

Câu I. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: $2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sin^2 x - \tan x$.
2. Cho hàm số bậc hai $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(5\sin 2x - 3m) = 1$ có đúng 5 nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Câu II. (6,0 điểm)

1. Cho đa giác đều có $2n$ đỉnh, ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Biết rằng, từ $2n$ đỉnh của đa giác đều đã cho ta lập được 2520 tam giác vuông. Tìm số cạnh của đa giác đều đã cho.
2. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 22]$. Tính xác suất để ba số viết ra có tổng chia hết cho 3.
3. Xét khai triển $(1 + x + x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, với $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ và $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ là các hệ số. Biết $41a_3 = 14a_4$, tính a_5 .

Câu III. (2,0 điểm) Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = \frac{3nu_n}{n+3} \end{cases}, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Tìm giới hạn $L = \lim \left(\frac{u_1}{3} + \frac{u_2}{3^2} + \frac{u_3}{3^3} + \dots + \frac{u_n}{3^n} \right)$.

Câu IV. (6,0 điểm)

1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BC , điểm N thay đổi thuộc cạnh AC . Biết mặt phẳng $(A'BN)$ luôn cắt AC' và AM lần lượt tại hai điểm P, Q . Xác định vị trí của N để diện tích của tam giác APQ bằng $\frac{2}{9}$ lần diện tích của tam giác AMC' .
2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Xét điểm M thay đổi trên đoạn AB (M khác A và B), gọi (α) là mặt phẳng đi qua M , song song với SA và BD . Xác định vị trí của M để thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) có diện tích đạt giá trị lớn nhất.
3. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh AB và CD sao cho $AM = CN$. Khi các vectơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{AD}$ đồng phẳng, tính góc giữa 2 đường thẳng MN và BC .

Câu V. (2,0 điểm) Xét các số thực a, b, c khác 0 và $b < c$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:
$$P = \frac{a^2 + bc - b\sqrt{a^2 + c^2} + c\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^4 + a^2(b^2 + c^2) + b^2c^2}}.$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Người coi thi số 1:Người coi thi số 2: