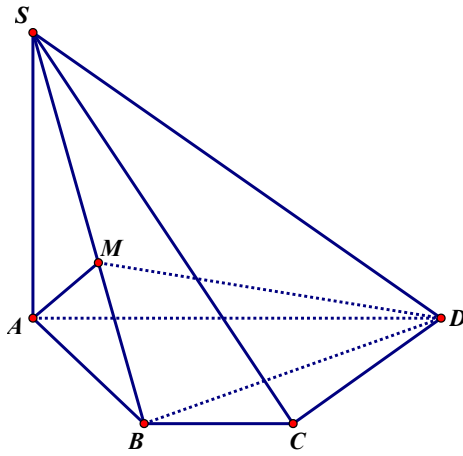
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Áp dụng tính chất nửa lục giác đều, ta có $BD \perp AB$.

Mặt khác, $BD \perp SA$. Suy ra $BD \perp (SAB)$, ta được $BD \perp AM$.

Kết hợp $AM \perp MD$, ta được $AM \perp (SBD)$. Suy ra $AM \perp SB$.

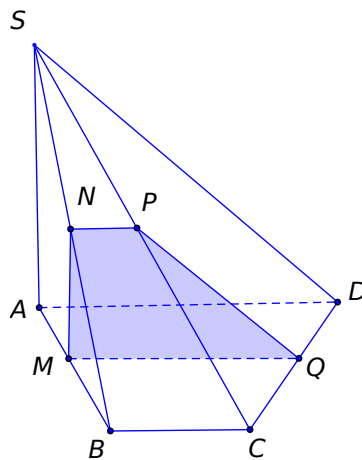
$$\text{Khi đó } \frac{SM}{SB} = \frac{SM \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{3a^2}{4a^2} = \frac{3}{4}.$$

O trên mặt phẳng (ABC) .

$AH \perp BC$ nên H là trực tâm của tam giác ABC .

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . SA vuông góc với đáy, M là một điểm trên cạnh AB . Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với SA, AD . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) là
A. Hình bình hành. **B.** Hình vuông. **C.** Hình thang vuông. **D.** Hình chữ nhật.

Lời giải



Do $(P) \parallel SA$ và $M \in (SAB) \cap (P)$ nên $(P) \cap (SAB) = MN$ (với $N \in SB; MN \parallel SA$).

Do $(P) \parallel AD$ và $M \in (ABCD) \cap (P)$ nên $(P) \cap (ABCD) = MQ$ (với $Q \in BC; MQ \parallel AD$).

Do $(P) \parallel AD$ và $N \in (SBC) \cap (P)$ nên $(P) \cap (SBC) = NP$ (với $P \in SC; NP \parallel AD \parallel BC$).

Vậy thiết diện là hình thang vuông $MNPQ$.

Câu 32: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $AA' = 3a$. Mặt phẳng qua A vuông góc với $A'C$ cắt các cạnh BB', CC', DD' lần lượt tại I, J, K . Tính diện tích thiết diện $AIJK$

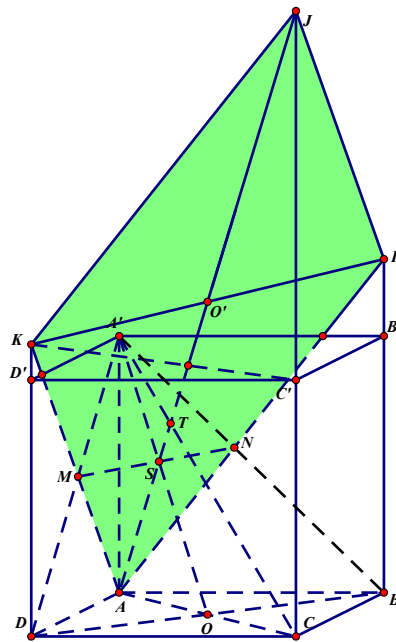
A. $\frac{2a^2\sqrt{11}}{3}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{11}}{3}$.

D. $\frac{3a^2\sqrt{11}}{2}$.

Lời giải



Dựng $AM \perp A'D$ ta có $AM \perp (A'DC) \Rightarrow AM \perp A'C$,

Tương tự, dựng $AN \perp A'B$ ta có $AN \perp (A'BC) \Rightarrow AN \perp A'C$.

Vậy mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là mặt phẳng (AMN) .

Kéo dài $AM \cap DD' = \{K\}$, $AN \cap BB' = \{I\}$, và $AS \cap CC' = \{J\}$ với $\{S\} = MN \cap A'C$.

Thiết diện $AIJK$ là thiết diện cần tìm.

Dễ thấy $ABCD$ là hình chiếu vuông góc của $AIJK$ lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có $S_{ABCD} = S_{AIJK} \cdot \cos((ABCD), (AIJK))$.

Dễ thấy góc giữa hai mặt $(AIJK)$ và $(ABCD)$ là góc giữa hai đường $A'A$ & $A'C$ và là góc

$$\angle A'AC.$$

Xét tam giác vuông $A'AC$ ($\angle A = 90^\circ$) có $\cos \angle A'AC = \frac{A'A}{A'C} = \frac{3a}{a\sqrt{11}} = \frac{3}{\sqrt{11}}.$

$$\text{Vậy } S_{AIJK} = \frac{S_{ABCD}}{\cos((ABCD), (AIJK))} \Rightarrow S_{AIJK} = \frac{a^2\sqrt{11}}{3}.$$

Câu 33: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$, các mặt bên là các tam giác vuông cân tại S . Gọi G là trọng tâm của ΔABC , (α) là mặt phẳng qua G vuông góc với SC . Diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) bằng

A. $\frac{4}{9}a^2$.

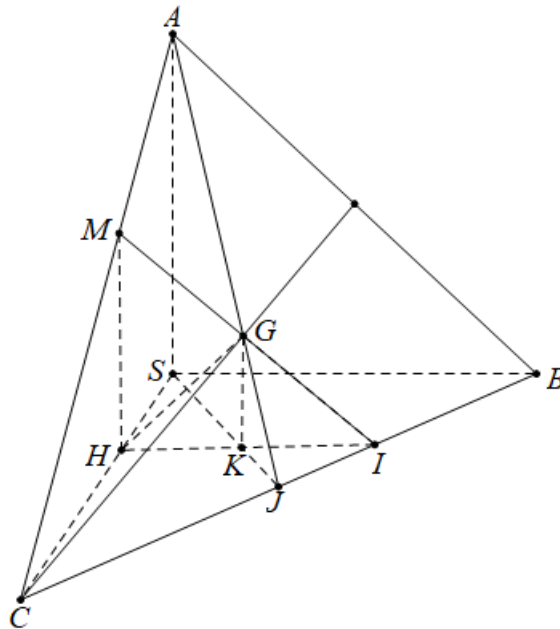
B. $\frac{2}{3}a^2$.

C. $\frac{4}{3}a^2$.

D. $\frac{2}{9}a^2$.

Lời giải

Chọn A



Xét ΔSBC vuông cân tại S , $BC = 2a$ ta có:

$$SB^2 + SC^2 = BC^2 \Leftrightarrow 2SB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow SB^2 = 2a^2 \Rightarrow SB = a\sqrt{2} = SA = SC.$$

Gọi J là trung điểm của BC , trong (SJA) kẻ $GK \parallel SA$ cắt SJ tại K .

Trong (SBC) kẻ đường thẳng qua K song song với SB cắt SC và CB lần lượt tại H và I .

Trong (SAC) kẻ $HM \parallel SA$ cắt SC tại M .

Do các mặt bên của hình chóp $S.ABC$ là các tam giác vuông tại S nên ta có:

$$\begin{cases} SA \perp SC \\ SA \perp SB \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \quad \text{mà } GK \parallel SA \Rightarrow GK \perp (SBC) \Rightarrow GK \perp SC \quad (1).$$

Do $\begin{cases} SB \perp SC \\ IH // SB \end{cases} \Rightarrow IH \perp SC$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (HMI)$. Vậy thiết diện là ΔHMI .

Ta có: $KG // SA; KJ // SB$ và do G là trọng tâm ΔABC nên

$$\frac{JG}{JA} = \frac{JK}{JS} = \frac{JI}{JB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{CI}{CB} = \frac{2}{3}.$$

Mặt khác: $HI // SB; HM // SA$ nên ta có:

$$\frac{2}{3} = \frac{CI}{CB} = \frac{HI}{SB} \Rightarrow HI = \frac{2}{3}SB = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{CI}{CB} = \frac{CH}{CS} = \frac{HM}{SA} \Rightarrow HM = \frac{2}{3}SA = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Do $SB \perp (SAC); HI // SB \Rightarrow HI \perp (SAC) \Rightarrow HI \perp MH \Rightarrow \Delta HMI$ vuông tại H .

Diện tích ΔHIM là:
$$S_{\Delta HIM} = \frac{1}{2}HM.HI = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2\sqrt{2}a}{3} \right)^2 = \frac{4a^2}{9}.$$

Câu 34: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng $(A'C'M)$ là

A. $\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$.

B. $\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$.

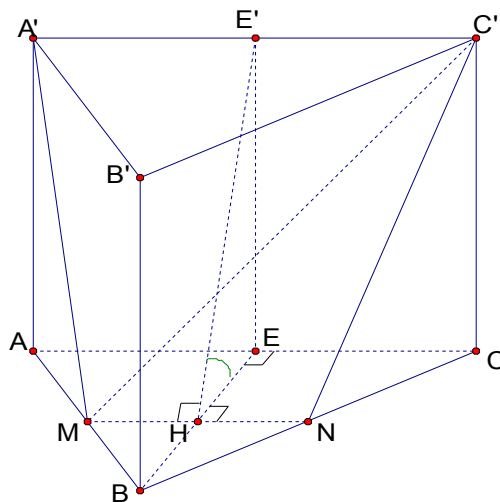
C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$.

