

Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 6x - 5y + z - 7 = 0$.

Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x - 5y + z - 25 = 0$. **B.** $6x - 5y + z + 25 = 0$. **C.** $6x - 5y + z - 7 = 0$. **D.** $6x - 5y + z + 17 = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Mặt phẳng $(Q): ax + by + cz + 2 = 0$ song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3, biết rằng a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, mặt phẳng $(\alpha): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ khi và chỉ khi

A. $|m| = \sqrt{3}$. **B.** $|m| = \sqrt{2}$. **C.** $|m| = 1$. **D.** $|m| = 2$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 3z + 8 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (α) ?

- A. $x - 3y + 3z - 7 = 0$. B. $3x - 3y + z - 7 = 0$.
C. $x - 2y + z + 8 = 0$. D. $x + 2y - z - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn B

- ♦ Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; 1; -3)$.
- ♦ Mặt phẳng $(P): 3x - 3y + z - 7 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (3; -3; 1)$.
- ♦ Ta có $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(P)} = 2 \cdot 3 + 1 \cdot (-3) + (-3) \cdot 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \perp \vec{n}_{(P)}$. Vậy $(\alpha) \perp (P)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x - 6y + mz - m = 0$, m là tham số thực. Tìm m để (P) song song (Q) với.

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = -10$. D. $m = -6$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để (P) song song (Q) là tồn tại số thực k sao cho $\vec{n}_P = k \cdot \vec{n}_Q$ và $-km \neq -3$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 1 = k \cdot 2 \\ -3 = k \cdot (-6) \\ 2 = k \cdot m \\ -3 \neq -km \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ m = 4 \end{cases}$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

- A. $3x - 2y + z + 11 = 0$. B. $2x - y + 3z - 14 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 11 = 0$. D. $2x - y + 3z + 14 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) có phương trình dạng

$$(Q): 3x - 2y + z + m = 0 \quad (m \neq 1).$$

Mà mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ nên $3 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -11$ (t/m).

Vậy $(Q): 3x - 2y + z - 11 = 0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -2; -1)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x - y + 2z + 5 = 0$ có phương trình là

- A. $x - y + 2z + 2 = 0$. B. $x - y - 2z - 6 = 0$. C. $x - y + 2z - 2 = 0$. D. $-x + y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta = (1; -1; 2)$. Nên phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -2; -1)$ và có VTPT $\vec{n}_\alpha = (1; -1; 2)$ có dạng: $1 \cdot (x - 2) - 1 \cdot (y + 2) + 2 \cdot (z + 1) = 0$
Hay $x - y + 2z - 2 = 0$.

Câu 5: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

- A. $(P): z = 0$. B. $(Q): x + y + 1 = 0$. C. $(R): x + z + 1 = 0$. D. $(S): y + z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng song song với trục Ox có dạng $by + cz + d = 0$

Nên mặt phẳng $(S): y + z + 1 = 0$ song song với trục Ox

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$ song song với nhau. Tính tổng $S = m + n$.

- A. $S = -8$. B. $S = -16$. C. $S = 8$. D. $S = 0$.

Lời giải

Chọn D

(P) có VTPT $\vec{n}_P(2; m; 3)$.

(Q) có VTPT $\vec{n}_Q(n; -8; -6)$.

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{n}{2} = \frac{-8}{m} = \frac{-6}{3} \Leftrightarrow \frac{n}{2} = \frac{-8}{m} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -4 \\ m = 4 \end{cases}$$

Vậy $S = m + n = 4 - 4 = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $P(2; 0; -1)$, $Q(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua P, Q và vuông góc với (P) , phương trình của mặt phẳng (α) là

- A. $(\alpha): 7x - 11y - z + 1 = 0$. B. $(\alpha): -7x + 11y + z - 3 = 0$.
C. $(\alpha): 7x - 11y + z - 1 = 0$. D. $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{PQ} = (-1; -1; 4)$, $\vec{n} = (3; 2; -1)$ là vector pháp tuyến của (P) .

Vì (α) đi qua P, Q và vuông góc với (P) nên $\vec{n}_1 = [\vec{PQ}, \vec{n}] = (-7; 11; 1)$ là vector pháp tuyến của (α) .

Vậy $(\alpha): -7(x - 2) + 11(y - 0) + (z + 1) = 0 \Leftrightarrow -7x + 11y + z + 15 = 0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\beta): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (β) .

- A. $(\alpha): 3x - y - 2z + 6 = 0$. B. $(\alpha): 3x + y - 2z - 12 = 0$.

C. $(\alpha): 3x - y + 2z + 6 = 0$.

D. $(\alpha): 3x - y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(\beta): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Mặt Phẳng (β) có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\beta)} = (3; -1; 2)$

Vì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) nên mặt phẳng (α) có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)} = (3; -1; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(3; -1; -2)$

$$(\alpha): 3(x-3) - (y+1) + 2(z+2) = 0 \Rightarrow (\alpha): 3x - y + 2z - 6 = 0.$$

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 6x - 5y + z - 7 = 0$.

Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x - 5y + z - 25 = 0$. B. $6x - 5y + z + 25 = 0$. C. $6x - 5y + z - 7 = 0$. D. $6x - 5y + z + 17 = 0$.

Lời giải

Chọn A

(α) song song với mặt phẳng $(\beta): 6x - 5y + z - 7 = 0$

$$\Rightarrow (\alpha): 6x - 5y + z + m = 0 \quad (m \neq -7).$$

$$M(1; -3; 4) \in (\alpha) \text{ nên } 6.1 - 5.(-3) + 4 + m = 0 \Leftrightarrow m = -25 \text{ (thỏa).}$$

$$\text{Vậy } (\alpha): 6x - 5y + z - 25 = 0.$$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Mặt phẳng $(Q): ax + by + cz + 2 = 0$ song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3, biết rằng a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Do mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng là:

$$x - 2y + 2z + D = 0 \text{ với } D > 0 \text{ (vì } (Q): ax + by + cz + 2 = 0 \text{ và } a > 0).$$

Ta lấy điểm $M(1; 0; 0)$ thuộc (P) . Khi đó: $d((P), (Q)) = d(M, (Q))$.

$$\text{Theo đề bài, } d((P), (Q)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|1 + D|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow |D + 1| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 8 & (TM) \\ D = -10 & (KTM) \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra: } (Q): x - 2y + 2z + 8 = 0 \text{ tức là } (Q): \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z + 2 = 0.$$

$$\text{Từ đó suy ra: } a = \frac{1}{4}; b = -\frac{1}{2}; c = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } T = a + b + c = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ khi và chỉ khi

A. $|m| = \sqrt{3}$.

B. $|m| = \sqrt{2}$.

C. $|m| = 1$.

D. $|m| = 2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{n}_\alpha = (2; m^2; -2)$, $\vec{n}_\beta = (m^2; -1; m^2 - 2)$ lần lượt là một VTPT của mặt phẳng (α) và (β) .

Do $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha \perp \vec{n}_\beta \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta = 0$.

$$\Leftrightarrow 2m^2 - m^2 - 2 \cdot (m^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow |m| = 2.$$

