**HSG TOÁN 9 MÊ LINH 2023-2024**

Câu 1: (5 điểm)

1. Giải phương trình:
2. Cho là một tích của 2019 thừa số. Tính S

(kết quả để dưới dạng phân số tối giản

Câu 2: (5 điểm)

1. Biết là các số nguyên dương thỏa mãn chia hết cho 9, chứng minh rằng cả và đều chia hết cho 3.
2. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho là tích của số tự nhiên liên tiếp .

Câu 3: (3 điểm)

1. Cho là các số thực dương nhỏ hơn 4. Chứng minh rằng trong các số luôn tồn tại ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng 1.
2. Với các số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện , tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

Câu 4 (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC tiếp xuc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Gọi S là giao điểm của AI và DE

1. Chứng minh tam giác IAB đồng dạng với am giác EAS.
2. Gọi K là trung điểm của AB và O là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ba điểm K, O, S thẳng hang
3. Gọi M là giao điểm của KI và AC. Đường thẳng chứa đường cao AH của tam giác ABC cắt đường thẳng DE tại N. Chứng minh rằng AM= AN

Câu 5: (1 điểm)

Xét bảng ô vuông cỡ 10 10 × gồm 100 hình vuông có cạnh 1 đơn vị. Người ta điền vào mỗi ô vuông của bảng một số nguyên tùy ý sao cho hiệu hai số được điền ở hai ô chung cạnh bất kỳ đều có giá trị tuyệt đối không vượt quá 1. Chứng minh rằng tồn tại một số nguyên xuất hiện trong bảng ít nhất 6 lần.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1. Giải phương trình:

ĐKXĐ:

Đặt với

Từ (\*) ta có:

Thay vào hệ thức

\*. Nếu (thỏa mãn) Ta được (Thỏa mãn ĐKXĐ)

\*. Nếu Ta được (Thỏa mãn ĐKXĐ)

\*. Nếu Ta được (Thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy phương trình có tập nghiệm

Với ta có:

Áp dụng kết quả trên đó ta có:

Vậy

Câu 2:

1. Ta có:

Mà nên mà 3 là số nguyên tố nên

Từ (1) và (2) mà 3 là số nguyên tố

mà

Vây cả a và b đều chia hết cho 3.

1. Ta có tích của từ ba số tự nhiên liên tiếp trở lên thì chia hết cho 3

Theo đề bài là tích k số tự nhiên liên tiếp mà không chia hết cho 3 nên

Đặt với a là số nguyên dương

Vì nguyên dương và nên xảy ra các trường hợp sau:

TH1:

Từ (1) và (2) ta có

TH2:

Từ (3) và (4) ta có

TH3:

Từ (5) và (6) ta có

Vậy n = 1.

Câu 3:

1. Ta có

Theo bất đẳng tức Cauchy Schwarz ta có:

(\*)

Giả sử 3 số đều nhỏ hơn 1

Do đó trong các số luôn tồn tại ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng 1

b)

Ta có

vì

Mặt khác:

Từ

Theo bất đẳng thức với hai số ta có:

Mặt khác theo băt đẳng thức với hai số và 1 ta có:

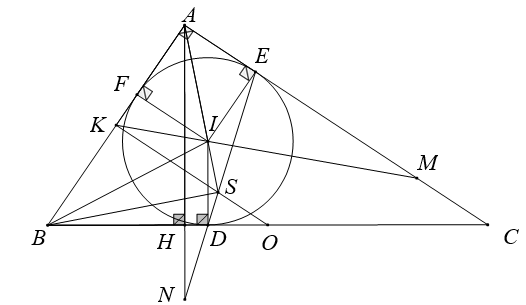
Từ (1) và (2) ta có:

Do đó

Dấu “=” xảy ra khi

Vậy

Câu 4:



1. Ta có AI là tia phân giác của nên ,

BI là tia phân giác của nên

Theo tính chất tổng ba góc trong AIB, ta có

Góc

= (Do theo tính chất tổng ba góc của tam giác)

=

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: CED cân tại C

Suy ra

Lại có góc (hai góc kề bù)

=

Suy ra AIB = AES=90+c/2

Mặt khác (tính chất tia phân giác)

Do đó IABEAS(g-g)

b)

Ta có IABEAS(g-g) suy ra

Tứ giác IBDS có Tứ giác IBDS nội tiếp

Suy ra (Góc nội tiếp cùng chắn cung BI nhỏ) mà (Tính chất tia phân giác) suy ra ASB vuông cân tại S

ASB vuông cân tại S có SA là đường trung tuyến nên SA là đường trung trực của AB. (\*)

Mặt khác ABC vuông có AO là trung tuyến nên

Suy ra O thược đường trung trực của AB (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) suy ra aba điểm K, O, S thẳng hàng

c)

Vì AI là tia phân giác của AMK nên (1)

(cùng vuông góc với AB ) (định lý ta lét) (2)

Từ (1) và (2) suy ra (3)

Mặt khác (cùng vuông góc với BC) (Hệ quả định lý ta let)

Mà (cùng vuông góc với AB) (4)

Từ (3) và (4) ta có

Tứ giác AEIF có nên tứ giác AEIF là hình chữ nhật

Suy ra

Ta có và nên

Câu 5:

Ta thấy hai ô vuông ở hai góc đối của hình vuông là xa nhau nhất

Gọi các số được điền vào mỗi ô vuông đó lần lượt là

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Ta có

Tương tự ta có:

……………………;

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta có:

8

Vì là các số nguyên nên chỉ có tối đa 19 số nguyên khác nhhau được điền vào trong bảng

Có 100 ô vuông trên bảng nên theo nguyên lý Dirichle thì sẽ có một số xuất hiện trên bảng ít nhất là (lần)