D. $\frac{9}{8}a^2$.

Lời giải

Chọn B

Hình vẽ minh họa



Gọi N là trung điểm BC . Kẻ $MN // AC \Rightarrow MN // A'C'$

Mặt phẳng $(A'C'M)$ cắt lăng trụ theo thiết diện là hình thang $A'C'NM$.

Gọi E, E' lần lượt là trung điểm AC và $A'C'$. Gọi H là giao điểm của MN và BE

Ta dễ dàng chứng minh $MN \perp (E'HE)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} (A'C'NM) \cap (ABC) = MN \\ EH \perp MN \\ E'H \perp MN \end{array} \right. \Rightarrow ((A'C'NM), (ACNM)) = (HE, HE') = E'HE = \varphi$$

Ta có $BE = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HE = \frac{a\sqrt{3}}{4} \quad E'H = \sqrt{E'E^2 + EH^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{3a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{35}}{4}$

Từ đó $\cos \varphi = \frac{HE}{HE'} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{35}}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$

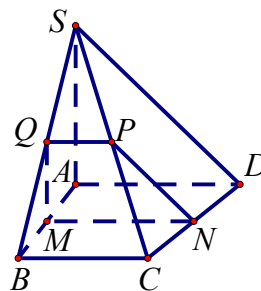
Diện tích hình thang cân $S_{ACNM} = \frac{(MN + AC) \cdot HE}{2} = \frac{\left(\frac{a}{2} + a\right) \frac{a\sqrt{3}}{4}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16}$

Ta có $S_{ACNM} = S_{A'C'NM} \cdot \cos \varphi \Rightarrow S_{A'C'NM} = \frac{S_{ACNM}}{\cos \varphi} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16} \cdot \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{3}} = \frac{3a^2\sqrt{35}}{16}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A , đáy lớn $AD=8$, đáy nhỏ $BC=6$. SA vuông góc với đáy, $SA=6$. Gọi M là trung điểm của AB . (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) có diện tích bằng:

- A.** 20. **B.** 15. **C.** 30. **D.** 16.

Lời giải



Ta có $\left. \begin{array}{l} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SAD)$. Mà (P) qua M và vuông góc với AB nên $(P) \parallel (SAD)$

$\Rightarrow (P) \parallel SA, (P) \parallel AD$ và $(P) \parallel SD$.

Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $MQ \parallel SA$ với $Q \in SB$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $MN \parallel AD$ với $N \in CD$.

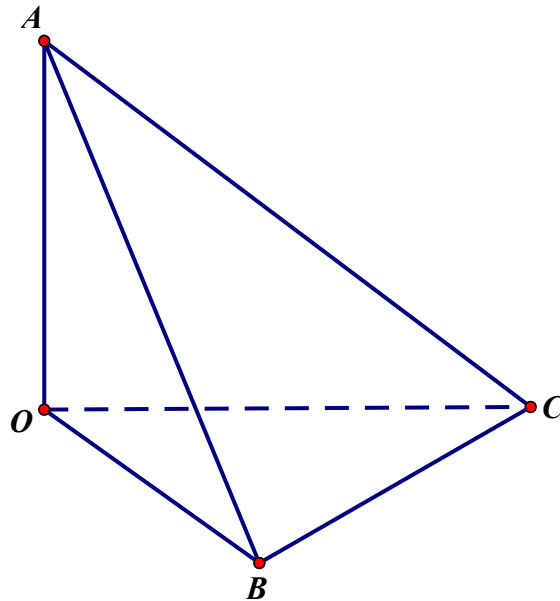
Trong mặt phẳng (SCD) kẻ $NP \parallel SD$ với $P \in SC$.

Vì M là trung điểm của AB nên N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh CD, SC, SB . Do đó thiết diện là hình thang $MNPQ$ vuông tại Q và M .

Ta có $MN = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2}(8 + 6) = 7$, $MQ = \frac{1}{2}SA = 3$ và $PQ = \frac{1}{2}BC = 3$.

Vậy diện tích của thiết diện là : $S_{MNPQ} = \frac{(MN + PQ) \cdot QM}{2} = \frac{(7 + 3) \cdot 3}{2} = 15$.

Câu 36: Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các đường thẳng OA, OB, OC với mặt phẳng (ABC) (hình vẽ).



Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = (3 + \cot^2 \alpha) \cdot (3 + \cot^2 \beta) \cdot (3 + \cot^2 \gamma)$ là

- A.** Số khác. **B.** $48\sqrt{3}$. **C.** 48. **D.** 125.

Lời giải

Gọi H là trực tâm tam giác ABC , vì tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một

vuông góc nên ta có $OH \perp (ABC)$ và $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Ta có $\alpha = (\overline{OA}; (ABC)) = \angle OAH$, $\beta = (\overline{OB}; (ABC)) = \angle OBH$, $\gamma = (\overline{OC}; (ABC)) = \angle OCH$.

Nên $\sin \alpha = \frac{OH}{OA}$, $\sin \beta = \frac{OH}{OB}$, $\sin \gamma = \frac{OH}{OC}$.

Đặt $a = OA$, $b = OB$, $c = OC$, $h = OH$ thì $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ và

$$\begin{aligned}
 M &= (3 + \cot^2 \alpha) \cdot (3 + \cot^2 \beta) \cdot (3 + \cot^2 \gamma) = \left(2 + \frac{1}{\sin^2 \alpha}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{\sin^2 \beta}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{\sin^2 \gamma}\right) \\
 &= \left(2 + \frac{a^2}{h^2}\right) \cdot \left(2 + \frac{b^2}{h^2}\right) \cdot \left(2 + \frac{c^2}{h^2}\right) \\
 &= 8 + 4(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{1}{h^2} + 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \frac{1}{h^4} + a^2b^2c^2 \cdot \frac{1}{h^6}
 \end{aligned}$$

Ta có: $(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{1}{h^2} = (a^2 + b^2 + c^2) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq 3\sqrt{a^2b^2c^2} \cdot 3\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}} = 9$

$$\begin{aligned}
 (a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \frac{1}{h^4} &= (a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)^2 \\
 &\geq 3\sqrt{a^2b^2 \cdot b^2c^2 \cdot c^2a^2} \cdot \left(3\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}}\right)^2 = 3\sqrt{a^4b^4c^4} \cdot 9\sqrt{\frac{1}{a^4b^4c^4}} = 27
 \end{aligned}$$

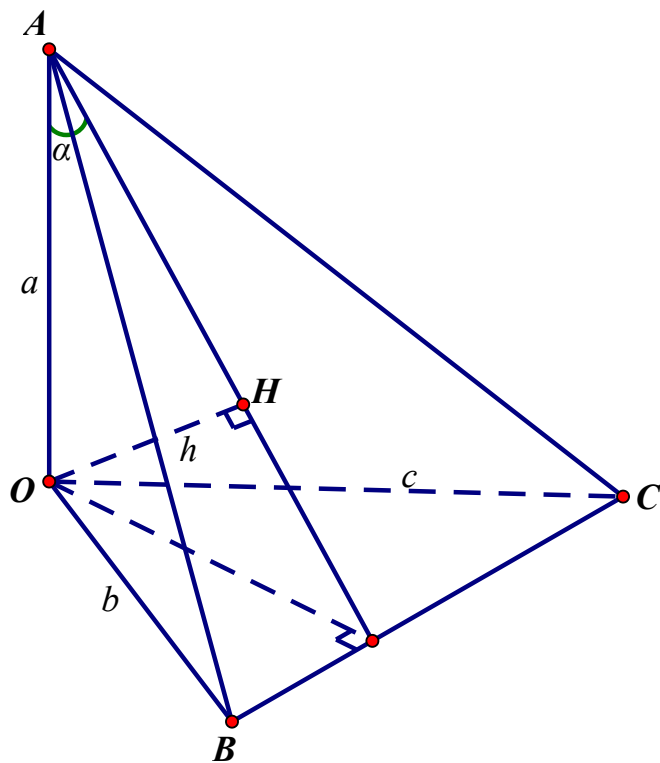
$$a^2b^2c^2 \cdot \frac{1}{h^6} = a^2b^2c^2 \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)^3 \geq a^2b^2c^2 \cdot \left(3\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}}\right)^3 = 27$$

Do đó:

$$\begin{aligned}
 M &= 8 + 4(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{1}{h^2} + 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \frac{1}{h^4} + a^2b^2c^2 \cdot \frac{1}{h^6} \\
 &\geq 8 + 4 \cdot 9 + 2 \cdot 27 + 27 = 125
 \end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$, hay $OA = OB = OC$.

Vậy $\min M = 125$.



• **Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD . Khi đó:

- a) Tam giác SBC vuông.
- b) Tam giác SCD vuông.
- c) $SC \perp (AHK)$
- d) $HK \perp SC$.

Lời giải

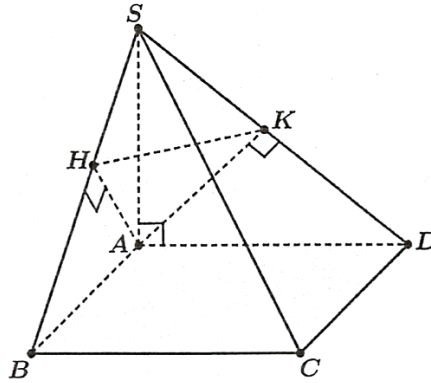
a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (\text{do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Vì $\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ SB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$ hay $\triangle SBC$ vuông tại B .

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA (\text{do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Vì $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$ hay $\triangle SCD$ vuông tại D .



Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC (\text{do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$. (1)

Tương tự: $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD (\text{do } CD \perp (SAD)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AHK)$, mà $HK \subset (AHK)$ nên $HK \perp SC$.

Câu 2: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi OK là đường cao của tam giác OBC và OH là đường cao của tam giác OAK . Khi đó:

- $OA \perp (OBC)$.
- $OB \perp (OAC)$.
- Các cạnh đối nhau trong tứ diện $OABC$ thì vuông góc với nhau.
- OH không vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Ta có:

$$\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC);$$

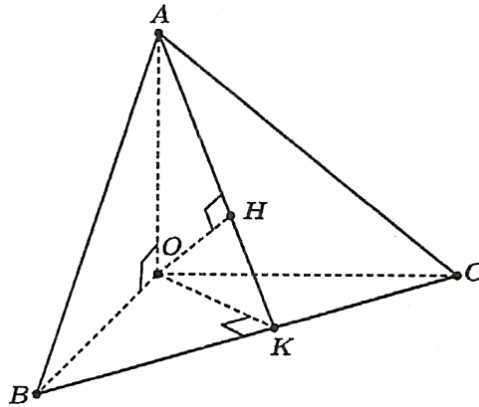
$$\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC);$$

Vì $OA \perp (OBC)$ mà $BC \subset (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$.

Vì $OB \perp (OAC)$ mà $AC \subset (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$.

Ta có: $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB)$, mà $AB \subset (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$.

Vậy các cặp cạnh đối nhau của tứ diện $OABC$ vuông góc với nhau.



Ta có: $\begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp OA (\text{do } OA \perp (OBC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAK)$;

mà $OH \subset (OAK) \Rightarrow OH \perp BC$.

Khi đó: $\begin{cases} OH \perp AK \\ OH \perp BC \\ AK \cap BC = K \\ AK, BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Khi đó:

- a) $SO \perp AC$
- b) $SO \perp (ABCD)$
- c) $AC \perp (SBD)$
- d) $(AC, SB) = 60^\circ$.

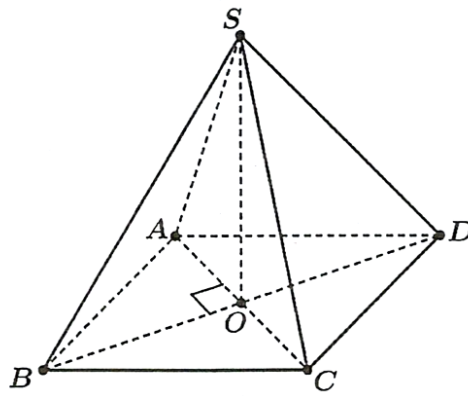
Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Tam giác SAC cân tại S (do $SA = SC$), mà O là trung điểm AC nên $SO \perp AC$.
(1)

Tam giác SBD cân tại S (do $SB = SD$), mà O là trung điểm BD nên $SO \perp BD$.
(2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.



$$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO (\text{do } SO \perp (ABCD)) \end{cases}$$

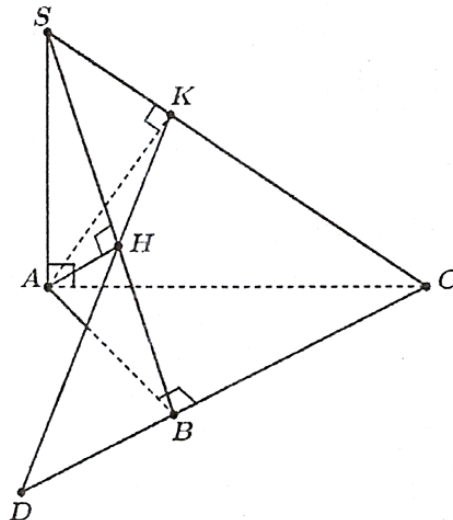
Ta có: $\Rightarrow AC \perp (SBD)$; mà $SB \subset (SBD)$ nên $AC \perp SB$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H , K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC . Khi đó:

- a) Tam giác SBC cân tại B .
- b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
- c) $(SC, HK) = 90^\circ$
- d) Giả sử HK cắt BC tại D . Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng



$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (\text{do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

mà $SB \subset (SAB)$ nên $BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B .

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC (\text{do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$$

$$\text{c) Ta có: } \begin{cases} SC \perp AK \\ SC \perp AH (\text{do } AH \perp (SBC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK),$$

mà $HK \subset (AHK)$ nên $SC \perp HK$ hay $(SC, HK) = 90^\circ$.

$$\text{d) Vì } (AHK) \equiv (ADK) \text{ mà } SC \perp (AHK) \text{ nên } SC \perp (ADK) \Rightarrow SC \perp AD. \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } SA \perp AD \text{ (do } SA \perp (ABC), AD \subset (ABC) \text{)}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } AD \perp (SAC) \Rightarrow AD \perp AC \text{ hay } (AC, AD) = 90^\circ$$

Câu 5: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Kẻ $OH \perp (ABC)$ tại H . Khi đó:

$$\text{a) } OA \perp BC, OB \perp AC, OC \perp AB.$$

b) Tam giác ABC có ba góc nhọn.

c) H là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\text{d) } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC;$$

$$\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC;$$

$$\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB.$$

b) Kẻ đường cao OK của tam giác vuông OBC thì K nằm giữa B và C .

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAK) \Rightarrow BC \perp AK$$

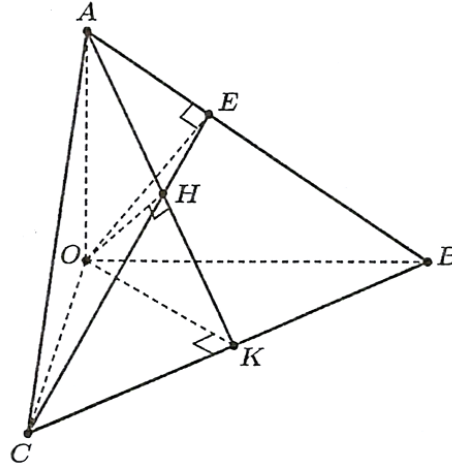
Do đó AK là đường cao của tam giác ABC , đồng thời K nằm giữa B và C nên các góc $\angle ABC, \angle ACB$ là góc nhọn.

Tương tự, kẻ đường cao OE của tam giác vuông OAB thì E nằm giữa hai điểm A và B .

Ta có: $\begin{cases} AB \perp OE \\ AB \perp OC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OCE) \Rightarrow AB \perp CE$.

Do đó CE là đường cao tam giác ABC , đồng thời E nằm giữa hai điểm A và B nên các góc $\angle ABC, \angle CAB$ là góc nhọn.

Vậy tam giác ABC có ba góc đều là góc nhọn.



c) Ta có: $\begin{cases} BC \perp OA \\ BC \perp OH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp AH$.(1)

Tương tự $\begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp OH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OCH) \Rightarrow AB \perp CH$.(2)

Từ (1) và (2) suy ra H là trực tâm của tam giác ABC .

d) Tam giác OBC vuông tại O có đường cao OK nên $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.(3)

Tam giác OAK vuông tại O có đường cao OH nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2}$.(4)

Thay (3) vào (4), ta được: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Câu 6: Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC . Khi đó:

a) $BC \perp (AA'H)$

b) $B'C' \perp AA'$.

c) Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng: $\frac{a^2}{3}$.

d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp A'H \text{ (do } A'H \perp (ABC)) \\ BC \perp AH \text{ (do } \triangle ABC \text{ vuông tại } A, H \text{ là trung điểm của } BC) \end{cases}$$

 $\Rightarrow BC \perp (AA'H)$.

Mặt khác $B'C' \parallel BC$ nên $B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow B'C' \perp AA'$.

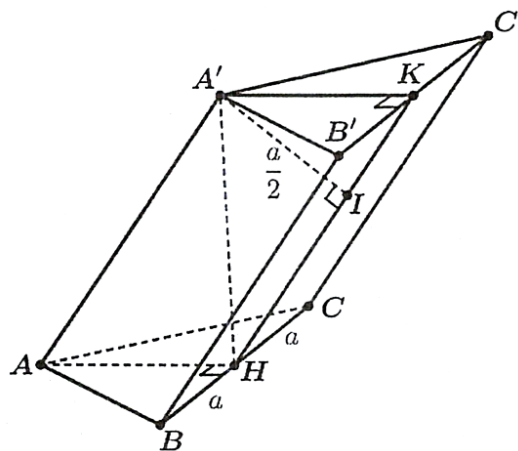
Vì $A'H \perp (ABC)$ nên hình chiếu của AA' trên (ABC) là AH , hình chiếu của $A'B$ trên (ABC) là BH .

Vậy hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) chính là tam giác ABH .

Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABH là:

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{4} (a\sqrt{2})^2 = \frac{a^2}{2}.$$



Gọi K là trung điểm $B'C'$. Dễ thấy $(A'AH) \equiv (AHKA')$.

Mà $B'C' \perp (AA'H)$ nên $B'C' \perp (AHKA')$.

Trong mặt phẳng $(AHKA')$, kẻ $A'I \perp HK$ tại I . (1)

Vì $B'C' \perp (AHKA')$, $A'I \subset (AHKA')$ nên $A'I \perp B'C'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'I \perp (BCC'B')$ hay I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại A' nên $A'K = \frac{B'C'}{2} = a$.

Tam giác $A'HK$ vuông tại A' có đường cao $A'I$ nên ta có:

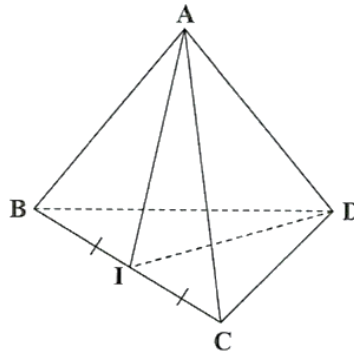
$$\frac{1}{A'I^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'K^2} \Rightarrow \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} - \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC, DB = DC$. Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó:

- a) $BC \perp AI$
- b) $BC \perp (ADI)$.
- c) $BC \perp AD$.
- d) Nếu $AI = AD$, gọi H là trung điểm ID . Khi đó H là hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) .

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng



Ta có $BC \perp AI$ (vì $AB = AC$)

$BC \perp DI$ (vì $BD = CD$) $\Rightarrow BC \perp (ADI)$

Ta có $\begin{cases} BC \perp (ADI) \\ AD \subset (ADI) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AD$

Ta có $AI = AD \Rightarrow AH \perp DI$

Mặt khác $AH \perp BC$ (do $BC \perp (ADI)$) $\Rightarrow AH \perp (BCD)$

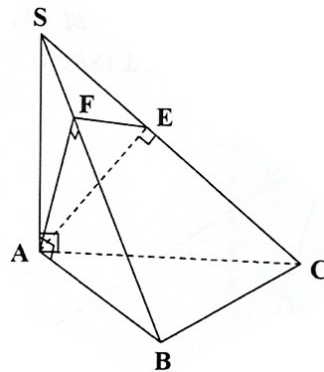
Vậy H là hình chiếu vuông góc của A trên (BCD) .

Câu 8: Cho tam giác ABC vuông tại C . Gọi d là đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A , lấy điểm S nằm trên d không trùng với A . Hai điểm E và F lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SC và SB . Khi đó:

- a) $BC \perp (SAC)$.
- b) $AE \perp BC$.
- c) $BD \perp (SAC)$
- d) $SB \perp (AEF)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$

Ta có: $BC \perp (SAC)$

Mà $AE \subset (SAC) \Rightarrow BC \perp AE$

Ta có $SB \perp AF$ (1)

$\begin{cases} AE \perp SC \\ AE \perp BC \text{ (do } BC \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SCB) \Rightarrow AE \perp SB$ (2)

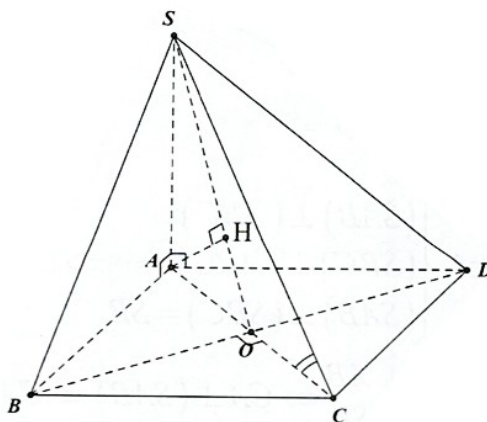
Từ (1) và (2) suy ra $SB \perp (AEF)$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O . Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$, H là hình chiếu vuông góc của A trên SO . Khi đó:

- a) $BD \perp (SAC)$
- b) $BD \perp SC$.
- c) $CD \perp (SAD)$.
- d) $AH \perp SB$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng



$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA(SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

$$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$$

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$\begin{cases} AH \perp SO \\ AH \perp BD (BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow AH \perp SB$$

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh a . Khi đó:

a) $A'D' \perp (ABB'A')$

b) $(A'D', AB') = 90^\circ$

c) $B'D' \perp (AA'O)$

d) Tìm được hình chiếu H của điểm A' trên mặt phẳng $(AB'D')$. Khi đó

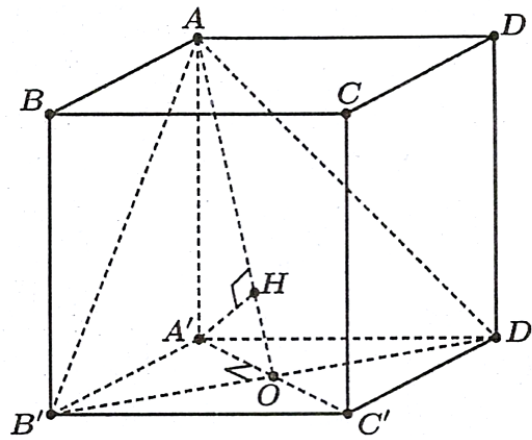
$$AH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Ta có: $\begin{cases} A'D' \perp AA' \\ A'D' \perp AB' \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp (ABB'A)$, mà $AB' \subset (ABB'A)$ nên $A'D' \perp AB'$.

Vậy $(A'D', AB') = 90^\circ$.



b) Gọi O là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ nên $AO \perp BD$.

Mặt khác $AA' \perp B'D'$ nên $B'D' \perp (AA'O)$.

Kẻ đường cao $A'H$ trong tam giác $AA'O$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} A'H \perp AO \\ A'H \perp B'D' \end{cases}$$

$$\Rightarrow A'H \perp (AB'D').$$

Do vậy H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng $(AB'D')$.

Hình vuông $A'B'C'D'$ có đường chéo $A'C' = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $AA'O$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{2}} = \frac{3}{a^2}$$

$$\Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 11: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $AB \perp OC$.

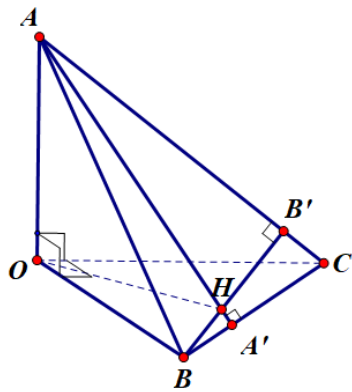
b) $OH \perp (ABC)$.

c) $OH \perp BC$.

d) $AB \perp AC$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai



Gọi AA' , BB' lần lượt là các đường cao kẻ từ đỉnh A , B . $H = AA' \cap BB'$. Ta có:

$\square OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$ do đó phương án a là đúng.

$$\left. \begin{array}{l} \square OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC \\ \quad \quad \quad AA' \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow (AOA') \perp BC$$

$OH \subset (AOA') \Rightarrow OH \perp BC$ (1) do đó phương án b là đúng.

$$\left. \begin{array}{l} \square OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC \\ \quad \quad \quad BB' \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow (BOB') \perp AC$$

$$OH \subset (BOB') \Rightarrow OH \perp AC$$
 (2)

Từ (1) và (2): $OH \perp (ABC)$ do đó phương án c là đúng.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB$ và $AC = CB$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $BC \perp (SAC)$.

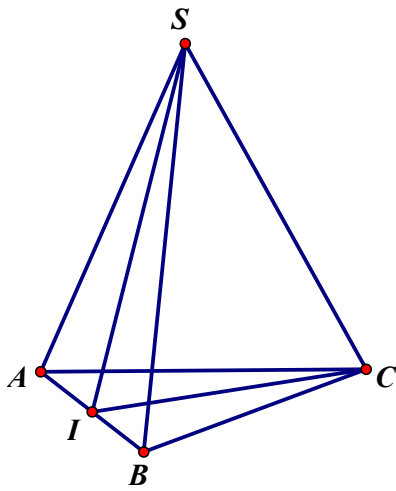
b) $SB \perp AB$.

c) $SA \perp (ABC)$.

d) $AB \perp SC$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng



Gọi I là trung điểm của AB

Xét tam giác SAB có: $SA = SB \Rightarrow SI \perp AB$ (1)

Xét tam giác CAB có: $CA = CB \Rightarrow CI \perp AB$ (2)

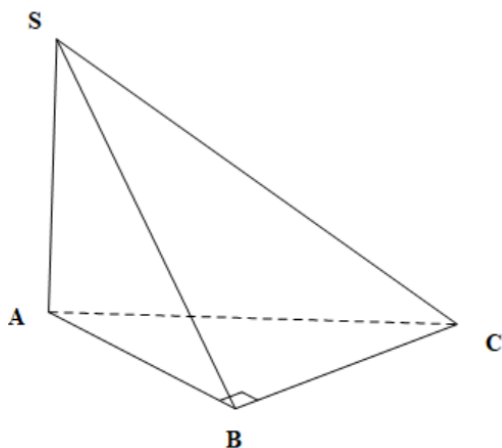
Từ (1) và (2) suy ra: $AB \perp (SIC) \Rightarrow AB \perp SC$

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $BC \perp SA$.
- b) $BC \perp (SAB)$.
- c) $BC \perp SB$.
- d) $BC \perp (SAC)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai



Ta có: $BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABC)$), $BC \perp AB$ và $SA \cap AB = \{A\}$ nên $BC \perp (SAB)$.

Suy ra, $BC \perp SB$.

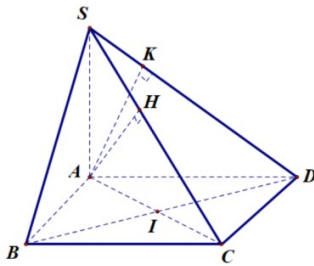
Do đó, đáp án **a, b, c** đúng, **d** sai.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I , cạnh bên SA vuông góc với đáy. H, K lần lượt là hình chiếu A lên SC, SD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $AH \perp (SCD)$.
- b) $BD \perp (SAC)$
- c) $BC \perp (SAC)$
- d) $AK \perp (SCD)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai



Ta có:

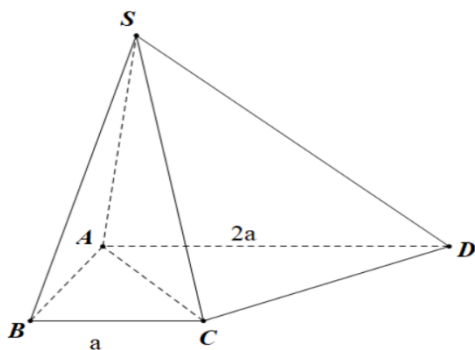
$$\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2a$, $AB = BC = a$, $SA \perp (ABCD)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $AB \perp (SAD)$.
- b) $BC \perp (SAB)$.
- c) $CD \perp (SAC)$.
- d) $CD \perp (SBC)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai



Do $\begin{cases} AB \perp AD \\ SA \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$, đúng

Do $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$, đúng

Do $\begin{cases} AC \perp CD \\ SA \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC)$, đúng

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $AB \perp (ABC)$.

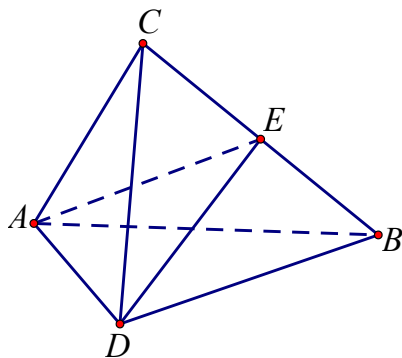
b) $AC \perp BC$.

c) $CD \perp (ABD)$.

d) $BC \perp AD$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng



Gọi E là trung điểm BC . Do $AB = AC$ và $DB = DC$ nên tam giác ABC cân tại A , tam giác DBC cân tại D .

Từ đó ta suy ra: $AE \perp BC$ và $DE \perp BC$ nên $BC \perp (AED)$

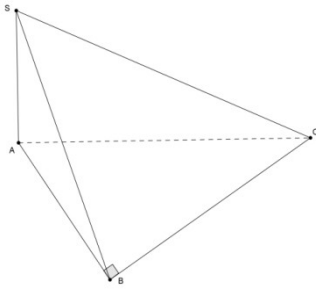
mà $AD \subset (AED) \Rightarrow AD \perp BC$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SB \perp AC$.
- b) $SA \perp AB$.
- c) $SB \perp BC$.
- d) $SA \perp BC$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng



Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$ và $SA \perp BC$. Vậy B và D đúng.

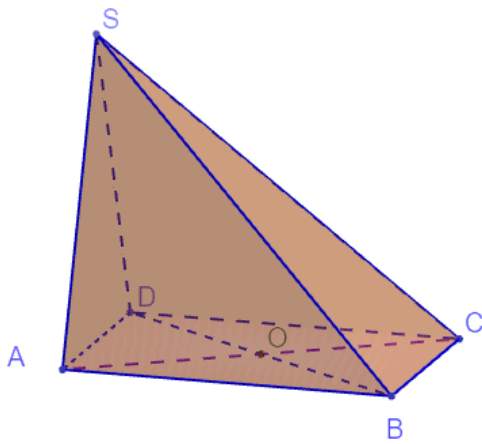
Mặt khác: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (\text{do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$ vậy C đúng.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , tam giác SAB vuông tại A , tam giác SCD vuông tại D . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $AC \perp (SBD)$.
- b) $SO \perp (ABCD)$.
- c) $AB \perp (SBC)$.
- d) $AB \perp (SAD)$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng



- ♦ Xét phương án a: Sai. Vì $AC \perp (SBD)$ thì $SD \perp (ABCD)$.
- ♦ Xét phương án b: Sai. Vì $SO \perp (ABCD)$ thì $SO \perp DC$.
- ♦ Xét phương án c: Sai. Vì $AB \perp (SBC)$ thì $\triangle SAB$ vuông tại B .
- ♦ Xét phương án d: Đúng, vì:

♦ Ta có:
$$\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD (AB \parallel CD, CD \perp SD) \end{cases}$$

Mà $SA \cap SD = S \in (SAD)$.

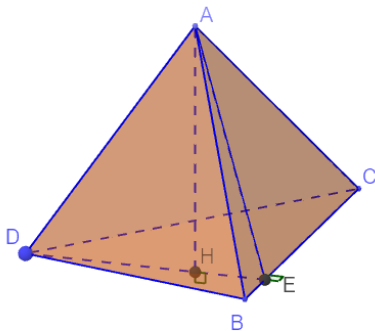
Nên $AB \perp (SAD)$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$. Vẽ $AH \perp (BCD)$. Biết H là trực tâm tam giác BCD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $CD \perp BD$.
- b) $AB \perp BC$.
- c) $AD \perp BC$.
- d) $AC \perp CD$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai



Gọi $E = DH \cap BC$ trong mặt phẳng (BCD)

- ♦ Xét phương án a: Sai. Vì $CD \perp BD$ thì $BD \parallel BH$ (vô lí)

- ♦ Xét phương án b: Sai. Vì $AB \perp BC$ thì $BC // CD$ (vô lí)
- ♦ Xét phương án c: Đúng

$$\begin{cases} BC \perp DH \\ BC \perp AH \text{ (} AH \perp (BCD) \text{)} \\ DH \cap AH = H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADH) \Rightarrow BC \perp AD$$

Ta có:

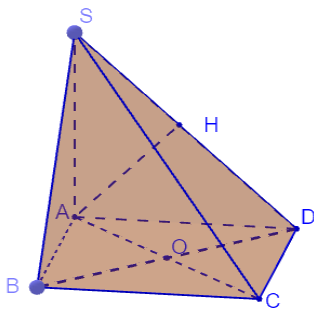
- ♦ Xét phương án d: Sai. Vì $AC \perp CD$ thì $CD // DB$

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , biết rằng SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SA \perp DB$.
- b) $SC \perp BD$.
- c) $SO \perp BD$.
- d) $AD \perp SC$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai



- ♦ Xét phương án a: Đúng vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$.
- ♦ Xét Phương án b: Đúng. Vì hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC và $AC \perp BD$ suy ra $SC \perp BD$ (theo định lý 3 đường vuông góc)
- ♦ Xét phương án c: Đúng. Vì $DB \perp (SAC) \Rightarrow DB \perp SO$.
- ♦ Xét phương án d: Sai. Vì nếu $AD \perp SC$ thì $AD \perp AC$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác SAB . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SA \perp BC$.
- b) $AH \perp BC$.
- c) $AH \perp SC$.
- d) $AH \perp AC$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

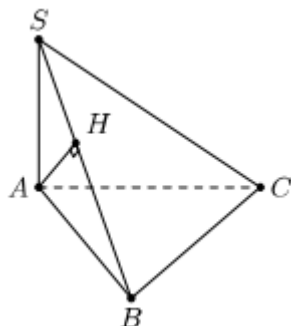
Theo bài ra, ta có $SA \perp (ABC)$ mà $BC \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Tam giác ABC vuông tại B , ta có $AB \perp BC$.

$$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$$

Nếu có $AH \perp AC$, trong khi $SA \perp AC$ thì $AC \perp (SAH) \Rightarrow AC \perp AB$ (vô lý).



Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD và AH vuông góc với mặt phẳng đáy. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $CD \perp BD$.

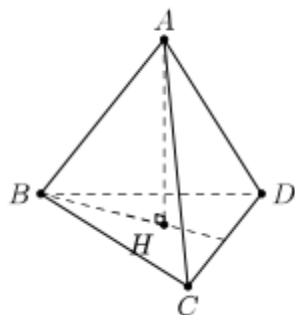
b) $AC = BD$.

c) $AB = CD$.

d) $AB \perp CD$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng



Vì AH vuông góc với (BCD) nên $AH \perp CD$. (1)

Do H là trực tâm của tam giác BCD nên $BH \perp CD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp BH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABH) \Rightarrow CD \perp AB$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$, biết SA, SB, SC đôi một vuông góc. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $AB \perp (SAC)$.
- b) $SA \perp (SBC)$.
- c) $SB \perp (ABC)$.
- d) $AC \perp (SAB)$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

SA, SB, SC đôi một vuông góc nên $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC)$

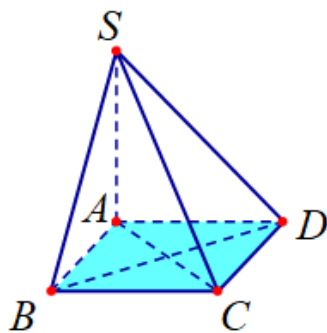
♦ Tương tự ta có $SB \perp (SAC), SC \perp (SAB)$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc mặt đáy $(ABCD)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $BC \perp (SAB)$.
- b) $AC \perp (SBD)$.
- c) $BD \perp (SAC)$.
- d) $CD \perp (SAD)$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng



$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

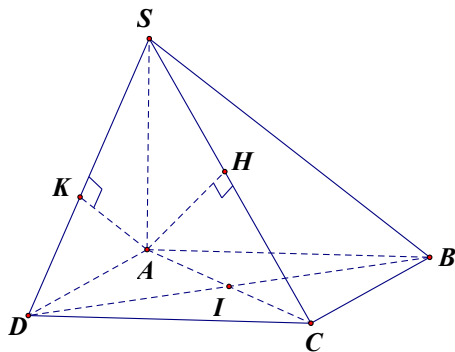
$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $AK \perp (SCD)$.
- b) $BD \perp (SAC)$.
- c) $AH \perp (SCD)$.
- d) $BC \perp (SAC)$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai



Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$

Mặt khác $AK \perp SD$ (theo giả thiết)

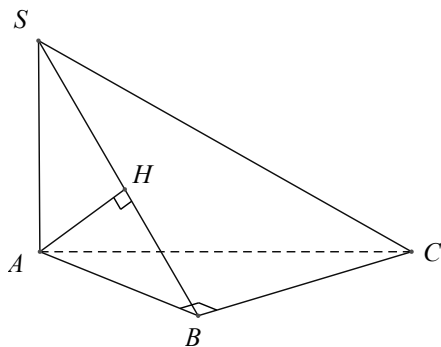
Suy ra $AK \perp (SCD)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông ở B . AH là đường cao của $\triangle SAB$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SA \perp BC$.
- b) $AH \perp BC$.
- c) $AH \perp AC$.
- d) $AH \perp SC$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng



Do $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$. Nên phương án a đúng.

Có $\left. \begin{array}{l} AH \perp SB \\ AH \perp BC (BC \perp (SAB)) \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$. Phương án d đúng.

Suy ra $AH \perp BC, AH \perp SC$. Phương án b đúng.

Phương án c sai. Thật vậy với $AH \perp AC$, ta có $\left. \begin{array}{l} AH \perp AC \\ SA \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp (SAH)$ (vô lý)

Câu 27: Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $BC \perp (SAH)$.

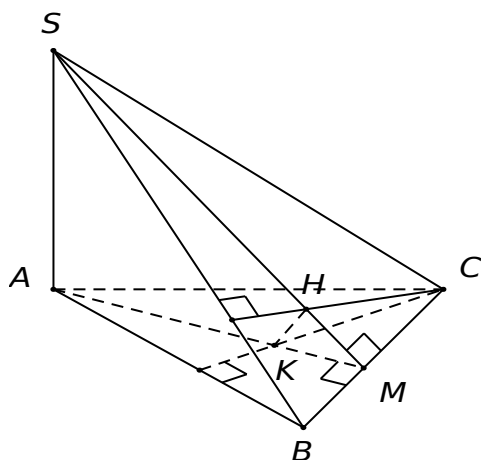
b) $SB \perp (CHK)$.

c) $HK \perp (SBC)$.

d) $BC \perp (SAB)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai



Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH).$ Do đó a đúng.

Ta có $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SA \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow CK \perp SB.$

Mặt khác có $CH \perp SB$. Từ đó suy ra $SB \perp (CHK)$. Do đó b đúng.

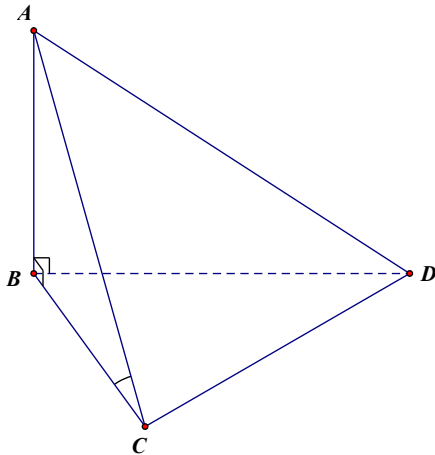
Ta có $\begin{cases} BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp HK \\ SB \perp (CHK) \Rightarrow SB \perp HK \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBC).$ Do đó c đúng.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$, có AB vuông góc với mặt đáy, tam giác BCD vuông tại B . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Góc giữa CD và (ABD) là $\widehat{C}BD$
- b) Góc giữa AC và (BCD) là $\widehat{A}CB$
- c) Góc giữa AD và (ABC) là $\widehat{A}DB$
- d) Góc giữa AC và (ABD) là $\widehat{C}BA$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai



Do $AB \perp (BCD)$ nên BC là hình chiếu của AC lên (BCD)

Suy ra góc giữa AC và (BCD) là $\widehat{(AC; BC)} = \widehat{A}CB$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , M là trung điểm AB , N là trung điểm AC , $(SMC) \perp (ABC)$, $(SBN) \perp (ABC)$, G là trọng tâm tam giác ABC , I là trung điểm BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SI \perp (ABC)$.

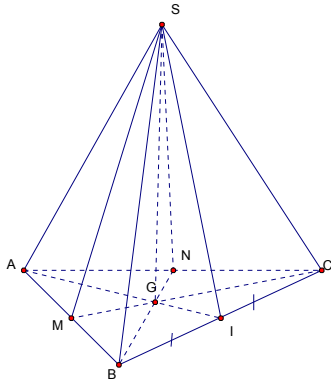
b) $SG \perp (ABC)$.

c) $IA \perp (SBC)$.

d) $SA \perp (ABC)$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai



$$\begin{cases} (SMC) \perp (ABC) \\ (SBN) \perp (ABC) \\ (SBN) \cap (SMC) = SG \end{cases} \Rightarrow SG \perp (ABC)$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Các mặt bên của hình chóp là các tam giác vuông.

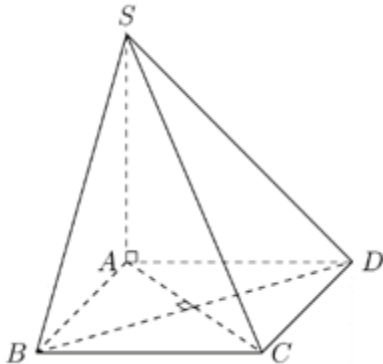
b) Mặt phẳng (SAC) vuông góc với đường thẳng BD .

c) Tam giác SBD đều.

d) Tam giác SAC vuông cân.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai



♦ $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD \Rightarrow \triangle SAD$ vuông tại A .

♦ $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \triangle SAB$ vuông tại A .

♦ Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B .

♦ Lại có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D .

♦ Khẳng định a) đúng.

♦ Ta có đáy $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$, $BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC)$.

♦ Khẳng định b) đúng.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA=SC, SB=SD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $SA \perp BD$.

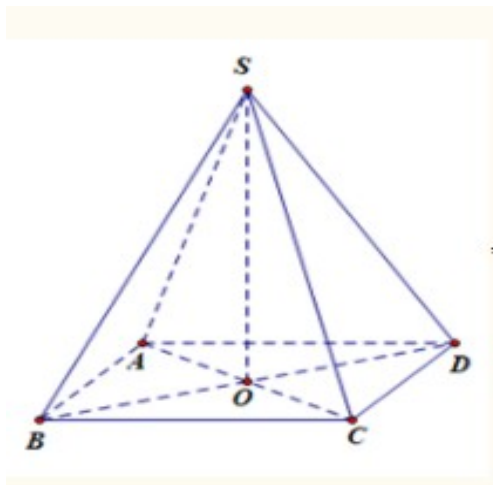
b) $AC \perp SB$.

c) $SD \perp AB$.

d) $AC \perp BD$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng



♦ $ABCD$ là hình thoi tâm O nên suy ra $AC \perp BD \Rightarrow$ Mệnh đề câu d đúng

♦ Ta có: $SA=SC, SB=SD$ nên suy ra ΔSAC và ΔSDB lần lượt là tam giác cân tại S

Mà O là tâm của hình thoi $ABCD$ nên suy ra $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp DB \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

♦ $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SA \Rightarrow$
 $\begin{cases} SO, AC \subset (SAC) \end{cases}$

Mệnh đề câu a đúng

$$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SB \Rightarrow \begin{cases} SO, BD \subset (SBD) \end{cases}$$

Mệnh đề câu b đúng

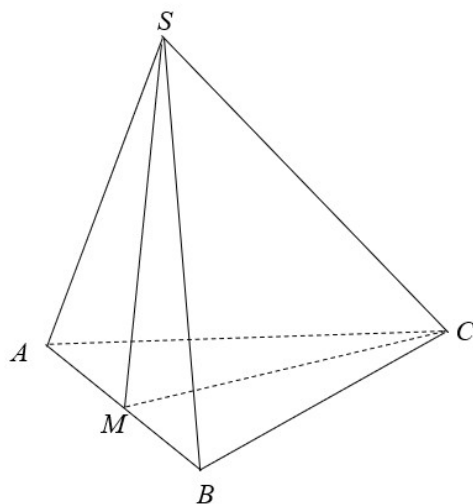
Do đó mệnh đề câu c sai.

Câu 32: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA=SB$ và $AC=CB$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $BC \perp (SAC)$.
- b) $SB \perp AB$.
- c) $SA \perp (ABC)$.
- d) $AB \perp SC$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng



Gọi M là trung điểm của AB ; $\triangle SAB$ và $\triangle ABC$ lần lượt cân tại S và C nên:

$$\begin{cases} SM \perp AB \\ CM \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMC)$$

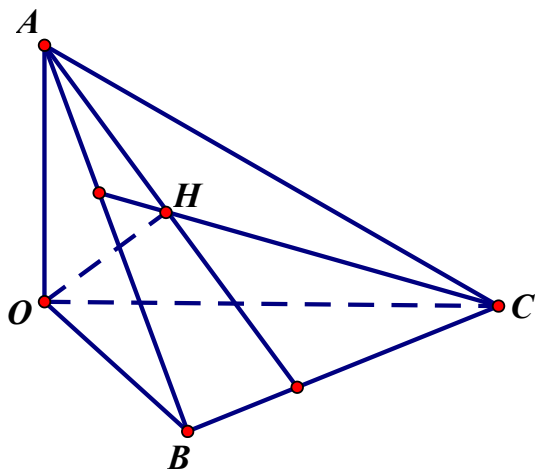
Ta có:
$$\begin{cases} AB \perp (SMC) \\ SC \subset (SMC) \end{cases} \Rightarrow AB \perp SC$$

Câu 33: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $AB \perp OC$.
- b) $OH \perp (ABC)$.
- c) $OH \perp BC$.
- d) $OH \perp OA$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai



- ♦ Do $\begin{cases} OA \perp OC \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OC \perp AB$ nên a đúng.
- ♦ Do H là trực tâm tam giác ABC nên $CH \perp AB$, mặt khác $OC \perp AB$ nên $OH \perp AB$.

Chứng minh tương tự ta có $OH \perp BC$.

$$\Rightarrow \begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp BC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC) \Rightarrow \text{b đúng.}$$

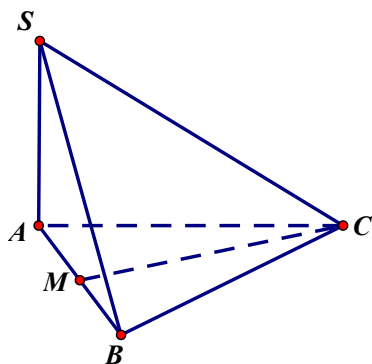
- ♦ Theo chứng minh trên thì $OH \perp BC$ nên c đúng.
- ♦ Trong tam giác AOH ta có $OH \perp AH$ nên $OH \perp OA$ là sai.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, M là trung điểm của AB , $SA \perp (ABC)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $CM \perp (SAB)$.
- b) $CM \perp (SAC)$.
- c) $AC \perp (SAB)$.
- d) $AM \perp (SAC)$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai



Vì tam giác ABC đều và có M là trung điểm của AB nên $CM \perp AB$.

Do $SA \perp (ABC), CM \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp CM$.

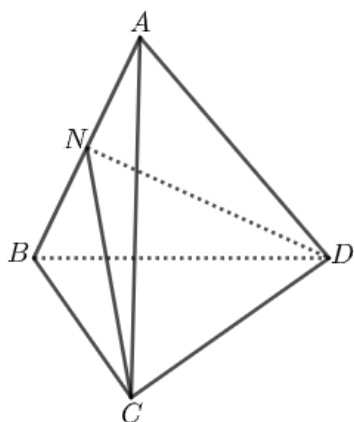
Suy ra:
$$\left. \begin{array}{l} CM \perp AB, CM \perp SA \\ SA \subset (SAB), CM \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow CM \perp (SAB)$$

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi N là trung điểm của AB . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $CN \perp (ABD)$.
- b) $AB \perp (NCD)$.
- c) $AB \perp (BCD)$.
- d) $DN \perp (ABC)$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai



Ta có CN là đường trung tuyến của tam giác ABC đều nên $CN \perp AB$ (1)

CN là đường trung tuyến của tam giác ABD đều nên $DN \perp AB$ (2)

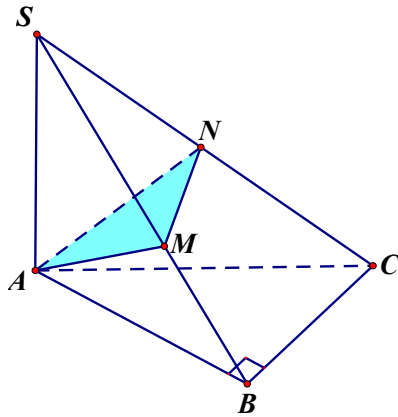
Từ (1) và (2) suy ra $AB \perp (NCD)$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $AM \perp MN$.
- b) $AN \perp SB$.
- c) $SA \perp BC$.
- d) $AM \perp SC$.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng



Xét đáp án a ta có $\left. \begin{matrix} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{matrix} \right\} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MN$ đáp án đúng.

Xét đáp án b ta có $AN \perp SC$ chưa đủ để kết luận $AN \perp SB$ đáp án sai.

Xét đáp án c ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ đáp án đúng.

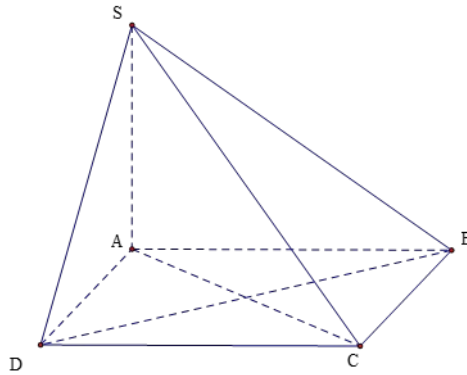
Xét đáp án d ta có $\left. \begin{matrix} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{matrix} \right\} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$ đáp án đúng.

Câu 37: Trong không gian cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) .
- b) AC vuông góc với mặt phẳng (SCD) .
- c) CD vuông góc với mặt phẳng (SAD) .
- d) BD vuông góc với mặt phẳng (SAC) .

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên SA vuông góc với mọi đường thẳng trong mặt phẳng $(ABCD)$.

Khẳng định A đúng vì: $BC \perp SA; BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$.

Khẳng định C đúng vì: $CD \perp SA; CD \perp AD$ nên $CD \perp (SAD)$.

Khẳng định D đúng vì: $BD \perp SA; BD \perp AC$ nên $BD \perp (SAC)$.

Khẳng định B sai vì rõ ràng AC không vuông góc với DC nên AC không thể vuông góc với mặt phẳng (SCD) .

Câu 38: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $AB \perp OC$.

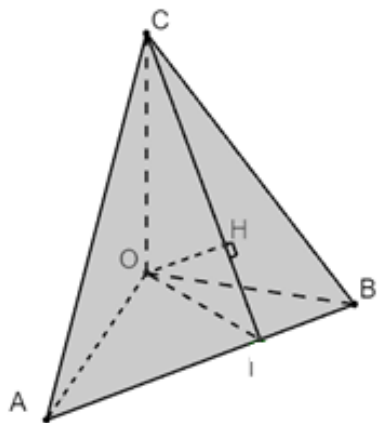
b) $OH \perp (ABC)$.

c) $OH \perp BC$.

d) $OH \perp AO$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai



+ Xét phương án a:

$$\text{Vì: } \begin{cases} OC \perp OB (gt) \\ OC \perp OA (gt) \end{cases}$$

Mà $OB \cap OA = O \in (OAB)$.

Nên $OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$. Vậy a đúng.

+ Xét phương án b và c:

$$\text{Vì: } \begin{cases} AB \perp CH \\ AB \perp OC (cmt) \\ CH \cap OC = C \in (COH) \Rightarrow AB \perp (COH) \Rightarrow AB \perp OH. \end{cases}$$

$$\text{Lại vì: } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp OA (OA \perp (COB)) \\ OA \cap AH = A \in (AOH) \Rightarrow BC \perp (AOH) \Rightarrow BC \perp OH \end{cases}$$

$$\text{Ngoài ra } \begin{cases} OH \perp CB \\ OH \perp AB \\ CB \cap AB = B \in (ABC) \Rightarrow OH \perp (ABC) \end{cases}.$$

Vì vậy b,c đúng.

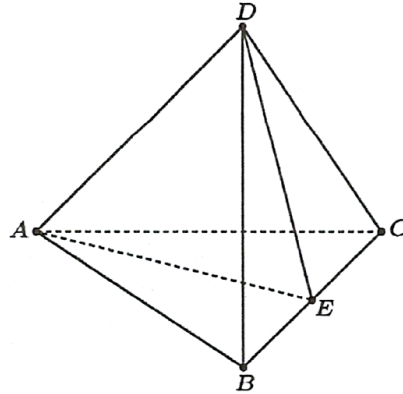
+ Hơn nữa, xét phương án d, vì $OH \perp OA$ và $OH \perp AB$ thì $OH \perp (OAB)$. Trái với giả thiết $OC \perp (OAB)$ nên d sai.

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Xác định góc của hai đường thẳng BC, AD

Trả lời: 90°

Lời giải



Gọi E là trung điểm đoạn BC .

Vì $\triangle ABC$ cân tại A có AE là đường trung tuyến nên $AE \perp BC$. (1)

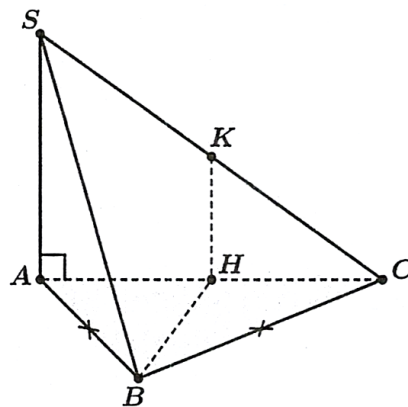
Tương tự, $\triangle DBC$ cân tại D có DE là đường trung tuyến nên $DE \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (ADE)$, mà $AD \subset (ADE)$ nên $BC \perp AD$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở B . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AC và SC . Xác định góc của hai đường thẳng BH, SC .

Trả lời: 90°

Lời giải



Tam giác ABC cân tại B có đường trung tuyến BH nên $BH \perp AC$. (1)

Mặt khác $BH \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BH \perp (SAC)$, mà $SC \subset (SAC)$ nên $BH \perp SC$.

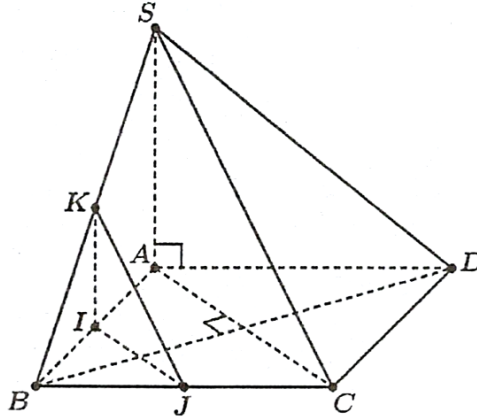
Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và SB . Xác định góc của hai đường thẳng KJ, BD .

Trả lời: 90°

Lời giải

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC , mà $BD \perp AC$ nên $BD \perp SC$.

Từ đó, ta có $BD \perp (SAC)$.



Ta có IK, IJ lần lượt là đường trung bình của các tam giác SAB, ABC nên $IK \parallel SA, IJ \parallel AC$.

Suy ra $(IJK) \parallel (SAC)$.

Khi đó:
$$\begin{cases} (IJK) \parallel (SAC) \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (IJK)$$
,

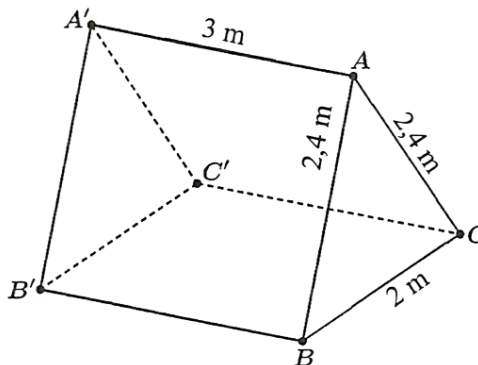
mà $KJ \subset (IJK)$ nên $KJ \perp BD$.

Câu 4: Một cái lều có dạng hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có các cạnh bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy.

Cho biết $AB = AC = 2,4 \text{ m}; BC = 2 \text{ m}; AA' = 3 \text{ m}$.

a) Tìm góc giữa hai đường thẳng AA' và BC ; $A'B'$ và AC .

b) Tính diện tích hình chiếu của tam giác ABA' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.



Trả lời: a) $(AA', BC) = 90^\circ$; $(A'B', AC) \approx 49,25^\circ$; b) $S = 1,5 m^2$

Lời giải

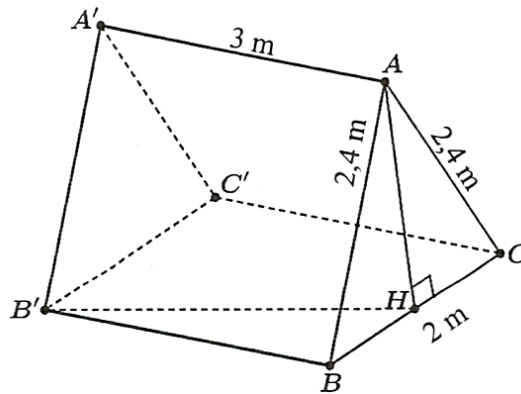
a) Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$, mà $BC \subset (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ hay $(AA', BC) = 90^\circ$.

Ta có: $AB \parallel A'B' \Rightarrow (A'B', AC) = (AB, AC)$.

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC , ta có:

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{47}{72} > 0 \Rightarrow \widehat{BAC} \text{ là góc nhọn.}$$

Vậy $(A'B', AC) = (AB, AC) = \widehat{BAC} \approx 49,25^\circ$.



b) Gọi H là trung điểm BC thì $AH \perp BC$ (do tam giác ABC cân tại A). Mặt khác $AH \perp BB'$ (do $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng có $BB' \perp (ABC)$).

Suy ra $AH \perp (BB'C'C)$.

Từ đó ta có HB' là hình chiếu của AB' trên mặt phẳng $(BCC'B')$ và BH là hình chiếu của AB trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Vậy tam giác $BB'H$ là hình chiếu của tam giác ABB' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Dễ thấy các mặt bên của lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ là các hình chữ nhật, suy ra $\widehat{BB'H} = 90^\circ$.

Diện tích tam giác $BB'H$ là: $S_{BB'H} = \frac{1}{2} BB' \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1,5 m^2$.

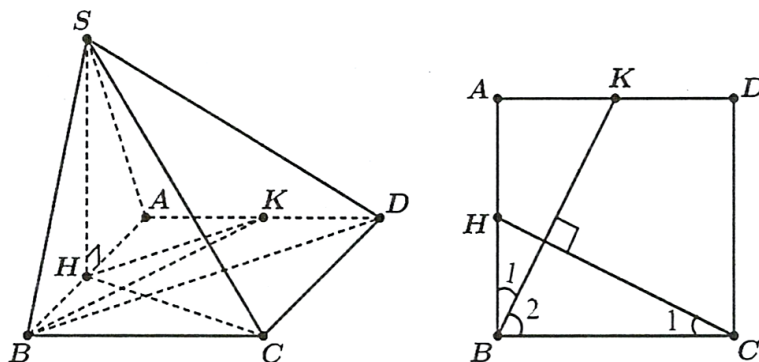
Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi H là trung điểm của AB và $SH \perp (ABCD)$; gọi K là trung điểm của cạnh AD .

a) Xác định góc của hai đường thẳng AC và SK .

b) Xác định góc của hai đường thẳng BK và SC .

Trả lời: a) $(AC, SK) = 90^\circ$; b) 90°

Lời giải



a) Vì HK là đường trung bình của tam giác ABD nên $HK \parallel BD$, mà $BD \perp AC \Rightarrow HK \perp AC$. (1)

Mặt khác $SH \perp AC$ (do $SH \perp (ABCD)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SHK)$.

Ta lại có $SK \subset (SHK)$ nên $AC \perp SK$ hay $(AC, SK) = 90^\circ$.

b) Xét hai tam giác BCH, CBH , ta có: $\angle BH = \angle AK = 90^\circ, BC = AB, BH = AK$.

Suy ra $\triangle BCH = \triangle ABK \Rightarrow \angle B_1 = \angle C_1$, mà $\angle B_1 + \angle B_2 = 90^\circ$ nên $\angle B_2 + \angle C_1 = 90^\circ$,

suy ra $BK \perp CH$

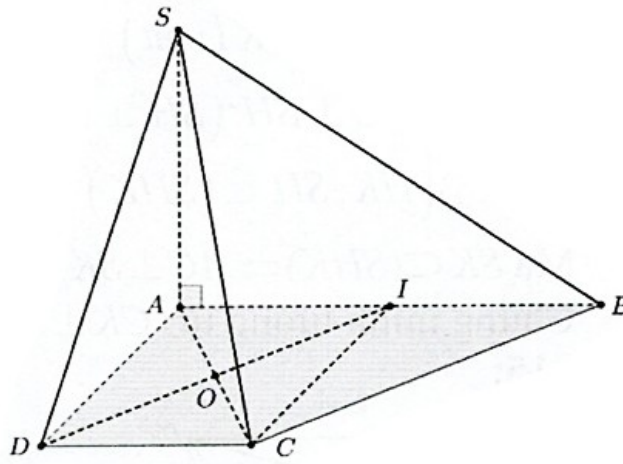
Ta có: $\begin{cases} BK \perp CH \\ BK \perp SH \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SCH) \Rightarrow BK \perp SC$.

Câu 6: Hình chóp $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và đáy

$ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = \frac{AB}{2}$. Các mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ là các tam giác gì?

Trả lời: vuông

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \Delta SAD, \Delta SAB$ vuông tại A .

Mặt khác $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ nên ΔSCD vuông tại D .

Xét ΔACB có trung tuyến $CI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \Delta ACB$ vuông tại $C \Rightarrow BC \perp AC$.

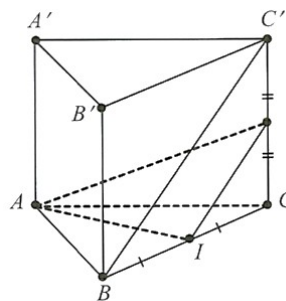
Mặt khác $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \Delta SCB$ vuông tại C .

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'A \perp (ABC)$ và $A'A = 2a$.

Gọi I là trung điểm BC . Tính góc giữa hai đường thẳng AI và BC' .

Trả lời: $(AI, BC') = 90^\circ$

Lời giải



Gọi M là trung điểm CC' .

Ta có: $IM \parallel BC' \Rightarrow (AI, BC') = (AI, IM)$

Ta có: $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $IM = \frac{1}{2}BC' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$; $AM = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$

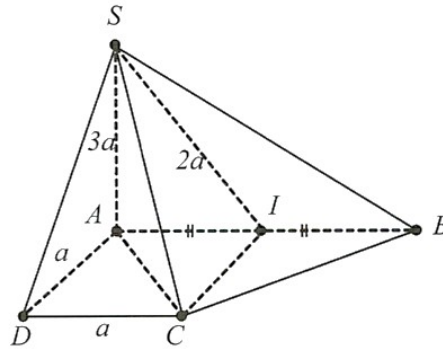
Xét ΔAIM có: $AM^2 = AI^2 + IM^2$ nên ΔAIM vuông tại I . Vậy $(AI, BC') = 90^\circ$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và $D, AB = 2AD = 2CD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD), SA = 3a$.

Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) .

Trả lời: $\frac{3}{2}a^2$

Lời giải



-Gọi I là trung điểm AB .

Dễ dàng chứng minh $AICD$ là hình vuông $\Rightarrow CI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$

- Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$

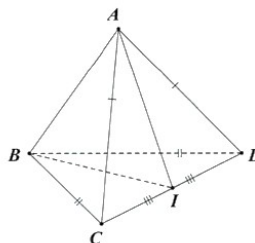
Hình chiếu của $\triangle SBC$ trên $mp(SAB)$ là $\triangle SIB$.

$$S_{\triangle SIB} = \frac{1}{2} S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AB = \frac{1}{4} \cdot 3a \cdot 2a = \frac{3}{2}a^2$$

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD, BC = BD$. Xác định số đo góc hai đường thẳng CD, AB

Trả lời: 90°

Lời giải



Ta có:

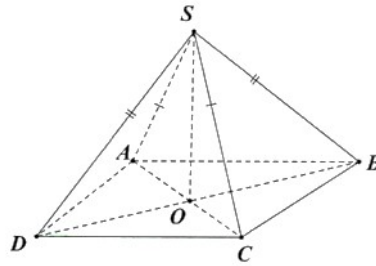
$$\begin{cases} CD \perp BI \\ CD \perp AI \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABI) \Rightarrow CD \perp AB$$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O .

Biết $SA = SC$ và $SB = SD$, xác định số đo góc hai đường thẳng AC, SD .

Trả lời: 90°

Lời giải

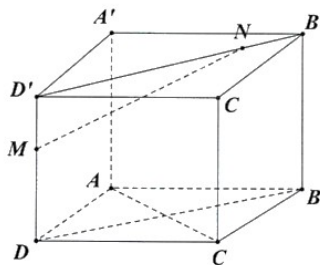


Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SD.$

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông. Gọi M, N lần lượt hai điểm tùy ý thuộc hai đoạn thẳng $DD', B'D'$. Xác định số đo góc hai đường thẳng AC, MN .

Trả lời: 90°

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} B'B \perp AB \\ BB' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AC$

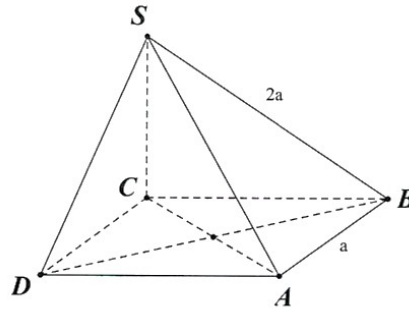
Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BB'D'D) \Rightarrow AC \perp MN$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SC \perp (ABCD)$ và $SB = 2a$.

Tính góc giữa hai đường thẳng SA và DC .

Trả lời: $(SA, CD) \approx 63,4^\circ$

Lời giải



Ta có: $AB \parallel CD \Rightarrow (SA, CD) = (SA, AB)$

Ta có: $\begin{cases} AB \perp CB \\ AB \perp SC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBC) \Rightarrow AB \perp SB$

Xét tam giác SAB vuông tại B có: $\tan \angle SAB = \frac{SB}{AB} = \frac{2a}{a} = 2 \Rightarrow \angle SAB \approx 63,4^\circ$

Vậy $(SA, CD) \approx 63,4^\circ$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>